Ejemplo de MT para saber si un número binario es compuesto (no es primo)

- Supongamos que u es la entrada.
- la MTND elige de forma no determinista un número en binario v de longitud menor o igual a u
- Realiza la división de u entre v
- Si la división es exacta acepta que es compuesto. En caso contrario rechaza.

Observemos como si el número es compuesto, AL MENOS una de las opciones posibles acaba en aceptación y si no lo es TODAS las opciones acaban en rechazo.

Ejemplo de MT para saber si hay un camino entre dos nodos del grafo.

- Inicialmente la MT tiene en la cinta codificado un grafo y un par de nodos.
- la MTND escribe de forma no determinista una lista de nodos que comienza en el primer nodo del par y termina en el último nodo del par. Podemos suponer que no repite nodos.
- Comprueba si hay un enlace entre cada nodo de la lista y el siguiente
- Si el resultado es positivo para todos los nodos de la lista acepta. En caso contrario rechaza.

Observemos como si exuste un camino, AL MENOS una de las opciones posibles acaba en aceptación y si no existe TODAS las opciones acaban en rechazo.

(a) Conjunto de palabras que contienen una subcadena de longitud 100 que se repite aunque no necesariamente de forma consecutiva.

$\delta([q\_, \#^n]$

$\delta(q_0, a) = \{(q_0, a, D), ([q_1, a\#^{n-1}], a, D)\}$

$\delta([q_1, u\#^i], a) = ([q_1, ua\#^{i-1}], a, D)$ $(i \geq 1)$

$\delta([q_1, u], a) = ([q_1, u], a, D)$ $(a \in A)$

~~$\delta([q_1, ua\#^i], a) = ([q_1, u\#^{i+1}], a, D)$ $(i \geq 0)$~~

estado final: $[q_1, \#^n]$

$\delta([q_1, \#^i au], a) = ([q_1, \#^{i+1} u], a, D)$

$Q = \{q_0, q_1 \times C, q_2 \times C\}$ $A = A$ $B = A \cup \{\#\}$

$F = \{[q_1, \#^n]\}$

donde $C = \{u\#^i \mid u \in A^*, |u| = j, i+j = n\}$

$\ldots \circ w_i \mid w_j = (j)_2\}$

(b) El conjunto de las cadenas $w_1 \circ w_2 \circ \cdots \circ w_n$ donde $w_i \in \{0,1\}^*$ y para algún j w_j coincide con la representación en binario de j.

donde $C = \{u\#^i \mid u \in A^*, |u| = j, i+j = n\}$

b) $L = \{w_1 \circ w_2 \circ \cdots \circ w_j \circ \cdots \circ w_n \mid w_j = (j)_2\}$

1º Contar en unario en memoria: seguir contando comprobar $[q_f, \varepsilon]$

$\delta([q_0, 0^i], \circ) = \{([q_0, 0^{i+1}], \circ, D), ([q_1, 0^{i+1}], \circ, D)\}$

$\delta([q_0, 0^i], a) = ([q_0, 0^i], a, D)$

$q_0 = [q_0, 0]$

$q_f = [q_f, \#]$

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_f\} \times C$

$C = \{0^n \mid n > \cancel{0}\} \cup \{\#\}$

$\{0^n \mid n \geq 0\}$

2º Subrutina RESTA-COMPROBAR:

la idea es colocarnos al principio del número i-ésimo (en el dígito menor significativo, a la derecha!), e ir restando 1 a w_i por cada 0 de 0^i

ir al principio:

$\delta([q_1, 0^i], a) = ([q_1, 0^i], a, D)$

$\delta([q_1, 0^i], \{0, \#\}) = ([q_2, 0^i], \{0, \#\}, I)$

$\delta([q_2, 0^i], 1) = ([q_2, 0^{i-1}], 0, S)$

$\delta([q_2, 0^i], 0) = ([q_3, 0^i], 1, I)$

$\delta([q_3, 0^i], 0) = ([q_3, 0^i], 1, I)$

comprobar que quedan ceros:

$\delta([q_2, \#], 0) = ([q_2, \#], 0, I)$

$\delta([q_2, \#], \{0, \#\}) = ([q_f, \#], \{0, \#\}, D)$

$\delta([q_3, 0^i], 1) = ([q_4, 0^i], 0, D)$

$\delta([q_4, 0^i], a) = ([q_4, 0^i], a, D)$

$\delta([q_4, 0^i], \{0, \#\}) = ([q_2, 0^{i-1}], \{0, \#\}, I)$

(c) El conjunto de las cadenas $w_1 \circ w_2 \circ \cdots \circ w_n$ donde $w_i \in \{0,1\}^*$ y para, al menos, dos valores de j w_j coincide con la representación en binario de j.

(d) Palabras que contienen a un palíndromo de longitud mayor o igual a 5 como subcadena.

c) Muy similar al anterior, hacemos además:

~~$\delta([q_2, \#]$~~

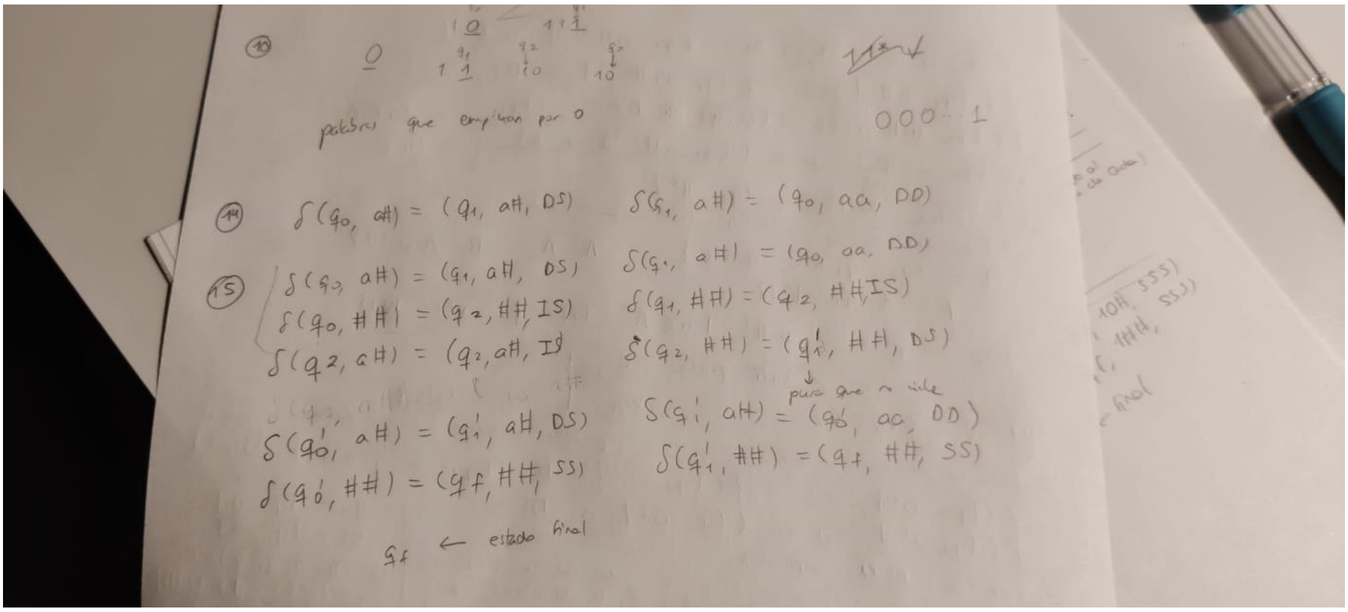
cuando llegamos al estado final, nos vamos de nuevo a la derecha recorriendo los ceros y comentamos desde el principio, llegando al estado q_0' y duplicamos todos los estados con sus resp. q_i' siendo el final el $[q_f', \#]$ en nuestro caso.

d) $L = \{a w w^{-1} b \mid a, b \in A^*, |w| \geq n\}$ $(n \geq 1)$

análogo al apartado a) pero leyendo la memoria de izqda a dcha, y de forma consecutiva (no dejar leer caract. tras leer w)

14. Diseñar una MT que dada una palabra u calcule una palabra formada por todos los símbolos que ocupan las posiciones pares de u.

15. Diseñar una MT con varias cintas que dada una palabra u calcule una palabra formada por todos los símbolos que ocupan las posiciones pares de u seguidos por todos los símbolos que ocupan las posiciones impares de u. Por ejemplo para la entrada 0101 calcularía 1100.



(10) palabras que empiezan por 0

0,0,0 ... 1

(14) $\delta(q_0, a\#) = (q_1, a\#, DS)$ $\quad$ $\delta(q_1, a\#) = (q_0, aa, DD)$

(15) $\delta(q_0, a\#) = (q_1, a\#, DS)$ $\quad$ $\delta(q_1, a\#) = (q_0, aa, DD)$

$\delta(q_0, \#\#) = (q_2, \#\#, IS)$ $\quad$ $\delta(q_1, \#\#) = (q_2, \#\#, IS)$

$\delta(q_2, a\#) = (q_2, a\#, IS)$ $\quad$ $\delta(q_2, \#\#) = (q_1', \#\#, DS)$

para que no vuelva

$\delta(q_0', a\#) = (q_1', a\#, DS)$ $\quad$ $\delta(q_1', a\#) = (q_0', aa, DD)$

$\delta(q_0', \#\#) = (q_f, \#\#, SS)$ $\quad$ $\delta(q_1', \#\#) = (q_f, \#\#, SS)$

q_f ← estado final

16. Describir una MT que haciendo uso de subrutinas resuelva el siguiente problema: dada una palabra de entrada $u \in \{0,1\}^*$, calcule una palabra w con el mismo número de ceros y unos que u, pero en la que todos los ceros preceden a todos los unos. Por ejemplo, si la entrada es 0110, la salida debe de ser 0011.

17. Describir una máquina de Turing que lea dos números naturales en unario (n se representa como 0^n) separamos por un 1 y calcule la división entera del primero entre el segundo: Si lee 0^n10^m calcula 0^k donde k es la división entera de n entre m. Se pueden usar todas las técnicas de programación usadas en clase.

(16)

$\delta(q_0, 0\#) = (q_0, 00, DD)$. $\delta(q_0, 1\#) = (q_0, 1\#, DS)$

$\delta(q_0, \#\#) = (q_2, \#\#, IS)$

$\delta(q_2, a\#) = (q_2, a\#, IS)$ $\delta(q_2, \#A) = (q_1, \#\#, DS)$

$\delta(q_1, 0\#) = (q_1, 0\#, DS)$ $\delta(q_1, 1\#) = (q_1, 11, DD)$

$\delta(q_1, \#\#) = (q_f, \#\#, SS)$ $q_f \leftarrow$ final

(17) Usando multipista

$\delta(q_0, a\#\#) = (q_0, a\#\#, DSS)$

$\delta(q_0, \#\#\#) = (q_1, \#\#\#, ISS)$

$\delta(q_1, 0\#\#) = (q_1, \#0\#, IIS)$

$\delta(q_1, 1\#\#) = (q_2, 1\#\#, ISS)$

$\delta(q_2, 0\#\#) = (q_2, 0\#\#, ISS)$

$\delta(q_2, \#\#\#) = (q_3, \#\#\#, DDS)$ $\leftarrow$ acabamos en q_3

PASO 1

$0^n 1 0^m$ $\Longrightarrow$ $0^n 1$ / 0^m

(apuntando al principio de cada)

$\delta(q_3, 00\#) = (q_3, \#0\#, DDS)$

$\delta(q_3, 0\#\#) = (q_4, 0\#0, SID)$

$\delta(q_4, 00\#) = (q_4, 00\#, SIS)$

$\delta(q_4, 0\#\#) = (q_3, 0\#\#, SDS)$

$\delta(q_3, 10\#) = (q_f, 10\#, SSS)$

$\delta(q_3, 1\#\#) = (q_f, 1\#\#, SSS)$

$q_f \leftarrow$ final

Una MT que acepte cualquier palabra en unario que NO sea número primo (examen)

$L = \{0^n \mid n \text{ no primo}\}$

lo más fácil, again, multipista, <u>MTND multipista</u>

$\delta(q_0, 0\#) = (q_1, 0\#, DS)$ ↖ saltamos un 0 para que sea $m<n$

PASO 1

$0^n \Rightarrow 0^n, 0^m$ — los punteros al final — $m < n$

~~$\delta(q_1, 0\#) = \{(q_1, 00, DD), (q_1, 0\#, DS)\}$~~

~~$\delta(q_1, \#\#) = (q_2, \#\#, II)$~~

hay que insertar, como mínimo, dos ceros

$\delta(q_1, 0\#) = (q_2, 00, DD)$

$\delta(q_2, 0\#) = (q_3, 00, DD)$

$\delta(q_3, 0\#) = \{(q_3, 00, DD), (q_3, 0\#, DS)\}$

$\delta(q_3, \#\#) = (q_4, \#\#, II)$

$\delta(q_4, 00) = (q_4, \#0, II)$

$\delta(q_4, \#\#) = (q_f, \#\#, SS)$

$\delta(q_4, 0\#) = (q_5, 0\#, SD)$

$\delta(q_5, 0\#) = (q_4, 0\#, SI)$

$\delta(q_5, 00) = (q_5, 00, SD)$