GUÍA DE TRABAJOS PRÁCTICOS: TEMAS 1 Y 2

RA1: Interpreta la teoría de errores para utilizar de forma efectiva los métodos numéricos analizando la validez de los resultados con el uso de lenguajes específicos.

CGT-1: Competencia para identificar, formular y resolver problemas de informática.
CGT-4: Competencia para utilizar técnicas y herramientas de aplicación en la informática
CGS-2: Competencia para comunicarse con efectividad.
CGS-5: Competencia para aprender en forma continua y autónoma.

TEMA 1

Competencias específicas
Identifica las variables relevantes y las relaciones entre ellas, para la formulación de modelos matemáticos que describan el problema y los algoritmos de resolución.

Para cada uno de los problemas enunciados, desarrollar los puntos que se detallan a continuación.

a. Describir el modelo matemático que lo represente.
b. Construir un algoritmo que resuelva el problema y clasificarlo.

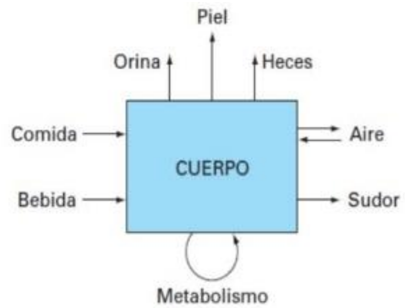
1. Dado N números positivos, hallar la suma de todos los valores de X_1 a X_N.

2. Calcular el factorial de un número entero.

3. Obtener los N primeros términos de la sucesión de Fibonacci.

4. Si al quíntuple de un número se le suma el triple de su cuadrado, se obtiene el triple del mismo más 1. Armar la ecuación de segundo grado correspondiente y encontrar los valores numéricos que cumplen esa condición.

5. En la *Figura 1* se ilustran diversas formas en las que un hombre promedio gana o pierde agua durante el día. Se ingiere un litro en forma de comida, y el cuerpo produce en forma metabólica 0,3 L. Al respirar aire, el intercambio es de 0,05 L al inhalar, y 0,4 al exhalar, durante el período de un día. El cuerpo también pierde 0,2; 1,4; 2,3 y 0,35 L a través del sudor, la orina, las heces y por la piel respectivamente. Con el objeto de mantener la condición de estado estacionario, ¿Cuánta agua debe tomarse por día?



6. Calcular e imprimir el valor del número e como suma de la serie. Teniendo en cuenta que la precisión será mayor cuanto mayor sea el dato de entrada N (entero positivo). Probar con diferentes cantidades de sumandos y sacar conclusiones.

$$e = \frac{1}{0!} + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} + \cdots + \frac{1}{N!}$$

7. Sea tener que calcular el valor de la constante absoluta Pi con n cifras decimales exactas deducida a partir de un desarrollo en serie de Taylor.
Utilizar la expresión dada por la serie:

$$Pi = 4 * \left(1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \cdots\right)$$

i. Calcular la cantidad de términos de la serie necesarios para alcanzar 3 dígitos exactos.
ii. Ídem para 4 dígitos decimales. Comparar ambos resultados en cuanto a la convergencia.

EJERCICIOS COMPLEMENTARIOS

1. Si se sabe que $\frac{1}{17}$ es el último término de una sucesión cuyo término general es $\frac{(-1)^i}{2i+1}$ ¿Cuántos términos tiene la solución?

2. Hallar los n primeros términos de la serie e^x

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \cdots + \frac{x^{n-1}}{(n-1)!}$$

TEMA 2

Competencias específicas
Interpreta los conceptos de cifras significativas, exactitud y precisión y cómo se representan en la computadora.
Diferencia entre error relativo y absoluto y cómo se aplican para finalizar un cálculo iterativo.
Analiza los tipos de errores y su impacto en los resultados obtenidos.

1. Calcule el error absoluto y relativo en las siguientes aproximaciones de p mediante p*.

a. P = π p* = 22/7
b. p = π p* = 3.1416
c. p = e p* = 2.718
d. p = $(2)^{(1/2)}$ p* = 1.414
e. p = e^{10} p* = 22000
f. p = 8! p* = 39900

2. Usando aritmética con redondeo a 3 dígitos decimales, realice los siguientes cálculos. Considerando como valor exacto el resultado con 5 dígitos decimales, obtenga el error absoluto y el error relativo. Trabajar con los valores normalizados.

a. 133 + 0.921
b. 133 – 0.499
c. (121 – 119) – 0.327
d. (121 – 0.327) – 119
e. (2/9) * (9/7)

3. Repita el ejercicio anterior utilizando aritmética con truncamiento a tres dígitos decimales. Compare los resultados obtenidos en 2 y 3.

4. La fórmula para resolver ecuaciones cuadráticas establece que las raíces de
$ax^2 + bx + c = 0$ cuando $a \neq 0$, son

$$x_1 = \frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a} \qquad x_2 = \frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

Considere que: $x^2 + 62.10x + 1 = 0$, hallar las raíces aproximadas a:

$x_1 = -0.01610723$ y $x_2 = -62.08390$.

a) Calcular x_1 y x_2 con redondeo a cuatro dígitos, normalizando los valores con que se trabaja. Calcular los errores absolutos y relativos cometidos en su determinación.
b) A fin de obtener una aproximación más precisa redondeada a cuatro cifras, para x_1, cambiar la expresión de la fórmula cuadrática "racionalizando el numerador", también aplicarla para obtener una forma alternativa para x_2. Comparar los errores obtenidos a partir de las nuevas aproximaciones logradas.

5. a. Evaluar $f(x) = x^3 - 6x^2 + 3x - 0.149$ en x= 4.71 usando la aritmética de tres dígitos y consignar los valores en la siguiente tabla, sin normalizarlos. Calcular el error absoluto y el error relativo.

	x	x^2	x^3	$6x^2$	3x
Exacto	4.71				
Tres dígitos (truncados)	4.71				
Tres dígitos (redondeados)	4.71				

b. Reescribir la fórmula en forma anidada y recalcule los errores. Analizar el crecimiento/ disminución de los mismos. Emitir conclusión.

FÓRMULA FUNDAMENTAL DEL CÁLCULO DE ERRORES

Trabajando en equipo, identifica: el tipo de problema propuesto, determinando si corresponde a un problema directo o inverso, el proceso detallado de cálculo y los resultados obtenidos con las unidades correspondientes. Discusión e intercambio sobre las diferentes estrategias empleadas y los resultados obtenidos.

Trabajar con los valores sin normalizar

1. Hallar los errores absolutos y relativos que se cometerán al calcular el peso de una esfera, trabajando con aritmética por truncamiento a 3 dígitos y sabiendo que:

$P_e = 11,3 g/cm^3$ $\quad$ $P = P_e * V$

$r = 4,37$ cm $\quad$ $V = 4/3 * \pi * r^3$

$\pi = 3,14159$

Cota de errores absolutos por truncamiento = 10^{-K}

2. ¿Con qué precisión deberán ser tratadas la masa de un objeto que cae al vacío y la fuerza que actúa sobre el mismo para que la aceleración **a** pueda obtenerse con un error relativo menor que una milésima? Considerar los valores truncados en la tercera cifra decimal.

M =0.775 Kg
F = 7.595 Kg. m/s^2

Formula a utilizar: a = F/ M

3. La deflexión y de la punta de un mástil en un bote de vela es:

$$y = \frac{FL^4}{8EI}$$

Donde F= una carga lateral uniforme (lb/ft), L = altura (ft), E = el módulo de elasticidad (lb/ ft^2), e I = el momento de inercia (ft^4). Estime el error en y, dados los siguientes datos:

$\tilde{F}$= 50 x lb/ft $\quad$ $\widetilde{\Delta F}$ = 2 x lb/ft
$\tilde{L}$= 30 x ft $\quad$ $\widetilde{\Delta L}$= 0.1 x ft
$\tilde{E}$= 1.5 x 10^8 x lb/ft^2 $\quad$ $\widetilde{\Delta E}$= 0.01 x 10^8 x lb/ft^2
$\tilde{I}$= 0.06 x ft^4 $\quad$ $\widetilde{\Delta I}$= 0.0006 x ft^4

Calcular el error total cometido en la determinación de y.