

بسم الله الرحمن الرحيم

سیستم‌های تصویربرداری کارکردی مغز (تکلیف کامپیوتری دوم)

مسائل کامپیوتری:

الف) مسأله معکوس MEG

می‌خواهیم برای اندازه‌گیری‌های بدست آمده در قسمت ۲ تکلیف کامپیوتری اول (مسأله مستقیم MEG با 33 سنسور و یک منبع جریان الکتریکی مغزی)، مسأله معکوس MEG را حل کرده و صحت تخمین منبع جریان الکتریکی را بررسی کنیم.

۱. مسأله معکوس MEG را با استفاده از روش Imaging کمترین نرم (Minimum Norm)

حل کنید، به این شکل که همان ۱۰۴ محل منابع جریان الکتریکی را که در تکلیف اول به صورت تصادفی بدست آورده بودید به انضمام محل منبع جریان \vec{q}_0 سوال ۲ تمرین قبل را در نظر بگیرید. سپس اندازه بردار تخمینی منبع جریان الکتریکی در هر یک از 105 محل محاسبه کرده و به صورت یک تصویر (یا رویه) با محورهای θ و φ رسم کنید.

آیا مکان منبع جریان الکتریکی واقعی \vec{q}_0 که $(r_0, \theta_0, \varphi_0) = (7cm, 45^\circ, 45^\circ)$ می‌باشد، درست تشخیص داده شده است؟ (یعنی آیا ماکزیمم رویه مذکور به طور مشخص در $(\theta_0, \varphi_0) = (45^\circ, 45^\circ)$ واقع شده است؟)

خطای نسبی تخمین بردار منبع جریان الکتریکی واقعی \vec{q}_0 و بردار کلی منابع جریان الکتریکی \vec{q} چند درصد است؟ (خطای نسبی را به صورت $\frac{\|\widehat{\vec{q}_0} - \vec{q}_0\|}{\|\vec{q}_0\|}$ و $\frac{\|\widehat{\vec{q}} - \vec{q}\|}{\|\vec{q}\|}$ محاسبه کنید).

۲. اکنون مسأله معکوس MEG را با استفاده از روش پارامتری کمترین مربعات

(Least Squares) حل کنید، به این شکل که محل منبع جریان الکتریکی را تنها در همان محل واقعی \vec{q}_0 یعنی $(r_0, \theta_0, \varphi_0) = (7cm, 45^\circ, 45^\circ)$ در نظر بگیرید و $\vec{q}_0 = [q_x, q_y, q_z]$ را تخمین بزنید. خطای نسبی تخمین \vec{q}_0 چند درصد است؟

ب) مسأله معکوس EEG

می‌خواهیم برای اندازه‌گیری‌های بدست آمده در قسمت ۷ تکلیف کامپیوتری اول (مسأله مستقیم EEG با 33 سنسور و یک منبع جریان الکتریکی مغزی)، مسأله معکوس EEG را حل کرده و صحت تخمین منبع جریان الکتریکی را بررسی کنیم.

۳. قسمت الف-۱ را تکرار کنید و نتایج حاصله را با نتایج مسأله معکوس MEG مقایسه کنید.

۴. قسمت الف-۲ را تکرار کنید و نتایج حاصله را با نتایج مسأله معکوس MEG مقایسه کنید.

مسائل محاسباتی:

۱. روش Imaging حل مسأله معکوس Weighted Minimum Norm (کمترین اندازه وزندار) را مطابق زیر در نظر بگیرید که $G_{m \times n}$ ماتریس lead field است ($m < n$).

$$\begin{cases} \vec{q}_{WMN} = \arg_{\vec{q}} \min\{\vec{q}^T W \vec{q}\} \\ \text{Subject to: } \vec{b} = G \vec{q} \end{cases}$$

اگر ماتریس $GW^{-1}G^T$ معکوس پذیر باشد، ثابت کنید پاسخ مسأله معکوس با این روش به صورت زیر است:

$$\vec{q}_{WMN} = W^{-1}G^T(GW^{-1}G^T)^{-1}\vec{b}$$

(در حالت کلی، پاسخ این مسأله $\vec{q}_{WMN} = W^{-1}G^T(GW^{-1}G^T)^+\vec{b}$ می باشد.)

۲. تابع هزینه روش Imaging حل مسأله معکوس Regulated Minimum Norm (کمترین اندازه رگولاریزه شده) را مطابق زیر در نظر بگیرید که $G_{m \times n}$ ماتریس lead field است ($m < n$) و λ یک اسکالر انتخابی ثابت می باشد.

$$C_{\lambda}(\vec{q}) = \|\vec{b} - G\vec{q}\|^2 + \lambda \vec{q}^T \vec{q} = (\vec{b} - G\vec{q})^T (\vec{b} - G\vec{q}) + \lambda \vec{q}^T \vec{q}$$

ثابت کنید پاسخ مسأله معکوس با این روش، به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} \vec{q}_{\lambda} &= \arg_{\vec{q}} \min\{C_{\lambda}(\vec{q})\} = \\ &= (G^T G + \lambda I_n)^{-1} G^T \vec{b} = G^T (GG^T + \lambda I_m)^{-1} \vec{b} \end{aligned}$$

مسائل تحقیقی:

۱. همانطور که در کلاس گفته شد، LORETA یک روش Imaging بسیار پرکاربرد برای حل مسأله معکوس است که مبتنی بر روش Weighted Minimum Norm می باشد. بررسی کنید ماتریس وزن W در روش LORETA چه فرمی دارد؟ مزایا و معایب این روش چیست؟ انواع زیرشاخه های LORETA را مختصراً بررسی کرده و توضیح دهید و در آخر باهم قیاس کنید.

۲. روش حل مسئله معکوس به روش beamforming را توضیح دهید و مزایای آن را ذکر کنید.

نحوه تحویل تکلیف: در یک فایل word پاسخ هر قسمت و نمودارهای خواسته شده را گزارش کنید. سپس فایل word مذکور، نسخه pdf آن و mfile مربوط به هر یک از قسمت ها را در قالب یک فایل RAR روی سایت درس آپلود کنید.

موفق باشید

علی خادم