

ГРУППЫ 20.Б07–20.Б10
V семестр, 2022/2023 уч. год
Лабораторная работа №3

Задание №3.1

Задача обратного интерполирования

Подготовительный этап:

ВЫВЕСТИ НА ПЕЧАТЬ таблицу из $(m+1)$ значения функции f в равноотстоящих с шагом $h=(b-a)/m$ точках (узлах) $x_i=a+i \cdot h$, где $i=0,1,\dots,m$. Узлы x_i – точки деления отрезка $[a; b]$ на m частей. (Можно создать таблицу по попарно различным случайным узлам из $[a; b]$. Но тогда нужно обязательно упорядочить аргументы!)
Здесь число значений в таблице $m+1$, a, b — **параметры задачи**; формула для непрерывной функции f , значениями которой заполняется таблица – та же, что и в Лабораторной работе №2.
ПАРАМЕТРЫ ЗАДАЧИ запрашивать у пользователя, вводить с клавиатуры.

Решение задачи обратного интерполирования:

Дана таблично-заданная функция (смотри таблицу, созданную на подготовительном этапе). Найти значение/значения аргумента/аргументов (в общем случае задача может иметь не единственное решение!), при котором данная таблично-заданная функция принимает значение F , здесь F — параметр задачи.

1 способ решения:

ПУСТЬ таблично-заданная функция, для которой решается задача, строго монотонна (предполагается, что функция f , таблица которой дана в задаче, на рассматриваемом участке – это строго монотонная и непрерывная функция, то у нее существует обратная функция f^{-1} , которая также строго монотонна и непрерывна).
ТОГДА задача обратного интерполирования может быть сведена к задаче поиска значения $f^{-1}(F)$ для таблично-заданной функции f^{-1} (при этом следует поменять местами столбцы исходной таблицы и далее трактовать значения $f(x_i)$ как аргументы для f^{-1}).
Таким образом, ИМЕЕМ задачу алгебраического интерполирования для таблично-заданной функции f^{-1} , где F – точка интерполирования. Теперь, если построить интерполяционный многочлен Q_n по таблице значений, то решением задачи будет значение $Q_n(F) \approx f^{-1}(F)$.

Степень интерполяционного многочлена n — параметр задачи ($n \leq m$) – запросить у пользователя.
При нахождении значения $Q_n(F)$ использовать программу из ЛР №2 (представление в форме Лагранжа или Ньютона – неважно).

Результатом решения задачи обратного интерполирования 1 способом является значение $X = Q_n(F)$.

ПРОВЕРКА: В тестовой задаче всегда можно посчитать модуль невязки $r_n(X) = |f(X) - F|$.

2 способ решения:

Если мы не располагаем информацией, что на рассматриваемом участке таблицы функция строго монотонна и непрерывна, и, следовательно, не полномочны «переворачивать таблицу», то возможно следующее решение.
Также этот способ решения можно применять, если первый способ возможен, но не дал хороший результат (например, если обратная функция плохо приближается многочленом).

Результатом решения задачи обратного интерполирования 2 способом будет(ут) корень(ни) уравнения $P_n(x)=F$, где $P_n(x)$ – интерполяционный полином функции $f(x)$.
При построении интерполяционного многочлена $P_n(x)$ можно использовать программу из ЛР №2, но получать не значение, а интерполяционный многочлен, как функцию.
Алгебраическое уравнение решить методом секущих или методом бисекции с точностью ε (смотри ЛР №1).

ПРОВЕРКА: В тестовой задаче всегда можно посчитать модуль невязки $r_n(x) = |f(x) - F|$ для каждого приближенного решения.

Решение тестовой задачи: В задаче обратного интерполирования взять формулу для функции из своего варианта Задания №2 (ЛР №2); $a=0$, $b=1$, $m=10$, $\varepsilon=10^{-12}$. Или любой другой промежуток монотонности функции f . Решить задачу ДВУМЯ СПОСОБАМИ. Проанализировать результаты.

Предусмотреть возможность ввода новых значений параметров F , n и ε .

Задание №3.2

Нахождение производных таблично-заданной функции по формулам численного дифференцирования

Подготовительный этап:

ВЫВЕСТИ НА ПЕЧАТЬ таблицу из $(m+1)$ значения функции f в равноотстоящих с шагом h точках $x_i = a + i \cdot h$, где $i = 0, 1, \dots, m$.

Рассматривать функцию $f(x) = e^{l,5 * k * x}$, где $k = ((\text{номер Вашего варианта по mod } 5) + 1)$.

Здесь число значений в таблице $m+1$, a , $h > 0$ — **параметры задачи**;

ПАРАМЕТРЫ ЗАДАЧИ запрашивать у пользователя, вводить с клавиатуры.

Решение задачи численного дифференцирования:

Для таблично-заданной функции f (смотри таблицу, созданную на подготовительном этапе), найти значение ее первой и второй производной в узлах x_i таблицы. Для этого воспользоваться известными простейшими формулами численного дифференцирования, имеющими погрешность, порядка $O(h^2)$ (смотри конспект занятия).

Вывести на печать таблицу вида:

x_i	$f(x_i)$	$f'(x_i)_{\text{чд}}$	$ f'(x_i)_T - f'(x_i)_{\text{чд}} $ абс. погрешность	относит. погр-ть для f'	$f''(x_i)_{\text{чд}}$	$ f''(x_i)_T - f''(x_i)_{\text{чд}} $ абс. погрешность	относит. погр-ть для f''

Предусмотреть возможность ввода новых значений параметров, создание новой таблицы значений функции и расчета ее производных.