Trabajo Práctico 2

Habitualmente para establecer modelos en la ciencia y la tecnología se utilizan ecuaciones diferenciales en derivadas parciales semilineales, pues proveen una descripción mas abarcadora y detallada que sus contra partes ordinarias ya que vinculan a las magnitudes con sus tazas de variación respecto de direcciones parciales especificas, pero el problema que conllevan es que la matemática en muy pocos casos puede obtener respuestas exactas siendo casi la única alternativa la que provee la informática.
Un modo eficiente y preciso de resolver este tipo de ecuaciones resultan ser los *Spectral Splitting Methods* (SSM), estos consisten en operar la ecuación a partir de las transformadas discretas de Fourier [1], separándola en dos subproblemas correspondientes a la parte lineal y a la no lineal, de este modo se obtiene una aproximación computacional de la solución aplicando sucesivamente ambos [2]. En general los SSM se aplican en forma de composición, como por ejemplo el de seguno orden propuesto en [8], para ordenes mayores existen los denominados *Simplécticos* como por ejemplo [6], [7], que en general son diseñados a medida aunque también hay familias como los propuestos en [9]. Los SSM propuestos en [3][1] establecen una *familia de métodos embebidos*, con lo cual permiten estimaciones de errores locales a partir de restar a la aproximación obtenida con otra conseguida con un orden mayor como se prueba en [4] y por su característica algebraica además son paralelizables.

1. Resumen

Este trabajo práctico consiste en resolver una de las siguientes ecuaciones a partir del uso de SSM paralelizables como los propuestos en [3], si el número de grupo es impar debe resolver la ecuación KdV y si es par la ecuación KS. Para guiarse en la tarea será conveniente basarse en la propuesta de [5][2], desde ya que en clase se hará una simple explicación del método de trabajo propuesto.
Para el procesamiento de los datos e implementación se propone el uso del software *MATLAB*[3]. Es obligatorio, que presenten su propia implementación en versión serie y paralela, aplicando a cada integrador la transformada rápida de Fourier para la estimación del espectro, puede estar basada en la literatura propuesta y lo visto en clase. Algunas preguntas que pueden hacerse e intentar responder:

1. ¿Cuál es la exactitud de las respuestas obtenidas? ¿Se puede comparar con otro método de obtención? (ver [6], [7], [8], [9]).

2. ¿Cómo varía la exactitud de acuerdo al orden del método usado? .

3. ¿Cómo varía la exactitud en un método de cuarto orden de acuerdo al paso usado?

4. ¿Cómo cambia el *Speed up* según el orden? (ver [3]).

[1] `https://pdfs.semanticscholar.org/fb83/3754f58e5488739b27a40e6d597d75d8763b.pdf`
[2] `https://people.maths.ox.ac.uk/trefethen/publication/PDF/2005_111.pdf`
[3] ©The MathWorks Inc, `https://la.mathworks.com/help/`

5. ¿Se logran mejoras importantes en tiempos de cómputo con SSM paralelizados de alto orden?

Será conveniente lograr un código escalable y funcional para la versión serie y la paralela. Matlab usa una versión del estandar MPI [4] que aprovecha los núcleos del procesador personal si los tuviere y si no de ser necesario crea un cluster virtual con excelente rendimiento. Un aspecto importante es mostrar como responde el sistema a un estímulo (solución inicial) y que se espera, en ambos casos en [2] hay estímulos iniciales característicos, resultando interesantes las evoluciones temporales de las soluciones para el caso de la KdV y para el caso de la KS hacer pequeñas perturbaciones espaciales aleatorias y exhibir los cambios en una animación.

2. Entregables

1. Código fuente del sistema.
2. Informe que detalle el sistema implementado.
3. Presentación de 10 minutos para **vender** su solución, comentando el ámbito en el que es aplicado el modelo. La presentación puede incluir videos, demostraciones en vivo, etc.
4. Luego de la presentación, les haremos preguntas sobre detalles de su solución y sobre temas relacionados con el contenido de la materia. Estas preguntas nos permitirán evaluarlos individualmente sobre el manejo de los conceptos del curso.

Referencias

[1] Cooley J. W. Tukey J. W. An algorithm for the machine calculation of complex fourier series. *Math. Comput.*, 19:297–301, 1965.

[2] Trotter H.F. On the product of semigroups of operators. 10:545–551, 1959. Proc. Amer. Math. Soc.

[3] Alvarez A. Rial D. Affine combination of splitting type integrators implemented with parallel computing methods. *International Journal of Mathematical, Computational, Physical, Electrical and Computer Engineering*, 9(2):146–149, 2015.

[4] Merson R. H. An operational method for the study of integration processes. *Proc. Symp. Data Processing , Weapons Res. Establ. Salisbury*, I:110–125, 1957.

[5] Trefethen L.N. Kassam A.K. *Fourt order time stepping for stiff PDE's.*, volume 26 No 4 pages: 1214-1233. SIAM J. SCI Comput., 2005.

[6] Neri F. Lie algebras and canonical integration. *Department of Physics report, University of Maryland*, pages 1489–1500, 1987.

[4] `https://la.mathworks.com/products/parallel-computing.html`

[7] Ruth R. D. A canonical integration technique. *IEEE Transactions on Nuclear Science*, NS 30(4):2669–2671, 1983.

[8] Strang G. Accurate partial difference methods ii: Non linear problems. *Numerische Math.*, 6:37–46, 1963.

[9] Farrés A. Laskar J. Blanes S. Casas F Makazaga J. Murua A. *High precision symplectic integrators for the Solar System*. Springer Verlag Netherlands ISSN 0923-2958 DOI https://doi.org/10.1007/s10569-013-9479-6, 2013.