## Определение законов движения

## Исходные данные

| Ускорение свободного<br>падения                | <u>g</u> .:= 9.81                                    | M ?               |
|--|--|-------------------|
| Средняя скорость поршня                        | $v_{cp} := 0.14$                                     | M<br>C            |
| Число оборотов коленчатого вала                | $n_1 := \frac{32}{60} = 0.533$                       | c <sup>-1</sup>   |
|  | $\omega_1 := 2 \cdot \pi \cdot \mathbf{n}_1 = 3.351$ | <u>рад</u><br>с   |
| Отношение длины шатуна к<br>длине кривошипа    | λ:= 5.8  |                   |
| Положение центра тяжести шатуна 2              | $\lambda_{S2} \coloneqq 0.275$                       | e <sup>-1</sup>   |
| Сила сопротивления                             | $P_{C1max} := 490.5$                                 | Н                 |
|  | $P_{C2max} := 686.7$                                 | Н                 |
|  | $F_{\text{Mmax}} := 490.5$                           | Н                 |
|  | $F_{\text{Д}} := 245.25$                             | Н                 |
| Вес шатуна                                     | $G_2 := 120$   | Н                 |
|  | $m_2 := \frac{120}{g} = 12.232$                      | КГ                |
| Вес плунжена                                   | $G_2 := 400$   | Н                 |
|  | $m_3 := \frac{400}{g} = 40.775$                      | ΚΓ                |
| Положение центра тяжести<br>звена 3            | $L_{bs3} := 0.12$                                    | M                 |
| Момент инерции шатуна                          | $J_{S2} := 0.069$                                    | кг·м2             |
| Коэффициент неравномерности вращения вала 1    | $\delta := \frac{1}{18}$                             |                   |
| Маховой момент коленчатого вала (без маховика) | $J_{01} := 0.029$                                    | кг·м2             |
| Маховой момент коленчатого вала (без маховика) | $J_p := 0.05 \cdot g = 0.491$                        | кг·м <sup>2</sup> |

| Момент инерции редуктора и<br>зубчатых колес 9, 10,<br>приведенных к валу<br>электродввигателя | $J_{red} := 0.03 \cdot g = 0.294$                     | кг•м <sup>2</sup> |
|--|---|-------------------|
| Углоавая координата кривошипа<br>для силового расчета  | $f := 120 \cdot deg = 2.094$                          | рад               |
| Число зубьев колес   | $Z_9 := 10$ $Z_{10} := 25$                            |                   |
| Ход плунжера 13 масляного насоса   | h := 0.01   | M                 |
| Угол давления в кулачковом<br>механизме  | $v := 16 \cdot deg = 0.279$                           | рад               |
| Угол рабочего профиля<br>кулачка   | $\varphi_{\text{pa6}} := 330 \cdot \text{deg} = 5.76$ | рад               |
| Отношение между велечинами<br>ускорений толкателей   | <i>ν</i> := 2   |                   |

## Приложение А

- 1. Проектирование механизма
- 1.1 Определение размеров механизма

$$l_{\text{AO}} := \frac{v_{\text{cp}}}{4 \cdot n_1} = 0.066 \qquad l_{\text{AB}} := \lambda \cdot l_{\text{AO}} = 0.381 \qquad l_{\text{AS2}} := l_{\text{AB}} \cdot 0.275 = 0.105$$

- 2. Вычисление передаточных функций механизма
- 2.1. Функции положения.

$$\begin{split} X_A(\phi) &\coloneqq -l_{AO} \cdot \cos(\phi) & X_A(f) = 0.033 \\ Y_A(\phi) &\coloneqq l_{AO} \cdot \sin(\phi) & Y_A(f) = 0.057 \\ \varphi_2(\phi) &\coloneqq a \sin \left( \frac{Y_A(\phi)}{l_{AB}} \right) & \varphi_2(f) = 0.15 \\ X_B(\phi) &\coloneqq l_{AB} \cdot \cos(\phi_2(\phi)) + X_A(\phi) & X_B(f) = 0.409 \\ Y_B(\phi) &\coloneqq 0 & Y_B(f) = 0 \\ X_{S2}(\phi) &\coloneqq X_A(\phi) + \left( l_{AS2} \right) \cdot \cos(\phi_2(\phi) \right) & X_{S2}(f) = 0.136 \\ Y_{S2}(\phi) &\coloneqq Y_A(\phi) - \left( l_{AS2} \right) \cdot \sin(\phi_2(\phi)) & Y_{S2}(f) = 0.041 \end{split}$$

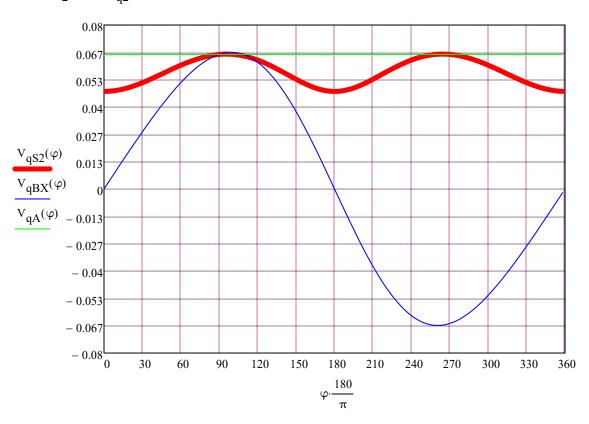
2.2. Кинематические передаточные функции скорости (аналоги скоростей):

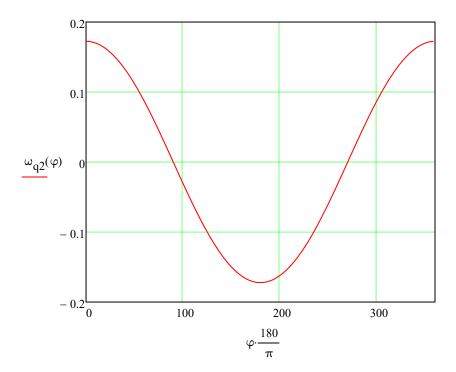
$$\begin{array}{lll} & V_{qS2X}(\phi) := \frac{d}{d\phi} X_{S2}(\phi) & V_{qS2X}(f) = 0.058 \\ & V_{qS2Y}(\phi) := \frac{d}{d\phi} Y_{S2}(\phi) & V_{qS2Y}(f) = -0.024 \\ & V_{qS2}(\phi) := \sqrt{V_{qS2X}(\phi)^2 + V_{qS2Y}(\phi)^2} & V_{qS2}(f) = 0.063 \\ & V_{qAX}(\phi) := \frac{d}{d\phi} \big( X_A(\phi) \big) & V_{qAX}(f) = 0.057 \\ & V_{qAY}(\phi) := \frac{d}{d\phi} \big( Y_A(\phi) \big) & V_{qAY}(f) = -0.033 \\ & V_{qA}(\phi) := \sqrt{\left( V_{qAX}(\phi)^2 + V_{qAY}(\phi)^2 \right)} & V_{qA}(f) = 0.066 \\ & V_{qBX}(\phi) := \frac{d}{d\phi} \big( X_B(\phi) \big) & V_{qBX}(f) = 0.062 \\ & V_{qB}(\phi) := \left| V_{qBX}(\phi) \right| & V_{qB}(f) = 0.062 \end{array}$$

$$\omega_{q2}(\phi) \coloneqq \left(\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\phi}\phi_2(\phi)\right)$$

 $\omega_{\rm q2}(\rm f) = -0.087$ 

$$\omega_2(\phi) \coloneqq \omega_{q2}(\phi) \quad \phi \coloneqq 0\,, 0.05\,..\,2\!\cdot\!\pi$$

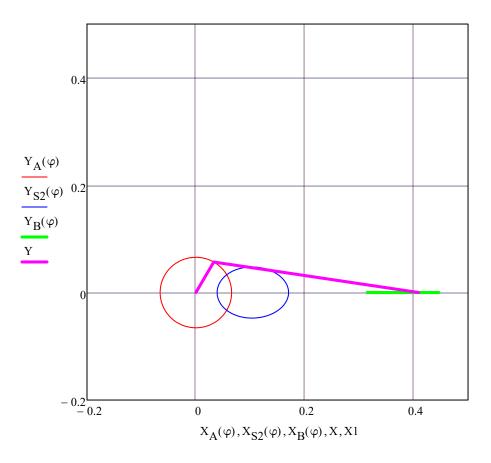




$$X \coloneqq \begin{pmatrix} X_B(f) \\ X_{S2}(f) \\ X_A(f) \\ 0 \end{pmatrix} \qquad \qquad Y \coloneqq \begin{pmatrix} Y_B(f) \\ Y_{S2}(f) \\ Y_A(f) \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$Y := \begin{pmatrix} Y_B(f) \\ Y_{S2}(f) \\ Y_A(f) \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{X1} \coloneqq \begin{pmatrix} \mathbf{X_B(0f)} \\ \mathbf{X_{S2}(0f)} \\ \mathbf{X_A(0f)} \\ \mathbf{0} \end{pmatrix}$$

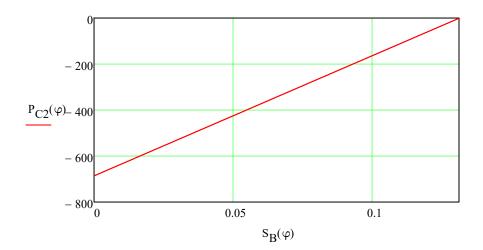


## 1.3 Построение графика силы Рс

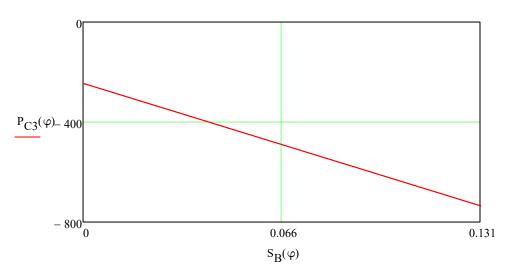
$$H := 2 \cdot l_{AO} = 0.131$$

$$\mathtt{S}_{B}(\phi) \coloneqq \mathtt{X}_{B}(\phi) - \mathtt{X}_{B}(0)$$

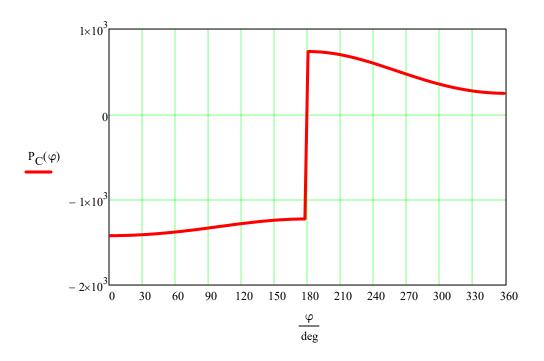
$$P_{C2}(\phi) \coloneqq \frac{H - S_B(\phi)}{H} \cdot -P_{C2max}$$



$$P_{C3}(\varphi) := -\left(F_{\coprod} + \frac{S_B(\varphi)}{H} \cdot F_{Mmax}\right)$$



$$\begin{split} P_C(\phi) \coloneqq & \left| \begin{pmatrix} -P_{C1max} + P_{C2}(\phi) + P_{C3}(\phi) \end{pmatrix} \right| \text{if } 0 \leq \phi \leq \pi \\ -P_{C3}(\phi) & \text{otherwise} \end{split}$$



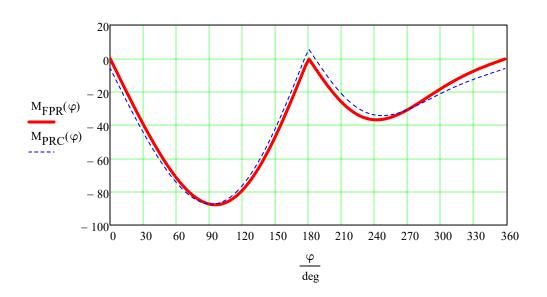
$$\boldsymbol{M}_{G2PR}(\phi) \coloneqq -\boldsymbol{m}_2 \!\cdot\! \boldsymbol{g} \!\cdot\! \boldsymbol{V}_{qS2Y}(\phi)$$

$$\mathsf{M}_{FPR}(\varphi) \coloneqq \mathsf{P}_{C}(\varphi) {\cdot} \mathsf{V}_{qBX}(\varphi)$$

$$M_{FPR}(f) = -79.192$$

$$\mathrm{M}_{\mathrm{PRC}}(\varphi) \coloneqq \mathrm{M}_{\mathrm{FPR}}(\varphi) + \mathrm{M}_{\mathrm{G2PR}}(\varphi)$$

$$M_{PRC}(0) = -5.709$$

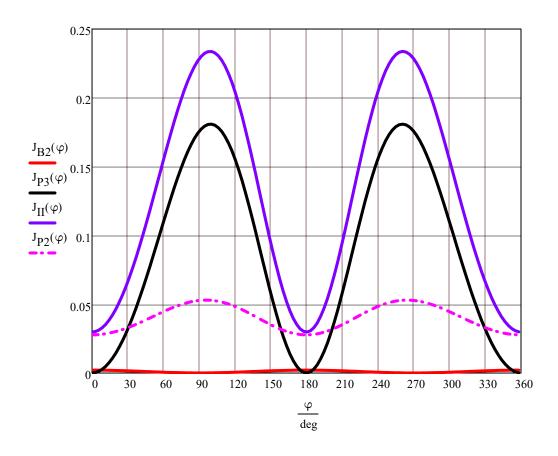


$$\mathrm{J}_{\mathrm{B2}}(\phi) := \mathrm{J}_{\mathrm{S2}} \cdot \left(\omega_{\mathrm{q2}}(\phi)\right)^2$$

$$\mathrm{J}_{P2}(\phi) \coloneqq \mathrm{m}_2 \cdot \left( \mathrm{V}_{qS2X}(\phi)^2 + \, \mathrm{V}_{qS2Y}(\phi)^2 \right)$$

$$\mathrm{J}_{P3}(\phi) \coloneqq \mathrm{m}_3 \!\cdot\! \mathrm{V}_{q\mathrm{BX}}(\phi)^2$$

$$\mathrm{J}_{II}(\phi) \coloneqq \mathrm{J}_{B2}(\phi) + \mathrm{J}_{P2}(\phi) + \mathrm{J}_{P3}(\phi)$$



$$M_{DPR} := \frac{\int_{0}^{2\pi} M_{PRC}(\phi) \, d\phi}{-2\pi} = 37.911$$

$$\mathsf{M}_{\sum PR}(\varphi) \coloneqq \mathsf{M}_{DPR} + \mathsf{M}_{PRC}(\varphi)$$

$$N := 1200$$
  $i := 0..N$ 

$$\Delta \phi \coloneqq \frac{2\pi}{N}$$

$$A_{\phi_{\hat{i}}} \coloneqq \Delta \phi \cdotp i$$

$$\mathbf{A_{M_i}} \coloneqq \mathbf{M_{\Sigma PR}} \Big( \mathbf{A_{\phi_i}} \Big)$$

$$\mathsf{cM} \coloneqq \mathsf{lspline} \big( \mathsf{A}_{\phi}, \mathsf{A}_{M} \big)$$

$$\underset{\leftarrow}{M_{\sum DR}}(\phi) \coloneqq interp \! \left( cM, A_{\phi}, A_{M}, \phi \right)$$

$$N := 1200$$
  $i := 0..N$ 

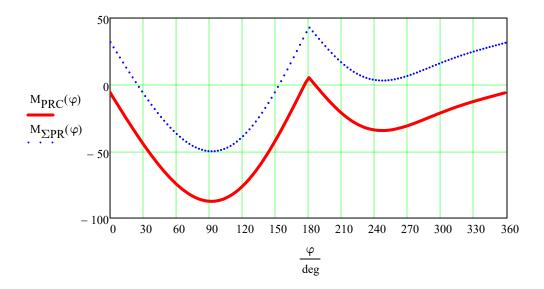
$$\Delta \varphi := \frac{2\pi}{N}$$

$$A_{\phi_{\hat{i}}} \coloneqq \Delta \phi {\cdot} i$$

$$\mathbf{A}_{M_i} \coloneqq \mathbf{M}_{\Sigma PR}\!\!\left(\mathbf{A}_{\phi_i}\!\right)$$

$$\underset{\longleftarrow}{cM} := lspline \! \left( A_{\phi}, A_{M} \right)$$

$$\underbrace{M_{\Sigma DR}}(\phi) \coloneqq interp \Big( cM, A_{\phi}, A_{M}, \phi \Big)$$



Работа суммарного момента:

$$\mathrm{A}_{\sum PR}(\phi) \coloneqq \int_0^\phi \mathrm{M}_{\sum PR}(\phi)\,\mathrm{d}\phi$$

Работа внешних сил

$$A_{FPR}(\phi) \coloneqq \int_0^{\phi} M_{FPR}(\phi) \, d\phi$$

Работа движущего момента:

$$\mathrm{A}_{DPR}(\phi) \coloneqq \int_0^\phi \mathrm{M}_{DPR} \,\mathrm{d}\phi$$

Средняя угловая скорость:

$$\omega_{cp} := \, 2\pi \, n_1 \, = \, 3.351$$

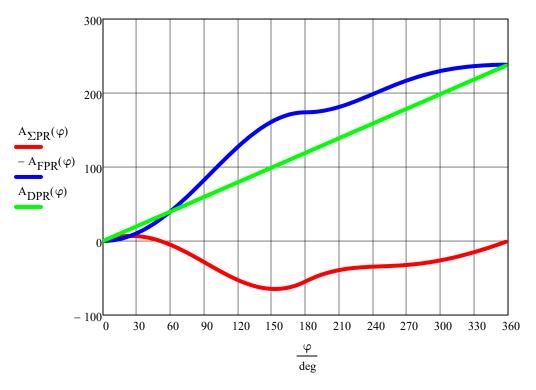
Кинетическая энергия второй группы звеньев:

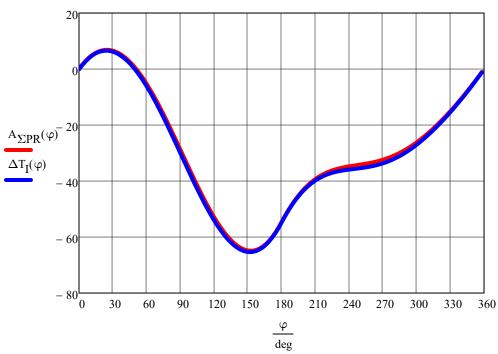
$$T_{II}(\phi) := J_{II}(\phi) \cdot \frac{\omega_{cp}^{2}}{2}$$

Изменение кинетической энергии первой группы звеньев:



$$\Delta T_{\text{I}}(f) = -54.018$$





Наибольшее изменение кинетической энергии первой группы звеньев за цикл:

$$t := 300 \cdot \deg$$

Given

 $0 \le t \le 2\pi$ 

$$t_{min} := Minimize(\Delta T_I, t)$$
 
$$\frac{t_{min}}{deg} = 151.932$$
 
$$\Delta T_I(t_{min}) = -65.408$$
 
$$t_{min} := 30 \cdot deg$$

Given

 $0 \le t \le 2\pi$ 

$$t_{\text{max}} := \text{Maximize}(\Delta T_{\text{I}}, t)$$
  $\frac{t_{\text{max}}}{\text{deg}} = 24.209$   $\Delta T_{\text{I}}(t_{\text{max}}) = 6.538$ 

Максимальное значение:

$$T_{Imax} := (\Delta T_{I}(t_{max})) = 6.538$$
 Дж

Минимальное значение:

$$T_{Imin} := \left(\Delta T_{I}(t_{min})\right) = -65.408$$

Тогда, наибольшее изменение кинетической энергии:

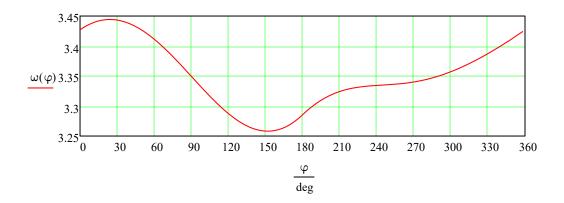
$$\Delta T_{H6} := T_{Imax} - T_{Imin} = 71.945$$

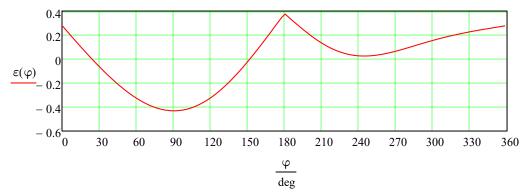
$$J_{PRI} := \frac{\Delta T_{H\bar{0}}}{\omega_{cp}^{2} \cdot \delta} = 115.323$$

$$\Delta\omega(\phi) \coloneqq \frac{\Delta T_{I}(\phi) - \left(\frac{T_{Imax} + T_{Imin}}{2}\right)}{\omega_{cp} \cdot J_{PRI}}$$

$$\omega(\varphi) := \omega_{\rm cp} + \Delta\omega(\varphi)$$
  $\omega_{\rm cp} = 3.351$   $\omega(f) = 3.287$ 

$$\underset{M}{\text{E}}(\phi) \coloneqq \frac{M_{\sum PR}(\phi)}{J_{II}(\phi) + J_{PRI}} - \frac{\omega(\phi)^2}{2\left(J_{II}(\phi) + J_{PRI}\right)} \cdot \left(\frac{d}{d\phi}J_{II}(\phi)\right)$$
 
$$\varepsilon(f) = -0.325$$





## 8. Расчет маховика

$$J_{dop} := J_{PRI} - J_{01}$$

$$J_{dop} = 115.294$$

## 8.1 Спл диск

$$D_{MX} := 0.366 \cdot \sqrt[5]{J_{dop}}$$
  $D_{MX} = 0.946$ 

$$\mathrm{m_{MX}} \coloneqq \frac{8 \cdot \mathrm{J_{dop}}}{\mathrm{D_{MX}}^2} \qquad \qquad \mathrm{m_{MX}} = 1.031 \times 10^3$$

$${
m b}_{MX} \coloneqq 0.2 \cdot {
m D}_{MX}$$
 9.3 Обод

$$\begin{aligned} D_{\text{MXc}} &\coloneqq 0.437 \sqrt[5]{J_{\text{dop}}} \\ b_{\text{MXc}} &\coloneqq 0.2 \cdot D_{\text{MXc}} \end{aligned} \qquad \begin{aligned} D_{\text{MXc}} &= 1.129 \\ b_{\text{MXc}} &= 0.226 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &D_{MX1} \coloneqq 0.8 D_{MXc} & D_{MX1} = 0.904 \\ &m_{MXc} \coloneqq 6123 \cdot \left( D_{MXc}^2 - D_{MX1}^2 \right) \cdot b_{MXc} & m_{MXc} = 635.076 \end{aligned}$$
 
$$G_1 \coloneqq m_{MXc} \cdot g = 6.23 \times 10^3$$

# Силовой расчёт

<u>f</u>:= 120·deg

# Вторые передаточные функции

$$a_{qS2X}(\phi) \coloneqq \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\phi} V_{qS2X}(\phi)$$

$$a_{qS2Y}(\phi) \coloneqq \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\phi} V_{qS2Y}(\phi)$$

$$a_{qAX}(\phi) \coloneqq \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\phi} V_{qAX}(\phi)$$

$$a_{qAY}(\phi) \coloneqq \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\phi} V_{qAY}(\phi)$$

$$a_{qBX}(\phi) \coloneqq \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\phi} V_{qBX}(\phi)$$

$$\epsilon_{q2}(\phi) \coloneqq \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\phi} \omega_{q2}(\phi)$$

## Ускорения

$$\mathbf{a}_{\mathrm{S2X}}(\varphi) := \mathbf{a}_{\mathrm{qS2X}}(\varphi) \cdot \omega(\varphi)^2 + \mathbf{V}_{\mathrm{qS2X}}(\varphi) \cdot \varepsilon(\varphi) \qquad \qquad \mathbf{a}_{\mathrm{S2X}}(\mathbf{f}) = -0.357$$

$$\mathbf{a}_{S2Y}(\phi) := \mathbf{a}_{qS2Y}(\phi) \cdot \omega(\phi)^2 + \mathbf{V}_{qS2Y}(\phi) \cdot \varepsilon(\phi) \qquad \qquad \mathbf{a}_{S2Y}(\mathbf{f}) = -0.438$$

$$\mathbf{a}_{AX}(\varphi) \coloneqq \mathbf{a}_{qAX}(\varphi) \cdot \omega(\varphi)^2 + \mathbf{V}_{qAX}(\varphi) \cdot \varepsilon(\varphi) \qquad \qquad \mathbf{a}_{AX}(\mathbf{f}) = -0.373$$

$$\mathbf{a}_{AY}(\phi) \coloneqq \mathbf{a}_{qAY}(\phi) \cdot \boldsymbol{\omega}(\phi)^2 + \mathbf{V}_{qAY}(\phi) \cdot \boldsymbol{\epsilon}(\phi) \qquad \qquad \mathbf{a}_{AY}(\mathbf{f}) = -0.604$$

$$\mathbf{a}_{\mathrm{BX}}(\varphi) := \mathbf{a}_{\mathrm{qBX}}(\varphi) \cdot \omega(\varphi)^2 + \mathbf{V}_{\mathrm{qBX}}(\varphi) \cdot \varepsilon(\varphi)$$

$$a_{BX}(f) = -0.314$$

$$\boldsymbol{\epsilon}_2(\boldsymbol{\phi}) \coloneqq \boldsymbol{\epsilon}_{q2}(\boldsymbol{\phi}) \!\cdot\! \boldsymbol{\omega}(\boldsymbol{\phi})^2 + \boldsymbol{\omega}_{q2}(\boldsymbol{\phi}) \!\cdot\! \boldsymbol{\epsilon}(\boldsymbol{\phi})$$

$$\varepsilon_2(\mathbf{f}) = -1.591$$

### 2. Инерционная нагрузка и силы тяжести

### 2.1. Звено 1:

$$\Phi 1x := 0$$

$$\varepsilon(\mathbf{f}) = -0.325$$

$$\Phi 1y := 0$$

$$G1 := 0$$

$$M_{\Phi 1}(\varphi) := J_{PRI} \cdot \varepsilon(\varphi)$$
  $M_{\Phi 1}(f) = -37.52$ 

$$M_{\oplus 1}(f) = -37.52$$

 $J_{PRI} = 115.323$ 

2.2. Звено 2:

$$\Phi 2 x(\phi) \coloneqq - \mathsf{m}_2 {\cdot} \mathsf{a}_{S2X}(\phi)$$

$$\Phi 2x(f) = 4.364$$

$$\Phi 2\mathsf{y}(\phi) \coloneqq -\mathsf{m}_2 {\cdot} \mathsf{a}_{\mathsf{S}2\mathsf{Y}}(\phi)$$

$$\Phi 2y(f) = 5.352$$

$$G_2 = 120$$

$$\mathrm{M}_{\Phi 2}(\phi) \coloneqq \mathrm{J}_{\mathrm{S2}} {\cdot} \epsilon_2(\phi)$$

$$M_{\Phi 2}(f) = -0.11$$

 $\varepsilon_2(\mathbf{f}) = -1.591$ 

2.3. Звено 3:

$$\Phi 3y := 0$$

$$\Phi 3x(\varphi) := -m_3 \cdot a_{BX}(\varphi)$$

$$\Phi 3x(f) = 12.786$$

$$G_3 = 400$$

$$\mathrm{M}_{\oplus 3}(\varphi) \coloneqq 0$$

#### 3. Расчёт реакций:

Создадим вспомогательную матрицу. Заполним её в соответствии с таблицей кинематических пар

$$A11 := \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

Создадим нулевую матрицу размерностью А11.

Заполним указанием последнего элемента.

$$A12_{2,3} = 0$$

Создадим нулевую матрицу. Её число строк, как у А11, число столбцов на единицу больше числа поступательных кинематических пар. Заполним указанием последнего элемента.

$$A13_{2,1} = 0$$

$$A13 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Создадим матрицу, содержащую строки коэффициентов, соответствующих суммам проекций сил на ось абсцисс для каждого звена. Она образуется объединением матриц A11, A12, A13.

$$A1 := augment(A11, A12, A13)$$

|      |   | 0 | 1  | 2  | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|------|---|---|----|----|---|---|---|---|---|---|---|
| A1 = | 0 | 1 | 1  | 0  | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
|      | 1 | 0 | -1 | 1  | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
|      | 2 | 0 | 0  | -1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

Создадим матрицу, содержащую строки коэффициентов, соответствующих сумма проекций сил на ось ординат для каждого звена. Она образуется объединением матриц A12, A11, A13.

$$A2 := augment(A12, A11, A13)$$

|      |   | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5  | 6  | 7 | 8 | 9 |
|------|---|---|---|---|---|---|----|----|---|---|---|
| A2 = | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1  | 0  | 0 | 0 | 0 |
| 112  | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1 | 1  | 0 | 0 | 0 |
|      | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0  | -1 | 1 | 0 | 0 |

Сформируем матрицы, содержащие строки коэффициентов, соответствующих суммам моментов. Создадим строку плеч для проекций сил на ось абсцисс. Её элементами являются ординаты кинематических пар в соотвестствии с таблицей кинематических пар.

$$Y(f) := \begin{pmatrix} 0 & Y_A(f) & Y_B(f) & Y_B(f) \end{pmatrix}$$

Сформируем матрицу плеч. Её размерность, как у А11

$$YY(f) := stack(Y(f), Y(f), Y(f))$$

$$YY(f) = \begin{pmatrix} 0 & 0.057 & 0 & 0 \\ 0 & 0.057 & 0 & 0 \\ 0 & 0.057 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Сформируем матрицу коэффициентов при проекциях сил на ось абсцисс. Она получается путем поэлементного перемножения матриц А11 и YY. Знаки инвертируются.

$$A31(f) := \overline{(-A11 \cdot YY(f))}$$

$$A31(f) = \begin{pmatrix} 0 & -0.057 & 0 & 0 \\ 0 & 0.057 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Создадим строку плеч для проекций сил на ось ординат. Её элементами являются абсциссы кинематических пар в соответствии с таблицей кинематических пар.

$$X(f) := \begin{pmatrix} 0 & X_A(f) & X_B(f) & X_B(f) - 0.12 \end{pmatrix}$$

$$XX(f) := stack(X(f), X(f), X(f))$$

$$XX(f) = \begin{pmatrix} 0 & 0.033 & 0.409 & 0.289 \\ 0 & 0.033 & 0.409 & 0.289 \\ 0 & 0.033 & 0.409 & 0.289 \end{pmatrix}$$

$$A32(f) := (A11 \cdot XX(f))$$

$$A32(f) = \begin{pmatrix} 0 & 0.033 & 0 & 0 \\ 0 & -0.033 & 0.409 & 0 \\ 0 & 0 & -0.409 & 0.289 \end{pmatrix}$$

Создадим матрицу, содержащую коэффициенты при моментах в поступательных кинематических парах и неизвестных активных моментах. Первые столбцы соответствуют части таблицы кинематических пар, соответствующих поступательным парам. Последний столбец содержит единицу у звена, к которому приложен неизвестный активный момент.

$$A33 := \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 0 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

Создадим матрицу, содержащую строки коэффициентов, соответствующих суммам моментов для каждого звена. Она образуется объединением матриц A31, A32, A33.

$$A3(f) := augment(A31(f), A32(f), A33)$$

|         |   | 0 | 1      | 2 | 3 | 4 | 5      | 6      | 7 |
|---------|---|---|--------|---|---|---|--------|--------|---|
| A3(f) = | 0 | 0 | -0.057 | 0 | 0 | 0 | 0.033  | 0      | 0 |
| 110(1)  | 1 | 0 | 0.057  | 0 | 0 | 0 | -0.033 | 0.409  | 0 |
|         | 2 | 0 | 0      | 0 | 0 | 0 | 0      | -0.409 |   |

Создадим матрицу, содержащую строки коэффициентов, соответствующих суммам проекций сил в поступательных кинематических парах на направляющие этих пар. Число строк равно числу поступательных кинематических пар. В столбцах, соответствующих поступательным парам, задаются косинусы углов наклона направляющих (для А41) или синусы (для А42). Матрица А43 нулевая.

$$A41 := (0 \ 0 \ 0 \ 1)$$

$$A42 := (0 \ 0 \ 0 \ 0)$$

$$A43 := (0 \ 0)$$

A4 := augment(A41, A42, A43)

Создадим полную матрицу коэффициентов путём объединения строк матриц A1, A2, A3 и A4.

$$A(f) := stack(A1, A2, A3(f), A4)$$

|        |   | 0 | 1      | 2  | 3 | 4 | 5      | 6      | 7     |
|--------|---|---|--------|----|---|---|--------|--------|-------|
|        | 0 | 1 | 1      | 0  | 0 | 0 | 0      | 0      | 0     |
|        | 1 | 0 | -1     | 1  | 0 | 0 | 0      | 0      | 0     |
|        | 2 | 0 | 0      | -1 | 1 | 0 | 0      | 0      | 0     |
|        | 3 | 0 | 0      | 0  | 0 | 1 | 1      | 0      | 0     |
| A(f) = | 4 | 0 | 0      | 0  | 0 | 0 | -1     | 1      | 0     |
|        | 5 | 0 | 0      | 0  | 0 | 0 | 0      | -1     | 1     |
|        | 6 | 0 | -0.057 | 0  | 0 | 0 | 0.033  | 0      | 0     |
|        | 7 | 0 | 0.057  | 0  | 0 | 0 | -0.033 | 0.409  | 0     |
|        | 8 | 0 | 0      | 0  | 0 | 0 | 0      | -0.409 | 0.289 |
|        | 9 | 0 | 0      | 0  | 1 | 0 | 0      | 0      |       |

Прконтролируем число строк и столбцов полученной матрицы.

$$rows(A(f)) = 10$$

$$cols(A(f)) = 10$$

#### 3.2. Вектор свободных членов

Создадим строки, содержащие проекции известных сил на ось абсцисс для каждого звена.

$$B1(f) := -\begin{pmatrix} 0 \\ \Phi 2x(f) \\ \Phi 3x(f) + P_C(f) \end{pmatrix} \qquad B1(f) = \begin{pmatrix} 0 \\ -4.364 \\ 1.269 \times 10^3 \end{pmatrix} \qquad \Phi 3x(f) = 12.786$$
 Создалим строки, содержащие проекции известных сил на ось ординат. 
$$P_C(f) = -1.282 \times 10^3$$

Создадим строки, содержащие проекции известных сил на ось ординат для каждого звена

$$B2(f) := -\begin{pmatrix} 0 \\ \Phi 2y(f) - G_2 \\ -G_3 \end{pmatrix} \qquad B2(f) = \begin{pmatrix} 0 \\ 114.648 \\ 400 \end{pmatrix}$$

Создадим строки, содержащие моменты сил, приведённых в столбцах В1 и В2, и известные моменты, действующие на каждое звено

$$\begin{split} \mathrm{B3}(f) &:= - \begin{bmatrix} \mathrm{M}_{\Phi 1}(f) \\ \mathrm{M}_{\Phi 2}(f) + - \Phi 2 \mathrm{x}(f) \cdot \mathrm{Y}_{S2}(f) + \left( \Phi 2 \mathrm{y}(f) - \mathrm{G}_2 \right) \cdot \mathrm{X}_{S2}(f) \\ - \mathrm{G}_3 \cdot \left( \mathrm{X}_{\mathrm{B}}(f) - 0.12 \right) \end{bmatrix} & \mathrm{B3}(f) = \begin{pmatrix} 37.52 \\ 15.917 \\ 115.668 \end{pmatrix} \\ \mathrm{B4} &:= (0) \end{split}$$

B(f) := stack(B1(f), B2(f), B3(f), B4)

|        |   | 0                     |
|--------|---|-----------------------|
|        | 0 | 0                     |
|        | 1 | -4.364                |
|        | 2 | 1.269·10 <sup>3</sup> |
| B(f) = | 3 | 0                     |
|        | 4 | 114.648               |
|        | 5 | 400                   |
|        | 6 | 37.52                 |
|        | 7 | 15.917                |
|        | 8 | 115.668               |
|        | 9 | 0                     |
|        |   |                       |

#### 3.3. Решение системы

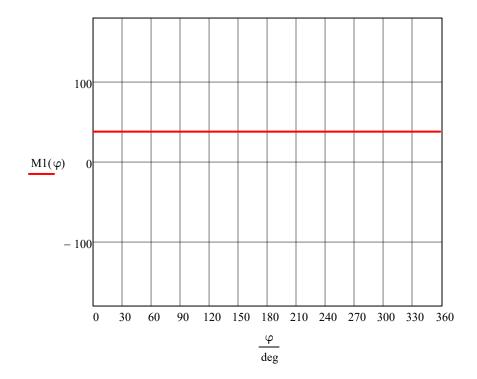
$$D(\varphi) := lsolve(A(\varphi), B(\varphi))$$

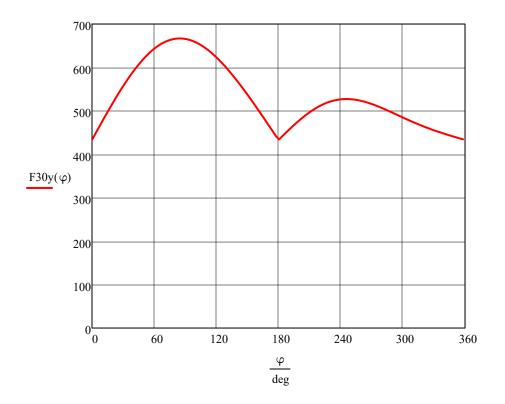
Вектор D содержит реакции, располагаемые в соответствии с таблицей кинематических пар. Вначале идут проекции на ось абсцисс, затем проекции на ось ординат, затем моменты в поступательных кинематических парах и неизвестный активный момент.

$$M30(f) := D(f)_8$$
  
 $M1(f) := D(f)_9$ 

$$M30(f) = -26.79$$
  
 $M1(f) = 37.911$ 

$$M_{DPR} = 37.911$$





## Проверка 1

$$\mathrm{dJprm2}(\varphi) \coloneqq 2 \mathrm{m}_2 \cdot \left( \mathrm{V}_{qS2X}(\varphi) \cdot \mathrm{a}_{qS2X}(\varphi) + \mathrm{V}_{qS2Y}(\varphi) \cdot \mathrm{a}_{qS2Y}(\varphi) \right)$$

$$dJprm2(f) = -0.021$$

$$\label{eq:dJprm3} \begin{split} \text{dJprm3}(\varphi) &:= 2 \text{m}_3 \cdot \text{V}_{qBX}(\varphi) \cdot \text{a}_{qBX}(\varphi) \\ \end{split} \qquad \qquad \text{dJprm3}(f) = -0.137 \end{split}$$

$$\mathrm{dJprj2}(\varphi) := 2\mathrm{J}_{S2} \cdot \omega_{q2}(\varphi) \cdot \epsilon_{q2}(\varphi) \qquad \qquad \mathrm{dJprj2}(\mathrm{f}) = 1.803 \times 10^{-3}$$

$$\varepsilon(f) = -0.325$$

$$J_{\rm P2}(\phi) \label{eq:p2} \omega(\rm f) = 3.287$$

$$M_{PRm2}(\phi) := -\left(J_{P2}(\phi) \cdot \varepsilon(\phi) + \frac{\omega(\phi)^2}{2} \cdot dJ_{prm2}(\phi)\right)$$

$$M_{PRm2}(f) = 0.127$$

$$M_{PRm3}(\phi) := -\left(J_{P3}(\phi) \cdot \varepsilon(\phi) + \frac{\omega(\phi)^2}{2} \cdot dJ_{prm3}(\phi)\right)$$

$$M_{PRm3}(f) = 0.79$$

$$M_{PRJ1}(\phi) := -(J_{PRI} \cdot \varepsilon(\phi))$$

$$M_{PRJ2}(\phi) := -\left(J_{B2}(\phi) \cdot \varepsilon(\phi) + \frac{\omega(\phi)^2}{2} \cdot dJprj2(\phi)\right)$$

$$M_{FPR}(f) = -79.192$$

$$M_{G2PR}(f) = 2.855$$

$$\begin{split} \mathbf{M}_{PR\Sigma1}(\varphi) &:= \mathbf{M}_{PRm2}(\varphi) + \mathbf{M}_{PRm3}(\varphi) \ \dots \\ &+ \mathbf{M}_{PRJ2}(\varphi) + \mathbf{M}_{PRJ1}(\varphi) \ \dots \\ &+ \mathbf{M}_{FPR}(\varphi) \ \dots \\ &+ \mathbf{M}_{G2PR}(\varphi) \end{split}$$

Эта сумма должна равняться  $\mathrm{M}_{PRD}$  с противоположным знаком если  $\omega_1 > 0$ 

$$M_{DPR} = 37.911$$

$$M_{PRJ1}(f) = 37.52$$

$$M_{PRJ2}(f) = -9.572 \times 10^{-3}$$

 $\mathrm{M}_{\mathrm{PR}\Sigma1}(\mathrm{f}) = -37.911$