

Rakel María Brynjólfssdóttir  
Verkefni 4

rmb3@hls  
Skil: 25.09.15

Dæmi 14.

Reiknaðu afleiðu eftirfarandi falla:

a)  $x \ln(x) - x$

$$\begin{aligned}\frac{d}{dx} x \ln(x) - x &= 1 \cdot \ln(x) + x \cdot \frac{1}{x} - 1 \\ &= \ln(x)\end{aligned}$$

b)  $\cos^x(i)$       $\cos^x(z) < 0$

$$\frac{d}{dx} (\cos(z))^x = \cos^x(z) (\log(-\cos(z)) + i\pi)$$

c)  $x^{2x}$

$$y = x^{2x}$$

$$\ln(y) = 2x \ln(x)$$

$$\frac{1}{y} \cdot \frac{dy}{dx} = 2 \ln(x) + 2x \cdot \frac{1}{x}$$

$$\frac{1}{y} \cdot \frac{dy}{dx} = 2(\ln(x) + 1)$$

$$\frac{dy}{dx} = 2y(\ln(x) + 1)$$

$$\frac{dy}{dx} = 2x^{2x}(\ln(x) + 1)$$



Dæmi 15

Sýndu að  $\ln(x)^r = r \ln(x)$

hátum  $m = \log_a x$

$$x = a^m$$

$$x^r = (a^m)^r$$

$$\log_a x^r = mr$$

munum að  $m = \log_a x$

$$\log_a x^r = r \log_a x$$

Dæmi 16

Teikna graf  $\sin(x)$  á bilinu  $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$  með því að nota Taylor margliðu  $\sin(x)$  með miðju ~~á~~  $a=0$ . Kollum margliðuna  $P(x)$  hefurleg skekka:

$$-0.01 < E(x) = \sin(x) - P(x) < 0.01$$

i) af hversu háu stig þarf Taylor margliðan að vera svo að þetta sé uppfyllt?

$$\sin(\frac{\pi}{2}) - (\frac{\pi}{2} - \frac{(\frac{\pi}{2})^3}{3!}) = 0.075$$

$$\sin(\frac{\pi}{2}) - (\frac{\pi}{2} - \frac{(\frac{\pi}{2})^3}{3!} + \frac{(\frac{\pi}{2})^5}{5!}) = -0.00452$$

hún þarf að vera af stigi 5

Finnid  $P(x)$

ii)  $f(x) = \sin(x)$

$$f(0) = 0$$

$$f'(x) = \cos(x)$$

$$f'(0) = 1$$

$$f''(x) = -\sin(x)$$

$$f''(0) = 0$$

$$f'''(x) = -\cos(x)$$

$$f'''(0) = -1$$

$$f^{(4)}(x) = \sin(x)$$

$$f^{(4)}(0) = 0$$

$$f^{(5)}(x) = \cos(x)$$

$$f^{(5)}(0) = 1$$



$$p(x) = f(0) + f'(0)x + f''(0) \cdot \frac{1}{2}x^2 + f'''(0) \cdot \frac{1}{2 \cdot 3}x^3 + f^{(4)}(0) \frac{1}{4!}x^4 \dots f^{(n)}(0) \frac{x^n}{n!}$$

$$P(x) = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} \dots$$

III) Teiknið graf  $P$  og graf  $\sin$  á bilinu  $[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$

IV) Teiknið aðra mynd af skekkjunni  $E$ .

V) Hver er mesta skekkjan á bilinu?

Á meðfylgjandi mynd sést að skekkjan sé um það bil 0.07, sem er meira en 0.01

Dæmi 17.

Reiknið markgildin

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos mx - \cos nx}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-m \sin(mx) + n \sin(nx)}{2x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(n \sin(nx) - m \sin(mx))}{2}$$

diffurum after

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{n^2 \cos(nx) - m^2 \cos(mx)}{2} = \frac{n^2 - m^2}{2}$$

$$b) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(x^{42})}{2x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{42}{x}}{1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{42}{x}$$

diffurum after

$$\lim_{x \rightarrow \infty} = \frac{0}{1} = 0$$