

Задание №5.1

Приближённое вычисление интегралов при помощи квадратурных формул Наивысшей Алгебраической Степени Точности (КФ НАСТ)

Теоретический блок:

1. знать, что такое Алгебраическая Степень Точности КФ, двустороннюю оценку для АСТ ИКФ в случае знакопостоянного веса;
2. знать, чему равна наивысшая АСТ КФ с N узлами;
3. знать формулировку теоремы о КФ гауссова типа (или КФ НАСТ);
4. знать алгоритм построения КФ НАСТ с весом;
5. знать теорему о погрешности КФ НАСТ;
6. из теории ортогональных многочленов знать определение и свойства ортогональных многочленов.

Практический блок:

Параметры задачи: пределы интегрирования – a , b (запрашивать у пользователя; вводятся с клавиатуры), функции $\rho(x)$ и $f(x)$ (описать в коде программы).

1. Написать программу, позволяющую вычислить приближенно $\int_a^b \rho(x)f(x) dx$ при помощи КФ-НАСТ N (минимум, с 2-мя узлами).
2. **Выводить на печать** все промежуточные вычисления: моменты весовой функции, найденный ортогональный многочлен, узлы и коэффициенты построенной КФ НАСТ.
3. **Сделать проверку** на коэффициенты и точность КФ на одночлене x^3 (для двух узлов) и на одночлене x^{2N-1} , если число узлов равно N .
4. **Вывести полученное значение интеграла (не менее 12 знаков после запятой).**
5. **Сравнить** полученное значение с "точным" значением из матпакета.

Варианты тестовых задач

Вариант 1

$$[a, b] = [0, 1], \quad f(x) = \sin(x), \quad \rho(x) = \sqrt{x}.$$

Вариант 2

$$[a, b] = [0, 1], \quad f(x) = \sin(x), \quad \rho(x) = x^{1/4}.$$

Вариант 3

$$[a, b] = [0, 1], \quad f(x) = \sin(x), \quad \rho(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}.$$

Вариант 4

$$[a, b] = [0, 1], \quad f(x) = \sin(x), \quad \rho(x) = x^{-1/4}.$$

Вариант 5

$$[a, b] = [0, 1], \quad f(x) = \sin(x), \quad \rho(x) = -\ln(x).$$

Вариант 6

$$[a, b] = [0, 1], \quad f(x) = \sin(x), \quad \rho(x) = -x \ln(x).$$

Вариант 7

$$[a, b] = [0, 1], \quad f(x) = \sin(x), \quad \rho(x) = |x - 0.5|.$$

Вариант 8

$$[a, b] = [0, 1], \quad f(x) = \sin(x), \quad \rho(x) = e^x.$$

Вариант 9

$$[a, b] = [0, 1], \quad f(x) = \sin(x), \quad \rho(x) = \frac{1}{x+0.1}.$$

Вариант 10

$$[a, b] = [0, 1], \quad f(x) = \sin(x), \quad \rho(x) = \sqrt{1-x}.$$

Вариант 11

$$[a, b] = [0, 1], \quad f(x) = \sin(x), \quad \rho(x) = \cos(x).$$

Вариант 12

$$[a, b] = [0, 1], \quad f(x) = \sin(x), \quad \rho(x) = \sin(2x).$$

Вариант 13

$$[a, b] = [0, 1], \quad f(x) = \sin(x), \quad \rho(x) = e^{-x}.$$

Вариант 14

$$[a, b] = [0, 1], \quad f(x) = \sin(x), \quad \rho(x) = \cos^2(x).$$

Вариант 15

$$[a, b] = [0, 1], \quad f(x) = \sin(x), \quad \rho(x) = \sqrt{\frac{x}{1-x}}.$$