

Лабораторная работа №3.2.5
Свободные и вынужденные колебания в электрическом
контуре

Рожков А. В.

13 ноября 2024 г.

Цель работы: исследование свободных и вынужденных колебаний в колебательном контуре. **В работе используются:** осциллограф АКТАКОМ ADS-6142Н, генератор сигналов специальной формы АКИП-3409/4, магазин сопротивлений МСР-60, магазин емкости Р5025, магазин индуктивности Р567 типа МИСП, соединительная коробка с шунтирующей емкостью, соединительные одножильные и коаксиальные провода.

1 Введение

Экспериментальная установка

Колебательный контур состоит из постоянной индуктивности L с активным сопротивлением RL , переменной емкости C и сопротивления R . Картина колебаний напряжения на емкости наблюдается на экране двухканального осциллографа. Для возбуждения затухающих колебаний используется генератор сигналов специальной формы. Сигнал с генератора поступает через конденсатор C_1 на вход колебательного контура. Данная емкость необходима чтобы выходной импеданс генератора был много меньше импеданса колебательного контура и не влиял на процессы, проходящие в контуре.

Установка предназначена для исследования не только возбужденных, но и свободных колебаний в электрической цепи. При изучении свободно затухающих колебаний генератор специальных сигналов на вход колебательного контура подает периодические короткие импульсы, которые заряжают конденсатор C . За время между последовательными импульсами происходит разрядка конденсатора через резистор и катушку индуктивности.

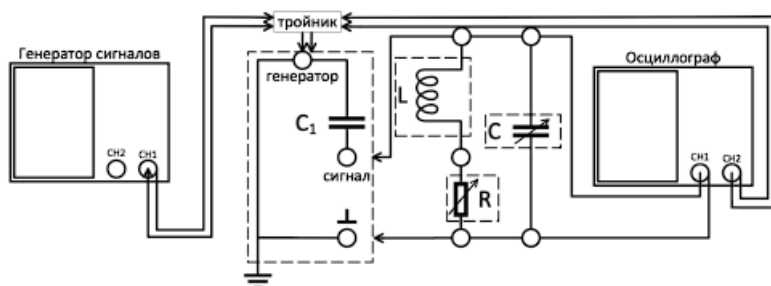


Рис. 2: Схема установки для исследования АЧХ и ФЧХ

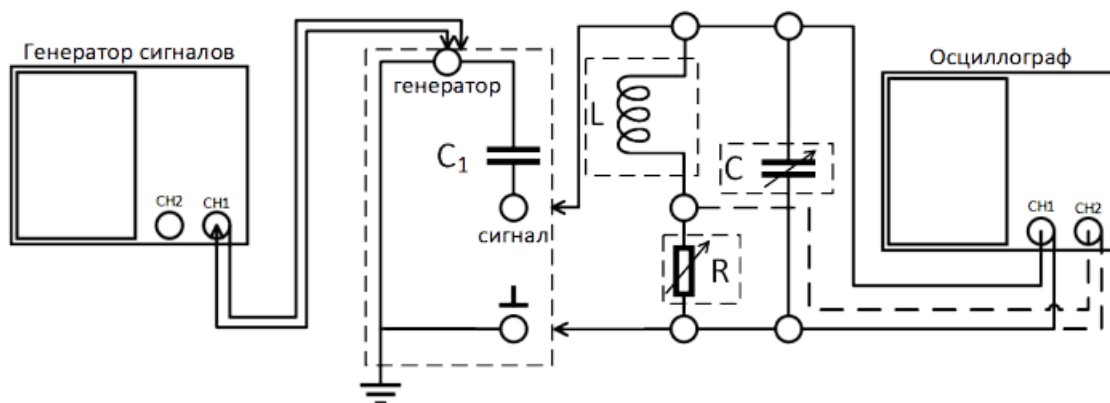


Рис. 1: Схема установки для исследования вынужденных колебаний

Теоретические сведения

Для RLC контура применим правило Кирхгофа:

$$RI + U_C + L \frac{dI}{dt} = 0. \quad (1)$$

Подставив в уравнение выражение для тока через 1-ое правило Кирхгофа разделив обе части уравнения на CL , получим:

$$\frac{d^2 U_C}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dU_C}{dt} + \frac{U_C}{CL} = 0 \quad (2)$$

Произведём замены $\gamma = \frac{R}{2L}$ – коэффициент затухания, $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$ – собственная круговая частота, $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{LC}$ – период собственных колебаний. Тогда уравнение примет вид:

$$\ddot{U}_C + 2\gamma\dot{U}_C + \omega_0^2 U_C = 0, \quad (3)$$

где точкой обозначено дифференцирование по времени. Будем искать решение данного дифференциального уравнения в классе функций следующего вида:

$$U_C(t) = U(t)e^{-\gamma t}.$$

Получим:

$$\ddot{U} + \omega_1^2 U = 0, \quad (4)$$

где

$$\omega_1^2 = \omega_0^2 - \gamma^2 \quad (5)$$

Для случая $\gamma < \omega_0$ в силу того, что $\omega_1 > 0$, получим:

$$U_C(t) = U_0 \cdot e^{-\gamma t} \cos(\omega_1 t + \varphi_0). \quad (6)$$

Для получения фазовой траектории представим формулу в другом виде:

$$U_C(t) = e^{-\gamma t} (a \cos \omega_1 t + b \sin \omega_1 t), \quad (7)$$

где a и b получаются по формулам:

$$a = U_0 \cos \varphi_0, \quad b = -U_0 \sin \varphi_0.$$

В более удобном виде запишем выражения для напряжения на конденсаторе и тока через катушку:

$$U_C(t) = U_{C0} \cdot e^{-\gamma t} (\cos \omega_1 t + \frac{\gamma}{\omega_1} \sin \omega_1 t), \quad (8)$$

$$I(t) = C \dot{U}_C = -\frac{U_{C0}}{\rho} \frac{\omega_0}{\omega_1} e^{-\gamma t} \sin \omega_1 t. \quad (9)$$

Введём некоторые характеристики колебательного движения:

$$\tau = \frac{1}{\gamma} = \frac{2L}{R}, \quad (10)$$

где τ – время затухания (время, за которое амплитуда колебаний уменьшается в e раз).

$$\Theta = \ln \frac{U_k}{U_{k+1}} = \gamma T_1 = \frac{1}{N_\tau} = \frac{1}{n} \ln \frac{U_k}{U_{k+n}}, \quad (11)$$

где Θ – логарифмический декремент затухания, U_k и U_{k+1} – два последовательных максимальных отклонения величины в одну сторону, N_τ – число полных колебаний за время затухания τ .

Теперь рассмотрим случай *вынужденных колебаний* под действием внешней внешнего синусоидального источника. Для этого воспользуемся методом *комплексных амплитуд* для схемы на рисунке (рис. 1):

$$\ddot{I} + 2\gamma\dot{I} + \omega^2 I = -\varepsilon \frac{\Omega}{L} e^{i\Omega t}. \quad (12)$$

Решая данное дифференциальное уравнение получим решение:

$$I = B \cdot e^{-\gamma t} \sin(\omega t - \Theta) + \frac{\varepsilon_0 \Omega}{L \phi_0} \sin(\Omega t - \varphi). \quad (13)$$

Нетрудно видеть, что частота резонанса будет определяться формулой:

$$\omega_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}. \quad (14)$$

Способы измерения добротности $Q = \frac{W_0}{W_{loss, \tau}} = \frac{\pi}{\Theta}$:

1. с помощью потери амплитуды свободных колебаний:

$$\Theta = \frac{1}{n} \ln \frac{U_k}{U_{k+n}}, \quad (15)$$

2. с помощью амплитуды резонанса можно получить добротность (в координатах U_C/U_0 , где U_0 – амплитуда колебаний напряжения источника, от частоты генератора). Отсюда нетрудно определить декремент затухания $\gamma = \frac{\omega_0}{2Q}$,
3. с помощью среза АЧХ на уровне 0.7 от максимальной амплитуды, тогда «дисперсия» ($\Delta\Omega$) будет численно равна коэффициенту γ , то есть $Q = \frac{\nu_0}{2\Delta\Omega}$.
4. с помощью нарастания амплитуд в вынужденных колебаниях:

$$\Theta = \frac{\omega_0 n}{2 \ln \frac{U_0 - U_k}{U_0 - U_{k+n}}}. \quad (16)$$

5. с помощью формулы

$$\Theta = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (17)$$

2 Ход работы

$$C_0 = 1.2 \text{ нФ}$$

$C + C_0, \text{ нФ}$	$T_{exp}, \text{ мкс}$	$T_{th}, \text{ мкс}$
2.2	94	93
3.2	113	112
4.2	127	128
5.2	144	143
6.2	159	156
7.2	171	168
8.2	178	180
9.2	191	190
10.2	199	200

Таблица 1: Экспериментальные и теоретические значения периодов колебаний

