Лабораторная работа №3.2.3
Резонанс токов в параллельном контуре

Рожков А. В.

20 ноября 2024 г.

Цель работы: исследование резонанса токов в параллельном колебательном контуре с изменяемой ёмкостью, включающее получение амплитудно-частотных и фазово-частотных характеристик, а также определение основных параметров контура.

Оборудование: генератор сигналов, источник тока, нагруженный на параллельный колебательный контур с переменной ёмкостью, двулучевой осциллограф, цифровые вольтметры.

1 Теоретическое введение и описание установки

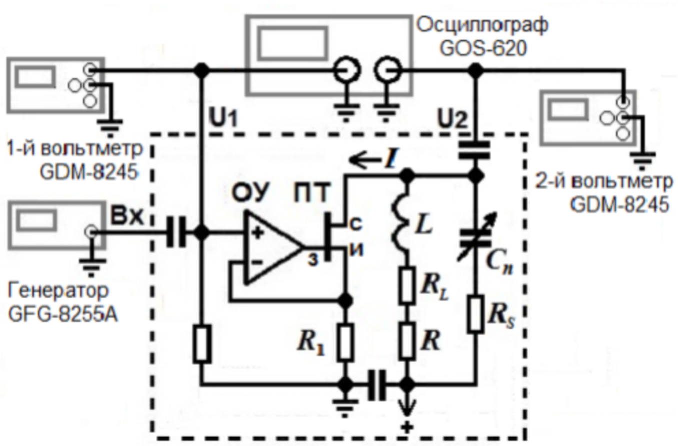

Рис.1 Схема установки.

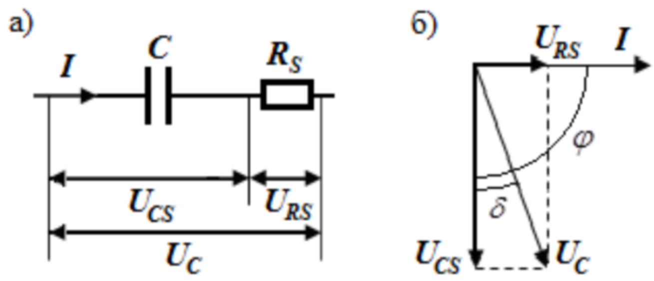

Рис.2 Последовательная эквивалентная схема конденсатора с потерями.

$$I = \frac{E}{R_I} = \frac{E_0 cos(\omega t + \varphi_0)}{R_I} = I_0 cos(\omega t + \varphi_0) \text{ — ток на генераторе}$$

$$R_S = \frac{U_{RS}}{I} = \frac{U_{RS}}{\omega C U_{CS}} = \frac{1}{\omega C} tg\delta$$

где R_S - эквивалентное последовательное сопротивление (ЭПС)

Для используемых емкостей C_n выполнено $tg\delta < 10^{-3}$

$$R_{\sum} = R + R_L + R_S$$

где $R_{\sum}$ - суммарное активное сопротивление контура.

Воспользуемся методом комплексных амплитуд: $Z_L = R_L + i\omega L$, $Z_C = R_S - i\frac{1}{\omega C}$, $Z = R_{\sum} + i(\omega L - d\frac{1}{\omega C})$

Тогда напряжение на контуре и токи на индуктивной и емкостной частях контура при нулевой начальной фазе можно представить в виде:

$$I_c = I\frac{Z_L}{Z_C + Z_L} = iQI_0\frac{\omega}{\omega_0}\frac{1 - i\frac{R + R_L}{\rho}\frac{\omega_0}{\omega}}{1 + iQ(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega})}$$

$$I_L = I\frac{Z_c}{Z_C + Z_L} = iQI_0\frac{\omega_0}{\omega}\frac{1 + itg\delta}{1 + iQ(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega})}$$

$$U = I\frac{Z_L Z_c}{Z_C + Z_L} = Q\rho I_0\frac{(1 - i\frac{R+R_L}{\rho}\frac{\omega_0}{\omega})(1 + itg\delta)}{1 + iQ(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega})}$$

где $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ - собственная частота, $\rho = \sqrt{\frac{L}{C}}$ - реактивное сопротивление контура, $Q = \frac{\rho}{\ }R_{\sum}$ - добротность контура

Рассмотрим случай, когда $|\Delta\omega| = |\omega - \omega_0| \ll \omega_0$. Тогда

$$\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} = \frac{2\Delta\omega}{\omega_0}$$

Пренебрегая поправками порядка Q^{-2}, получим:

$$I_c = QI_0\frac{\omega}{\omega_0}\frac{e^{i\phi_c}}{\sqrt{1+(\tau\Delta\omega)^2}}, \phi_c = \frac{\pi}{2} - \frac{R+R_L}{\rho} - \operatorname{arctg}(\tau\Delta\omega)$$

$$I_L = QI_0\frac{\omega_0}{\omega}\frac{e^{i\phi_L}}{\sqrt{1+(\tau\Delta\omega)^2}}, \phi_L = -\frac{\pi}{2} + \delta\operatorname{arctg}(\tau\Delta\omega)$$

$$U = Q\rho I_0\frac{\omega}{\omega_0}\frac{e^{i\phi_U}}{\sqrt{1+(\tau\Delta\omega)^2}}, \phi_U = -\frac{\omega}{\omega_0}\frac{R+R_L}{\rho} + \delta - \operatorname{arctg}(\tau\Delta\omega)$$

где $\tau = \frac{2L}{R_{\sum}} = \frac{2Q}{\omega_0}$ - время затухания.

При резонансе, т.е. когда $\Delta\omega = 0$:

$$I_c(\omega_0) = QI_0, \phi_c(\omega_0) = \frac{\pi}{2} - \frac{R+R_L}{\rho}$$

$$I_L(\omega_0) = QI_0, \phi_L(\omega_0) = -\frac{\pi}{2} + \delta$$

$$U(\omega_0) = Q\rho I_0 = Q^2 R_{\sum} I_0, \phi_U\omega_0 = -\frac{R+R_L}{\rho} + \delta$$