



◇「콘텐츠산업 진흥법」제33조에 의한 표시
1) 제작연월일 : 2022-01-03
2) 제작자 : 교육지대(주)
3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초
제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호
되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무
단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법
외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

단원 ISSUE

이 단원에서는 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프에 대한 문제, 이차함수 $y = a(x-p)^2 + q$ 에 대한 문제 등이 자주 출제되며 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프의 성질을 이해하고, 평행이동을 이용하여 $y = ax^2 + q$, $y = a(x-p)^2$, $y = a(x-p)^2 + q$ 의 그래프의 성질을 이해할 수 있도록 학습합니다.

평가문제

[중단원 학습 점검]

1. 함수 $y = k^2x^2 + k(x-4)^2$ 이 x 에 대한 이차함수가 되도록 하는 k 의 값의 조건은?

- ① $k \neq -1$ ② $k \neq 0$
③ $k \neq 1$ ④ $k \neq -1$ 또는 $k \neq 0$
⑤ $k \neq -1$ 이고 $k \neq 0$

[중단원 학습 점검]

2. 이차함수 $f(x) = -2x^2 + ax + 3$ 에 대하여 $f(a) = -3$ 일 때, $f(3) - a$ 의 값을 구하시오. (단, $a > 0$)

- ① $3\sqrt{6}$ ② $2\sqrt{6}$
③ $2\sqrt{6} - 15$ ④ $\sqrt{6} + 15$
⑤ 15

[단원 마무리]

3. 이차함수 $f(x) = x^2 - 3x - 4$ 에 대하여 $f(a) = 6$ 을 만족시키는 모든 a 의 값의 합은?

- ① -3 ② -2
③ 0 ④ 3
⑤ 5

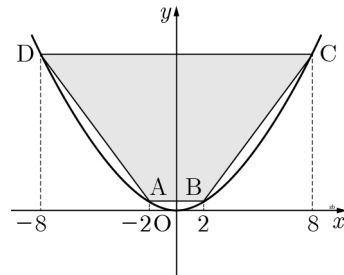
[중단원 학습 점검]

4. 이차함수 $y = 5x^2$ 의 그래프는 점 $(-2, a)$ 를 지나고, 이차함수 $y = (b-3)x^2$ 의 그래프와 x 축에 서로 대칭이다. 이때 두 수 a, b 에 대해 $a+b$ 의 값은?

- ① 18 ② 15
③ 14 ④ 10
⑤ 8

[중단원 학습 점검]

5. 그림과 같이 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프 위에 네 점 A, B, C, D가 있다. 각 점의 x 좌표는 -2, 2, 8, -8이고, 사다리꼴 ABCD의 넓이가 100일 때 이차함수 $y = ax^2$ 의 식을 구하면?



- ① $y = \frac{5}{32}x^2$ ② $y = \frac{1}{6}x^2$
③ $y = \frac{1}{4}x^2$ ④ $y = \frac{1}{3}x^2$
⑤ $y = \frac{1}{2}x^2$

[중단원 학습 점검]

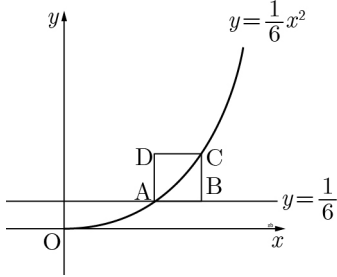
6. 다음 보기의 이차함수를 그 그래프가 폭이 좁은 것부터 차례로 나열한 것은?

<보기>	
㉠ $y = \frac{1}{4}x^2$	㉡ $y = -\frac{1}{2}x^2$
㉢ $y = 2x^2$	㉣ $y = -5x^2$

- ① ㉠ - ㉡ - ㉢ - ㉣ ② ㉠ - ㉡ - ㉣ - ㉢
③ ㉢ - ㉡ - ㉣ - ㉠ ④ ㉢ - ㉣ - ㉡ - ㉠
⑤ ㉢ - ㉣ - ㉠ - ㉡

[단원 마무리]

7. 제 1 사분면 위의 각 변이 각각 x 축 또는 y 축에 평행한 정사각형 ABCD가 있다. 점 A, C는 이차함수 $y = \frac{1}{6}x^2$ 의 그래프 위의 점이고, 점 A, B는 직선 $y = \frac{1}{6}$ 의 위의 점일 때, □ABCD의 둘레의 길이는?



- ① 4 ② 8
③ 12 ④ 16
⑤ 20

[중단원 학습 점검]

8. 다음 중 $y = ax^2$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?
- ① a 값에 관계없이 꼭짓점은 원점이다.
 - ② $a > 0$ 일 때, 아래로 볼록한 포물선이다.
 - ③ 이차함수 $y = -ax^2$ 의 그래프와 x 축에 서로 대칭이다.
 - ④ a 의 절댓값이 작을수록 그래프의 폭이 넓어진다.
 - ⑤ $a < 0$, $x < 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

[중단원 학습 점검]

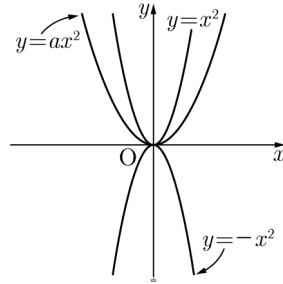
9. 다음 중 보기의 이차함수의 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

<보기>		
㉠ $y = -\frac{1}{5}x^2$	㉡ $y = \frac{1}{2}x^2$	㉢ $y = 2x^2$
㉣ $y = -\frac{1}{2}x^2$	㉤ $y = -2x^2$	㉥ $y = 5x^2$

- ① 꼭짓점은 모두 원점이다.
- ② ㉡과 ㉥은 x 축에 서로 대칭이다.
- ③ 위로 볼록한 그래프는 ㉠, ㉣, ㉤이다.
- ④ $x < 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값이 감소하는 그래프는 ㉡, ㉢, ㉥이다.
- ⑤ ㉡, ㉣, ㉥은 제 1, 2사분면을 지난다.

[단원 마무리]

10. 이차함수 $y = ax^2$, $y = x^2$, $y = -x^2$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 상수 a 의 값의 범위는?



- ① $a < -1$ ② $a > 1$
③ $-1 < a < 0$ ④ $0 < a < 1$
⑤ $-2 < a < -1$

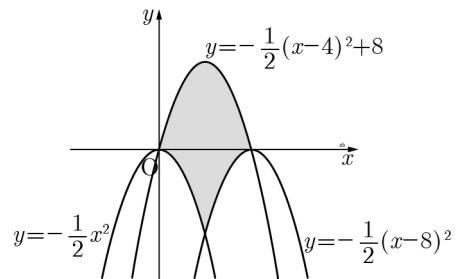
[단원 마무리]

11. 다음 중 원점을 꼭짓점으로 하는 포물선 모양이고 점 (4, 5)를 지나고 그래프와 x 축에 서로 대칭인 그래프가 지나가는 점은?

- ① $(1, \frac{5}{16})$ ② $(-2, \frac{5}{4})$
③ $(\frac{1}{2}, -\frac{5}{64})$ ④ $(2, \frac{4}{5})$
⑤ $(-8, 20)$

[중단원 학습 점검]

12. 세 이차함수 $y = -\frac{1}{2}x^2$, $y = -\frac{1}{2}(x-8)^2$, $y = -\frac{1}{2}(x-4)^2 + 8$ 의 그래프로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하면?



- ① 16 ② 32
③ 40 ④ 64
⑤ 128

[중단원 학습 점검]

13. 이차함수 $y = (x-3)^2 - 1$ 의 그래프를 x 축 방향으로 a 만큼 y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동하면 꼭짓점이 원점이 된다고 할 때, ab 의 값은?

- ① -4 ② -3
③ -2 ④ 2
⑤ 3

[중단원 학습 점검]

14. 이차함수 $y = ax^2 + q$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 3만큼 평행이동한 그래프가 두 점 $(1, -3)$, $(-2, 3)$ 을 지날 때, 상수 a , q 에 대하여 $2a - q$ 의 값은?

- ① 15 ② 12
③ 9 ④ 5
⑤ 2

[단원 마무리]

15. 다음 이차함수의 그래프 중에서 이차함수 $y = 4(x-1)^2 - 2$ 의 그래프를 평행이동하여 완전히 포괄 수 있는 것은?

- ① $y = -4x^2 - 2$ ② $y = -2\left(x + \frac{1}{3}\right)^2$
③ $y = 2x^2 + x$ ④ $y = \frac{1}{4}x^2 + x + 1$
⑤ $y = 4(x-4)^2 + 2$

[단원 마무리]

16. 다음 중 이차함수 $y = -\frac{2}{5}(x-5)^2 + 3$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

- ① 위로 볼록한 포물선이다.
② 꼭짓점의 좌표는 $(5, 3)$ 이다.
③ y 축과 만나는 점의 좌표는 $(0, -3)$ 이다.
④ $x < 5$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.
⑤ 이차함수 $y = \frac{2}{5}(x-5)^2 - 3$ 의 그래프와 x 축에 서로 대칭이다.

[단원 마무리]

17. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

- ① $y = x^2 + 2$ 의 그래프의 축의 방정식은 $x = 2$ 이다.
② $y = \frac{1}{2}(x-1)^2$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(1, 0)$ 이다.
③ $y = \frac{1}{2}(x-4)^2 + 3$ 의 그래프는 점 $(2, 5)$ 을 지난다.
④ $y = -(x+3)^2 - 1$ 의 그래프는 제 3, 4사분면을 지난다.
⑤ $y = -2\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - 1$ 의 그래프에서 $x < 1$ 일 때 x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.



정답 및 해설

1) [정답] ⑤

[해설] $y = k^2x^2 + k(x-4)^2$ 를 정리하면

$$y = (k^2 + k)x^2 - 8kx + 16k \text{이다.}$$

이 식이 이차함수 이기 위해서는 이차항의 계수 $k^2 + k$ 의 값이 0이 아니어야 한다.

$$\text{그러므로 } k^2 + k \neq 0$$

$$k(k+1) \neq 0$$

$$k \neq 0 \text{ 이고 } k \neq -1 \text{이다.}$$

2) [정답] ③

[해설] $f(x) = -2x^2 + ax + 3$ 에 $f(a) = -3$ 를 대입하면

$$-3 = -2a^2 + a^2 + 3$$

$$a^2 = 6, a = \sqrt{6} (\because a > 0) \text{이다.}$$

$$f(3) \text{의 값은 } -18 + 3a + 3 = 3a - 15 \text{이다.}$$

$$\therefore f(3) - a = (3a - 15) - a \\ = 2a - 15 = 2\sqrt{6} - 15$$

3) [정답] ④

[해설] $f(x) = x^2 - 3x - 4$ 에 $f(a) = 6$ 를 대입하면

$$6 = a^2 - 3a - 4$$

$$a^2 - 3a - 10 = 0$$

$$(a-5)(a+2) = 0$$

$$a = 5 \text{ 또는 } -2 \text{이다.}$$

$$\text{모든 } a \text{의 값의 합은 } 5 + (-2) = 3 \text{이다.}$$

4) [정답] ①

[해설] 이차함수 $y = 5x^2$ 의 그래프는 점 $(-2, a)$ 를 지나므로 $a = 5 \times (-2)^2 = 20$ 이다.

또한 이차함수 $y = (b-3)x^2$ 의 그래프와 x 축에 서로 대칭이므로 $b-3 = -5$, $b = -2$ 이다.

이때 두 수 a, b 에 대해 $a+b$ 의 값은 $20 + (-2) = 18$ 이다.

5) [정답] ②

[해설] 점 B 는 $y = ax^2$ 의 그래프 위에 있고 x 좌표가 2이므로 $B(2, 4a)$

점 C 는 $y = ax^2$ 의 그래프 위에 있고 x 좌표가 8이므로 $C(8, 64a)$

즉 사다리꼴 $ABCD$ 의 높이는

$$64a - 4a = 60a$$

이때 사다리꼴 $ABCD$ 의 넓이가 100이므로

$$\frac{1}{2} \times (4 + 16) \times 60a = 100$$

$$600a = 100 \quad \therefore a = \frac{1}{6}$$

$$\therefore y = \frac{1}{6}x^2$$

6) [정답] ④

[해설] $y = ax^2$ 의 그래프에서 $|a|$ 의 값이 클수록 그래

프의 폭이 좁다.

그러므로 보기의 이차함수를 폭이 좁은 것부터 나열 하면 ㉠ - ㉡ - ㉢ - ㉣ 이다.

7) [정답] ④

[해설] 점 A 의 y 좌표가 $\frac{1}{6}$ 이고, 이 점이 $y = \frac{1}{6}x^2$ 위

의 점이므로

$$\frac{1}{6} = \frac{1}{6}x^2, x^2 = 1 \quad \therefore x = \pm 1$$

그런데 점 A 는 제1사분면 위의 점이므로 $x > 0$

$$\therefore x = 1, A\left(1, \frac{1}{6}\right)$$

이때 정사각형 $ABCD$ 의 한 변의 길이를 k 라 하면

$$D\left(1, \frac{1}{6} + k\right), B\left(1 + k, \frac{1}{6}\right), C\left(1 + k, \frac{1}{6} + k\right)$$

점 $C\left(1 + k, \frac{1}{6} + k\right)$ 가 $y = \frac{1}{6}x^2$ 의 그래프 위의 점 이므로

$$\frac{1}{6} + k = \frac{1}{6}(1 + k)^2$$

$$1 + 6k = k^2 + 2k + 1$$

$$k^2 - 4k = 0, k(k-4) = 0 \quad \therefore k = 4 (\because k > 0)$$

따라서 $\square ABCD$ 의 한 변의 길이가 4이므로 둘레의 길이는

$$4 \times 4 = 16$$

8) [정답] ⑤

[해설] ⑤ $a < 0$, $x < 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 증가한다.

9) [정답] ④

[해설] ④ $x < 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값이 감소하는 그래프는 아래로 볼록한 모양을 가진다. 그러므로 이차항의 계수가 양수인 ㉠, ㉡, ㉢이다.

10) [정답] ④

[해설] $y = ax^2$ 의 그래프가 아래로 볼록하므로 $a > 0$

$y = x^2$ 의 그래프보다 $y = ax^2$ 의 그래프의 폭이 넓으므로

$$|a| < 1 \quad \therefore -1 < a < 1$$

$$\therefore 0 < a < 1$$

11) [정답] ③

[해설] 원점을 꼭짓점으로 하는 포물선 모양의 그래프의 식은 $y = ax^2$ 이다.

이 그래프가 점 $(4, 5)$ 를 지나므로

$$5 = 16a, a = \frac{5}{16} \text{이다.}$$

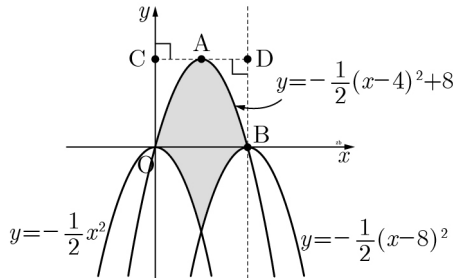
이 그래프와 x 축에 서로 대칭인 그래프의 식은

$$y = -\frac{5}{16}x^2 \text{이다.}$$

- ① $x=1$ 을 대입하면 $\left(1, -\frac{5}{16}\right)$
 ② $x=-2$ 를 대입하면 $\left(-2, -\frac{5}{4}\right)$
 ④ $x=2$ 를 대입하면 $\left(2, -\frac{5}{4}\right)$
 ⑤ $x=-8$ 을 대입하면 $(-8, -20)$ 이다.

12) [정답] ④

[해설] 세 이차함수의 그래프의 이차항의 계수가 모두 $-\frac{1}{2}$ 이므로 평행이동하면 겹쳐진다.



$y = -\frac{1}{2}(x-4)^2 + 8$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $A(4,8)$

$y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $O(0,0)$

$y = -\frac{1}{2}(x-8)^2$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $B(8,0)$

점 A에서 y 축에 내린 수선의 발을 C라 하면 $C(0,8)$

점 A에서 직선 $x=8$ 에 내린 수선의 발을 D라 하면 $D(8,8)$

따라서 색칠한 부분의 넓이는 직사각형 COBD의 넓이와 같으므로

$$8 \times 8 = 64$$

13) [정답] ②

[해설] 이차함수 $y=(x-3)^2-1$ 의 그래프를 x 축 방향으로 a 만큼 y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동하면 $y=(x-3-a)^2-1+b$ 이므로 그 꼭짓점의 좌표는 $(3+a, b-1)$ 이다. 그 값이 원점과 같으므로 $a=-3, b=1$ 이다.
 $\therefore ab = -3 \times 1 = -3$

14) [정답] ②

[해설] 이차함수 $y=ax^2+q$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 3만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=ax^2+q+3$ 이다.
 이 그래프가 두 점 $(1, -3), (-2, 3)$ 을 지나므로
 $-3 = a + q + 3, 3 = 4a + q + 3$ 이다.
 $a + q = -6, 4a + q = 0$ 에서 $a=2, q=-8$ 이다.
 그러므로 $2a - q$ 의 값은 12이다.

15) [정답] ⑤

[해설] 평행이동하여 완전히 포개지기 위해서는 폭과 모양을 결정하는 이차항의 계수가 변하지 않아야 한다. 그러므로 4로 이차항의 계수가 같은 ⑤번이다.

16) [정답] ③

[해설] ③ y 축과 만나는 점의 좌표는

$$x=0 \text{을 대입하면 } -\frac{2}{5}(0-5)^2 + 3 = -7 \text{이므로} \\ (0, -7) \text{이다.}$$

17) [정답] ①, ⑤

[해설] ① $y=x^2+2$ 의 그래프의 축의 방정식은 $x=0$ 이다.

⑤ $y=-2\left(x-\frac{1}{2}\right)^2-1$ 의 그래프에서 $x < \frac{1}{2}$ 일 때 x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.