

Exercise 1

1.1 O mașină Turing cu 2 capete și o bandă este asemănătoare cu una standard, funcționând pe baza aceluiași principii, diferența constând în faptul că în acest caz fiecare cap are o serie de simboluri independente, iar indicii se vor mișca stânga/dreapta vor fi în număr de 2.

O mașină Turing cu 2 capete și o bandă este un 7-tuplu $(Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, q_{\text{accept}}, q_{\text{reject}})$, unde Q, Σ, Γ sunt mulțimi finite:

- Q este mulțimea de stări;
- Σ este alfabetul de intrare, care nu conține spații;
- Γ este alfabetul benzii, unde $\Sigma \subseteq \Gamma$ și Γ conține spații;
- δ este funcția de tranziție, și avem următoarea definiție pentru ea:

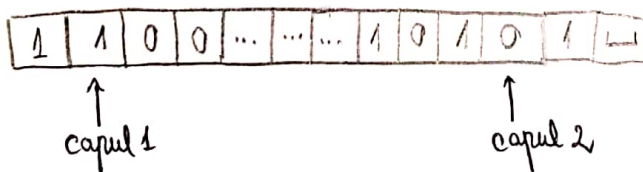
$$\delta: Q \setminus \{q_{\text{accept}}, q_{\text{reject}}\} \times \Gamma_{(LH)} \times \Gamma_{(RH)} \rightarrow Q \setminus \{q_{\text{accept}}, q_{\text{reject}}\} \times \Gamma_{(LH)} \times \Gamma_{(RH)} \times \{L, R, N\}_{(LH)} \times \{L, R, N\}_{(RH)}$$

unde L înseamnă că deplasarea se face la stânga
 R — " ————— dreapta
 LH simbolul asociat capului din stânga
 RH — " ————— dreapta
 N înseamnă că staționează

- $q_0 \in Q$ este starea de start
- $q_{\text{accept}} \in Q$ este starea de acceptare
- $q_{\text{reject}} \in Q$ este starea de respingere, $q_{\text{accept}} \neq q_{\text{reject}}$

1.2 Modul de calculare

Inițial, mașina Turing primește inputul $w = w_1 w_2 \dots w_n \in \Sigma^*$; unul dintre capete se află în stânga, iar celălalt în dreapta.



Odată ce dăm startul mașinii Turing, procesul de calculare are loc conform regulilor descrise de funcția de tranziție.
 Dacă mașina încearcă să depășească pragul din stânga al benzii cu capul stâng, atunci aceasta rămâne în același loc, chiar dacă

funcția de tranziție indică L (left). Analog pentru capul din dreapta, dacă încearcă să depășească pragul din dreapta al benzii.

Dacă vom ca unul dintre capete să stea pe loc, putem indica direcția N , care înseamnă staționare pe parțialul curent.

Procesul de calculare continuă până când se ajunge în una din stările finale (de acceptare sau de respingere), punct în care se oprește. Dacă nu se ajunge în una din aceste stări, mașina continuă să ruleze până la infinit.

Atât timp cât mașina rulează, se vor produce schimbări atât în ceea ce privește starea curentă, cât și în ceea ce ține de banda sau pozițiile capetelor.

Formalizarea procesului de calculare:

Spunem că C_1 (configurație) C_2 (altă configurație) dacă mașina Turing poate trece în mod regulamentar de la C_1 la C_2 într-un singur pas.

Presupunem că avem următoarele configurații:

$$C_1 : 00110q_1'101 \dots 11q_2'01$$

$$C_2 : 00110q_2'0 \dots 1q_2''110$$

$$\delta(q_i, 1, 0) = (q_j, 0, 1, R, L) \quad (C_1 \text{ produce } C_2 \text{ dacă avem această tranziție})$$

Pentru a accepta, starea curentă trebuie să fie q_{accept}

Pentru a respinge, ————— q_{reject} .

O mașină Turing acceptă un input dacă există secvența de configurații C_1, C_2, \dots, C_k , unde

- C_0 este configurația de start

- $\forall i = 0, k-1$ avem: C_i produce C_{i+1}

- C_k este configurația de acceptare