

# Работа 1.1.3. Статистическая обработка результатов многократных измерений

Александр Рожков

Сентябрь 2023

**Цель работы:** применение методов обработки экспериментальных данных при измерении сопротивлений

**В работе используются:** набор 270 сопротивлений имеющих номинал 500 Ом, универсальный цифровой мультиметр, работающий в режиме "измерение сопротивлений постоянному току".

Результаты измерения сопротивлений 270 резисторов (в Омах) приводятся на рис. 1 в порядке возрастания.

Рассчитаем интервалы измерения сопротивлений для  $m = 10$  и  $m = 20$

$$\Delta R = \frac{R_{\text{макс}} - R_{\text{мин}}}{m}$$

$$\Delta R_{10} = \frac{R_{\text{макс}} - R_{\text{мин}}}{m} = \frac{505.3 \text{ Ом} - 497.0 \text{ Ом}}{10} = 0.83 \text{ Ом}$$

$$\Delta R_{20} = \frac{R_{\text{макс}} - R_{\text{мин}}}{m} = \frac{505.3 \text{ Ом} - 497.0 \text{ Ом}}{20} = 0.415 \text{ Ом}$$

Результаты на рис. 1 и рис. 2 разделены на цветовые группы по  $\Delta R_{10}$  и  $\Delta R_{20}$  соответственно.

По таблице строим гистограммы для  $m = 10$  и  $m = 20$ . Для удобства сравнения с нормальным распределением по оси ординат будем откладывать не число результатов  $\Delta n$ , попадающих в каждый интервал, а это число, делённое на полное число результатов  $N$  и величину интервала  $\Delta R$ . В таблицах 1 и 2 в зависимости от номера группы  $k$  приведены значения  $\Delta n$  и  $\omega = \Delta n / (N \Delta R)$ . На рис. 3 и 4 представлены гистограммы, построенные при помощи библиотеки *matplotlib* языка *python*. Среднее значение сопротивлений находим по формуле:

$$\langle R \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N R_i = 500.2 \text{ Ом} \quad (1)$$

Среднеквадратичное отклонение находим по формуле:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (R_i - \langle R \rangle)^2} = \sqrt{\frac{1}{270} 497.9682963} \approx 1.4 \text{ Ом} \quad (2)$$

Расчёты производились при помощи программы *Microsoft Excel*.

Итого:

$$R = (500.2 \pm 1.4) \text{ Ом}$$

В интервал от  $\langle R \rangle - \sigma$  до  $\langle R \rangle + \sigma$  попадает 73% результатов, а в интервал от  $\langle R \rangle - 2\sigma$  до  $\langle R \rangle + 2\sigma$  соответственно - 97%. Нормальное распределение описывается формулой:

$$y = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp^{-\frac{(R - \langle R \rangle)^2}{2\sigma^2}} \quad (3)$$

497	498,6	499,1	499,6	500,1	500,4	500,7	501,2	501,9
497,5	498,6	499,1	499,6	500,1	500,4	500,7	501,2	501,9
497,5	498,6	499,1	499,6	500,1	500,4	500,7	501,2	501,9
497,6	498,6	499,2	499,6	500,1	500,4	500,7	501,2	502
497,7	498,7	499,2	499,6	500,1	500,4	500,8	501,2	502
497,8	498,7	499,2	499,7	500,1	500,4	500,8	501,2	502,1
497,8	498,7	499,2	499,7	500,1	500,5	500,8	501,2	502,1
497,9	498,8	499,2	499,7	500,1	500,5	500,8	501,2	502,2
497,9	498,8	499,3	499,7	500,1	500,5	500,8	501,2	502,2
498	498,8	499,3	499,7	500,1	500,5	500,8	501,3	502,2
498	498,8	499,3	499,7	500,2	500,5	500,8	501,3	502,3
498,1	498,9	499,3	499,7	500,2	500,5	500,9	501,3	502,4
498,1	498,9	499,3	499,7	500,2	500,6	500,9	501,3	502,5
498,1	498,9	499,4	499,8	500,2	500,6	500,9	501,4	502,5
498,1	498,9	499,4	499,8	500,2	500,6	500,9	501,4	502,5
498,2	498,9	499,4	499,8	500,2	500,6	500,9	501,4	502,6
498,2	498,9	499,4	499,8	500,2	500,6	500,9	501,5	502,6
498,2	498,9	499,4	499,8	500,3	500,6	500,9	501,5	502,7
498,3	499	499,4	499,8	500,3	500,6	500,9	501,5	502,8
498,3	499	499,4	499,8	500,3	500,6	501	501,5	502,8
498,3	499	499,4	499,8	500,3	500,6	501	501,6	502,8
498,4	499,1	499,5	499,8	500,3	500,6	501	501,6	503
498,4	499,1	499,5	499,8	500,3	500,6	501	501,6	503,1
498,4	499,1	499,5	499,9	500,3	500,6	501	501,7	503,2
498,4	499,1	499,5	499,9	500,3	500,7	501,1	501,7	503,2
498,4	499,1	499,5	500	500,3	500,7	501,1	501,7	503,5
498,4	499,1	499,6	500	500,4	500,7	501,1	501,8	503,6
498,5	499,1	499,6	500	500,4	500,7	501,1	501,8	503,7
498,6	499,1	499,6	500	500,4	500,7	501,1	501,9	504,7
498,6	499,1	499,6	500	500,4	500,7	501,1	501,9	505,3

Рис. 1: Таблица результатов с цветовым разделением по интервалам измерения при  $m = 10$

497	498,6	499,1	499,6	500,1	500,4	500,7	501,2	501,9
497,5	498,6	499,1	499,6	500,1	500,4	500,7	501,2	501,9
497,5	498,6	499,1	499,6	500,1	500,4	500,7	501,2	501,9
497,6	498,6	499,2	499,6	500,1	500,4	500,7	501,2	502
497,7	498,7	499,2	499,6	500,1	500,4	500,8	501,2	502
497,8	498,7	499,2	499,7	500,1	500,4	500,8	501,2	502,1
497,8	498,7	499,2	499,7	500,1	500,5	500,8	501,2	502,1
497,9	498,8	499,2	499,7	500,1	500,5	500,8	501,2	502,2
497,9	498,8	499,3	499,7	500,1	500,5	500,8	501,2	502,2
498	498,8	499,3	499,7	500,1	500,5	500,8	501,3	502,2
498	498,8	499,3	499,7	500,2	500,5	500,8	501,3	502,3
498,1	498,9	499,3	499,7	500,2	500,5	500,9	501,3	502,4
498,1	498,9	499,3	499,7	500,2	500,6	500,9	501,3	502,5
498,1	498,9	499,4	499,8	500,2	500,6	500,9	501,4	502,5
498,1	498,9	499,4	499,8	500,2	500,6	500,9	501,4	502,5
498,2	498,9	499,4	499,8	500,2	500,6	500,9	501,4	502,6
498,2	498,9	499,4	499,8	500,2	500,6	500,9	501,5	502,6
498,2	498,9	499,4	499,8	500,3	500,6	500,9	501,5	502,7
498,3	499	499,4	499,8	500,3	500,6	500,9	501,5	502,8
498,3	499	499,4	499,8	500,3	500,6	501	501,5	502,8
498,3	499	499,4	499,8	500,3	500,6	501	501,6	502,8
498,4	499,1	499,5	499,8	500,3	500,6	501	501,6	503
498,4	499,1	499,5	499,8	500,3	500,6	501	501,6	503,1
498,4	499,1	499,5	499,9	500,3	500,6	501	501,7	503,2
498,4	499,1	499,5	499,9	500,3	500,7	501,1	501,7	503,2
498,4	499,1	499,5	500	500,3	500,7	501,1	501,7	503,5
498,4	499,1	499,6	500	500,4	500,7	501,1	501,8	503,6
498,5	499,1	499,6	500	500,4	500,7	501,1	501,8	503,7
498,6	499,1	499,6	500	500,4	500,7	501,1	501,9	504,7
498,6	499,1	499,6	500	500,4	500,7	501,1	501,9	505,3

Рис. 2: Таблица результатов с цветовым разделением по интервалам измерения при  $m = 20$

Таблица 1: интервалы изменения для  $m = 10$

$k$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\Delta n$	7	27	47	65	64	33	18	6	1	2
$\omega * 1000$	31	120	210	290	286	147	80	27	4	9

Таблица 2: интервалы изменения для  $m = 20$

$k$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\Delta n$	1	6	11	16	17	30	34	31	38	26
$\omega * 1000$	9	54	98	143	152	268	303	277	339	232
$k$	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
$\Delta n$	20	13	8	10	4	2	1	0	1	1
$\omega * 1000$	178	116	71	89	36	18	9	0	9	9

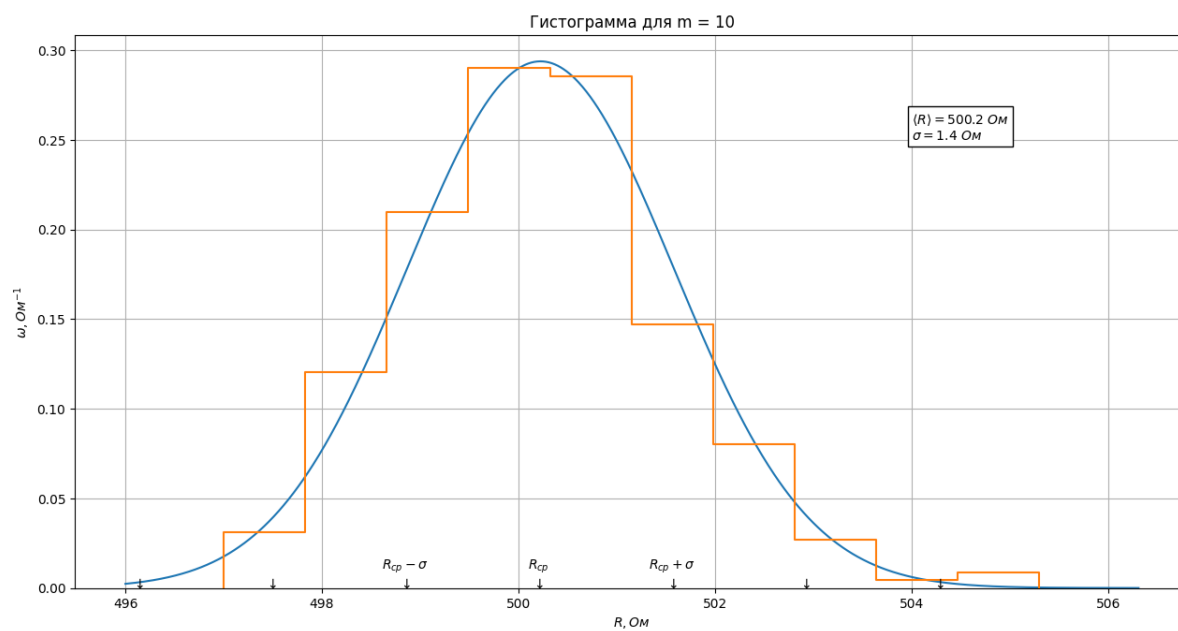


Рис. 3: Таблица результатов с цветовым разделением по интервалам измерения при  $m = 10$

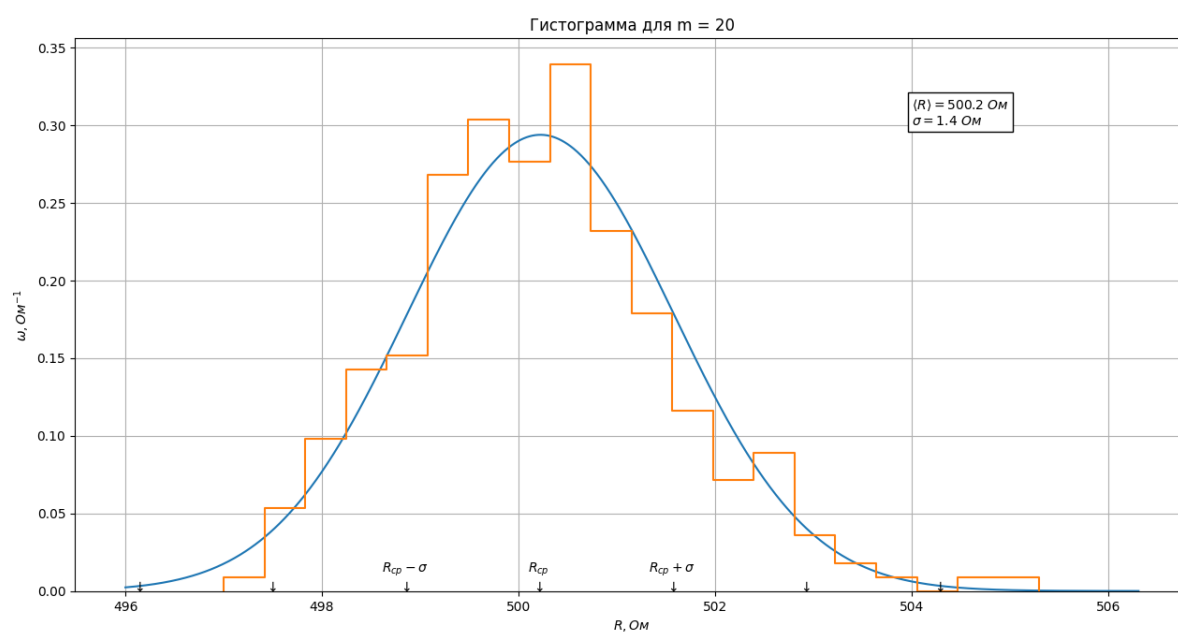


Рис. 4: Таблица результатов с цветовым разделением по интервалам измерения при  $m = 20$

Эта функция также изображена на рис. 3 и 4. Видно, что гистограмма соответствует этой зависимости. Теоретическая вероятность попадания измерений в интервал от  $\langle R \rangle - \sigma$  до  $\langle R \rangle + \sigma$  равна 68%, а в интервал от  $\langle R \rangle - 2\sigma$  до  $\langle R \rangle + 2\sigma$  соответственно - 95%.

Практически мы получаем, что величина сопротивления резистора, наугад выбранного из данного набора, попадает в интервал  $500.2 \pm 1.4$  Ом с вероятностью 73%, в интервал  $500.2 \pm 2.8$  Ом - с вероятностью 97%, в интервал  $500.2 \pm 4.2$  Ом - с вероятностью 99%.