

PROGRAM SISTEM PERSAMAAN LINIER, DETERMINAN DAN APLIKASINYA MENGGUNAKAN BAHASA JAVA

LAPORAN TUGAS BESAR 1

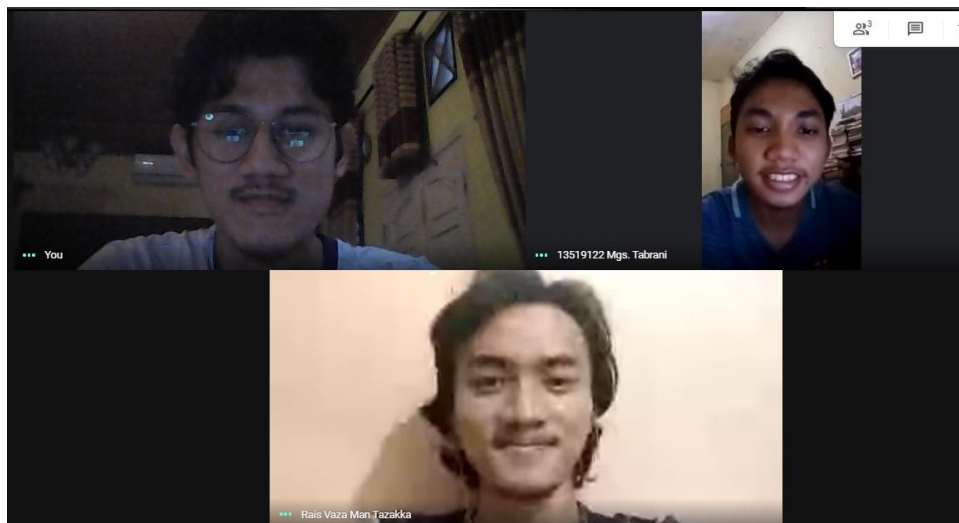
Diajukan sebagai salah satu tugas besar
mata kuliah IF2123 Aljabar Linier dan Geometri
pada Semester 1 Tahun Akademik 2020-2021

Oleh

M. Hilal Alhady (13519024)

Rais Vaza Man Tazakka (13519060)

Mgs. Tabrani (13519122)



PROGRAM STUDI TEKNIK INFORMATIKA
SEKOLAH TEKNIK ELEKTRO DAN INFORMATIKA
INSTITUT TEKNOLOGI BANDUNG
BANDUNG

2020

BAB 1

Deskripsi Masalah

Makalah ini adalah laporan salah satu tugas besar mata kuliah IF2123 Aljabar Linier dan Geometri. Bentuk tugas besar ini berupa program dalam bahasa Java yang dapat menyelesaikan permasalahan sistem persamaan linier dan implementasinya menggunakan matriks. Berikut ini spesifikasi tugas yang diberikan.

1. Menghitung solusi SPL dengan metode eliminasi Gauss, metode Eliminasi Gauss-Jordan, metode matriks balikan, dan kaidah Cramer (kaidah Cramer khusus untuk SPL dengan n peubah dan n persamaan).
2. Menyelesaikan persoalan interpolasi dan regresi linier
3. Menghitung matriks balikan
4. Menghitung determinan matriks dengan berbagai metode (reduksi baris dan ekspansi kofaktor).

Spesifikasi program adalah sebagai berikut:

1. Program dapat menerima masukan (input) baik dari keyboard maupun membaca masukan dari file text. Untuk SPL, masukan dari keyboard adalah m , n , koefisien a_{ij} , dan b_i . Masukan dari file berbentuk matriks augmented tanpa tanda kurung, setiap elemen matriks dipisah oleh spasi. Misalnya,

3 4.5 2.8 10 12

-3 7 8.3 11 -4

0.5 -10 -9 12 0

2. Untuk persoalan menghitung determinan dan matriks balikan, masukan dari keyboard adalah n dan koefisien a_{ij} . Masukan dari file berbentuk matriks, setiap elemen matriks dipisah oleh spasi. Misalnya,

3 4.5 2.8 10

-3 7 8.3 11

0.5 -10 -9 12

3. Untuk persoalan interpolasi, masukannya jika dari keyboard adalah n , $(x_0, y_0), (x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)$, dan nilai x yang akan ditaksir nilai fungsinya. Jika masukannya dari file, maka titik-titik dinyatakan pada setiap baris tanpa koma dan tanda kurung. Misalnya jika titik-titik datanya adalah $(8.0, 2.0794)$, $(9.0, 2.1972)$, dan $(9.5, 2.2513)$, maka di dalam file text ditulis sebagai berikut:

8.0 2.0794

9.0 2.1972

9.5 2.2513

4. Untuk persoalan regresi, masukannya jika dari keyboard adalah n (jumlah peubah x), semua nilai-nilai x_{1i} , x_{2i} , ..., x_{ni} , nilai y_i , dan nilai-nilai x_k yang akan ditaksir nilai fungsinya. Jika masukannya dari file, maka titik-titik dinyatakan pada setiap baris tanpa koma dan tanda kurung.
5. Untuk persoalan SPL, luaran (output) program adalah solusi SPL. Jika solusinya tunggal, tuliskan nilainya. Jika solusinya tidak ada, tuliskan solusi tidak ada, jika solusinya banyak, maka tuliskan solusinya dalam bentuk parametrik (misalnya $x_4 = -2$, $x_3 = 2s - t$, $x_2 = s$, dan $x_1 = t$.)
6. Untuk persoalan determinan dan matriks balikan, maka luarannya sesuai dengan persoalan masing-masing.
7. Untuk persoalan polinom interpolasi dan regresi, luarannya adalah persamaan polinom/regresi dan taksiran nilai fungsi pada x yang diberikan.
8. Luaran program harus dapat ditampilkan pada layar komputer dan dapat disimpan ke dalam file.
9. Bahasa program yang digunakan adalah Java.
10. Program tidak harus berbasis GUI, cukup text-based saja, namun boleh menggunakan GUI (memakai kakas Eclipse misalnya).
11. Program dapat dibuat dengan pilihan menu. Urutan menu dan isinya dipersilakan dirancang masing-masing.

BAB 2

Teori Singkat

2.1 Metode Eliminasi Gauss

Metode Eliminasi Gauss ini dapat digunakan untuk menyelesaikan sebuah Sistem Persamaan Linier. Metode ini menggunakan operasi baris elementer. Pertama, sistem persamaan akan diubah menjadi matriks *augmented*, kemudian dengan operasi baris elementer, matriks tersebut akan berubah menjadi matriks eselon baris.

2.2 Metode Eliminasi Gauss-Jordan

Metode Eliminasi Gauss-Jordan adalah turunan dari metode Eliminasi Gauss. Hanya saja, matriks *augmented* akan diubah ke matriks eselon tereduksi. Metode Eliminasi Gauss-Jordan ini juga dapat menyelesaikan permasalahan dengan sistem persamaan.

2.3 Determinan

Determinan adalah sebuah bilangan real yang diperoleh dari suatu perhitungan dengan aturan tertentu terhadap matriks bujursangkar, atau matriks $n \times n$.

2.4 Matriks Balikan

Matriks balikan adalah sebuah matriks yang diperoleh dari suatu operasi matriks yang dikali dengan suatu matriks bujur sangkar menghasilkan matriks satuan.

2.5 Matriks Kofaktor

Matriks Kofaktor adalah sebuah matriks yang diperoleh dari operasi Minor matriks dikali -1 pangkat kolom+baris yang akan diambil.

2.6 Matriks Adjoin

Matriks Adjoin adalah sebuah matriks yang dibentuk dari transpose matriks kofaktor, yang nilai baris dan kolomnya ditukar.

2.7 Kaidah Cramer

Kaidah Cramer dapat digunakan untuk menyelesaikan sistem persamaan linier dengan memanfaatkan determinan dari matriks *augmented* sebuah sistem persamaan. Hal yang pertama dilakukan adalah mencari nilai determinan matriks yang berisi koefisien sistem persamaan. Kemudian mengganti kolom matriks tersebut dengan nilai konstanta sistem persamaan pada setiap kolom yang ingin diketahui x_i nya. Kemudian membagi determinan matriks M_i tadi dibagi dengan matriks awal.

2.8 Interpolasi Polinom

Interpolasi polinom adalah suatu metode untuk memprediksi nilai yang dihasilkan oleh suatu nilai x dengan memanipulasi nilai-nilai pada domain dan kodomain yang diketahui.

2.9 Regresi Linier Berganda

Regresi Linier Berganda adalah suatu metode untuk memprediksi nilai yang dihasilkan oleh beberapa nilai x dengan memanipulasi sampel-sampel yang diketahui.

BAB 3

Implementasi Program

Struktur program yang kami buat memiliki beberapa *class*, yaitu:

1. *Main class*, berfungsi sebagai kelas utama yang akan digunakan sebagai alur program utama. *Main class* berisi atribut *Scanner* yang digunakan untuk masukan. *Class* ini juga berisi *method* *main*, *utama*, *spl*, *det*, *inv*, *interpol*, dan *RegresiLin*,
2. *Matriks class*, berfungsi sebagai *class* yang digunakan untuk membuat objek matriks. *Method* yang digunakan di dalamnya akan digunakan di seluruh program. *Matriks class* memiliki beberapa atribut, yaitu *in(input)*, *Matriks*, *brs*, dan *kol*. *Method* pada *class* ini meliputi *GetBrs*, *GetKol*, *GetElmt*, *SetBrs*, *SetKol*, *SetElmt*, *isiMatriks*, *bacaFile*, *tulisMatriks*, *tukarBrs*, *kaliDiagonal*, *salinMatriks*, *isAllZero*, *isKoeffZero*, *eliminasiGauss*, *eliminasiGaussJordan*, *segitigaAtas*, *isiIdentitas*.
3. *Spl class*, berisi *method* yang digunakan dalam subprogram Sistem Persamaan Linier. *Method* pada *class* ini meliputi *bacaMatriks*, *solusiEliminasiGauss*, *solusiEliminasiGaussJordan*, *tulisSolusi*, *bacaKoeffFile*, *bacaKoeffKeyboard*, *ubahKol*, *pangkat*, *kaliMatriksKonstanta*, *tulisHasilSPLInvers*, *cekDiagonalInvers*, *tulisFileElimGauss*, *tulisFileElimGaussJordan*, *tulisFileSPLInvers*, *tulisFileSPLCramer*, *segitigaAtas*, dan *determinanM*.
4. *Determinan class*, berisi *method* yang digunakan dalam subprogram *Determinan*. *method* pada *class* ini meliputi *NBElmt*, *segitigaBawah*, *Transpose*.
5. *MatriksBalikan class*, berisi *method* yang digunakan dalam subprogram *Matriks Balikan*. *Method* pada *class* ini meliputi *OBEInv*, *GetKofaktor*, *determinant*, *adjoint*, *Inverse*, *display*
6. *InterpolasiPolinom class*, berisi *method* yang digunakan dalam subprogram *Interpolasi Polinom*. Atribut pada *class* ini meliputi *derajat* dan *solusi*. Sedangkan *method* pada *class* ini, yaitu *setderajat*, *getderajat*, *InterpolasiPolinom*, *MatriksKoordinatToPolinom*, *PolinomSolusi*, *SolusiInterpolasi*.
7. *RegresiLinier class*, berisi *method* yang digunakan dalam subprogram *Regresi Linier Berganda*. Atribut pada *class* ini meliputi *NSampel*, *NVar*, dan *solusi*. Sedangkan *method* pada *class* ini, yaitu *RegresiLinier*, *SampelToRegresi*, *KoefisienSolusi*, *Solusi*.

BAB 4

Eksperimen

1. Tentukan solusi SPL $Ax = b$, berikut:

a. **Eliminasi Gauss** : Tidak ada solusi

Eliminasi Gauss-Jordan : Tidak ada solusi

Metode Matriks Balikan : Metode Matriks Balikan tidak dapat menyelesaikan persamaan.

Kaidah Cramer : Kaidah Cramer tidak dapat menyelesaikan persamaan.

b. **Eliminasi Gauss** :

Solusi dari sistem persamaan adalah:

$$x[1] = (1)T[5] + (3)$$

$$x[2] = (2)T[5]$$

$$x[3] = (1)T[3]$$

$$x[4] = (1)T[5] + (-1)$$

$$x[5] = (1)T[5]$$

Eliminasi Gauss-Jordan :

Solusi dari sistem persamaan adalah:

$$x[1] = (1)T[5] + (3)$$

$$x[2] = (2)T[5]$$

$$x[3] = (1)T[3]$$

$$x[4] = (1)T[5] + (-1)$$

$$x[5] = (1)T[5]$$

Metode Matriks Balikan : Metode Matriks Balikan tidak dapat menyelesaikan persamaan.

Kaidah Cramer : Kaidah Cramer tidak dapat menyelesaikan persamaan.

c. **Eliminasi Gauss** :

Solusi dari sistem persamaan adalah:

$$x[1] = (1)T[1]$$

$$x[2] = (-1)T[6] + (1)$$

$$x[3] = (1)T[3]$$

$$x[4] = (-1)T[6] + (-2)$$

$$x[5] = (1)T[6] + (1)$$

$$x[6] = (1)T[6]$$

Eliminasi Gauss-Jordan :

Solusi dari sistem persamaan adalah:

$$x[1] = (1)T[1]$$

$$x[2] = (-1)T[6] + (1)$$

$$x[3] = (1)T[3]$$

$$x[4] = (-1)T[6] + (-2)$$

$$x[5] = (1)T[6] + (1)$$

$$x[6] = (1)T[6]$$

Metode Matriks Balikan : Metode Matriks Balikan tidak dapat menyelesaikan persamaan.

Kaidah Cramer : Kaidah Cramer tidak dapat menyelesaikan persamaan.

d.

1. $n = 6$

Eliminasi Gauss :

Solusi dari sistem persamaan adalah:

$$x[1] = 9.60$$

$$x[2] = -33.55$$

$$x[3] = 32.43$$

$$x[4] = -210.51$$

$$x[5] = 522.69$$

$$x[6] = -327.17$$

Eliminasi Gauss-Jordan :

Solusi dari sistem persamaan adalah:

$$x[1] = 9.60$$

$$x[2] = -33.55$$

$$x[3] = 32.43$$

$$x[4] = -210.51$$

$$x[5] = 522.69$$

$$x[6] = -327.17$$

Metode Matriks Balikan:

Solusi Sistem Persamaan:

$$x[1] = 9.60$$

$$x[2] = -33.55$$

$$x[3] = 32.43$$

$$x[4] = -210.51$$

$$x[5] = 522.69$$

$$x[6] = -327.17$$

Kaidah Cramer :

Solusi Sistem Persamaan:

$$x[1] = 9.60$$

$$x[2] = -33.55$$

$$x[3] = 32.43$$

$$x[4] = -210.51$$

$$x[5] = 522.69$$

$$x[6] = -327.17$$

2. $n = 10$

Eliminasi Gauss :

Solusi dari sistem persamaan adalah:

$$x[1] = 4.38$$

$$x[2] = -7.45$$

$$x[3] = 0.15$$

$$x[4] = 0.17$$

$$x[5] = -0.55$$

$$x[6] = 1.44$$

$$x[7] = 0.19$$

$$x[8] = 0.21$$

$$x[9] = 0.34$$

$$x[10] = -0.02$$

Eliminasi Gauss-Jordan :

Solusi dari sistem persamaan adalah:

$$x[1] = 4.38$$

$$x[2] = -7.45$$

$$x[3] = 0.15$$

$$x[4] = 0.17$$

$$x[5] = -0.55$$

$$x[6] = 1.44$$

$$x[7] = 0.19$$

$$x[8] = 0.21$$

$$x[9] = 0.34$$

$$x[10] = -0.02$$

Metode Matriks Balikan :

Solusi Sistem Persamaan:

$$x[1] = 4.38$$

$$x[2] = -7.45$$

$$x[3] = 0.15$$

$$x[4] = 0.17$$

$$x[5] = -0.55$$

$$x[6] = 1.44$$

$$x[7] = 0.19$$

$$x[8] = 0.21$$

$$x[9] = 0.34$$

$$x[10] = -0.02$$

Kaidah Cramer :

Solusi Sistem Persamaan:

$$x[1] = 4.38$$

$$x[2] = -7.45$$

$$x[3] = 0.15$$

$$\begin{aligned}x[4] &= 0.17 \\x[5] &= -0.55 \\x[6] &= 1.44 \\x[7] &= 0.19 \\x[8] &= 0.21 \\x[9] &= 0.34 \\x[10] &= -0.02\end{aligned}$$

2. SPL berbentuk Matriks *Augmented*

a. Eliminasi Gauss:

Solusi dari sistem persamaan adalah:

$$\begin{aligned}x[1] &= (1)T[4] + (-1) \\x[2] &= (2)T[3] \\x[3] &= (1)T[3] \\x[4] &= (1)T[4]\end{aligned}$$

Eliminasi Gauss-Jordan :

Solusi dari sistem persamaan adalah:

$$\begin{aligned}x[1] &= (1)T[4] + (-1) \\x[2] &= (2)T[3] \\x[3] &= (1)T[3] \\x[4] &= (1)T[4]\end{aligned}$$

Metode Matriks Balikan : Metode Matriks Balikan tidak dapat menyelesaikan persamaan.

Kaidah Cramer : Kaidah Cramer tidak dapat menyelesaikan persamaan.

b. Eliminasi Gauss :

Solusi dari sistem persamaan adalah:

$$\begin{aligned}x[1] &= 0 \\x[2] &= 2 \\x[3] &= 1 \\x[4] &= 1\end{aligned}$$

Eliminasi Gauss-Jordan :

Solusi dari sistem persamaan adalah:

$$\begin{aligned}x[1] &= 0 \\x[2] &= 2 \\x[3] &= 1 \\x[4] &= 1\end{aligned}$$

Metode Matriks Balikan : Metode Matriks Balikan tidak dapat menyelesaikan persamaan.

Kaidah Cramer : Kaidah Cramer tidak dapat menyelesaikan persamaan.

3. SPL

a. Eliminasi Gauss :

Solusi dari sistem persamaan adalah:

$$x[1] = -0.22$$

$$x[2] = 0.18$$

$$x[3] = 0.71$$

$$x[4] = -0.26$$

Eliminasi Gauss-Jordan :

Solusi dari sistem persamaan adalah:

$$x[1] = -0.22$$

$$x[2] = 0.18$$

$$x[3] = 0.71$$

$$x[4] = -0.26$$

Metode Matriks Balikan :

Solusi Sistem Persamaan:

$$x[1] = -0.22$$

$$x[2] = 0.18$$

$$x[3] = 0.71$$

$$x[4] = -0.26$$

Kaidah Cramer :

Solusi Sistem Persamaan:

$$x[1] = -0.22$$

$$x[2] = 0.18$$

$$x[3] = 0.71$$

$$x[4] = -0.26$$

b. **Eliminasi Gauss :** Tidak ada solusi

Eliminasi Gauss-Jordan : Tidak ada solusi

Metode Matriks Balikan : Metode Matriks Balikan tidak dapat menyelesaikan persamaan.

Kaidah Cramer : Kaidah Cramer tidak dapat menyelesaikan persamaan.

Determinan

$$\text{Input } n = 2$$

$$\text{Isi Matriks} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\text{Det (Matriks)} = -2$$

Matriks Balikan

Input $n = 3$

Isi Matriks = 2 4 3

2 4 2

2 5 7

Matriks Hasil = -1.5 1.375 0.25

0.25 0.0625 -0.125

1.0 -1.0 -0.0

5. Interpolasi Polinom

$x = 0.2 ; y = 0.03296093845305346$

$x = 0.55 ; y = 0.17111865799982723$

$x = 0.85 ; y = 0.3372358550916738$

$x = 1.28 ; y = 0.6775418099258426$

6. Jumlah Kasus Positif Covid-19

a. $x = 5.833 ; y = 23368.099899232388$

b. $x = 9.0 ; y = 176872.85968780518$

c. $x = 9.5 ; y = 68216.42846679688$

d. $x = 9.333 ; y = 145509.94927597046$

7. Untuk derajat $n = 5$, diketahui 6 titik. Jarak antar titik $h = (2-0)/5 = 0.4$. Titik-titik yang diketahui adalah sebagai berikut

$$f(0) = 0$$

$$f(0.4) = 0.4188842301$$

$$f(0.8) = 0.5071579685$$

$$f(1.2) = 0.5609246748$$

$$f(1.6) = 0.5836856613$$

$$f(2) = 0.5766515298$$

Jadi, dengan interpolasi polinom, diperoleh penyederhanaan fungsi tersebut sebagai berikut

$$f(x) = 0 + 2.035258633337507(x) - 3.552683698932325(x)^2 + 3.237113788932343(x)^3 - 1.4212646824544586(x)^4 + 0.23625605208334008(x)^5$$

8. Berdasarkan SPL yang dihasilkan oleh Normal Estimation Equation for Multiple Linear Regression, diperoleh solusi sebagai berikut.

$$f(x_1, x_2, x_3) = -3.51 + 0.15(x_3)$$

BAB 5

Kesimpulan

5.1. Kesimpulan

Program yang telah kami buat berupa *text-based program* yang dapat dijalankan di terminal lokal. Program tersebut dapat menyelesaikan permasalahan Sistem Persamaan Linier, menentukan determinan dan balikan dari sebuah matriks, serta menyelesaikan permasalahan yang melibatkan interpolasi polinom dan regresi linier berganda. Program dapat menampilkan hasil di terminal dan dapat menghasilkan *output file* yang berisi solusi dari permasalahan.

5.2 Saran

Program yang dibuat sudah baik. Program masih perlu ditingkatkan, seperti memperbaiki fungsi yang ada dan diharapkan dapat memakai GUI agar lebih menarik.

5.3 Refleksi

Pada pengerjaan tugas besar ini, kami merasa program masih banyak mengalami kesulitan karena baru mempelajari bahasa Java. Menurut kami program yang kami buat masih perlu diperbaiki agar lebih mudah dibaca dan lebih mudah dalam melakukan pencarian *bug* atau *maintenance*.

DAFTAR PUSTAKA

<https://www.purplemath.com/modules/cramers.htm> diakses pada pukul 14.00 WIB tanggal 2 Oktober 2020.

<https://www.sciencedirect.com/topics/mathematics/determinants> diakses pada pukul 13.00 WIB tanggal 1 Oktober 2020.

<http://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/AljabarGeometri/2020-2021/Pengantar-Pemrograman-dengan-Bahasa-Java-2020.pdf> diakses pada pukul 22.00 WIB tanggal 24 Oktober 2020.