

第3章 関連研究・先行研究

本項では、EMOA における離散化に関連する研究について述べる。

3.1 関連研究

3.1.1 目的関数の離散化に関する研究

3.1.1.1 ϵ -dominance

目的関数空間の離散化手法の一つに、Laumanns が提案した ϵ -dominance[] がある。 ϵ -dominance は、ある距離 ϵ ないのすべての点の中から一点を非劣解として採用することで、非劣解の数を削減することができる。図 3.1.1 に ϵ -dominance のを用いた場合の支配領域のイメージ図を示す。

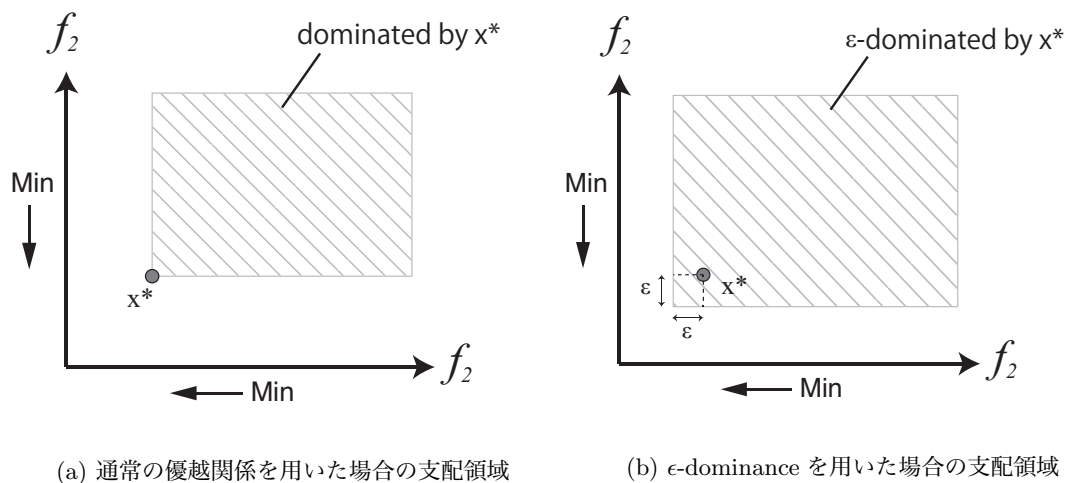


図 3.1.1: ϵ -dominance を用いた場合の支配領域の比較

図 3.1.1 のように、 ϵ -dominance を用いることで解の支配領域が増え、さらに増えた領域内では非劣解を一点のみ採用するため、非劣解の数が削減される。削減した非劣解をアーカイブとして用いる手法が提案されており、多数目的最適化問題において収束性などの探索効率が向上することが示されている。

3.1.1.2 目的関数空間の異なるスケールを目的関数に持つ問題に関する研究

Ishibuchi らによって、目的関数空間の離散化具合による影響評価が行われている [1]. 多目的の組み合わせ最適化問題などでは、異なるケースの離散値を取る目的関数を持つことがあるが、この違いが進化にもたらす影響を評価し、粗い離散値を取る目的関数がある場合、その関数の最適化方向への探索効率が低下することが示されている。これは、粗い離散値を取る目的関数がある場合、非劣解の数が著しく減少してしまうからである。このような問題でも効率的に探索を行うため、Ishibuchi らは粗い離散値を取る目的関数値に擬似的に乱数を付与することで、非劣解の数を増加させる手法を提案している。

3.1.2 設計変数空間の離散化に関する研究

BCGA における設計変数空間の離散化に関する研究としては、設計変数のビット長を短くするほど収束速度が向上することを前提にした手法がいくつか提案されている。

2005 年に Jaimes が提案した Multiple Resolutions Multiobjective Optimization Genetic Algorithm (MRMOGA) [2] は、設計変数空間の離散化を取り入れた島モデル型 BCGA である。島モデル型の GA では、複数の集団を並行して最適化を行い、ある条件下で各集団の個体を別の集団に移す（移民）することで、最適化を行う手法である。MRMOGA では、各島（集団）で異なるビット長で表現される設計変数空間を考え、進化初期では少ないビット長（細かい離散化）で最適化を行い、徐々に長いビット長（細かい離散化）に変化させることで、収束速度の向上と多様性の維持を実現している。

Kim らが提案した Variable Chromosome Length Genetic Algorithm (VCLGA) [3] も MRMOGA 同様にビット長を可変にした構造最適化アルゴリズムを提案している。VCLGA では、少ないビット長で解が収束した場合、その解をエリートとして保存し、複数の保存した解と同様の個体とランダムに作成した個体を用いて、ビット長を増加させ、再度計算を行う。

MRMOGA・VCLGA とともに短いビット長から徐々に長いビット長に変化させることで効率的探索を目指している。

一方、RCGA では BCGA のような設計変数の解像度の動的制御や、設計変数の解像度が探索性能にあたえる影響についての議論はほとんどなされていなかった。

3.2 先行研究

RCGA においては上述の MRMOGA や VCLGA のように動的に設計変数を離散化する手法の研究はおろか、設計変数の離散化が進化に与える影響についてもあまり議論されてこなかった。そこで、先行研究においては、RCGA において設計変数の離散化が進化に及ぼす影響を NSGA-II と 16 個の多目的ベンチマーク問題を用いて評価した [1]。

この研究では表 3.2.1 で示す 16 個の多目的ベンチマーク問題を用いて、設計変数の小数点以下の桁数を 2, 4, 6, 8, 16 桁に制御した場合の GD 値と IGD 値の推移を評価した。表 ?? において、Problem は多目的ベンチマーク問題の名称を示している。また、Obj., Var., Con., はそれぞれ各多目的ベンチマーク問題の目的関数の数、設計変数の数、制約条件の数を示す。M や N で示される目的関数の数、設計変数の数は、ユーザが任意に設定することができる。

Separability は各設計変数が相関関係にあるか否かを示している。separable は相関関係なし、non-separable は相関関係ありを示す。separable な問題な場合、各設計変数の最適値は一意に定まる。一方で、non-separable な問題な場合、各設計変数の最適値は一意に定まらず、他の設計変数の値に応じて変化する。したがって、non-separable な問題のほうが separable な問題に比べ、最適化が難しい傾向にある。

Modality は局所最適解があるか否かを示している。uni は単峰性の性質を持つ問題を示しており、局所最適解は存在せず大域的最適解のみが存在する問題である。一方で、multi は多峰性の性質を持つ問題を示しており、局所最適解を有する問題である。多峰性の性質を持つ問題は局所最適解を持つため、大域的最適解に収束しづらく、単峰性の性質を持つ問題と比較し、一般的に最適化が難しい傾向にある。

Bias は目的関数空間において、解が偏りを持って生成されてしまう性質を有するか否かを示している。✓ で示される問題は、目的関数空間に解が射影される際、強い非線形性によって、解が局所的に集中しやすく、目的関数空間全体を覆うような多様性のある解を生成することが難しい問題である。したがって、Bias がある問題のほうが解の多様性を維持した最適解を得ることが難しい傾向にある。

Geometry は真のパレート最適解の形状を示している。最適化手法によっては、真のパレート最適解の形状により得手不得手があるため、様々な形状の多目的ベンチマーク問題で性能を評価する必要がある。

先行研究では、これら 4 つの特徴に基づいて代表的な問題を取り上げ影響の評価を行った。

表 3.2.1: Kondo らの研究で使用された多目的ベンチマーク問題

Problem	Obj.	Var.	Con.	Separability	Modality	Bias	Geometry
DTLZ2	M	N	-	separable	uni	-	concave
DTLZ3	M	N	-	separable	multi	-	concave
DTLZ4	M	N	-	separable	uni	✓	concave
WFG2	M	N	-	non-separable	multi	-	convex, disconnected
WFG4	M	N	-	separable	multi	-	concave
WFG6	M	N	-	non-separable	uni	-	concave
WFG7	M	N	-	separable	uni	✓	concave
UF2	2	N	-	non-separable	multi	-	convex
UF9	3	N	-	non-separable	multi	-	linear, disconnected
CF2	2	N	1	non-separable	multi	-	convex, disconnected
CF7	2	N	2	non-separable	multi	-	convex
C1DTLZ3	M	N	1	separable	multi	-	concave
C2DTLZ2convex	M	N	1	separable	uni	-	convex, disconnected
C3DTLZ1	M	N	M	separable	multi	-	convex(feasible surface is PF)
Car Side Impact	3	7	10			uncertain	
Welded Beam Design	2	4	4			uncertain	

Obj. is the number of objectives; Var. is the number of variables; Con. is the number of constraints.

M is the user predefined number of objectives; N is the user predefined number of variables.

- indicates no value or no characteristic; ✓ indicates that the problem has the characteristic.

The Car Side Impact and Welded Beam Design problems have uncertain characteristics because of engineering problems.

各ベンチマーク問題の構造は次章で詳しく述べる。

また、計算条件は表 3.2.2 に示す。 η_c , η_m はそれぞれ交叉 (SBX) と突然変異 (polynomial mutation) の持つパラメータである。表 3.2.3, 3.2.4 は、各ベンチマーク問題において小数点以下 2 桁, 4 桁, 6 桁, 8 桁, 16 桁で制御し最適化を行った場合の GD と IGD の平均値の推移を示している。表中に示す Obj. は目的関数の数, Var. は設計変数の数, Gen は GD と IGD の平均値を求めた世代数を示しており、各世代における最小値を太字で示している。

表 3.2.2: Values of the common parameters used in the experimental study.

parameter	value
Crossover rate	1.0
Mutation rate	1/n
η_c	30
η_m	20
Trial	10

表 3.2.3 より, WFG2, WFG4, Welded Beam Design 問題を除く 13 の問題において、桁数が小さいものの方が（粗く離散化したほうが）最終的な GD 値が小さくなっていることが分かる。GD 値は小さいほど収束性が優れていることを示す指標であることから、桁数が小さいほど収束性が向上する傾向があることが分かった。特に DTLZ 問題ではどの世代においても桁数が小さいほど収束性が向上する結果が得られた。また、収束性が向上しなかった WFG2, WFG4, Welded Beam Design 問題では、設計変数空間の定義域が大きく、小数点以下の桁数を制御しても離散化の影響が小さいため、収束性が向上しなかったことが考えられる。さらに、各桁数制御と 16 桁の結果の間に統計的有意差が存在するかを調べる

表 3.2.3: Averaged GD at the 10th, half and final generation. Best case is highlighted in bold.

problem	MG	PS	Obj.	Var.	Gen	2-digit GD	4-digit GD	6-digit GD	8-digit GD	16-digit GD
						1.647	1.756	1.766	1.759	1.759
DTLZ2	100	100	3	38	10 50 100	1.576 $\times 10^{-1}$ 5.525 $\times 10^{-2}$	2.247×10^{-1} 1.576×10^{-1}	2.414×10^{-1} 9.490×10^{-2}	2.595×10^{-1} 1.003×10^{-1}	2.565×10^{-1} 1.011×10^{-1}
DTLZ3	200	500	3	38	10 100 200	2.191 $\times 10^3$ 9.935 $\times 10$ 6.521	2.508×10^3 2.230×10^2 4.580×10	2.518×10^3 2.878×10^2 5.622×10	2.512×10^3 3.154×10^2 6.196×10	2.508×10^3 4.039×10^2 6.669×10
DTLZ4	100	300	3	38	10 50 100	8.213 $\times 10^{-1}$ 1.910 $\times 10^{-2}$ 1.101 $\times 10^{-2}$	1.286 5.531×10^{-2} 1.819×10^{-2}	1.216 6.576×10^{-2} 2.320×10^{-2}	1.223 6.889×10^{-2} 2.363×10^{-2}	1.223 7.147×10^{-2} 2.522×10^{-2}
UF2	200	200	2	20	10 100 200	2.978 $\times 10^{-1}$ 2.639×10^{-2} 1.573×10^{-2}	3.106×10^{-1} 2.312 $\times 10^{-2}$ 1.349 $\times 10^{-2}$	3.149×10^{-1} 2.362×10^{-2} 1.573×10^{-2}	3.001×10^{-1} 2.451×10^{-2} 1.532×10^{-2}	3.001×10^{-1} 2.640×10^{-2} 1.701×10^{-2}
UF9	300	200	3	20	10 150 300	3.063 6.940×10^{-1} 4.206 $\times 10^{-1}$	3.048 5.745 $\times 10^{-1}$ 4.518×10^{-1}	2.695 6.584×10^{-1} 4.892×10^{-1}	2.684 6.003×10^{-1} 4.470×10^{-1}	2.684 6.425×10^{-1} 4.389×10^{-1}
WFG2	100	100	3	(k = 6) (l = 4)	10 50 100	2.350×10^{-1} 6.324 $\times 10^{-2}$ 4.277×10^{-2}	2.218 $\times 10^{-1}$ 7.273×10^{-2} 4.745×10^{-2}	2.428×10^{-1} 6.490×10^{-2} 4.516×10^{-2}	2.428×10^{-1} 7.088×10^{-2} 4.530×10^{-2}	2.428×10^{-1} 7.141×10^{-2} 4.220 $\times 10^{-2}$
WFG4	100	100	3	(k = 6) (l = 4)	10 50 100	2.249×10^{-1} 9.867×10^{-2} 6.772×10^{-2}	2.178×10^{-1} 9.530×10^{-2} 6.628×10^{-2}	2.143×10^{-1} 9.935×10^{-2} 6.678×10^{-2}	2.134 $\times 10^{-1}$ 9.563×10^{-2} 6.619 $\times 10^{-2}$	2.134 $\times 10^{-1}$ 9.510 $\times 10^{-2}$ 6.654×10^{-2}
WFG6	100	100	3	(k = 6) (l = 4)	10 50 100	3.896×10^{-1} 1.545×10^{-1} 1.201×10^{-1}	3.611×10^{-1} 1.432 $\times 10^{-1}$ 1.114 $\times 10^{-1}$	3.592×10^{-1} 1.590×10^{-1} 1.276×10^{-1}	3.560 $\times 10^{-1}$ 1.653×10^{-1} 1.215×10^{-1}	3.560 $\times 10^{-1}$ 1.653×10^{-1} 1.215×10^{-1}
WFG7	100	100	3	(k = 6) (l = 4)	10 50 100	3.525×10^{-1} 1.226×10^{-1} 7.178×10^{-2}	3.506 $\times 10^{-1}$ 1.086×10^{-1} 5.886 $\times 10^{-2}$	3.553×10^{-1} 9.925 $\times 10^{-2}$ 6.009×10^{-2}	3.602×10^{-1} 1.061×10^{-1} 6.561×10^{-2}	3.602×10^{-1} 1.061×10^{-1} 6.517×10^{-2}
CF2	200	300	2	20	10 100 200	8.459 $\times 10^{-1}$ 2.069 $\times 10^{-1}$ 1.694×10^{-1}	9.424×10^{-1} 2.539×10^{-1} 1.500 $\times 10^{-1}$	9.266×10^{-1} 2.729×10^{-1} 1.987×10^{-1}	9.583×10^{-1} 2.795×10^{-1} 2.051×10^{-1}	9.583×10^{-1} 2.851×10^{-1} 1.964×10^{-1}
CF7	200	300	2	20	10 100 200	2.584×10 1.044 7.834 $\times 10^{-2}$	2.605×10 1.329 4.992×10^{-1}	2.359 $\times 10$ 1.242 4.602×10^{-1}	2.679×10 2.232 7.675×10^{-1}	2.721×10 1.792 6.057×10^{-1}
C1DTLZ3	300	100	3	38	10 150 300	2.661 $\times 10^3$ 1.051 $\times 10^2$ 4.986 $\times 10$	2.829×10^3 2.214×10^2 1.012×10^2	2.845×10^3 2.601×10^2 1.043×10^2	2.871×10^3 3.168×10^2 1.297×10^2	2.871×10^3 3.267×10^2 1.243×10^2
C2DTLZ2 convex	300	100	3	38	10 150 300	4.041 $\times 10$ 1.091 $\times 10^{-1}$ 9.363 $\times 10^{-2}$	5.867×10 1.299×10^{-1} 9.723×10^{-2}	7.045×10 1.160×10^{-1} 9.941×10^{-2}	7.017×10 1.191×10^{-1} 9.688×10^{-2}	7.017×10 1.114×10^{-1} 9.450×10^{-2}
C3DTLZ1	300	100	3	38	10 150 300	1.163×10^3 2.497 $\times 10^2$ 1.721 $\times 10^2$	1.166×10^3 2.797×10^2 2.002×10^2	1.152 $\times 10^3$ 3.001×10^2 2.144×10^2	1.152 $\times 10^3$ 4.157×10^2 2.304×10^2	1.152 $\times 10^3$ 3.801×10^2 2.587×10^2
Car Side Impact	300	500	3	7	10 150 300	7.528×10^{-2} 2.753 $\times 10^{-2}$ 2.602 $\times 10^{-2}$	7.492×10^{-2} 3.066×10^{-2} 2.720×10^{-2}	7.618×10^{-2} 3.167×10^{-2} 2.970×10^{-2}	7.269×10^{-2} 3.173×10^{-2} 2.826×10^{-2}	6.863 $\times 10^{-2}$ 3.003×10^{-2} 2.881×10^{-2}
Welded Beam Design	300	500	2	4	10 150 300	1.247 $\times 10^{-1}$ 2.395×10^{-3} 2.094×10^{-3}	6.547×10^{-1} 3.043×10^{-3} 1.854×10^{-3}	5.801×10^{-1} 2.330×10^{-3} 1.159×10^{-3}	5.850×10^{-1} 2.764×10^{-3} 1.071 $\times 10^{-3}$	5.850×10^{-1} 2.071 $\times 10^{-3}$ 2.295×10^{-3}

MG = the number of generation set; PS = the number of population size set.

Obj. = the number of objectives; Var. = the number of variables.

Gen = the generation that results were computed on.

k = position parameter in WFG problems; l = distance parameter in WFG problems.

表 3.2.4: Averaged IGD at the 10th, half and final generation. Best case is highlighted in bold.

problem	MG	PS	Obj.	Var.	Gen	2-digit	4-digit	6-digit	8-digit	16-digit
						IGD	IGD	IGD	IGD	IGD
DTLZ2	100	100	3	38	10	1.261	1.269	1.278	1.264	1.264
					50	1.469×10^{-1}	1.662×10^{-1}	1.753×10^{-1}	1.782×10^{-1}	1.782×10^{-1}
					100	5.433×10^{-2}	6.017×10^{-2}	6.096×10^{-2}	6.453×10^{-2}	6.213×10^{-2}
DTLZ3	200	500	3	38	10	1.657×10^3	1.694×10^3	1.685×10^3	1.647×10^3	1.666×10^3
					100	6.871×10	1.545×10^2	1.921×10^2	2.001×10^2	2.195×10^2
					200	5.059	3.451×10	4.000×10	4.369×10	4.607×10
DTLZ4	100	300	3	38	10	1.174	1.257	1.241	1.236	1.236
					50	6.164×10^{-1}	3.498×10^{-1}	3.195×10^{-1}	3.503×10^{-1}	3.517×10^{-1}
					100	5.803×10^{-1}	2.773×10^{-1}	2.794×10^{-1}	2.507×10^{-1}	2.507×10^{-1}
UF2	200	200	2	20	10	2.131×10^{-1}	2.125×10^{-1}	2.256×10^{-1}	2.283×10^{-1}	2.283×10^{-1}
					100	4.521×10^{-2}	4.646×10^{-2}	5.174×10^{-2}	5.228×10^{-2}	5.312×10^{-2}
					200	4.147×10^{-2}	3.917×10^{-2}	4.591×10^{-2}	4.411×10^{-2}	4.534×10^{-2}
UF9	300	200	3	20	10	1.161	1.183	1.069	1.102	1.102
					150	3.057×10^{-1}	2.840×10^{-1}	3.077×10^{-1}	3.169×10^{-1}	3.145×10^{-1}
					300	2.272×10^{-1}	2.235×10^{-1}	2.487×10^{-1}	2.543×10^{-1}	2.537×10^{-1}
WFG2	100	100	3	10	10	4.981×10^{-1}	4.963×10^{-1}	4.964×10^{-1}	4.964×10^{-1}	4.964×10^{-1}
				($k=6$)	50	3.452×10^{-1}	3.462×10^{-1}	3.307×10^{-1}	3.087×10^{-1}	3.072×10^{-1}
				($l=4$)	100	3.008×10^{-1}	2.945×10^{-1}	3.185×10^{-1}	2.699×10^{-1}	2.713×10^{-1}
WFG4	100	100	3	10	10	4.941×10^{-1}	4.402×10^{-1}	4.466×10^{-1}	4.638×10^{-1}	4.638×10^{-1}
				($k=6$)	50	1.520×10^{-1}	1.477×10^{-1}	1.546×10^{-1}	1.465×10^{-1}	1.439×10^{-1}
				($l=4$)	100	1.003×10^{-1}	9.719×10^{-2}	1.016×10^{-1}	9.837×10^{-2}	9.700×10^{-2}
WFG6	100	100	3	10	10	4.857×10^{-1}	4.829×10^{-1}	4.589×10^{-1}	4.538×10^{-1}	4.538×10^{-1}
				($k=6$)	50	1.834×10^{-1}	1.690×10^{-1}	1.810×10^{-1}	1.846×10^{-1}	1.846×10^{-1}
				($l=4$)	100	1.345×10^{-1}	1.247×10^{-1}	1.346×10^{-1}	1.359×10^{-1}	1.359×10^{-1}
WFG7	100	100	3	10	10	5.090×10^{-1}	5.143×10^{-1}	5.014×10^{-1}	4.986×10^{-1}	4.986×10^{-1}
				($k=6$)	50	2.361×10^{-1}	2.246×10^{-1}	2.375×10^{-1}	2.345×10^{-1}	2.345×10^{-1}
				($l=4$)	100	1.779×10^{-1}	1.701×10^{-1}	1.722×10^{-1}	1.658×10^{-1}	1.664×10^{-1}
CF2	200	300	2	20	10	4.487×10^{-1}	4.484×10^{-1}	4.807×10^{-1}	4.719×10^{-1}	4.715×10^{-1}
					100	1.074×10^{-1}	9.756×10^{-2}	9.820×10^{-2}	1.023×10^{-1}	1.015×10^{-1}
					200	1.073×10^{-1}	9.058×10^{-2}	9.864×10^{-2}	9.672×10^{-2}	8.944×10^{-2}
CF7	200	300	2	20	10	1.747×10	1.751×10	1.720×10	1.742×10	1.765×10
					100	4.949×10^{-1}	5.319×10^{-1}	4.949×10^{-1}	6.665×10^{-1}	7.408×10^{-1}
					200	5.217×10^{-1}	3.410×10^{-1}	3.300×10^{-1}	3.072×10^{-1}	2.853×10^{-1}
C1DTLZ3	300	100	3	38	10	1.964×10^3	2.052×10^3	1.940×10^3	1.950×10^3	1.950×10^3
					150	9.702×10	1.660×10^2	1.783×10^2	2.002×10^2	1.956×10^2
					300	4.338×10	7.928×10	7.859×10	9.252×10	8.024×10
C2DTLZ2 convex	300	100	3	38	10	3.799	4.373	4.221	4.338	4.338
					150	7.416×10^{-2}	8.165×10^{-2}	7.831×10^{-2}	7.594×10^{-2}	7.828×10^{-2}
					300	7.111×10^{-2}	7.861×10^{-2}	7.477×10^{-2}	7.388×10^{-2}	7.260×10^{-2}
C3DTLZ1	300	100	3	38	10	7.123×10^2	6.939×10^2	6.765×10^2	6.938×10^3	6.938×10^3
					150	5.704×10	7.554×10	8.131×10	9.100×10	8.776×10^2
					300	1.921×10	2.938×10	3.119×10	3.399×10	3.508×10
Car Side Impact	300	500	3	7	10	2.222×10^{-1}	1.836×10^{-1}	1.861×10^{-1}	2.025×10^{-1}	1.824×10^{-1}
					150	2.896×10^{-2}	2.954×10^{-2}	2.934×10^{-2}	2.926×10^{-2}	2.879×10^{-2}
					300	2.289×10^{-2}	2.261×10^{-2}	2.230×10^{-2}	2.229×10^{-2}	2.258×10^{-2}
Welded Beam Design	300	500	2	4	10	2.932×10^{-1}	2.986×10^{-1}	2.495×10^{-1}	2.507×10^{-1}	2.507×10^{-1}
					150	6.491×10^{-2}	6.480×10^{-2}	5.166×10^{-2}	4.184×10^{-2}	3.196×10^{-2}
					300	3.929×10^{-2}	1.808×10^{-2}	4.589×10^{-2}	3.456×10^{-2}	1.863×10^{-2}

ため、有意水準 5%でウィルコクソンの順位和検定を行った結果、DTLZ2-4, UF9, CF2, CF7, C1DTLZ3, C2DTLZ2 convex, C3DTLZ1, Welded Beam Design 問題で有意差が確認された。

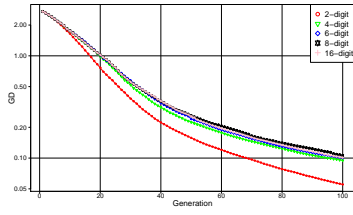
表 3.2.4 より、DTLZ2, 3, UF2, 9, CDTLZ 問題では、GD の結果同様、桁数が小さいもののほうが（粗く離散化したほうが）最終的な IGD 値が小さくなっていることが分かる。IGD 値は小さいほど収束性と多様性が優れていることを示す指標であることから、これらの問題では桁数が小さいほど多様性が向上する傾向があることが分かった。しかしながら、DTLZ4 においては、桁数が高いもののほうが最終的に良好な IGD 値を取っていることが分かる。DTLZ4 は DTLZ2 と同じような構造を持っているが、目的関数の位置を司る変数が $\alpha (= 100)$ 乗されており、非常に非線形性が強い問題となっている。そのため、感度が非常に高く、精細な探索が必要となる。このことから、DTLZ4 では、多様性を維持して探索を行うためには、単に粗く探索を行うのではなく、必要最低限な粒度の探索が必要であることが分かる。

次に離散化の影響が顕著に見られた DTLZ2, 3, 4 について、GD, IGD 値の世代ごとの推移と非劣解の分布を比較する。

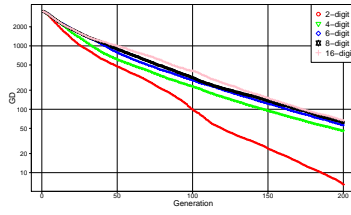
図 3.2.1 は、DTLZ2, 3, 4 それぞれの GD の世代ごとの推移を示している。図 3.2.1 より、いずれの問題においても、赤色の線で示した最も粗く離散化されている 2 桁の結果が良い結果となっていることが分かる。この結果からも、DTLZ 問題では粗く離散化するほど収束性が向上する傾向があることが分かる。

図 3.2.2 は、DTLZ2, 3, 4 それぞれの IGD の世代ごとの推移を示している。図 3.2.2 より、DTLZ2, 3 は GD の結果と同様に、最も粗く離散化されている 2 桁の結果が良い結果となっていることが分かる。一方で、DTLZ4 の結果は、2 桁の結果が最も悪く、細かい粒度を持った 8 桁や 16 桁の結果が最も良い結果となっていることが確認できる。

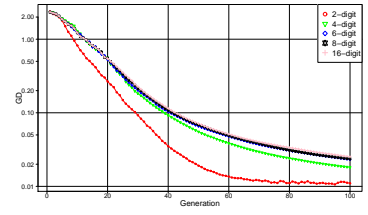
図 3.2.3, 3.2.4, 3.2.5 は、2 桁と 16 桁を用いた場合に DTLZ2, 3, 4 それぞれで最終的に得られた非劣解の分布である。図 3.2.3 から、DTLZ2 では、2 桁と 16 桁で得られる非劣解の分布には大きな違いはないことが分かった。図 3.2.4 から、DTLZ3 では、2 桁のほうが明らかに最適化方向である原点方向に進化が進んでおり、明らかに収束性が高いことが分かる。また、16 桁の結果では、極付近に解が集中して分布していることが分かる。これらの



(a) DTLZ2

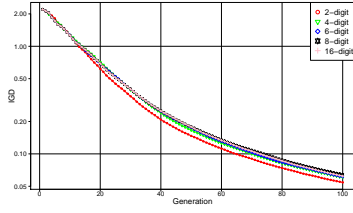


(b) DTLZ3

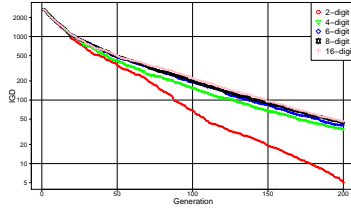


(c) DTLZ4

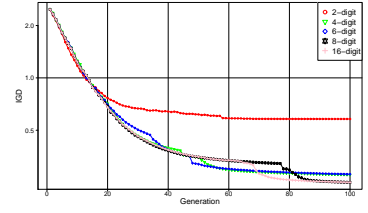
図 3.2.1: History of GD



(a) DTLZ2

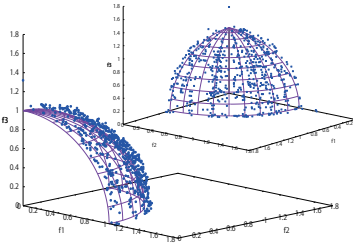


(b) DTLZ3

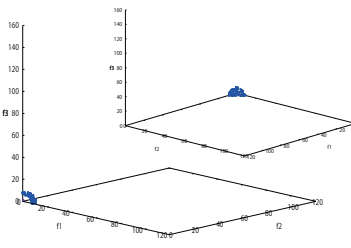


(c) DTLZ4

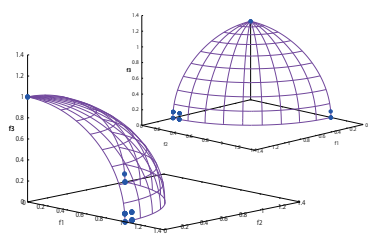
図 3.2.2: History of IGD



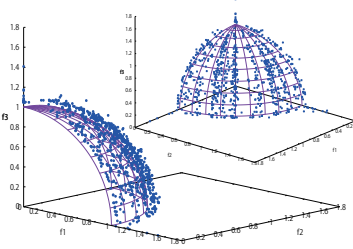
(a) 2-digit



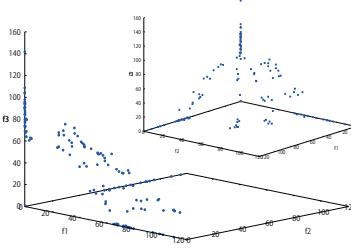
(a) 2-digit



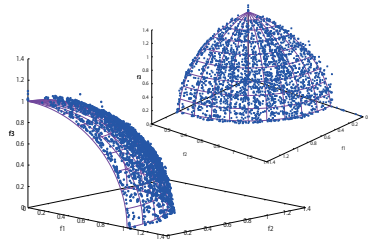
(a) 2-digit



(b) 16-digit



(b) 16-digit



(b) 16-digit

図 3.2.3: 非劣解の分布 (DTLZ2)

図 3.2.4: 非劣解の分布 (DTLZ3)

図 3.2.5: 非劣解の分布 (DTLZ4)

解は dominance-resistant solutions (DRSs)[] と呼ばれ、効率的な探索を妨げることが報告されている。DRSs については次節で詳しく述べることにする。一方で、2 桁の結果では、DRSs はほとんど発生していないことが分かる。図 3.2.5 から、DTLZ4 では、2 桁は局所的にしか解が得られていないことが分かる。対照的に 16 桁は真のパレートフロントを覆うように非劣解が得られていることが分かる。このことから、DTLZ4 においては、粗い離散化をしすぎると解の多様性が失われてしまうことが考えられる。

先行研究では、制御する桁数の違いにより進化に影響が出る原因を調べるため、さらなる検証が行われた。離散化する粒度の違いにより結果に違いが生まれる一つの要因として交叉 (SBX) と突然変異 (polynomial mutation) による分布の違いが考えられる。そこで、桁数の違いによる SBX, polynomial mutation の分布を比較した。

SBX に関しては $\eta_c = 30$, 親個体を (0.3,0.3), (0.7,0.7) に設定し、子個体がどのように分布するか 1000 回試行し、分布の違いを評価する。polynomial mutation に関しては、 $\eta_m = 20$, 親個体を (0.5,0.5) とし、SBX と同様に 1000 回試行し、分布の違いを評価する。

シミュレーション結果を図 3.2.6 , 図 3.2.7 に示す。また、図 3.2.8 には、生成される子個体の頻度ヒストグラムを示す。これらの図より、頻度に大きな違いが見られるが、取り得る値には大きな違いは見られない。それぞれの x 値, y 値ごとに Kolmogorov-Smirnov 検定を行い、分布の正規性を調べた結果、正規性であるという帰無仮説は棄却された。したがって、それぞれの分布には正規性がないと仮定し、Wilcoxon の順位和検定を行った。その結果、各分布に統計的有意な差があるという結果は得られなかった。故に、SBX と polynomial mutation には、有効桁数の違いによる影響はないと考えられる。

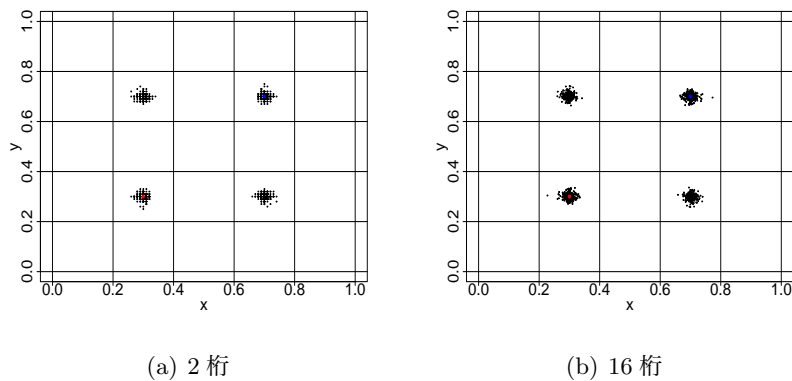


図 3.2.6: 有効桁数による SBX の分布比較

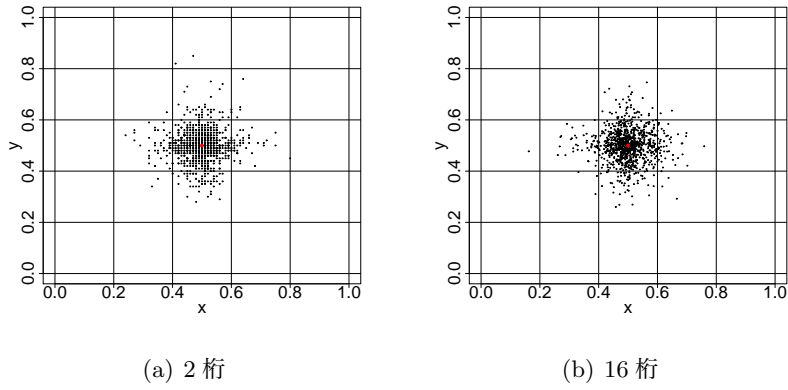


図 3.2.7: 有効桁数による polynomial mutation の分布比較

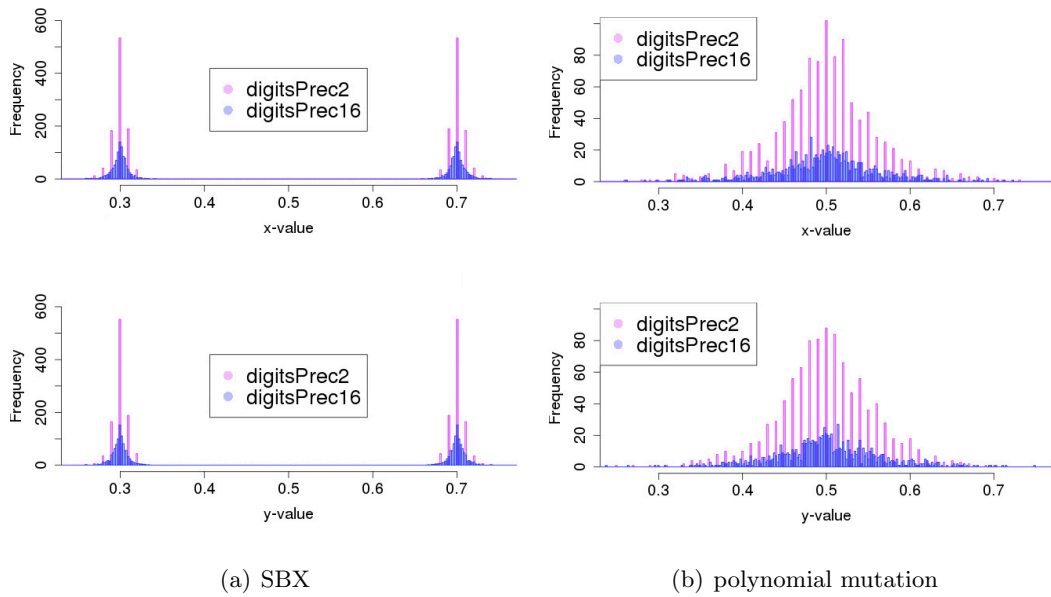


図 3.2.8: 頻度ヒストグラム

その他の原因を探るため、制御する桁数によって収束性に最も大きな差が見られる DTLZ3 に注目して検証する。図 3.2.1(b) より、2 桁と 16 桁では、20 世代目にはすでに GD に大きな差がついていることが分かる。

ここで、20 世代目における変数 x_1 , x_2 の累積頻度ヒストグラムをそれぞれ図 3.2.9(a), (b) に示す。DTLZ 問題は、目的関数空間において解の位置を司る変数と、距離を司る変数に分けられている。 x_1 , x_2 はいずれも、目的関数空間において解の位置を司る変数であり、本研究ではこれらの変数のことを位置変数と呼ぶこととする。図 3.2.9(a), (b) を見ると、どちらも 0 もしくは 1 付近に解が集中して分布していることが分かる。これは、位置変数が 0 もしくは 1 付近に分布した場合、目的関数空間において極付近に解が生成されるため、非劣解

になりやく、親子体として選択されることが多くなるためであると考えられる。これらの解は DRSs と呼ばれ、効率的な進化の妨げになることが報告されている。一方で、図 3.2.9(a), (b) を比較してみると、2 桁のもののほうが 0 もしくは 1 付近の解が少ないことが分かる。したがって、2 桁は DRSs の発生を抑制することができる可能性があり、DRSs の発生を抑制することができるために解の収束性が向上していることが考えられる。

この仮説を確認するため、DTLZ3 の 16 桁において、位置変数が 0 もしくは 1 付近に生成された場合に、その位置変数の桁数を 2 桁にすることで、DRSs の発生が抑制され進化が効率よく行われるか試みた (Modified Method)。今回は、位置変数 x_1, x_2 が 0.1 以下もしくは 0.9 以上の時に桁数を 2 桁に落とすこととした。計算条件は表 3.2.2 と同様である。

図 3.2.9(c) は、Modified Method を用いた場合の 20 世代目における位置変数 x_1, x_2 の累積頻度ヒストグラムを示したものである。また、表 3.2.5 は DTLZ3 において小数点以下 2 桁、16 桁で制御し最適化を行った場合と Modified Method を使用した場合の GD と IGD の平均値の推移を示している。図 3.2.10(a), (b) には各桁数と Modified Method を用いた場合の GD, IGD の推移を、(c) には Modified Method を使用した場合に最終的に得られた非劣解の分布を示す。

図 3.2.9 より、Modified Method は 16 桁と比較し、明らかに 0 もしくは 1 付近の解の分布の頻度が減少していることが分かる。このことから、DTLZ3 においては、桁数を小さくする（粗く離散化する）ことが DRSs の発生を抑制することに繋がっていることが分かった。また、表 3.2.5, 図 3.2.10(a), (b) より、Modified Method は 2 桁には及ばないものの、16 桁と比較し GD・IGD いずれも小さい値となっていることが分かる。このことから、桁数を小さくすることで DRSs の発生が抑制されたため、効率的に進化が進み収束性や多様性が向上したものと考えられる。さらに、図 3.2.10(c) より、やや DRSs は残っているものの、16 桁（図 3.2.4(b)）と比較すると減少していることが分かる。

以上より、先行研究においては、NSGA-II と 16 個の多目的ベンチマーク問題を用いて設計変数の離散化の影響を評価した結果、粗く離散化するほど解の収束速度が向上することが分かった。一方で、DTLZ4 等の非線形性が非常に強い問題では、粗く離散化しすぎると解の多様性が失われてしまう可能性があることが分かった。また、DTLZ3 においては、粗く離散化することで DRSs の発生が避けられ、解の収束性が向上したことが確認できた。これらの結果から、問題に応じて各設計変数を適切に設定することで、効率的に探索を進めるこ

とができる可能性があることが分かった。さらに、動的に離散化する大きさを変更することが、効率的探索に繋がる可能性を示唆した。

先行研究における今後の課題として、最適化を行う前に適切に離散化を行うことが難しいことが挙げられていた。

そこで、本研究では、設計変数を適応的に離散化を行うことで、効率的探索を行う手法を提案することを目的とし研究を進める。

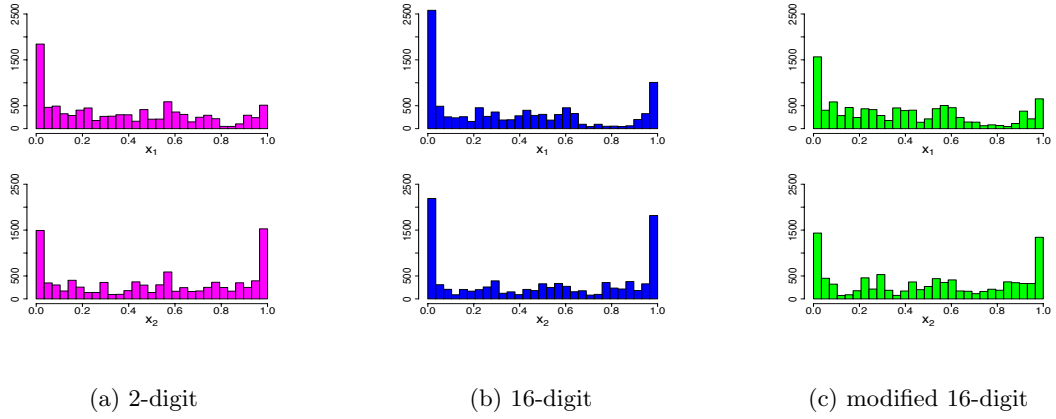


図 3.2.9: Cumulative-frequency histograms of position variables x_1 and x_2 obtained using 2- and 16- and modified 16-digit.

表 3.2.5: Averaged GD and IGD at 10th, half and final generation for using 2-digit, 16-digit, modified 16-digit on DTLZ3. Best performance is shown in bold.

problem	MG	PS	Obj.	Var.	Gen	2-digit	16-digit	Modified Method (16-digit)
						GD	GD	GD
DTLZ3	200	500	3	38	10	2.191×10^3	2.508×10^3	2.210×10^3
					100	9.935×10	4.039×10^2	1.554×10^2
					200	6.521	6.669×10	2.345×10
DTLZ3	200	500	3	38	10	1.657×10^3	1.666×10^3	1.675×10^3
					100	6.871×10	2.195×10^2	1.090×10^2
					200	5.059	4.607×10	1.867×10

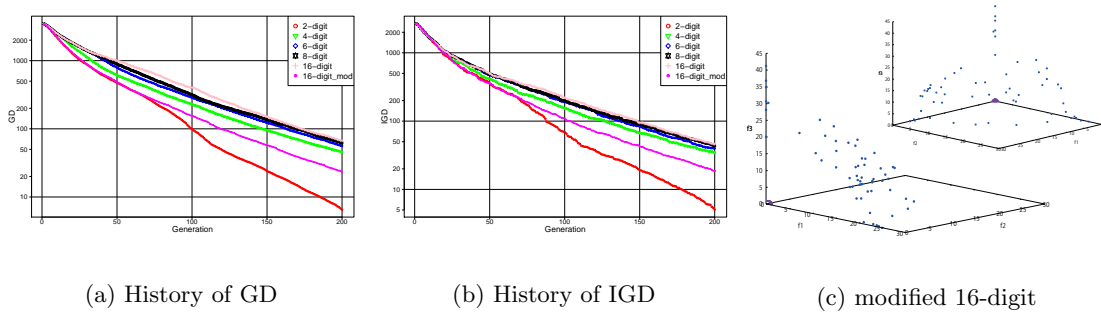


図 3.2.10: GD / IGD histories and plots of final non-dominated individuals in the case of using modified 16-digit on DTLZ3.

3.2.1 DRSs

NSGA-II などの、解の優越性に基づいて個体を評価する最適化アルゴリズムでは、解空間の極付近に存在する解が、非劣解として生存しやすくなる。このような解は、他の個体に支配されにくく、他の非劣解より収束が悪くても生存しやすい。DRSs とは、非劣解の中でも収束性が悪いにも関わらず、長い世代淘汰されずに残り続ける解のことである。DRSs のイメージを図 3.2.11 に示す。

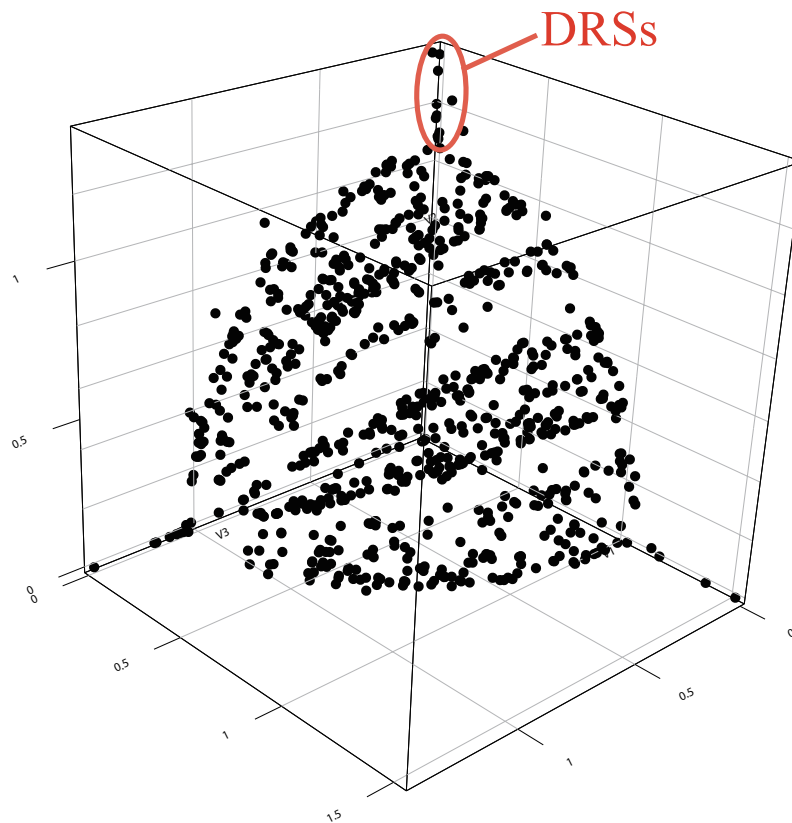


図 3.2.11: DRSs のイメージ

DRSs が多く存在すると、その周辺に次の個体が多く生成されるため、進化の効率が悪くなってしまうことが知られている。