

Obsah

Seznam obrázků	ix
Seznam zkratk a symbolů	xi
1 Úvod	1
2 Prostory	7
2.1 Hierarchie prostorů	8
2.1.1 Vektorové prostory (lineární prostory, L-prostory)	9
2.1.2 Topologické prostory (T-prostory)	11
2.1.3 Metrické prostory (M-prostory)	14
2.1.4 Topologické lineární prostory (TL-prostory)	16
2.1.5 Metrické lineární prostory (ML-prostory)	17
2.1.6 Normované lineární prostory (NL-prostory)	17
2.1.7 Prostory s vnitřním součinem (VS-prostory)	19
2.2 Kompaktní množiny	22
2.3 Přehled standardních NL-prostorů a VS-prostorů	23
2.3.1 NL-prostory L^p a ℓ^p , $1 \leq p \leq \infty$ ($p \in \mathbb{R}^*$)	23
2.3.2 Funkce koncentrované v čase a frekvenci (TF-prostory)	30
2.3.3 Frekvenčně omezené funkce (Paleyho–Wienerovy prostory) ..	33
2.3.4 Hardyho prostory	34
2.3.5 Prostory periodických a periodizovatelných funkcí v L^2	35
3 Operátory v normovaných prostorech a v prostorech s vnitřním součinem	37
3.1 Spojité lineární operátory	37
3.2 Adjungované operátory	47
3.3 Samoadjungované operátory	50
3.4 Kompaktní operátory	61
3.5 Unitární operátory	63
4 Inverze spojitých lineárních operátorů	69
4.1 Teoretická východiska	70
4.2 Konstrukce inverze	75
5 Pseudoinverze spojitých lineárních operátorů	79
6 Úplné systémy: ortonormální báze, Rieszovy báze a framy	91
6.1 Úplné systémy a báze	92
6.2 Ortonormální báze	101
6.3 Rieszovy báze	106
6.4 Framy	109
6.5 Framové reprezentace v Hilbertově prostoru. Princip duality	116

7	Spektrální analýza operátorů	127
7.1	Spektrální teorie samoadjungovaných operátorů v H -prostorech	129
8	Hilbertovy prostory s reprodukcí jádrem	137
8.1	Základy teorie	138
8.2	Jádrové funkce	144
8.2.1	Konstrukce reprodukcí jader v RKHS-prostorech	144
8.2.2	Invariantní operace s jádrovými funkcemi	149
8.3	Ilustrační příklady	159
8.4	Rekapitulace ke konstrukci RKHS-prostorů	168
8.4.1	H -prostory	169
8.4.2	Funkcionální H -prostory	170
8.4.3	RKHS-prostory	171
8.4.4	Lineární RKHS-model	178
8.5	Aplikace	179
8.5.1	Interpolace v RKHS-prostorech	179
8.5.2	Aproximace v RKHS-prostorech	182
9	Moderní reprezentační systémy (báze, framy) ve zpracování signálů	185
A	Faktor prostory a přímý součet vektorových prostorů	199
B	Metriky, normy a operátory	203
B.1	p -metriky a p -normy	203
B.2	Ekvivalentní metriky a normy	207
B.3	Operátory Fredholmova typu	208
B.4	Tenzorové součiny	210
C	Fourierova řada a Fourierova transformace	215
C.1	Fourierova řada	215
C.1.1	Parsevalova identita (PI)	218
C.1.2	Diskretizace Fourierovy řady	220
C.1.3	Diskrétní Fourierova transformace posloupností	223
C.2	Konvoluční operátory	224
C.2.1	Integrální konvoluční operátory	225
C.2.2	Diskrétní konvoluční operátory	235
D	Důkazy vybraných tvrzení	245
E	Řešení vybraných cvičení	251
F	Algoritmy inverze a pseudoinverze operátorů	261
G	Shrnutí obsahu formou tabulek	273
H	Obsah repozitáře	277
	Literatura	279
	Summary	281
	Rejstřík	285

Seznam obrázků

2.1	Schéma hierarchie prostorů	8
2.2	Funkce v prostorech $L^1 \setminus L^2$ a $L^2 \setminus L^1$	26
2.3	Příklady funkcí v L^1 a L^2 a koincidence těchto prostorů	27
2.4	Funkce z prostoru $PW_{\frac{1}{2}}$, její vzorky v čase a její rekonstrukce pomocí báze $\{\text{sinc}(t - n)\}_{n \in \mathbb{Z}}$	34
3.1	Vektory na povrchu jednotkové koule po aplikování matic T_0, T_1, T_2	40
3.2	Výpočet normy vektoru na základě důsledku 3.27	46
3.3	Konstrukce adjungovaného operátoru	48
3.4	Třídy omezených operátorů v $\mathcal{B}(H, H)$ nad \mathbb{F}	57
3.5	Projekce povrchu jednotkové koule v prostoru \mathbb{R}^3 na podprostor generovaný danými vektory	58
3.6	Ilustrace převodu barevného obrázku do stupňů šedi jakožto projekce	60
3.7	Ilustrace k příkladu projekce 3.73	61
4.1	Rozklad prostorů	70
5.1	Grafické znázornění příkladu 5.5	81
5.2	Oblasti numerické stability pro operátor T	87
6.1	Ukázka aproximace funkce $\sin t$ polynomem stupně 3	110
6.2	Ukázka Parsevalova framu získaného projekcí ONB na podprostor nižší dimenze	114
6.3	Mercedes–Benz frame	115
6.4	Příklad jednoduchého framu a jeho (kanonického) duálního framu	118
7.1	Ilustrace rozložení hodnot spektra operátoru T	128
8.1	Ilustrace konstrukce z části (2) důkazu věty 8.26	148
8.2	Ilustrace příkladu souřadnicové reprezentace funkcí	164
9.1	Ortonormální báze a frame pro \mathbb{C}^8	186
9.2	Reálná kosinová ortonormální báze prostoru \mathbb{R}^8	187
9.3	Šedesát čtyři prvků DCT ortonormální báze prostoru $\mathbb{R}^{8 \times 8}$	188

9.4	Vlnka „Daubechies 2“ jakožto mateřská funkce ψ a funkce z ní odvozená dilatací a posunem	190
9.5	Příklad vlnkových báзовých vektorů v diskretním případě	193
9.6	Několik prvků rekonstrukční báze Φ' pro prostor $\mathbb{R}^{128 \times 128}$	194
9.7	Spektrogramy úryvků hudebních signálů	195
9.8	Symetrické B-splajny řádů 2, 3 a 4	196
9.9	Ukázka několika atomů Gaborova framu složeného z posunutých a modulovaných B-splajnů	196
9.10	Několik prvků z vlnkového paketu pro vlnku „Daubechies 2“	197
B.1	Jednotkové koule ve vybraných p -metrikách/normách	205
C.1	Ukázky součtů prvních K harmonických složek usměrněného kosinu .	219
C.2	Ukázky součtů prvních K harmonických složek pilové funkce	219
C.3	Srovnání růstu složitosti DFT a FFT pro rostoucí délku signálu	222
C.4	Demonstrace filtrace signálu	242
E.1	Ilustrace řešení cvičení 5.17	253