① حالت‌های زیر را در نظر بگیرید و با استفاده از آن‌ها ماتریس تبدیلی بنویسید که هر بردار پایه $\{|z_+\rangle, |z_-\rangle\}$ را به $\{|x_+\rangle, |x_-\rangle\}$ تبدیل کند.

$$|z_+\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad |z_-\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad |x_+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad |x_-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

---

② ویژه مقادیر و ویژه بردارهای ماتریس A را بدست آورید.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$$

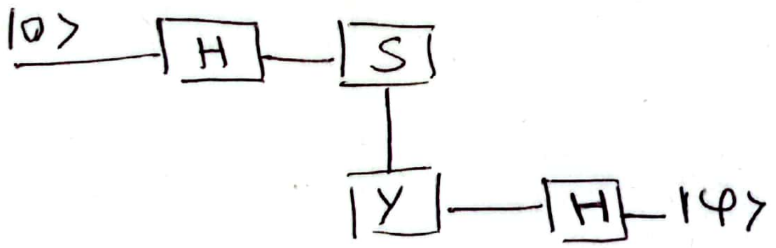
الف) ماتریس A هرمیتی است؟

ب) آیا ویژه بردارهای این ماتریس متعامدند؟

---

③ اگر $|\psi\rangle \text{—}\boxed{A}\text{—} A|\psi\rangle$ به معنی این باشد که گیت A روی حالت $|\psi\rangle$ اثر کند در این صورت مدار زیر را در نظر بگیرید و $|\psi\rangle$ را بدست آورید.

$$H = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \quad \text{و} \quad |0\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$



$$S = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix}$$

$$Y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$$

ب) ماتریس $\hat{U}$ را طوری تعیین کنید $\hat{U}|0\rangle = |1\rangle$.

$$\hat{U} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

$$|0\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$|1\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

④ در همتنیدگی حالت های زیر را بررسی کنید و حالت های $|A\rangle$ یا $|B\rangle$

را به صورت ماتریسی بنویسید. (β ,α ,γ عدد حقیقی اند)

$$|A\rangle = \alpha\left(|0\rangle_a \otimes |1\rangle_b - |1\rangle_a \otimes |0\rangle_b\right)$$

$$|0\rangle_a = \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}, \quad |1\rangle_a = \begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$$

$$|B\rangle = \gamma\left(|0\rangle_a \otimes |0\rangle_b + |1\rangle_a \otimes |1\rangle_b\right)$$

$$|0\rangle_b = \begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}, \quad |1\rangle_b = \begin{pmatrix}1\\-1\end{pmatrix}$$

$$|C\rangle = \beta\left(|0\rangle_a \otimes |0\rangle_b \otimes |0\rangle_a \otimes |1\rangle_b \otimes |0\rangle_c - |0\rangle_a \otimes |0\rangle_b \otimes |1\rangle_c\right)$$