ECOLE MAROCAINE DES SCIENCES DE L'INGENIEUR
Membre de HONORIS UNITED UNIVERSITIES

1ère Année Préparatoire
Module : Analyse 1
Contrôle blanc

L'usage de la calculatrice non programmable est autorisée.
Toutes les questions sont indépendantes.

Exercice 1 :

1) Soit (v_n) la suite numérique définie par : $v_n = n^2 - 2n + 3$
Montrer que (v_n) est minorée par 2. (v_n) est-elle majorée ?

2) **a)** Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}^*, m \in \mathbb{N}^*$:

$$0 < \frac{mn}{(m+n)^2} \leq \frac{1}{4}$$

b) Pour $m = 1$, déterminer la borne supérieur/inférieur, majorants/minorants et maximum/minimum s'ils existent.

3) Calculer les limites suivantes :

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{6^n - 2^n}{6^n + 2^n}; \qquad \lim_{n\to+\infty} \frac{(-1)^n}{n^2+1}; \qquad \lim_{n\to+\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$$

4) On considère la suite $(u_n)_{n\geq 1}$ de nombres réels définie par :

$$u_n = \frac{1}{\sqrt{n}} E(\sqrt{n})$$

Montrer que la suite est convergente.

Exercice 2 :

Soit la suite (u_n) définie par :

$$\begin{cases} u_0 = \dfrac{1}{4} \\ u_{n+1} = \dfrac{2+3u_n}{4+u_n}; \qquad n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

1) Montrer que $\forall n \in \mathbb{N}$, $0 < u_n < 1$.

2) Étudier la monotonie de (u_n) et déduire la convergence.

3) Calculer la limite de (u_n).

Bon courage.