Entonces una región de confianza 100(1 - α)% para el vector de medias $\underset{\sim}{\mu}$ es el elipsoide determinado por todos los posibles puntos $\underset{\sim}{\mu}$ que satisfacen

$$n\left(\underset{\sim}{\bar{x}} - \underset{\sim}{\mu}\right)' \underset{\sim}{S}^{-1}\left(\underset{\sim}{\bar{x}} - \underset{\sim}{\mu}\right) \leq \frac{(n-1)p}{(n-p)} F_{p,n-p}(\alpha) \text{ i.e.,}$$

$$15\left(\begin{bmatrix} 5.26 \\ -3.09 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \end{bmatrix}\right)' \begin{bmatrix} 0.1412 & 0.0082 \\ 0.0082 & 0.0809 \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} 5.26 \\ -3.09 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \end{bmatrix}\right) \leq 5.95$$

Queremos determinar si

$$\begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4.0 \\ -1.5 \end{bmatrix}$$

cae dentro de esta región de confianza del 90%

Tenemos que

$$15\left(\begin{bmatrix} 5.26 \\ -3.09 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 4.0 \\ -1.5 \end{bmatrix}\right)' \begin{bmatrix} 0.1412 & 0.0082 \\ 0.0082 & 0.0809 \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} 4.0 \\ -1.5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \end{bmatrix}\right) = 5.970 \not\leq 5.95$$

No cae dentro de la región de confianza del 90%!!!

¿Está el punto (-1.5, 4.0) en esta región?

En este caso

$$15\left(\begin{bmatrix} 5.26 \\ -3.09 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -1.5 \\ 4.0 \end{bmatrix}\right)' \begin{bmatrix} 0.1412 & 0.0082 \\ 0.0082 & 0.0809 \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} -1.5 \\ 4.0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \end{bmatrix}\right) = 146.201 \not\leq 5.95$$

Este punto cae muy afuera de la región de confianza del 90%!

Podemos calcular los ejes del elipsoide de confianza, que representa la región de confianza del 100 (1 - α)% para el vector de medias **μ**. Estos son determinados por los valores y vectores propios de **S**. La longitud de los ejes del elipsoide de confianza

$$n\left(\bar{\underset{\sim}{x}} - \underset{\sim}{\mu}\right)' \underset{\sim}{S}^{-1}\left(\bar{\underset{\sim}{x}} - \underset{\sim}{\mu}\right) \leq c^2 = \frac{(n-1)\,p}{(n-p)} F_{p,n-p}(\alpha)$$

Son determinados por

$$\frac{\sqrt{\lambda_i}\,c}{\sqrt{n}} = \sqrt{\lambda_i}\sqrt{\frac{(n-1)\,p}{n\,(n-p)} F_{p,n-p}(\alpha)}$$

Y sus direcciones están definidas por los vectores propios correspondientes $\mathbf{e}_i$

Comenzando en el centroide $\bar{x}$, los ejes del elipsoide de confianza son

$$\pm\sqrt{\lambda_i}\sqrt{\frac{(n-1)p}{n(n-p)}F_{p,n-p}(\alpha)}\,\underset{\sim}{e}_i$$

Obsérvese que los cocientes entres los λ_is ayudan a identificar que tan grande es un eje respecto al otro

Entonces para obtener los ejes del elipsoide de confianza del 100(1 - α)% del vector de medias $\boldsymbol{\mu}$ – calculamos los pares de valores y vectores propios λ_i, e_i de la matriz de covarianza muestral **S**.

$$\lambda_1 = 12.522,\ \underset{\sim}{e}_1 = \begin{bmatrix} -0.13316 \\ 0.99109 \end{bmatrix}$$

$$\lambda_2 = 7.024,\ \underset{\sim}{e}_2 = \begin{bmatrix} 0.99109 \\ 0.13316 \end{bmatrix}$$

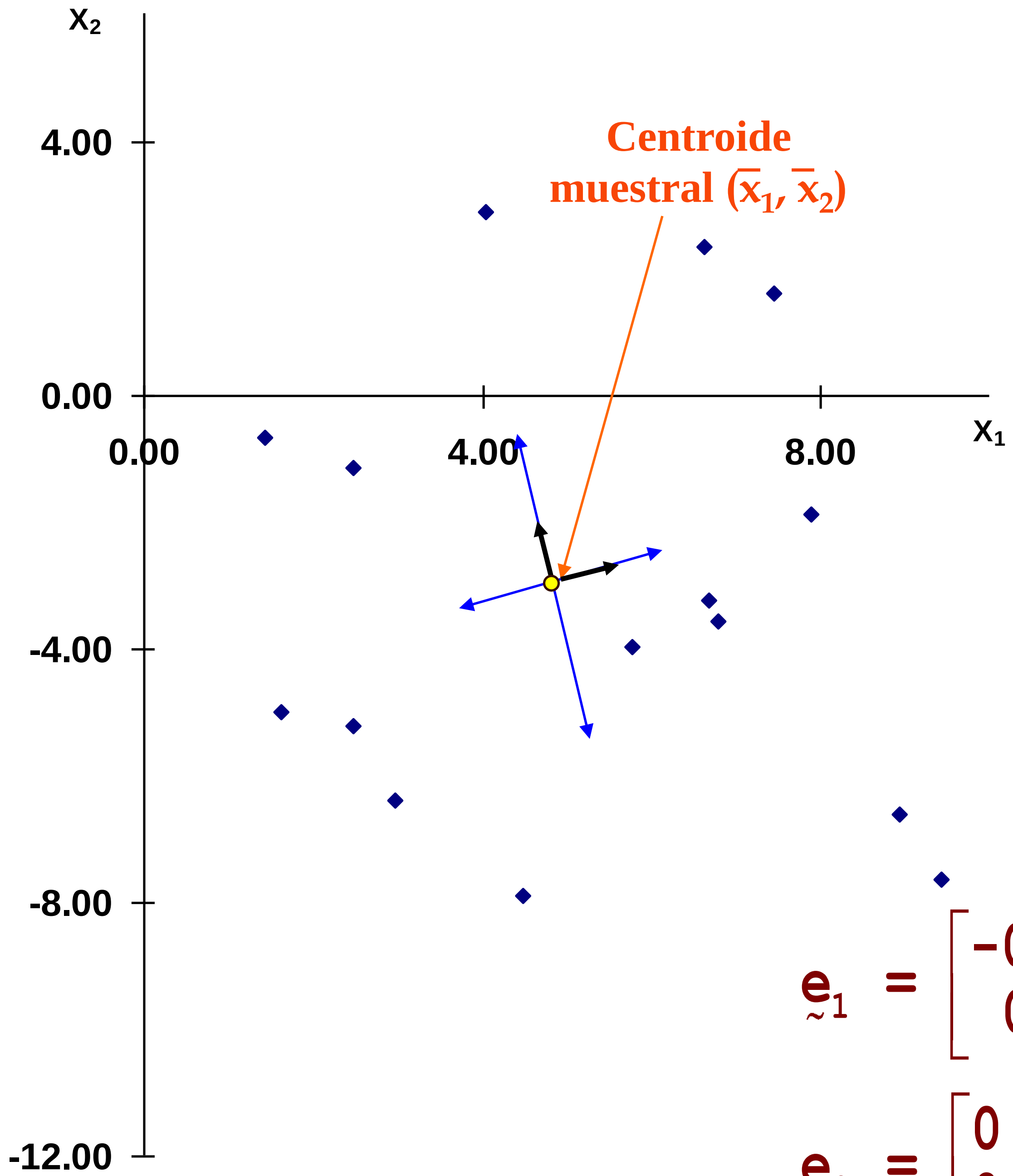
así que las mitades de las longitudes de los ejes mayor y menor están dadas por

$$\sqrt{\lambda_1}\sqrt{\frac{(n-1)p}{n(n-p)}F_{p,n-p}(\alpha)} = \sqrt{12.522}\sqrt{\frac{(15-1)2}{15(15-2)}5.95} = 3.7293$$

$$\sqrt{\lambda_2}\sqrt{\frac{(n-1)p}{n(n-p)}F_{p,n-p}(\alpha)} = \sqrt{7.024}\sqrt{\frac{(15-1)2}{15(15-2)}5.95} = 2.7931$$

Los ejes descansan a lo largo de los correspondientes vectores propios e_i:

$$\underset{\sim}{e}_1 = \begin{bmatrix} -0.13316 \\ 0.99109 \end{bmatrix}, \quad \underset{\sim}{e}_2 = \begin{bmatrix} 0.99109 \\ 0.13316 \end{bmatrix}$$

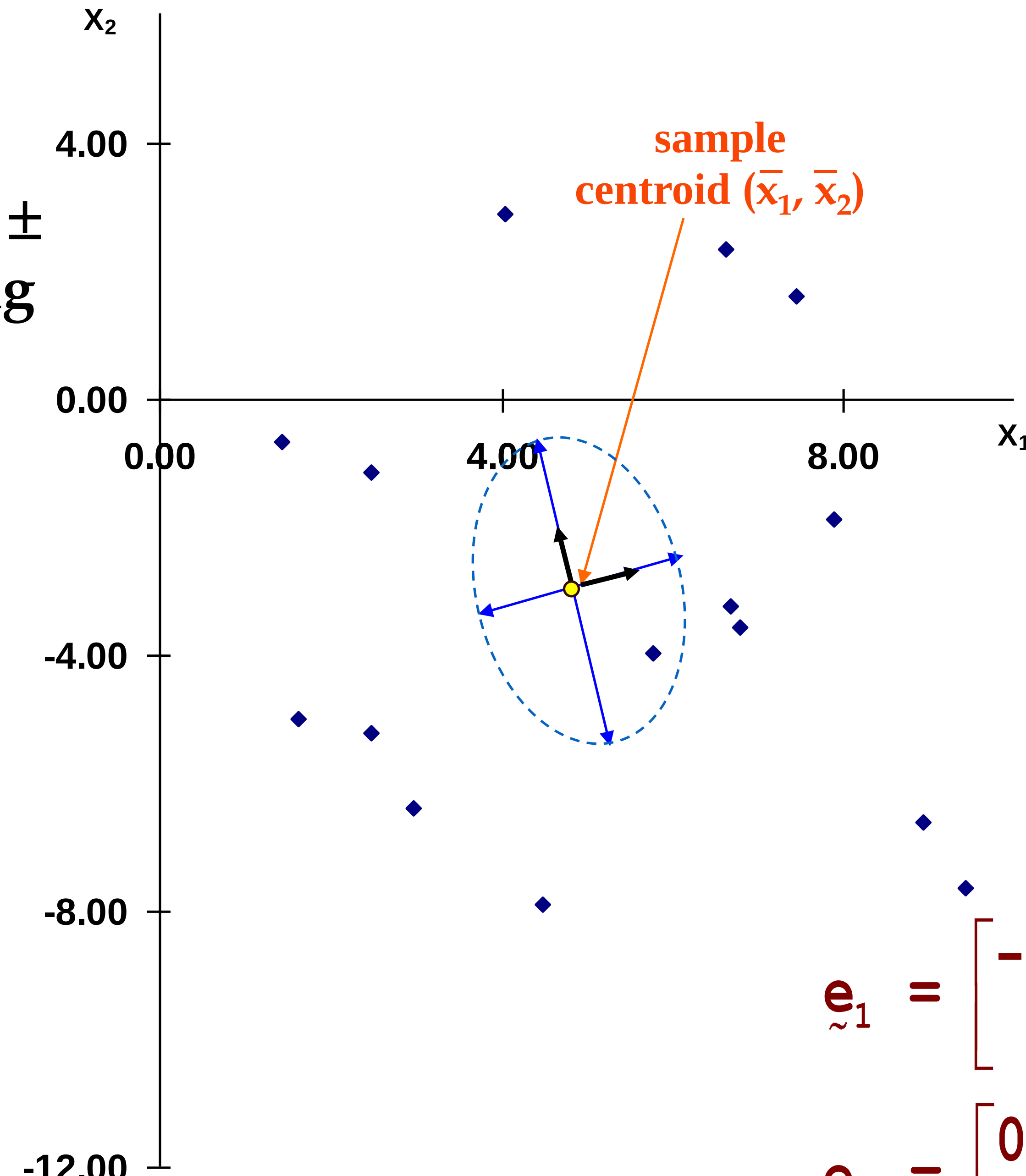


$$\underset{\sim}{e}_1 = \begin{bmatrix} -0.13316 \\ 0.99109 \end{bmatrix},$$

$$\underset{\sim}{e}_2 = \begin{bmatrix} 0.99109 \\ 0.13316 \end{bmatrix}$$

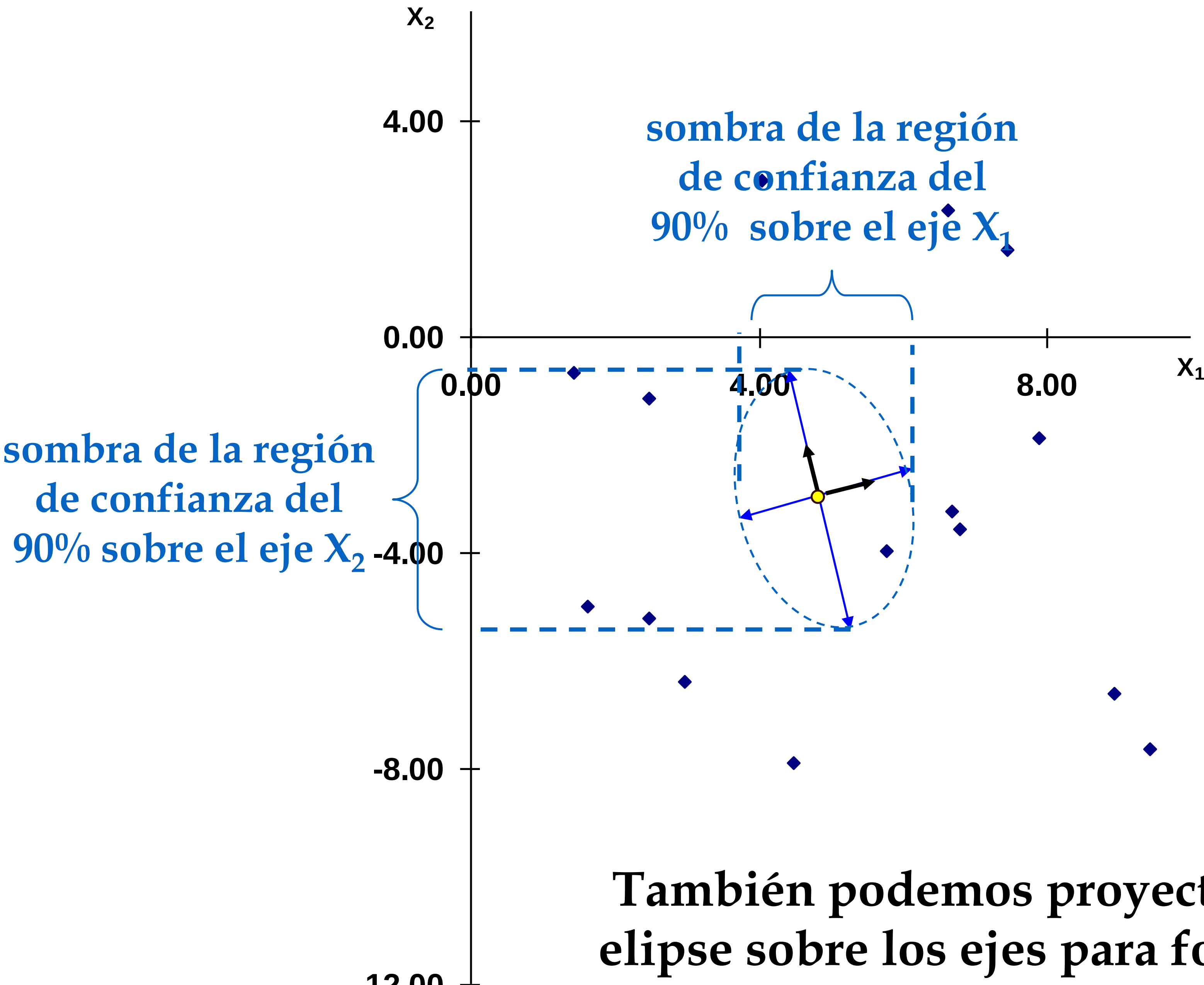
Now we move ± 3.73 units along the vector $\underset{\sim}{e}_1$

and ± 2.793 units along the vector $\underset{\sim}{e}_2$.



$$\underset{\sim}{e}_1 = \begin{bmatrix} -0.13316 \\ 0.99109 \end{bmatrix},$$

$$\underset{\sim}{e}_2 = \begin{bmatrix} 0.99109 \\ 0.13316 \end{bmatrix}$$



También podemos proyectar la elipse sobre los ejes para formar intervalos de confianza simultáneos.