Sonet Sait Talayhan
101044044

CSE 222
HW02

1-) a-) $f(n) = (n^2-n)/2$, $g(n) = 4n$

$4n \in O\left(\frac{n^2-n}{2}\right)$ olduğunu gösterelim.

$4n \le C.\left(\frac{n^2-n}{2}\right) \quad n \ge N$

$1 \le \boxed{\frac{C}{8}.(n-1)}$ → Limitini alırsak $\lim_{n\to\infty} \frac{C}{8}(n-1) = \infty$ çıkıcaktır.

$1 \le \infty \quad g(n) \in O(f(n))$ ✓

$N=2$, $c=8$ alabiliriz O notasyonunu göstermek için.

b-)* $f(n) = n + \log n$, $g(n) = n * \sqrt{n}$

$n + \log n \in O(n^{3/2})$ olduğunu varsayalım.

$n + \log n \le C.n^{3/2} \quad n \ge N$

$1 \le \boxed{\frac{C.n^{3/2} - n}{\log n}}$ limitini alırsak ifadenin, $\lim_{n\to\infty} \frac{C.n^{3/2}-n}{\log n} = \frac{\infty}{\infty}$ L'hospital

$= \lim_{n\to\infty} n.\left(\frac{3n^2}{2} - 1\right) = \infty$ çıkıcaktır.

$1 \le \infty$

$f(n) \in O(g(n))$ doğrudur.

$N=4$, $C=10$ seçilebilir göstermek için.

Samet Sait Talayhan
101044044

1-) c-) * $f(n) = 2(\log n)^2$, $g(n) = \log n + 1$

$g(n) \in O(f(n))$ olduğunu varsayalım, O notasyonunun tanımı gereği,

$\log n + 1 \leq c.2(\log n)^2 \quad n \geq N$

$1 \leq \boxed{\dfrac{2c.(\log n)^2}{\log n + 1}}$ → Limitini alırsak n'∞'a giderken $\lim_{n \to \infty} \dfrac{2c.(\log n)^2}{\log n + 1} = \dfrac{\infty}{\infty}$

L'hospital uygularız. $2c.\left(\lim_{n \to \infty} 2\log n\right) = \infty$

$1 \leq \infty$, $g(n) \in O(f(n))$ ✓

$n = e^2$, $c = 3$ alabiliriz göstermek için.

2-)

a-) * $f(n) = n \qquad n \geq N$

$n \in O(2^n)$

$n \leq c.2^n \longrightarrow 1 \leq \boxed{\dfrac{c.2^n}{n}}$ → limit alırsak → $\lim_{n \to \infty} \dfrac{c.2^n}{n} = \dfrac{\infty}{\infty}$

L'hospital uygularız. , $\lim_{n \to \infty} 2^n.\log(2) = \infty$ $\quad 1 \leq \infty$ ✓

$c=1$, $N=1$ $n \geq 1$ kabul edebiliriz.

b-) * $f(n) = 2^n \qquad n \geq N$

$2^n \in O(n!)$

$2^n \leq c.n! \longrightarrow 1 \leq \boxed{\dfrac{c.n!}{2^n}}$ → $\lim_{n \to \infty} \dfrac{c.n!}{2^n} = \infty$

$1 \leq \infty \quad f(n) \in O(n!)$

$c=2$, $n \geq 1$ göstermek için bu değerleri alabiliriz.

Samet Sait Talayhan
101044044

2-) c-) * $f(n) = n!$ $\quad n \geq N$

$f(n) \in \Omega(2^n)$

$n! \geq c \cdot 2^n \rightarrow \boxed{\frac{n!}{c \cdot 2^n}} \geq 1 \rightarrow$ ifadenin limitini alırsak $\rightarrow \lim_{n \to \infty} \frac{n!}{c \cdot 2^n} = \infty$

$\infty \geq 1$ her zaman doğru olacağından, $f(n) \in \Omega(2^n)$

$c = 1$, $n \geq 4$ değerlerini göstermek amaçlı alabiliriz.

d-) * $f(n) \in O(g(n))$, then $f(n)^k \in O(g(n)^k)$

$n \in O(n^2)$, then $n^k \in O(n^{2k})$

$n \leq c \cdot n^2$ $\quad\quad$ $n^k \leq c \cdot n^{2k}$

$\boxed{1 \leq c \cdot n}$ ✓ $\quad\quad$ $\boxed{1 \leq c \cdot n^k}$ ✓

$c = 1$ $\quad n \geq 1$ $\quad\quad$ $c = 2$ $\quad n \geq 1$

Samet Sait Talayhan
101044044

3-) $\cancel{a)}$ $f(n) \in o(g(n))$ and $f(n) \notin \Theta(g(n))$

$[f(n) \in O(g(n))$ and $f(n) \notin \Theta(g(n))]$ and $\cancel{f(n) \notin \Theta(g(n))}$

açarsak

$f(n) \in O(g(n))$ and $(f(n) \notin O(g(n))$ or $f(n) \notin \Omega(g(n)))$

$A \cdot (A' + B)$ → Boole Cebrindeki gibi yazarsak,

$A \cdot (A'+B) = \underset{0}{A \cdot A'} + AB = AB$

Sadeleştirilmiş denklem =

→ $f(n) \in O(g(n))$ and $f(n) \notin \Omega(g(n))$

$f(n) = n$

$g(n) = n^2$ alırsak,

i-) $n \leq c.n^2 \quad n \geq N$

$1 \leq c.n$

$c=2 \quad n \geq 1$ ✓

ii-) $n \notin \Omega(n^2)$ ✓

$n \in \Omega(n^2)$ olmadığını ispat edersek,

$n \notin \Omega(n^2)$ doğru olur.

$n \geq c.n^2 \quad n \geq N$

$1 \geq c.n$ → böyle bir durum tüm n'ler için geçerli değil.

Sonet Sait Talayhan
101044044

3-) b) $f(n) \in \Theta(g(n))$ and $f(n) \in o(g(n))$

$$\left[\underbrace{f(n) \in O(g(n))}_{A} \text{ and } \underbrace{f(n) \in \Omega(g(n))}_{B}\right] \text{ and } \left[\underbrace{f(n) \in O(g(n))}_{A} \text{ and } \underbrace{f(n) \notin \Theta(g(n))}_{(\bar{A}+\bar{B})}\right]$$

$= A . B . B . (\bar{A}+\bar{B})$

$= A . B . (\bar{A}+\bar{B})$

$= A . (B.\bar{A} + \cancel{B.\bar{B}})$

$= A . B . \bar{A} = 0 . B = 0$ Böyle bir f ve g fonksiyonu yok. $\boxed{\text{None}}$

c) $f(n) \in \Theta(g(n))$ and $f(n) \notin O(g(n))$

$$\underbrace{f(n) \in O(g(m))}_{A} \text{ and } \underbrace{f(n) \in \Omega(g(n))}_{B} \text{ and } \underbrace{f(n) \notin O(g(n))}_{\bar{A}}$$

$A . B . \bar{A} = 0$ $\boxed{\text{None}}$