

Лабораторная работа №3.2.2
Резонанс напряжений в последовательном контуре

Рожков А. В.

20 ноября 2024 г.

Цель работы: исследование резонанса напряжений в последовательном колебательном контуре с изменяемой ёмкостью, получение амплитудно-частотных и фазово-частотных характеристик, определение основных параметров контура.

В работе используются: генератор сигналов, источник напряжения, нагрузкой которого является последовательный колебательный контур с переменной ёмкостью, двухканальный осциллограф, цифровые вольтметры.

Теоретическая справка

В теории переменных токов напряжения и токи принято выражать комплексными числами. Модуль комплексного числа равен эффективному значению напряжения (или тока), а фаза – сдвигу фаз, измеренному по отношению к какому-либо одному напряжению или току, принятому в качестве опорного. Параметры основных элементов цепи задаются их импедансами, т.е. тоже некоторыми комплексными числами.

Рассмотрим электрическую цепь, состоящую из резистора R и катушки индуктивности L с импедансами $Z_L = r_L + i\Omega L$, последовательно подключенных к внешнему источнику, ЭДС которого меняется по синусоидальному закону с частотой Ω .

Обозначим через U_R напряжение на резисторе, через U_L – напряжение на катушке и через U_{R+L} – суммарное напряжение на катушке и на резисторе. Для этих напряжений справедливы комплексные соотношения:

$$\hat{U}_R = \hat{I}R, \quad \hat{U}_L = \hat{I}(r_L + i\Omega L), \quad \hat{U}_{R+L} = \hat{I}(R + r_L + i\Omega L).$$

Напомним, что здесь r_L – активное сопротивление катушки, которое характеризует суммарные потери энергии в катушке, в том числе потери в её ферромагнитном сердечнике.

Переходя к модулям и фазам токов и напряжений, найдём:

$$\begin{aligned} U_R &= IR, & \operatorname{tg} \psi_1 &= 0; \\ U_L &= I\sqrt{r_L^2 + (\Omega L)^2}, & \operatorname{tg} \psi_2 &= \frac{\Omega L}{r_L}; \\ U_{R+L} &= I\sqrt{(R + r_L)^2 + (\Omega L)^2}, & \operatorname{tg} \psi_3 &= \frac{\Omega L}{R + r_L}. \end{aligned}$$

В этих формулах U и I обозначают эффективные значения напряжений и токов (показания приборов).

Измеряя с помощью трёх вольтметров значения U_R , U_L и U_{R+L} и зная сопротивление резистора R , нетрудно вычислить силу тока в цепи, активное сопротивление катушки r_L , её индуктивность L , мощность P_L , выделяемую на катушке, и сдвиг фаз между током и напряжением на катушке.

Рассчитаем мощность переменного тока, выделяемую на катушке. Мгновенное значение мощности равно

$$P = U(t)I(t).$$

Средняя мощность за период T определяется формулой

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T U(t)I(t)dt.$$

Полагая $I(t) = I\sqrt{2} \cos(\Omega t)$, $U(t) = U\sqrt{2} \cos(\Omega t + \psi)$, получим после интегрирования:

$$\bar{P}_L = U_L I \cos \psi = I^2 r_L.$$

Средняя мощность, выделяющаяся в катушке самоиндукции, определяется, таким образом, действительной частью её импеданса.

Активное сопротивление катушки r_L можно определить, если включить её в последовательный колебательный контур с известными параметрами – сопротивлением R и ёмкостью C . В контуре,

настроенном в резонанс на частоту Ω внешнего источника (собственная частота контура и внешняя частота совпадают: $\omega = \Omega$), реактивные сопротивления индуктивности и ёмкости равны:

$$\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C}.$$

Определив каким-либо экспериментальным способом добротность Q этого контура, можно рассчитать полное сопротивление контура R_Σ в резонансе, поскольку

$$Q = \frac{\omega_0 L}{R_\Sigma} = \frac{1}{\omega_0 C R_\Sigma}.$$

Резонансное сопротивление контура R_Σ включает в себя известное сопротивление резистора R и активное сопротивление катушки r_L :

$$R_\Sigma = R + r_L.$$

Экспериментальная установка

Схема установки для исследования закона Ома в цепи переменного тока представлена на рис. 1. Цепь, состоящая из резистора $R_1 \approx 100 \Omega$ и катушки L с выдвижным сердечником подключена к трансформатору, выходное напряжение которого можно изменять от 0 до 127 В. Напряжения на каждом из элементов и суммарное напряжение цепи измеряются тремя вольтметрами: V_R , V_L и V_{R+L} . Амперметр A измеряет ток в цепи, а ваттметр P – мощность, выделяющуюся на катушке.

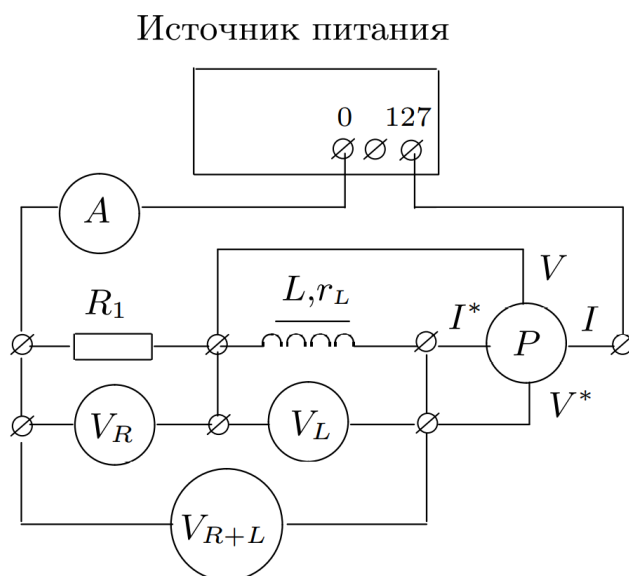


Рис. 1: Схема экспериментальной установки

Ваттметр электродинамической системы состоит из двух катушек, одна из которых вращается в магнитном поле другой, если через них течёт ток. Токовая катушка ваттметра II^* включается последовательно в исследуемую цепь, а катушка напряжений (потенциальная) VV^* – параллельно элементу, в котором измеряется выделяемая мощность.

Схема установки для изучения резонанса напряжений изображена на рис. 2. Последовательно соединены резистор $R_2 \approx 5 \Omega$, катушка L и магазин ёмкостей C . Амперметр A измеряет ток в цепи, вольтметр V_C – напряжение на ёмкости, вольтметр V_Σ – суммарное напряжение на контуре. Резонанс можно зафиксировать с помощью осциллографа, если подать на вход X напряжение с контура, а на вход Y – напряжение с резистора R_2 , пропорциональное току в цепи. В общем случае на экране виден эллипс. При резонансе эллипс вырождается в прямую линию.

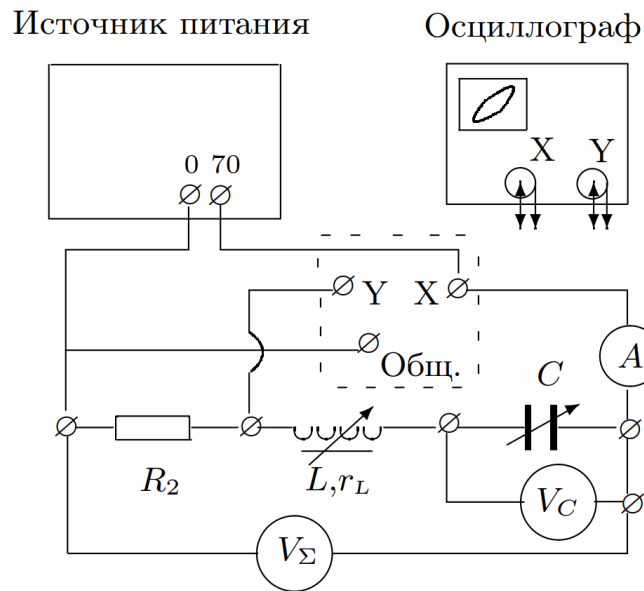


Рис. 2: Схема экспериментальной установки

Резонансные напряжения на контуре $U_{\Sigma, \text{рез.}}$ и на ёмкости $U_{C, \text{рез.}}$ равны соответственно

$$U_{\Sigma, \text{рез.}} = I_{\text{рез.}} R_{\Sigma}, \quad U_{C, \text{рез.}} = \frac{I_{\text{рез.}}}{\Omega C}.$$

Отсюда

$$Q = \frac{U_{C, \text{рез.}}}{U_{\Sigma, \text{рез.}}}.$$

Это значит, что добротность контура может быть найдена по измеренным значениям напряжений на контуре и на конденсаторе при резонансе. Зная добротность контура и ёмкость C , можно рассчитать R_{Σ} , а затем определить r_L .