

# AULA PRÁTICA 3

## MÉTODOS ITERATIVOS PARA CÁLCULO DE AUTOVALORES E AUTOVETORES

### 1) MÉTODO DA POTÊNCIA - versão 1

Escreva uma função Scilab

```
function [lambda,x1,k,n_erro] = Metodo_potencia(A,x0,epsilon,M)
```

que implementa o Método da Potência para determinar o autovalor dominante (lambda) de A.

#### Variáveis de entrada:

**A**: matriz real  $n \times n$ , diagonalizável, com autovalor dominante (lambda);

**x0**: vetor, não nulo, a ser utilizado como aproximação inicial do autovetor dominante.

**epsilon**: precisão a ser usada no critério de parada.

**M**: número máximo de iterações.

#### Variáveis de saída:

**lambda**: autovalor dominante de A;

**x1**: autovetor unitário (norma infinito) correspondente a lambda;

**k**: número de iterações necessárias para a convergência;

**n\_erro**: norma infinito do erro

**Critério de parada**: sendo  $\text{erro} = x_1 - x_0$  (diferença entre dois iterados consecutivos), parar quando  $n\_erro < \epsilon$  ou  $k > M$ .

#### ALGORITMO – versão 1

k=0

$x_0 = x_0 / (\text{coordenada de maior módulo de } x_0)$

$x_1 = A * x_0$  (aproximação do autovetor dominante)

$n\_erro = \epsilon + 1$  (obriga a entrar no loop)

Enquanto  $k \leq M$  e  $n\_erro \geq \epsilon$

    lambda = coord. de maior módulo de  $x_1$  (aproximação autovalor dominante)

$x_1 = x_1 / \text{lambda}$

$n\_erro = \text{norma infinito de } x_1 - x_0$

$x_0 = x_1$

$x_1 = A * x_0$

$k = k + 1$

Fim Enquanto

Mensagem e retorna

ALGORITMO – versão 2

k=0

$x_0 = x_0 / (\text{norma}_2 \text{ de } x_0)$

$x_1 = A * x_0$  (aproximação do autovetor dominante)

n\_erro =  $\epsilon + 1$  (Obriga a entrar no loop)

Enquanto  $k \leq M$  e  $n\_erro \geq \epsilon$

$\lambda = x_1^T * x_0$  (Quociente de Rayleigh;  $x_0$  é unitário)

    Se  $\lambda < 0$  então  $x_1 = -x_1$  (Mantém  $x_1$  com mesmo sentido de  $x_0$ )

$x_1 = x_1 / \text{norma}_2 \text{ de } x_1$

$n\_erro = \text{norma}_2 \text{ de } x_1 - x_0$

$x_0 = x_1$

$x_1 = A * x_0$

$k = k + 1$

Fim Enquanto

Mensagem e retorna

## 2) MÉTODO DA POTÊNCIA DESLOCADA com ITERAÇÃO INVERSA

Escreva uma função Scilab

`function [lambda1,x1,k,n_erro] = Potencia_deslocada_inversa (A,x0,epsilon,alfa,M)`

que implementa o Método da Potência Deslocada com Iteração Inversa para determinar o **autovalor de A mais próximo de “alfa”**.

### Variáveis de entrada:

**A**: matriz real  $n \times n$ , diagonalizável;

**$x_0$** : vetor, não nulo, a ser utilizado como aproximação inicial do autovetor dominante.

**epsilon**: precisão a ser usada no critério de parada.

**alfa**: valor do qual se deseja achar o autovalor de A mais próximo;

**M**: número máximo de iterações.

### Variáveis de saída:

**lambda1**: autovalor de A mais próximo de alfa;

**$x_1$** : autovetor unitário ( $\text{norma}_2$ ) correspondente a lambda;

**k**: número de iterações necessárias para a convergência

**n\_erro**:  $\text{norma}_2$  do erro

**Critério de parada**: sendo  $\text{erro} = x_1 - x_0$  (diferença entre dois iterados consecutivos), parar quando a  $n\_erro < \epsilon$  ou  $k > M$ .

### ALGORITMO Potência Deslocada com Iteração Inversa

k=0

$x_0 = x_0 / (\text{norma}_2 \text{ de } x_0)$

n\_erro =  $\epsilon + 1$  (Obriga a entrar no loop)

Enquanto k  $\leq$  M e n\_erro  $\geq$   $\epsilon$

    Resolva o sistema  $(A - \alpha I)x_1 = x_0$  para achar  $x_1$

$x_1 = x_1 / (\text{norma}_2 \text{ de } x_1)$

$\lambda = x_1^T A x_1$

(Quociente de Rayleigh;  $x_1$  é unitário)

    Se  $x_1^T x_0 < 0$  então  $x_1 = -x_1$

(Mantém  $x_1$  com mesmo sentido de  $x_0$ )

    n\_erro =  $\text{norma}_2 \text{ de } x_1 - x_0$

$x_0 = x_1$

    k=k+1

Fim Enquanto

$\lambda_1 = \dots$

Mensagem e retorna

- 3) Teste suas duas primeiras funções para várias matrizes A, com ordens diferentes e também variando as demais variáveis de entrada de cada função. Use matrizes com autovalores reais (por exemplo, matrizes simétricas ou matrizes das quais você saiba os autovalores). Teste a mesma matriz com os dois primeiros algoritmos, comparando os números de iterações necessárias para convergência e os tempos de execução. Teste com uma matriz em que o autovalor dominante é negativo. Alguma coisa deu errada? Se for o caso, corrija o algoritmo (e a função) correspondente.
- 4) Construa uma matriz simétrica e use os Discos de Gerschgorin para estimar os autovalores. Use essas estimativas e o Método da Potência Deslocada com Iteração Inversa para calcular os autovalores.
- 5) Faça outros testes que achar convenientes ou interessantes!!! 😊