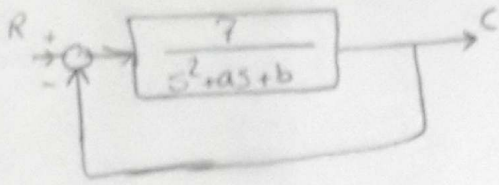


ج ۱) منظور از سریعترین پاسخ ممکن،

حالت میزبانی بحرانی است که در این حالت

سیستم های ممانده مشخصه تکراری باشند



$$D(s) = s^2 + as + b + 7$$

$$a^2 - 4(b+7) = 0 \Rightarrow \boxed{a^2 - 4b = 28}$$

← a و b باید طوری انتخاب شوند که در ممانده بال صفر کنند

ج ۲

$$y''(t) + 4y'(t) + 20y(t) = r(t)$$

ابتدا ممانده مشخصه سیستم را بدست می آوریم. حال که ممانده فرکانس (سیستم میزبانی)

ضعیف در $\frac{\pi}{\omega_d}$ رخ می دهد

$$T(s) = \frac{1}{s^2 + 4s + 20}$$

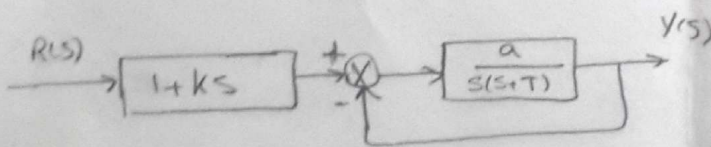
$$\Rightarrow \begin{cases} \omega_n = 2\sqrt{5} \\ 2\xi\omega_n = 4 \end{cases} \Rightarrow \xi = \frac{1}{\sqrt{5}} \Rightarrow T_p = \frac{\pi}{\omega_d} = \frac{\pi}{\omega_n \sqrt{1-\xi^2}} = \frac{\pi}{4}$$

ج ۳

$$s_{1,2} = -\sqrt{3} \pm j3 \equiv -\xi\omega_n \pm j\omega_d$$

$$T_p = \frac{\pi}{\omega_d} = \frac{\pi}{3} \quad T_s = \frac{4}{\xi\omega_n} = \frac{4}{\sqrt{3}}$$

ج ۴



$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{(1+ks) \frac{a}{s(s+T)}}{1 + \frac{a}{s(s+T)}} = \frac{a(1+ks)}{s(s+T)+a}$$

خطای e(t) را به فرم زیر تعریف می کنیم:

$$E(s) = R(s) - C(s) = R(s) \left[1 - \frac{C(s)}{R(s)} \right]$$

$$= \frac{b}{s^2} \left[1 - \frac{a(1+ks)}{s(s+T)+a} \right] \Rightarrow SE(s) = \frac{b[s(T-ak)]}{s(s+T)+a}$$

$$\text{if } T-ak=0 \Rightarrow \boxed{k = \frac{T}{a}} \quad e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} SE(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{bs}{s(s+T)+a} = 0$$

HW #3

(2)



8 January 2012 • ۱۱ صفر ۱۴۳۲

۱۲ صفر ۱۴۳۲ • 7 January 2012

ج ۵

مطابق شکل خطای ماندگار و روستی به ۰.۲ است

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{k G(s)}{1 + G(s)}$$

$$Y(s) - R(s) = \left(\frac{k G(s)}{1 + G(s)} - 1 \right) R(s) = \left(\frac{k G(s) - 1 - G(s)}{1 + G(s)} \right) R(s)$$

$$e_{ss} = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{k G(s) - 1 - G(s)}{1 + G(s)} = \frac{k G(0) - 1 - G(0)}{1 + G(0)} \quad (1)$$

if $k=1$: $e_{ss} = 0.2 = \frac{1}{1+k_p} \Rightarrow k_p + 1 = 5 \Rightarrow k_p = 4$

$$\Rightarrow G(0) = 4 \quad (2)$$

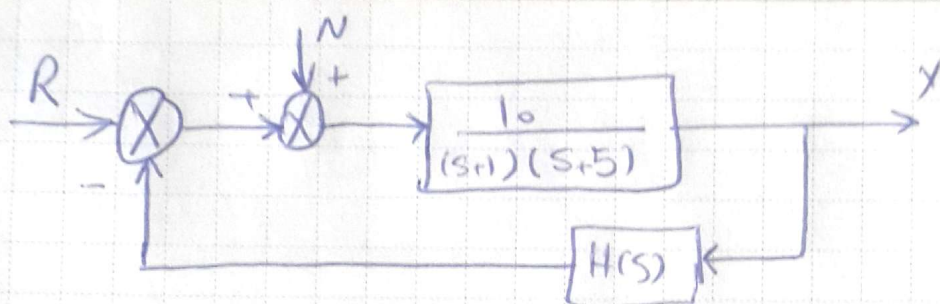
$$(1), (2) : \frac{4k - 1 - 4}{5} = 0 \Rightarrow 4k = 5 \Rightarrow k = \frac{5}{4}$$

$$\Rightarrow k \leq 1.25$$

10 January 2012 ♦ ۱۶ صفر ۱۴۳۳

9 January 2012 ♦ ۱۵ صفر ۱۴۳۳

ح ۶



$$G(s) = \frac{10}{(s+1)(s+5)} \Rightarrow Y(s) = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)} N(s)$$

با توجه به تابع تبدیل حلقه بسته برای پاسخ بدون اغتشاش،

باید $H(s)$ قطب ورودی $N(s)$ یعنی قطب در مبدأ $(s=0)$

را شامل باشد، همچنین باید توجه شود که تابع $H(s)$ باید

به گونه ای باشد که موجب ناپایداری کل سیستم نشود

و بشرط ناپایداری نیز برقرار باشد. در این جا تابع دلفوا

$$H(s) = \frac{0.5}{s(s+1)} \text{ را پیشنهاد می دهیم.}$$

HW #3 (4)

(۷ ج)

$$Y(s) = G(s) U(s)$$

$$U(s) = \frac{1}{s+1}$$

$$G(s) = \frac{2(s+3)}{(s+1)(s+2)}$$

$$\Rightarrow Y(s) = \frac{2(s+3)}{(s+1)^2(s+2)}$$

$$Y(s) = \frac{A}{(s+1)^2} + \frac{B}{s+1} + \frac{C}{s+2} = \frac{2(s+3)}{(s+1)^2(s+2)}$$

$$\Rightarrow A(s+2) + B(s+1)(s+2) + C(s+1)^2 = 2(s+3)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} A = 4 \\ B = -2 \\ C = 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow y(t) = 4te^{-t} - 2e^{-t} + 2e^{-2t}$$

دی ۱۳۹۰

HW #3 (5)



15 January 2012 • ٢١ صفر ١٤٣٣

14 January 2012 • ٢٠ صفر ١٤٣٣

(8 ج) $\Delta(s) = s^2 + (\alpha + \beta + 1)s + \beta + \gamma = 0$ \Rightarrow $\beta + \gamma = 1$

$$s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2 = s^2 + (\alpha + \beta + 1)s + \beta + \gamma \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \beta + \gamma = 1 \\ \alpha + \beta + 1 = 2\zeta\omega_n \end{array} \right.$$

$\%OS = e^{\frac{-\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}} \times 100 = 16.3 \Rightarrow \boxed{\zeta = 0.5}$ $\Rightarrow \alpha + \beta + 1 = 1$ (1)

$$t_s = \frac{4}{\zeta\omega_n} = 8 \Rightarrow \boxed{\omega_n = 1}$$

$$E(s) = \frac{1}{1 + \frac{\alpha s + \beta}{s + \gamma}} \times \frac{1}{s} \Rightarrow e_{\infty} = \lim_{s \rightarrow 0} s \times \frac{1}{1 + \frac{\alpha s + \beta}{s + \gamma}} \times \frac{1}{s}$$

$$\Rightarrow e_{\infty} = \frac{1}{1 + \beta/\gamma} = 0 \Rightarrow \frac{\gamma}{\beta + \gamma} = 0 \Rightarrow \gamma = 0 \quad (2)$$

(1), (2) $\Rightarrow \beta = 1, \alpha = 0$