Metodo de minimos cuadrados

José Ramón Pérez Navarro

Noviembre, 2019

0.1. Definición

Métodos numéricos para evaluar una integral definida, con la siguiente estructura

$$\int_a^b f(x)dx$$

Los métodos considerados aquí se desarrollan tomando una función simple $Q_n(x)$ que tiene el mismo valor que f(x) en un número de puntos elegidos, $x_i(i = 0, 1, ..., n)$ y usando la integra de $Q_n(x)$ como una aproximación de la integral de f(x). Las funciones $Q_n(x)$ deben ser, por consiguiente, fáciles de integrar. Los puntos x_i, en los que se tendrá que $Q_n(x_i) = f(x_i)$ se conocen como nodos de la fórmula de integración. A los valores de $f(x_i)$ se les da la notación f_i. Si los nodos elegidos son equidistantes, entonces se puede obtener una serie de fórmulas conocidas como fórmulas de Newton-Cotes. Las dos formulaciones más sencillas de esta clase son la regla trapezoidal y la regla de Simpson. Sin embargo, estas formulaciones pierden precisión debido a la restricción a puntos equidistantes. Se pueden obtener formulaciones dos veces más precisas que las formulaciones de NewtonCotes si los nodos son especialmente elegidos para dar la máxima precisión posible. Estas formulaciones se conocen como formulación de cuadraturas gaussianas. Los nodos de estas formulaciones son los ceros de ciertos polinomios ortogonales. Se debe notar que la formulación es sólo más precisa en términos de la definición matemática particular de precisión. Puede suceder fácilmente que una fórmula de NewtonCotes dé un valor numérico más cercano que la fórmula teórica gaussiana más precisa.

Otro método adicional es el que se basa en el uso de la regla trapezoidal con muchos tamaños de intervalo diferentes. Entonces se usa la técnica de extrapolación de Richardson para reducir el error consecutivamente. Este método, conocido como integración de Romberg, es muy apropiado para usarse en programas de cómputo, y se puede demostrar que converge para cualquier función continua f(x). Antes de proporcionar ejemplos de cómo usar las fórmulas de diferencias finitas para la derivación e integración, es mejor observar gráficamente el problema para tener una mejor apreciación de las dificultades que presenta.

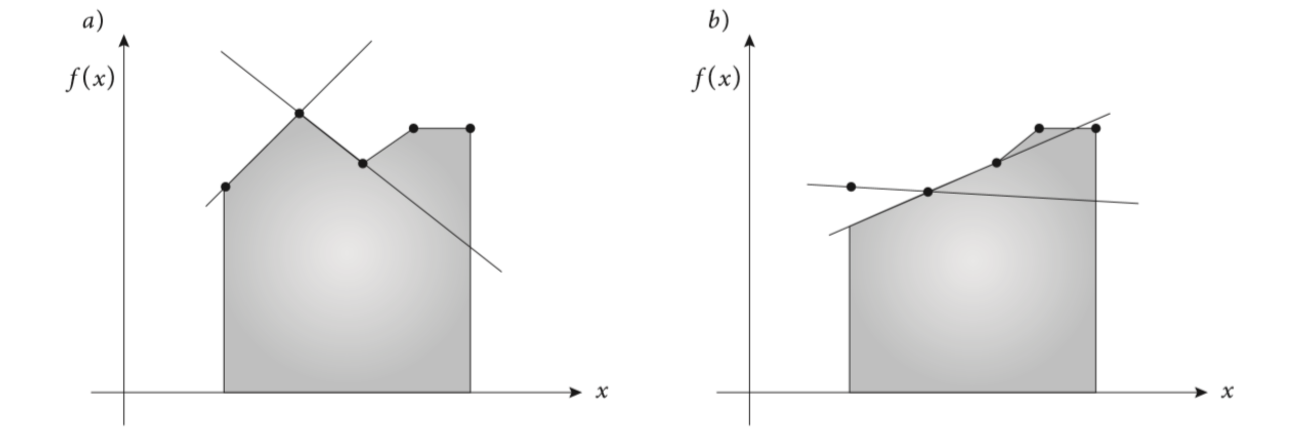

Figura 6.2 *a*) Error en la integral, *b*) Error en la derivada.

Figura 1:

Codigo del programa