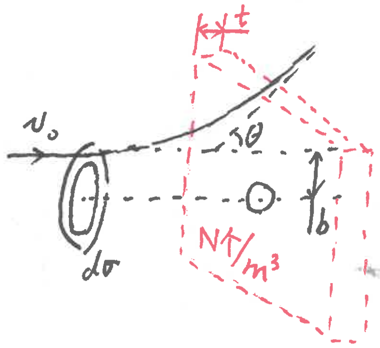
一.几个实验

1. Rutherford散射



$$\left.\begin{aligned} \cot\frac{\theta}{2} &= \frac{2b}{D} \\ d\sigma &= 2\pi b \sin b \\ d\Omega &= 2\pi \sin\theta\, d\theta \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{D^2}{16\sin^4\frac{\theta}{2}}$$

$$D \triangleq \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2zZe^2}{mv_0^2}$$

$$dn = nNt\,d\theta$$

2. 玻尔轨道公式 (相对系 $m_e \mapsto \mu$)

$$\begin{cases} r_n = a_0 \frac{n^2}{Z} \\ v_n = \alpha c \frac{Z}{n} \\ E_n = E_1 \frac{Z^2}{n^2} \end{cases}$$

$$a_0 = \frac{4\pi\varepsilon_0 \hbar^2}{m_e e^2} = r_e \alpha^{-2} \approx 0.529\times10^{-10}m$$

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 \hbar c} \approx \frac{1}{137}$$

$$E_1 = -\frac{1}{2}m_e(\alpha c)^2 \approx -13.6eV$$

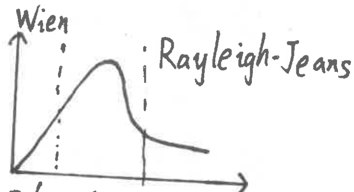
$$\tilde{\nu} = \frac{1}{\lambda} = Z^2 R_\infty\left(\frac{1}{m^2}-\frac{1}{n^2}\right) \qquad R_\infty = \frac{m_e\alpha^2 c}{2h}$$

3. 量子光学

(1) 黑体辐射

Stefan-Boltzman $R = \sigma T^4$

Wien位移 $\lambda_m = \frac{b}{T}$



Planck: $r_0(\lambda, T) = \frac{2\pi hc}{\lambda^5}\frac{1}{\exp\left(\frac{hc}{\lambda k_B T}-1\right)}$

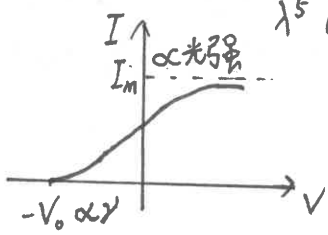
(2) 光电效应

Einstein: $h\nu = W = \frac{1}{2}mv_t^2 + A + eV$

(3) Compton效应 $\Delta\lambda = \frac{h}{m_e c}(1-\cos\theta)$

补* $\begin{cases} E_\gamma = h\nu \\ P_\gamma = \frac{h}{\lambda} \end{cases}$ $\begin{cases} E_e = m_e c^2 \\ \vec{P_e} = m_e \vec{v} \end{cases}$ $m_e = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$

$p^2c^2 + m_0^2c^4 = E^2$



二.薛定谔方程

1. 公式

含时: $\left(-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + V\right)\psi = i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\psi$

定态: $\left(-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + V\right)u = Eu$

几率密度 $\rho = \psi^*\psi$ 平均值 $\langle A\rangle = \iiint \psi^* A \psi\, dm$

2. 例子

一维定态 $\hat{H}u(x) = Eu(x)$ (束缚态.散射态)

一维无限深势阱.阶跃势.方势垒(阱).δ势垒(阱).一维谐振子

氢原子解 $\frac{C}{\sqrt{\pi}}\left(\frac{Z}{a_0}\right)^{\frac{3}{2}} \underbrace{P_1\left(\frac{Zr}{a_0}\right)}_{n-1次} \underbrace{P_2(\cos\theta, \sin\theta)}_{l次} \exp\left(-\frac{Zr}{na_0}\right) e^{m_l i\varphi}$

三. 算符与本征值(以下省略箭头)

算符	具体形式	本征值	算符	具体形式	本征值
$\hat{H}$	$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2+V(\vec{r},t)$	E			
$\hat{L}$	$\hat{r}\times\hat{p}$	$\sqrt{l(l+1)}\hbar$	$\hat{\mu}_L$	$-g_l\frac{\mu_B}{\hbar}\hat{L}$	$g_l\sqrt{l(l+1)}\mu_B$
$\hat{L}_z$	$-i\hbar(y\frac{\partial}{\partial z}-z\frac{\partial}{\partial y})$	$m_l\hbar$	$\hat{\mu}_{Lz}$	$-g_l\frac{\mu_B}{\hbar}\hat{L}_z$	$-g_l m_l\mu_B$
$\hat{S}$	——	$\sqrt{s(s+1)}\hbar$	$\hat{\mu}_s$	$-g_s\frac{\mu_B}{\hbar}\hat{S}$	$g_s\sqrt{s(s+1)}\mu_B$
$\hat{S}_z$	——	$m_s\hbar$	$\hat{\mu}_{sz}$	$-g_s\frac{\mu_B}{\hbar}\hat{S}_z$	$-g_s m_s\mu_B$
$\hat{J}$	$\hat{L}+\hat{S}$	$\sqrt{j(j+1)}\hbar$	$\hat{\mu}_j$	$-g_j\frac{\mu_B}{\hbar}\hat{J}$	$g\sqrt{j(j+1)}\mu_B$
$\hat{J}_z$	——	$m_j\hbar$	$\hat{\mu}_{jz}$	$-g_j\frac{\mu_B}{\hbar}\hat{J}_z$	$-g\,m_j\mu_B$

四. 能级的修正

1. 原始 玻尔 $E_n=\frac{Z^2}{n^2}\left(-\frac{1}{2}m_e(\alpha c)^2\right)$

2. 精细结构 $E_{nj}=E_n+\Delta E_{nj}=E_n\left[1+\frac{\alpha^2Z^2}{n}\left(\frac{n}{j+\frac{1}{2}}-\frac{3}{4}\right)\right]$

Lamb 移位

超精细结构(原子核)

(*) 多重态 朗德间隔定则 $E_{L,S,J+1}-E_{L,S,J}=\hbar^2\xi(L,S)(J+1)$

3. 在弱外磁场中的能级分裂 $E^{(1)}_{mag}=g_J m_J\mu_B\cdot B_0$, 其中

$$g_J=1+(g_s-1)\frac{J(J+1)-L(L+1)+S(S+1)}{2J(J+1)}$$

$$\Delta\frac{1}{\lambda}=(g_2M_{J_2}-g_1M_{J_1})\frac{eB_0}{4\pi m_ec}$$

(**) 在极强外磁场中的帕邢-巴克效应

五. 原子态的确定

1 单原子: $n\to\begin{matrix}(l,m_l)\\(s,m_s)\end{matrix}\Big]\Rightarrow(j,m_j)$ & 多原子: LS耦合 JJ耦合

2. 基态原子态的洪特规则 电子组态→S→L→J

(n, l)相同: 同科电子, 要求(L+S)为偶数

注: (*)

		自旋波函数	空间波函数	电子距离	能级变化
He	单态	反对称	对称	小	
	三态	对称	反对称	大	

(**) 此处应强调跃迁的选择定则。