

## Расчет кулачкового механизма

### Исходные данные

Рабочий угол кулачка:	$\varphi_p := 330\text{deg}$
Угол подъема:	$\varphi_{II} := 165\text{deg}$
Угол спада:	$\varphi_{сП} := 165\text{deg}$
Допустимый угол давления:	$\theta_{\text{доп}} := 16\text{deg}$
Эксцентриситет:	$e_x := 0$
Ход толкателя:	$h := 0.01$
Отношение ускорений:	$\lambda = \frac{a_1}{a_2} \quad \lambda := 2$

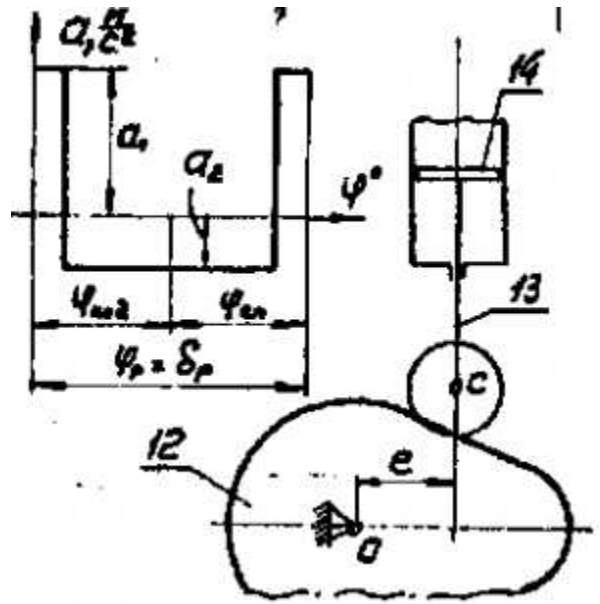


Рис.1 Вид функции ускорения толкателя и внешний вид кулачка

### Расчет

Из условия равенства площадей:  $\varphi_{21} = \varphi_{11} \cdot \lambda$

Из условия равенства угла подъема и спада:  $\varphi_{11} + \varphi_{21} = \frac{\varphi_p}{2}$

Первое приближение:  $\varphi_{11} := 10\text{deg} \quad \varphi_{21} := 10\text{deg}$

Решение :

$$\text{Given} \quad \varphi_{21} = \varphi_{11} \cdot \lambda \quad \varphi_{11} + \varphi_{21} = \frac{\varphi_p}{2}$$

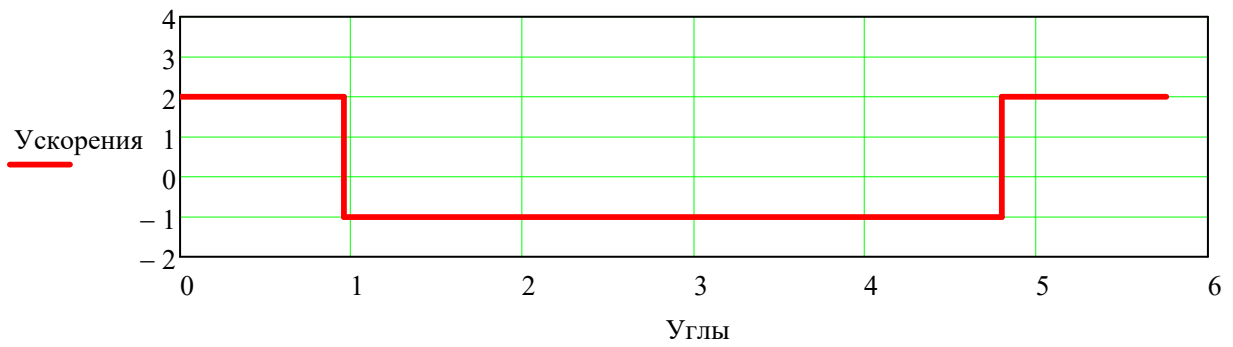
$$\Phi := \text{Find}(\varphi_{11}, \varphi_{21}) = \begin{pmatrix} 55 \\ 110 \end{pmatrix} \cdot \text{deg}$$

Переобозначаем решение:  $\varphi_1 := \Phi_0 = 55 \cdot \text{deg} \quad \varphi_2 := \Phi_1 = 110 \cdot \text{deg}$

В относительных единицах функция ускорения толкателя примет вид:

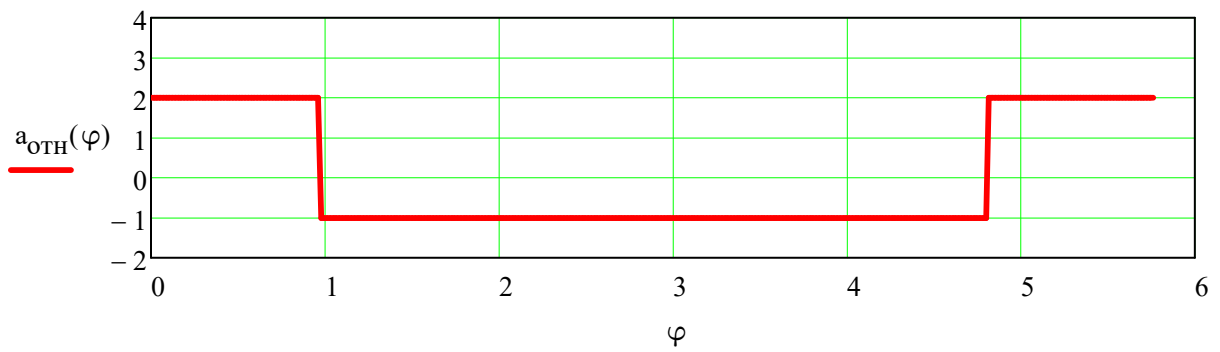
$$\text{Пусть:} \quad a_2 := 1 \quad a_1 := \lambda \cdot a_2 = 2 \quad k := 0.001 \cdot \text{deg}$$

$$\text{Ускорения} := \begin{pmatrix} a_1 \\ a_1 \\ -a_2 \\ -a_2 \\ a_1 \\ a_1 \end{pmatrix} \quad \text{Углы} := \begin{pmatrix} 0 \\ \varphi_1 \\ \varphi_1 + k \\ \varphi_1 + 2\varphi_2 \\ \varphi_1 + 2\varphi_2 + k \\ 2\varphi_1 + 2\varphi_2 \end{pmatrix}$$



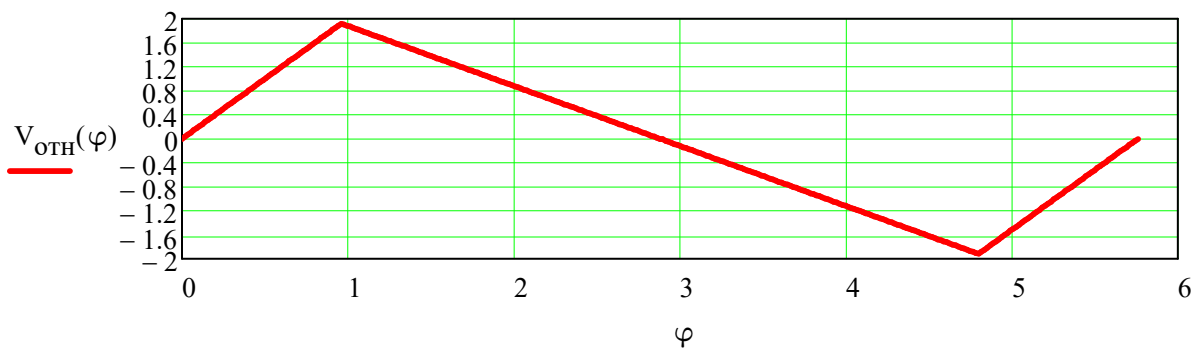
Для нахождения истинных значений  $a_1$  и  $a_2$  два раза проинтегрируем данную функцию:

Интерполяция графика ускорений толкателя:  $a_{\text{отн}}(\varphi) := \text{linterp}(\text{Углы}, \text{Ускорения}, \varphi)$   
 $\varphi := 0, 1\text{deg}.. \varphi_p$



Скорость толкателя:

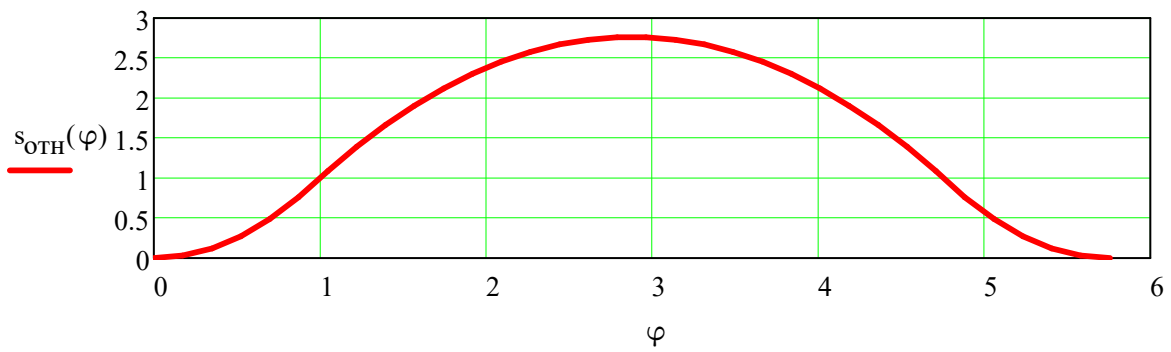
$$V_{\text{отн}}(\varphi) := \int_0^{\varphi} a_{\text{отн}}(\varphi) d\varphi$$



Перемещение толкателя:

$$s_{\text{отн}}(\varphi) := \int_0^{\varphi} V_{\text{отн}}(\varphi) d\varphi$$

$$\varphi := 0, 10\text{deg}.. \varphi_p$$



Реальные значения  $a_1$  и  $a_2$

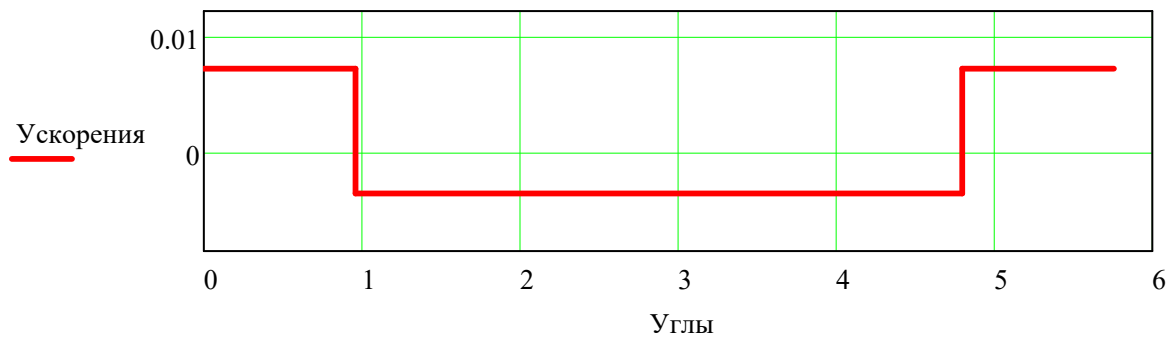
$$\varphi := 0,1 \text{deg}.. \varphi_p$$

$$a_{2\text{ист}} := \frac{h}{s_{OTH}(\varphi_1 + \varphi_2)} = 0.00362$$

$$a_{1\text{ист}} := a_{2\text{ист}} \cdot \lambda = 0.00724$$

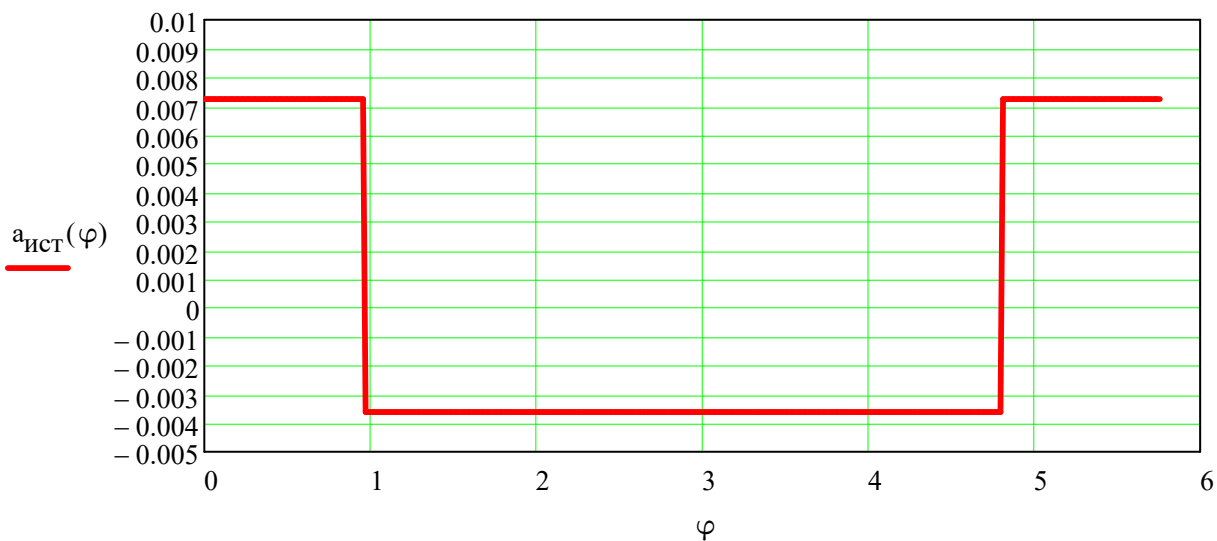
Функция ускорения толкателя примет вид:

$$\begin{array}{l} \text{Ускорения} := \begin{pmatrix} a_{1\text{ист}} \\ a_{1\text{ист}} \\ -a_{2\text{ист}} \\ -a_{2\text{ист}} \\ a_{1\text{ист}} \\ a_{1\text{ист}} \end{pmatrix} \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{Углы} := \begin{pmatrix} 0 \\ \varphi_1 \\ \varphi_1 + k \\ \varphi_1 + 2\varphi_2 \\ \varphi_1 + 2\varphi_2 + k \\ 2\varphi_1 + 2\varphi_2 \end{pmatrix} \end{array}$$



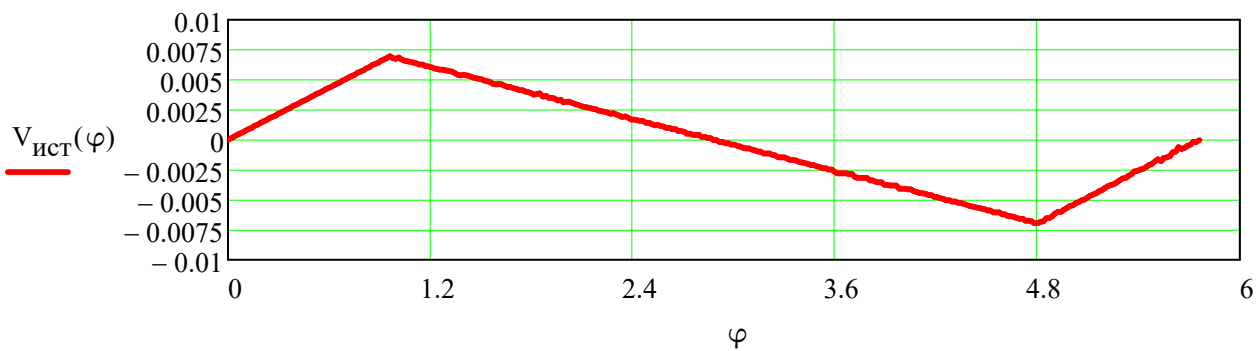
Интерполяция графика ускорений толкателя:

$$a_{\text{ист}}(\varphi) := \text{linterp}(\text{Углы}, \text{Ускорения}, \varphi)$$



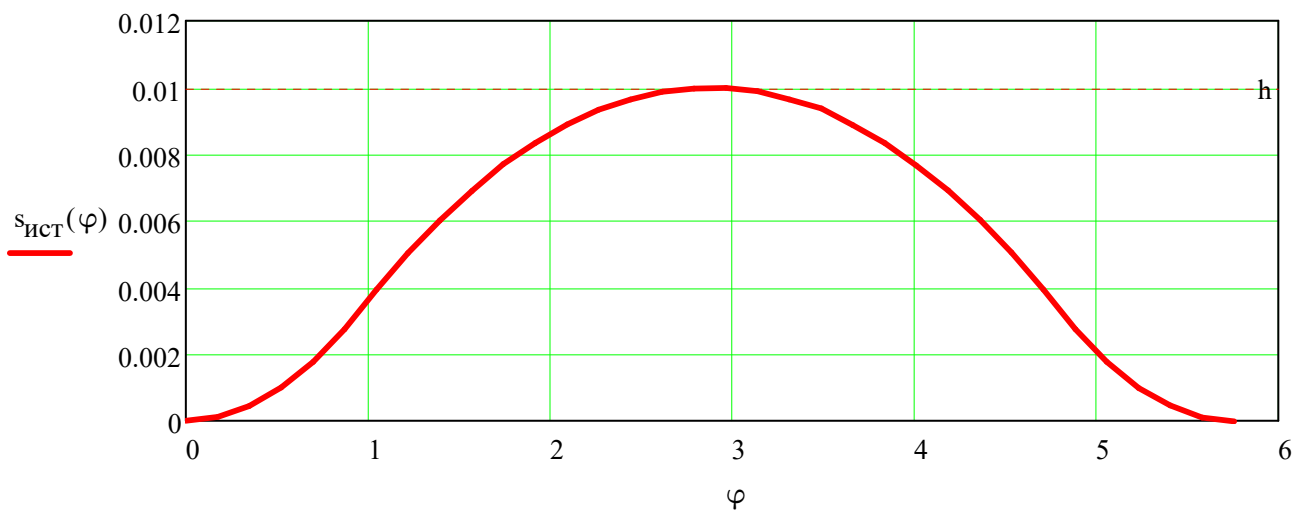
Скорость толкателя:

$$V_{\text{ист}}(\varphi) := \begin{cases} \int_0^{\varphi} a_{\text{ист}}(\varphi) d\varphi & \text{if } 0 \leq \varphi \leq \varphi_p \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$



Перемещение толкателя:

$$s_{\text{ист}}(\varphi) := \begin{cases} \int_0^{\varphi} V_{\text{ист}}(\varphi) d\varphi & \text{if } 0 \leq \varphi \leq \varphi_p \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad \varphi := 0, 10\text{deg}.. \varphi_D$$

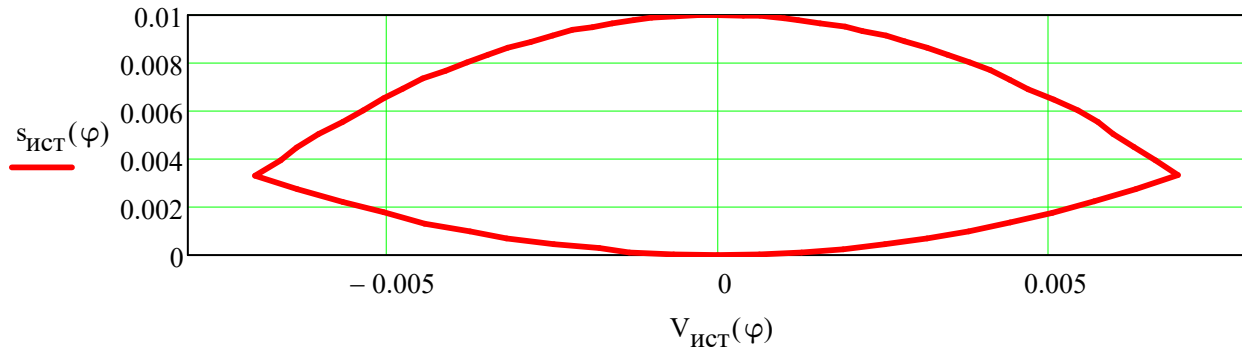


$$s_{\text{ист}}\left(\frac{\varphi_p}{2}\right) = 0.01 \quad \text{Перемещение совпадает с расчетным:} \quad h = 0.01$$

### Определение основных размеров механизма

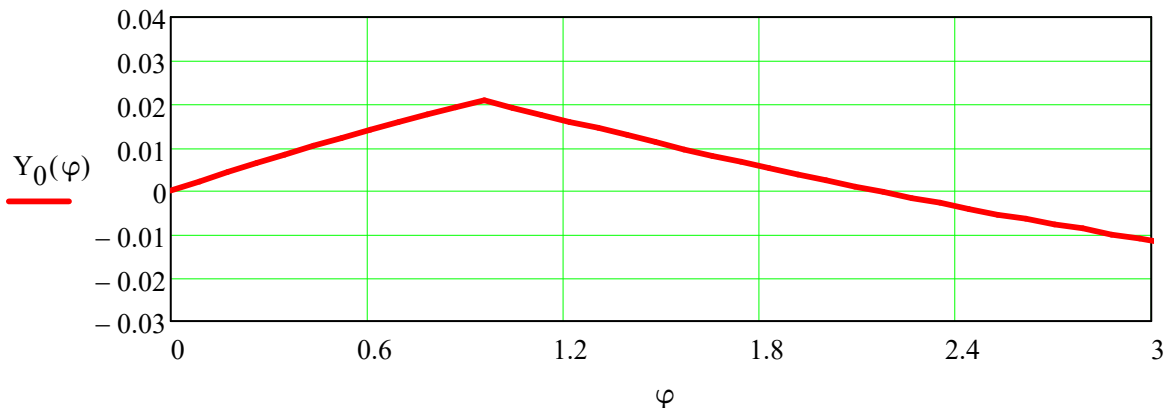
$$\varphi := 0,5\text{deg}.. \varphi_p$$

Фазовый портрет кулачкового механизма:



ОДР определяем из условий невозможности превышения максимально допустимого угла давления

$$Y_0(\varphi) := \frac{V_{\text{ист}}(\varphi) + ex}{\tan(\theta_{\text{доп}})} - s_{\text{ист}}(\varphi) \quad f_{c1} := 10\text{deg}$$



$$f_{\text{crit}} := \text{Maximize}(Y_0, f_{c1}) = 0.962 \quad Y_0(f_{\text{crit}}) = 0.021$$

Уравнения линий, касательных к фазовому портрету, имеют вид

$$x1(y) := -\tan(\theta_{\text{доп}}) \cdot (y + Y_0(f_{\text{crit}}))$$

$$x2(y) := \tan(\theta_{\text{доп}}) \cdot (y + Y_0(f_{\text{crit}}))$$

$$y := -1.3 \cdot Y_0(f_{\text{crit}}), -1.1 \cdot Y_0(f_{\text{crit}}) .. h$$

$$Y_{01} := Y_0(f_{\text{crit}})$$

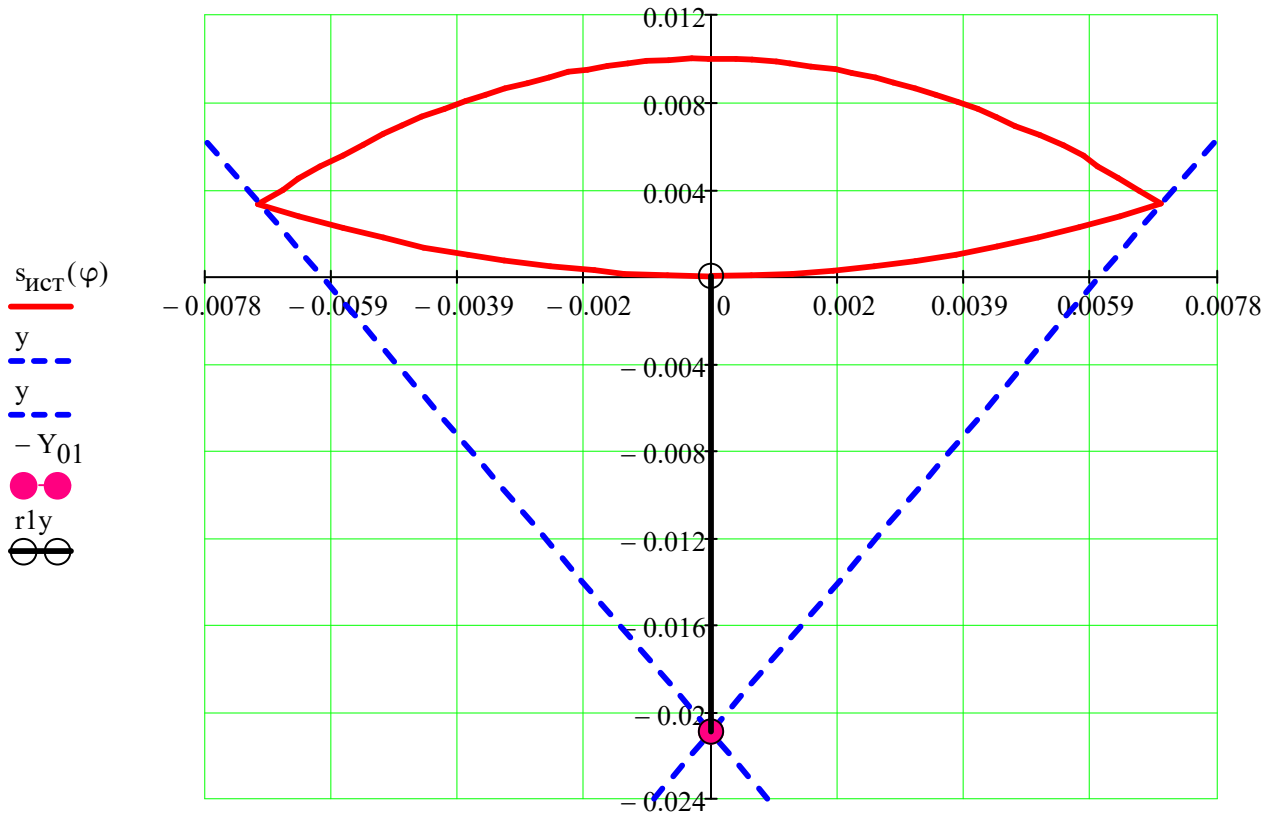
Выбираем из ряда Ra40. Ближайшее значение в большую сторону:

$$s_0 := |Y_{01}| = 0.021$$

Радиус центрального профиля кулачка:  $r_0 := \sqrt{Y_{01}^2 + ex^2} = 0.021$

Линия на графике:

$$r1x := \begin{pmatrix} -ex \\ 0 \end{pmatrix} \quad r1y := \begin{pmatrix} -Y_{01} \\ 0 \end{pmatrix}$$



$$V_{ист}(\varphi), x1(y), x2(y), -ex, r1x$$

Радиус ролика:  $R := 0.25 \cdot r_0 = 0.005231$

Из ряда Ra40 ближайшее значение:  $R := 0.0055$

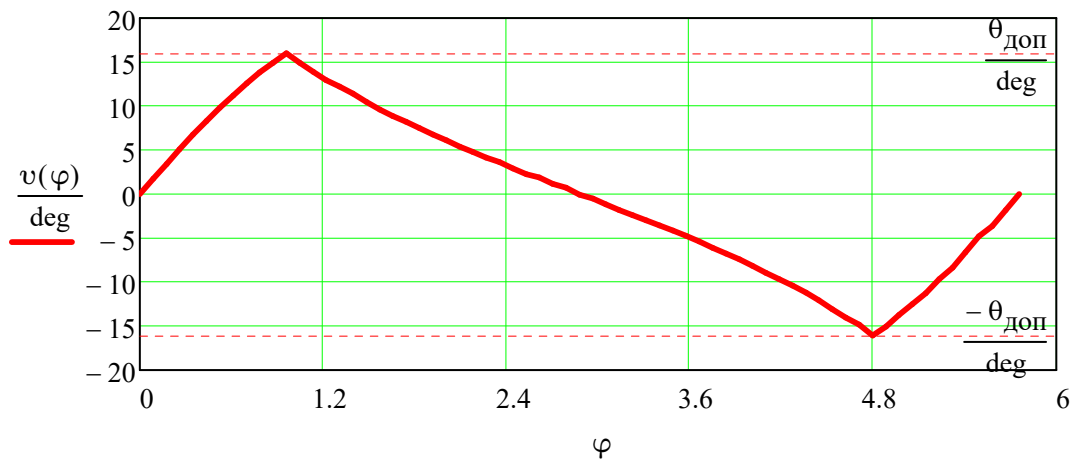
Радиус начальной шайбы кулачка:  $r_0 = 0.021$

Построим график изменения угла давления:

Угол давления определяет положение нормали в высшей кинематической паре относительно вектора линейной скорости контактной точки ведомого звена.

Т.к движение толкателя поступательное, то вычислим угол давления по формуле:

$$v(\varphi) := \operatorname{atan} \left( \frac{V_{ист}(\varphi) - ex}{s_{ист}(\varphi) + \sqrt{r_0^2 + ex^2}} \right) \quad ex = 0 \quad - \text{эксцентриситет}$$



Проверка :

$$f := 275 \text{deg}$$

$$f1 := 21.7 \text{deg}$$

$$k := \text{Minimize}(v, f) = 275.2 \cdot \text{deg}$$

$$k1 := \text{Maximize}(v, f1) = 56.92 \cdot \text{deg}$$

$$v(k) = -16 \cdot \text{deg}$$

$$v(k1) = 16 \cdot \text{deg}$$

$$\theta_{\text{доп}} = 16 \cdot \text{deg} \quad \text{условие выполнено}$$

## Профиль кулачка

Окружность эксцентриситета

$$X_A(\varphi) := -ex \cdot \cos(\varphi) \quad Y_A(\varphi) := -ex \cdot \sin(\varphi)$$

Окружность центрального профиля

$$X_B(\varphi) := X_A(\varphi) - s_0 \cdot \sin(\varphi) \quad Y_B(\varphi) := Y_A(\varphi) + s_0 \cdot \cos(\varphi)$$

Центровой профиль

$$X_C(\varphi) := ex \cdot \cos(\varphi) - (s_0 + s_{\text{ист}}(\varphi)) \cdot \sin(\varphi)$$

$$Y_C(\varphi) := ex \cdot \sin(\varphi) + (s_0 + s_{\text{ист}}(\varphi)) \cdot \cos(\varphi)$$

Конструктивный профиль

$$X_K(\varphi) := - \left[ X_C(\varphi) - R \cdot \cos \left[ \left( \varphi + \frac{\pi}{2} \right) - v(\varphi) \right] \right]$$

$$Y_K(\varphi) := Y_C(\varphi) - R \cdot \sin \left[ \left( \varphi + \frac{\pi}{2} \right) - v(\varphi) \right]$$

Уравнение окружности ролика:  $f := 0$

$$x_p(\varphi) := -X_C(f) + R \cdot \cos(\varphi)$$

$$y_p(\varphi) := Y_C(f) + R \cdot \sin(\varphi)$$

Прямая толкателя

$$X := \begin{pmatrix} -X_C(f) \\ -X_C(f) - h \cdot \sin(f) \end{pmatrix} \qquad Y := \begin{pmatrix} Y_C(f) \\ Y_C(f) + h \cdot \cos(f) \end{pmatrix} \qquad \varphi := 0,10\text{deg}..360\text{deg}$$

