

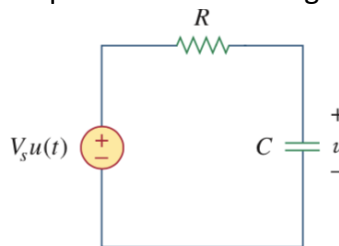
DC Step Response dari Rangkaian RC Sederhana

EL2008 - Pemecahan Masalah dengan C

Kuis 4

Problem

Carilah *step response* dari rangkaian pada Gambar 1 dengan nilai V_s 5V, R 10k Ω , dan C 1 μ F.



Gambar 1. Rangkaian RC sederhana dengan masukan step

Jawab

Arus yang mengalir pada rangkaian Gambar 1 adalah

$$I = \frac{V_s - v}{R} = C \frac{dv}{dt}$$

Tujuan kita adalah untuk mendapatkan v , oleh karena itu

$$V_s - v = RC \frac{dv}{dt}$$

$$v = V_s - RC \frac{dv}{dt}$$

Ingat bahwa

$$\frac{dv}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{v(t + \Delta t) - v(t)}{\Delta t}$$

Kita substitusi

$$t' = t + \Delta t$$

Sehingga

$$t = t' - \Delta t$$

Substitusi ini berguna agar kita dapat menggunakan *initial condition*, yaitu $v(0)$ (tegangan pada kapasitor saat $t = 0$) untuk melakukan perhitungan $v(0 + \Delta t)$. Pada algoritme yang akan dibuat, penghitungan $v(t)$ memerlukan nilai dari $v(t - \Delta t)$ jika kita lakukan substitusi seperti yang di atas. Jika kita tidak lakukan, maka penghitungan nilai dari $v(t)$ memerlukan nilai dari $v(t + \Delta t)$ yang belum kita miliki.

Persamaan yang kita miliki sekarang

$$\frac{dv}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{v(t') - v(t' - \Delta t)}{\Delta t}$$

$\frac{dv}{dt}$ disubstitusikan ke persamaan v , sehingga

$$v = V_s - RC \frac{dv}{dt}$$

$$v(t') = V_s - RC \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{v(t') - v(t' - \Delta t)}{\Delta t}$$

Limit dapat kita abaikan karena dalam hal ini arti limit adalah menggunakan nilai Δt sekecil mungkin. Semua $v(t')$ dipindahkan ke ruas kanan, sehingga

$$v(t') + \frac{RC}{\Delta t} v(t') = V_s + \frac{RC}{\Delta t} v(t' - \Delta t)$$

Kita kelompokkan $v(t')$

$$v(t') \left(1 + \frac{RC}{\Delta t} \right) = V_s + \frac{RC}{\Delta t} v(t' - \Delta t)$$

Sehingga kita dapatkan

$$v(t') = \frac{V_s + \frac{RC}{\Delta t} v(t' - \Delta t)}{\left(1 + \frac{RC}{\Delta t} \right)}$$

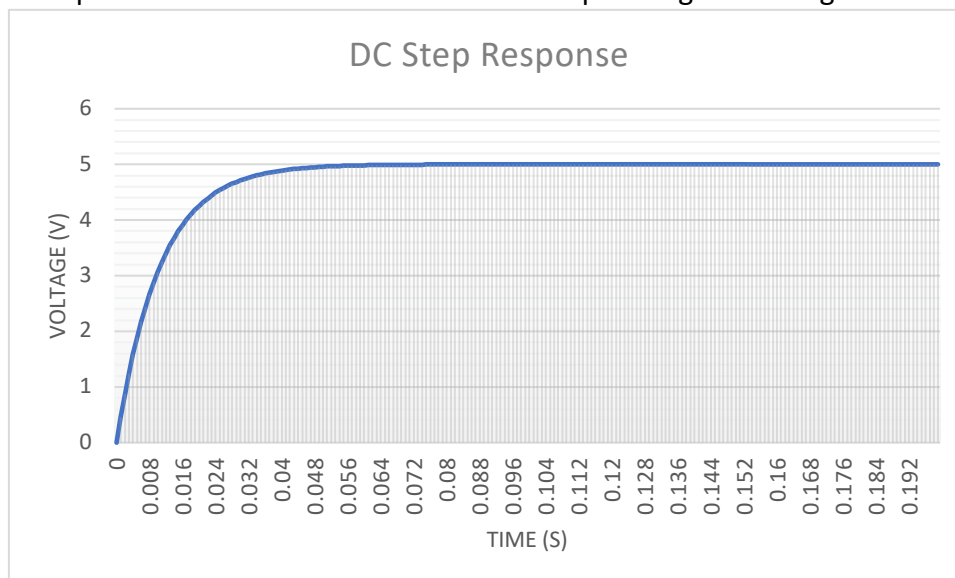
Persamaan ini kita gunakan untuk mencari nilai $v(t)$. Persamaan di atas dapat diimplementasikan sebagai fungsi rekursif dengan Δt tertentu. Namun, dalam program yang dibuat persamaan di atas diimplementasikan dengan menggunakan array. Sehingga ditentukan terlebih dahulu nilai Δt dan i berupa jumlah pengulangan yang dihitung dengan cara

$$i = \frac{t}{\Delta t}$$

Perlu diingat bahwa dalam rangkaian orde satu RC terdapat konstanta waktu $\tau = RC$. τ adalah waktu untuk mencapai 63,2% dari tegangan maksimum. Pada rangkaian ini $\tau = 0.01$. Jika kita atur $\Delta t = 0.01$, maka kita tidak akan mendapatkan grafik step respons yang baik. Oleh karena itu, pada program digunakan nilai $\Delta t = 0.001$. Dipilih $i = 200$ karena 200ms sudah cukup untuk mengamati step respons dari rangkaian dan memperoleh grafik yang baik.

Array dimanfaatkan untuk menyimpan nilai-nilai tegangan pada setiap t . Karena program bersifat rekursif (memanfaatkan nilai sebelumnya atau *prior value*) maka kita perlu mendefinisikan basis dari rekursif tersebut. Dalam hal ini basis adalah $v(0) = 0$. Nilai ini disimpan pada array dengan indeks 0, nilai tegangan selanjutnya akan disimpan pada array dengan indeks 1, dan seterusnya.

Implementasi dapat dilihat pada source code kuis4.c. Hasil implementasi dapat dilihat pada output.txt. Output tersebut kemudian diolah dan didapatkan grafik sebagai berikut.



Gambar 2. Grafik repons step DC dari rangkaian pada Gambar 1