Interpolacion Lagrange

José Ramón Pérez Navarro

October, 2019

0.1. Definición

Gráfica

$$L_{n,i}(x) = \prod_{\substack{j=0 \\ j\neq i}}^{n} \frac{x - x_j}{x_i - x_j} = \frac{(x-x_0)(x-x_1)\cdots(x-x_{i-1})(x-x_{i+1})\cdots(x-x_n)}{(x_i-x_0)(x_i-x_1)\cdots(x_i-x_{i-1})(x_i-x_{i+1})\cdots(x_i-x_n)}, i = 0, 1, \ldots, n$$

Figura 1:

Se tiene que

$$L_{n,i}(x_i) = 1, L_{n,i}(x_j) = 0, i \neq j$$

y L$_i(x)$es un polinomio de grado n. Definiendo además

$$P_n(x) = y_0 L_{n,0}(x) + y_1 L_{n,1}(x) + ... + y_n L_{n,n}(x) = \sum_{i=0}^{n} y_i L_{n,i}(x)$$

Se tiene

$$P_n(x_0) = y_0$$
$$P_n(x_1) = y_1$$
$$P_n(x_n) = y_n$$

De esto se sigue que P_n es el polinomio interpolador de grado menor o igual a n. La formula se puede describir como:

$$f(x) = \sum_{i=0}^{n} y_i L_{n,i}(x) + (x - x_0)(x - x_1)...(x - x_n)\frac{f^{n+1}(*)}{(n+1)!}$$

donde y$_i = f(x_i)$.

El método de interpolación de Lagrange crea un polinomio de orden $n - 1$, donde n es el número de datos, a partir de una función discretizada o de un grupo de datos. La función polinómica que crea esta técnica es continua y puede calcular todos los puntos dentro del intervalo. En los puntos base, el error es cero y, Programa fuera de ellos, si se tiene un punto de referencia se puede calcular el error si no se espera un error simplemente acotado.

código del programa

```
% Función para crear un interpolador de Lagrange a partir de los siguientes datos:
%     x .- vector discreto de la variable independiente
%     fx .- valor de la función en los puntos x clear all clc
% Vector de la variable independiente x = [2; 4; 6; 8; 10; 12; 14];
% Valor de la función en los puntos \x". fx = [5; 9; 2; 1; 6; 4; 9];
% Número de muestras N = length(x);
% Rutina para calcular los coeficientes. for k=1:N     for m=1:N        if k==m
% Índice para omitir el dato cuando k=m.        else            FN(k,m-ind) = x(m)
% Factores del numerador (raíces del polinomio).           FD(k,m-ind) = x(k)-x(m
% Factores del denominador.        end    end    ind = 0;                        %
% Cálculo de los coeficientes del numerador de cada polinomio. for k = 1:N    CN(k
% Multiplica los factores de cada denominador.
% Rutina para multiplicar cada polinomio por el factor correspondiente. for k = 1:
% Calcula los coeficientes del polinomio interpolador. xp  = (2:0.01:14);        %
% superior. Fxp = polyval(Coef,xp);
% Evaluación de la función en todos los puntos propuestos.
% Gráficas de los puntos iniciales y el polinomio interpolador. plot(x,fx,'o',xp,F
```