

Задание №5.2

КФ Гаусса, ее узлы и коэффициенты Вычисление интегралов при помощи КФ Гаусса

КФ Мелера, ее узлы и коэффициенты Вычисление интегралов при помощи КФ Мелера

1. Определить и вывести на печать узлы и коэффициенты КФ Гаусса при $N = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$ (парами: узел \leftrightarrow коэффициент). При нахождении корней многочлена Лежандра использовать метод секущих, при этом выбрать точность ϵ порядка 10^{-12} .
2. Выборочно осуществить проверку точности на многочлене наивысшей степени, для которого соответствующая КФ Гаусса должна быть точна. Например, для $N = 3, 4, 5$ проверять точность на многочленах степени 5, 7 и 9 соответственно.
3. Вычислить интеграл из варианта задания при помощи КФ Гаусса с заданным числом узлов (для всех указанных значений параметра N). При этом, кроме значения интеграла, выводить на печать все узлы и коэффициенты КФ, подобной КФ Гаусса, для каждого N . Предусмотреть возможность ввода других значений параметров a, b , то есть пересчитывать узлы и коэффициенты подобной КФ для произвольных a, b .
4. Сделать вывод о верных знаках в значении интеграла.
5. Написать программу, позволяющую вычислить приближенно $\int_{-1}^1 \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} f(x) dx$ при помощи КФ Мелера с N_1, N_2, N_3 узлами (N_1, N_2, N_3 — параметры задачи, запрашивать у пользователя; вводятся с клавиатуры).
Выводить на печать для соответствующих N_1, N_2, N_3
1) все узлы и коэффициенты КФ Мелера;
2) полученное значение интеграла (не менее 12 знаков после запятой).
Сравнить полученные приближенные значения между собой.
6. Сделать вывод о верных знаках в значении интеграла.

Варианты тестовых задач

Вариант 1

Найти при помощи КФ Гаусса

$$\int_0^2 \frac{\sin x}{x} dx, \quad N = 2, 5, 6, 8.$$

Для КФ Мелера $f(x) = \cos(x)$.

Вариант 2

Найти при помощи КФ Гаусса

$$\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{(1+x^2)(4+3x^2)}}, \quad N = 4, 6, 7, 8$$

Для КФ Мелера $f(x) = \exp(2x)$.

Вариант 3

Найти при помощи КФ Гаусса

$$\int_0^{\pi/2} \sqrt{1 - \frac{1}{2} \sin^2 x} dx, \quad N = 5, 6, 7, 8$$

Для КФ Мелера $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$.

Вариант 4

Найти при помощи КФ Гаусса

$$\int_0^{\pi/4} \frac{dx}{\sqrt{1 - \frac{1}{4} \sin^2 x}}, \quad N = 3, 4, 6, 7$$

Для КФ Мелера $f(x) = \frac{\cos(3x)}{0.3+x^2}$.

Вариант 5

Найти при помощи КФ Гаусса

$$\int_0^1 \frac{\ln(1+x)}{1+x^2} dx, \quad N = 3, 4, 5, 6$$

Для КФ Мелера $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$.

Вариант 6

Найти при помощи КФ Гаусса

$$\int_0^1 x \ln(1+x) dx, \quad N = 4, 6, 7, 8$$

Для КФ Мелера $f(x) = (\cos x)^2$.

Вариант 7

Найти при помощи КФ Гаусса

$$\int_{1,6}^{2,7} \frac{x+0,8}{\sqrt{(x^2+1,2)}} dx, \quad N = 4, 5, 7, 8$$

Для КФ Мелера $f(x) = \exp(2x) \cdot x^2$.

Вариант 8

Найти при помощи КФ Гаусса

$$\int_0^{\pi/4} \cos x^2 dx, \quad N = 3, 6, 7, 8$$

Для КФ Мелера $f(x) = \exp(x) \cdot \sin(x^2)$.

Вариант 9

Найти при помощи КФ Гаусса

$$\int_0^{\pi/4} \sin x^2 dx, \quad N = 3, 6, 7, 8$$

Для КФ Мелера $f(x) = \cos(x) \cdot \exp(x^2)$.

Вариант 10

Найти при помощи КФ Гаусса

$$\int_0^1 \sqrt{x} \sin x^2 dx, \quad N = 3, 6, 7, 8$$

Для КФ Мелера $f(x) = \cos(x) \cdot (1 + x^2)$.

Вариант 11

Найти при помощи КФ Гаусса

$$\int_0^1 \sqrt{x} \cos x^2 \, dx, \quad N = 3, 6, 7, 8$$

Для КФ Мелера $f(x) = \frac{\cos(2.6x)}{0.3+x^2}$.

Вариант 12

Найти при помощи КФ Гаусса

$$\int_0^1 \frac{\sqrt{x}}{1+x^2} \, dx, \quad N = 4, 5, 6, 7$$

Для КФ Мелера $f(x) = \ln(2+x)$.

Вариант 13

Найти при помощи КФ Гаусса

$$\int_0^1 \sqrt{x} e^{x^2} \, dx, \quad N = 4, 5, 6, 7$$

Для КФ Мелера $f(x) = \frac{\ln(2+x)}{1+x^3}$.

Вариант 14

Найти при помощи КФ Гаусса

$$\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x}(1+x)}, \quad N = 4, 5, 6, 8$$

Для КФ Мелера $f(x) = \frac{\cos x}{1+x^2}$.