

Método de Bisección

José Ramón Pérez Navarro

September, 2019

0.1. Definición

Para iniciar el método, se determinan dos puntos x_0 y \bar{x}_0 en los cuales la función toma valores con signo opuesto, si suponemos que la función es continua, con el teorema del valor intermedio se garantiza que debe existir al menos un cruce por cero de f entre x_0 y \bar{x}_0 . La función se evalúa entonces con el punto $x_1 = \frac{1}{2}(x_0 + \bar{x}_0)$.

El punto \bar{x}_1 se elige como análogo del par (x_0, \bar{x}_0) con el cual el valor de la función tenga el signo opuesto a $f(x_1)$. Se obtiene así un intervalo $[x_1, \bar{x}_1]$ que continua conteniendo un cruce por cero y que tiene la mitad del tamaño del intervalo original. El proceso se repite hasta que los límites superior e inferior del cruce por cero estén suficientemente cercanos.

Paso típico de este método

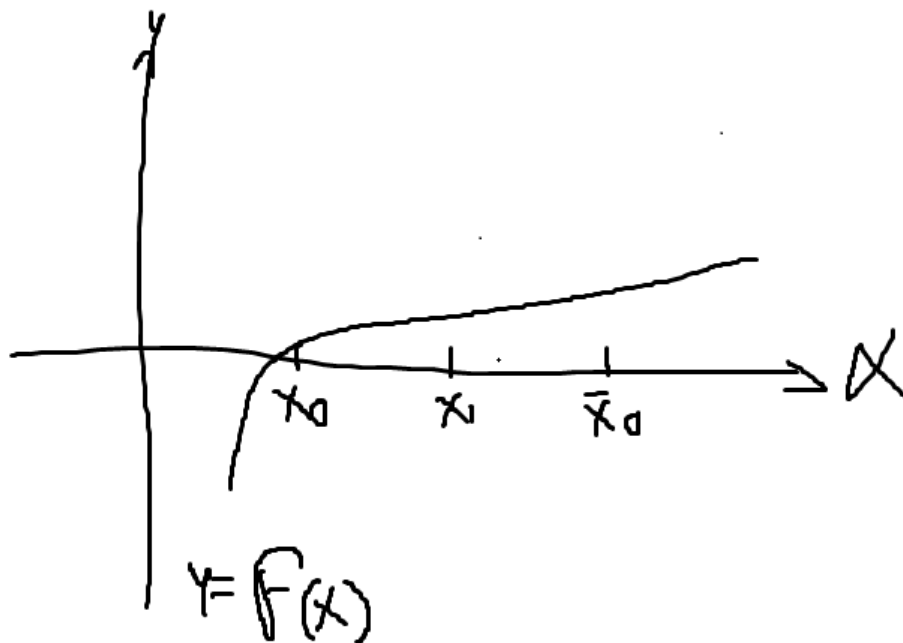


Figura 1:

Teorema

Suponiendo que f es continua en el intervalo $[x_0, \bar{x}_0]$ y $f(x_0) f(\bar{x}_0) < 0$, el método de bisección genera una sucesión $x_{n=1}^\infty$ que aproxima a x^* a un cruce por cero de f , tal que:

$$|x_n - x^*| \leq \frac{x_0 - \bar{x}_0}{2^n}$$

este ultimo teorema implica que:

$$x_n = x^* + O\left(\frac{1}{2^n}\right)$$

donde $O\left(\frac{1}{2}\right)$ es la velocidad de convergencia del método.

Tabla de valores que se obtienen al usar el método de bisección al calcular el primer cruce por cero

n	x_n	$f(x_n)$	\tilde{x}_n	$f(\tilde{x}_n)$	x_{n+1}	$f(x_{n+1})$
0	6.000000	-23.624104	7.000000	126.005431	6.500000	46.010338
1	6.000000	-23.624104	6.500000	46.010338	6.250000	8.632171
2	6.000000	-23.624104	6.250000	8.632171	6.125000	-8.262447
3	6.125000	-8.262447	6.250000	8.632171	6.187500	0.007349
4	6.125000	-8.262447	6.187500	0.007349	6.156250	-4.173800
5	6.156250	-4.173800	6.187500	0.007349	6.171875	-2.094560
6	6.171875	-2.094560	6.187500	0.007349	6.179687	-1.046410
7	6.179687	-1.046410	6.187500	0.007349	6.183593	-0.520228
8	6.183593	-0.520228	6.187500	0.007349	6.185546	-0.256613
9	6.185546	-0.256613	6.187500	0.007349	6.186523	-0.124675
10	6.186523	-0.124675	6.187500	0.007349	6.187011	-0.058673
11	6.187011	-0.058673	6.187500	0.007349	6.187255	-0.025664
12	6.187255	-0.025664	6.187500	0.007349	6.187377	-0.009158
13	6.187377	-0.009158	6.187500	0.007349	6.187438	-0.000904
14	6.187438	-0.000904	6.187500	0.007349	6.187469	0.003222
15	6.187438	-0.000904	6.187469	0.003222	6.187454	0.001158
16	6.187438	-0.000904	6.187454	0.001158	6.187446	0.000127
17	6.187438	-0.000904	6.187446	0.000127	6.187442	-0.000388
18	6.187442	-0.000388	6.187446	0.000127	6.187444	-0.000130
19	6.187444	-0.000130	6.187446	0.000127	6.187445	-1.89869e-6

Figura 2: