

## Ejercicio 1. Encontrar una gramática libre del contexto para general las cadenas del lenguaje $L=\{uu^{-1} \mid u \in \{a,b\}^*\}$

La interpretación de este lenguaje pasa por tener una cadena que, desde el principio hasta la mitad está formada por caracteres 'a' y 'b' en la disposición que sea; y, de la mitad de la cadena hasta el final de esta, la misma subcadena anterior, pero con el orden inverso.

Para verlo más claro ejemplificamos y resolvemos a través de este ejemplo.

Siendo  $u = aab$ , entonces  $u^{-1}=baa$ . Esto resulta en que nuestra cadena del lenguaje especificado  $uu^{-1}$  quedaría como la unión de ambas:  $aabbaa$ . Por tanto, la primera deducción que podemos sacar es que siempre será simétrica con respecto a la mitad de la cadena.

Yendo por partes, primero haremos la expresión que nos resuelva los caracteres de los extremos:

[aabbbaa]

Esto sería generar la expresión que permita escribir a-algo-a, por lo que nuestra primera prueba contiene la expresión  $S \rightarrow aSa$ .

El siguiente paso también sería la inserción de a-algo-a:

[aabbbaa]

Lo cual resolveríamos con la ya propuesta  $S \rightarrow aSa$ .

Lo ultimo sería el caso del medio, dos 'b' seguidas. Se puede interpretar como querer generar b-algo-b

[aabbaa]

y proponemos  $S \rightarrow bSb$ . Ya para terminar se añade la expresión  $S \rightarrow \epsilon$  que no añade nada, solo hace desaparecer la S.

Nuestra gramática quedaría como:

$S \rightarrow aSa$

$S \rightarrow bSb$

$S \rightarrow \epsilon$

Comprobamos que funciona para nuestro ejemplo (el color de las flechas indica qué expresión aplicamos en cada momento):

$S \xrightarrow{a} aSa \xrightarrow{a} aaSaa \xrightarrow{b} aabSbaa \xrightarrow{\epsilon} aabbaa$

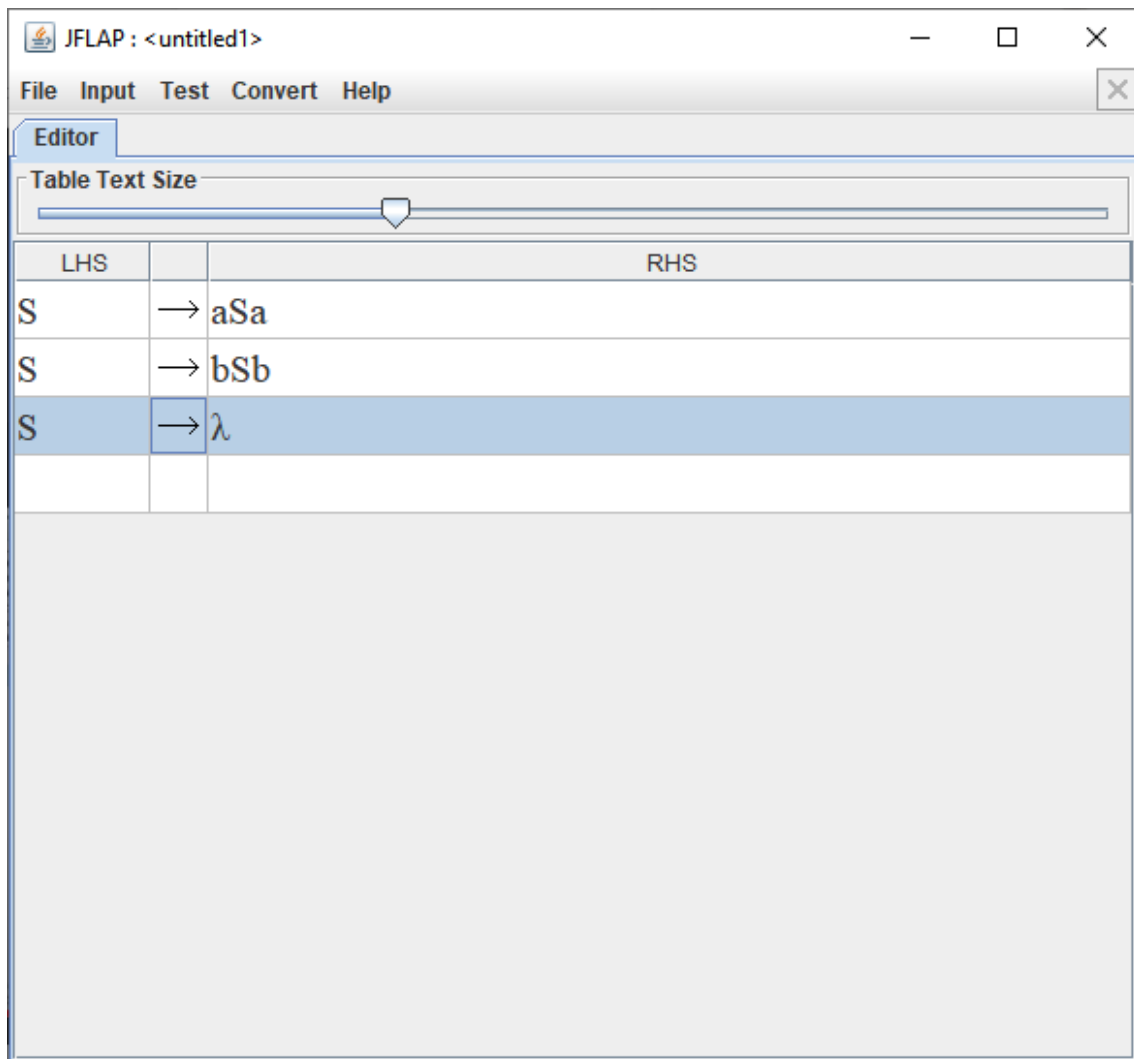
Y comprobamos también con otra que toca casos muy diferentes (comienzo por 'b', intercalado de caracteres diferentes y que los símbolos centrales sean 'a'):

[babaaaabab]

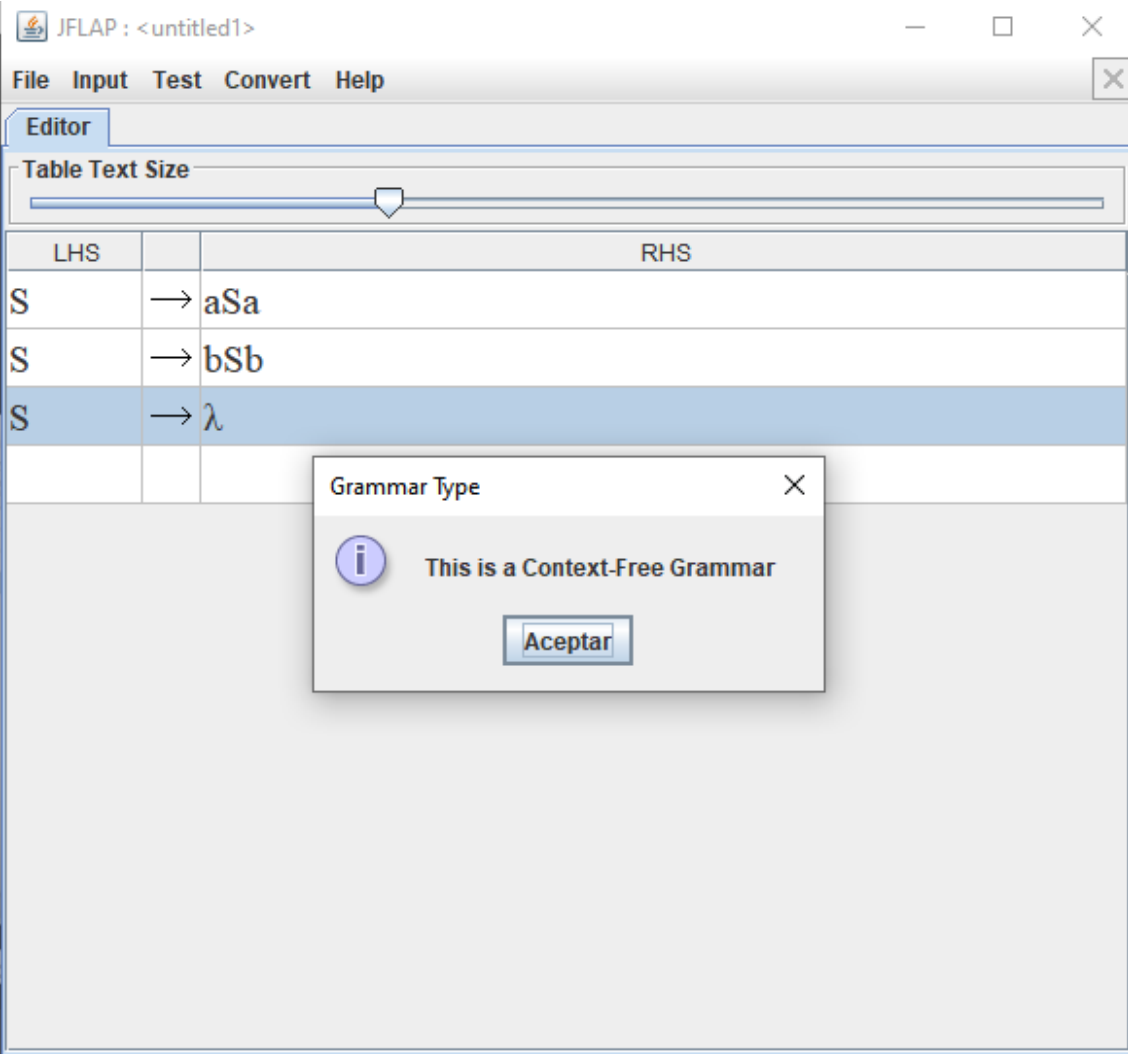
$S \xrightarrow{\text{green}} bSb \xrightarrow{\text{blue}} baSab \xrightarrow{\text{green}} babSbab \xrightarrow{\text{blue}} babaSabab \xrightarrow{\text{blue}} babaaSaabab \xrightarrow{\text{red}} babaaaabab$

### - JFLAP:

Ahora introducimos la gramática en *JFlap*  $\rightarrow$  *Grammar* para automatizar la comprobación de los ejemplos.



La primera comprobación es el tipo de gramática y obtenemos que es una: **Gramática libre del contexto**



**Y ahora simulamos para diferentes cadenas:**

**1. [aaaaaa]**

IFLAP : <untitled1>

File Input Test Convert Help

Editor Brute Parser

Start Pause Step Noninverted Tree

Input: aaaaaa

String accepted: 8 nodes generated.

Input Field Text Size (For optimization, move one of the window size adjusters around this window after resizing the text field)

Table Text Size

LHS	RHS
S	→ aSa
S	→ bSb
S	→ λ

Derived λ from S. Derivations complete.

Table Text Size	
	S
S→aSa	aSa
S→aSa	aaSaa
S→aSa	aaaSaaa
S→λ	aaaaaa

2. [aaaaaabbbaaaaa]

JFLAP : <untitled1>

File Input Test Convert Help

Editor Brute Parser

Start Pause Step Noninverted Tree

Input: aasaaabbbbbaaaaaa

String accepted! 14 nodes generated.

Input Field Size (For optimization, move one of the window size adjusters around this window after resizing the text field)

Table Text Size

LHS		RHS
S	→	aSa
S	→	bSb
S	→	$\lambda$

Derived  $\lambda$  from S. Derivations complete.

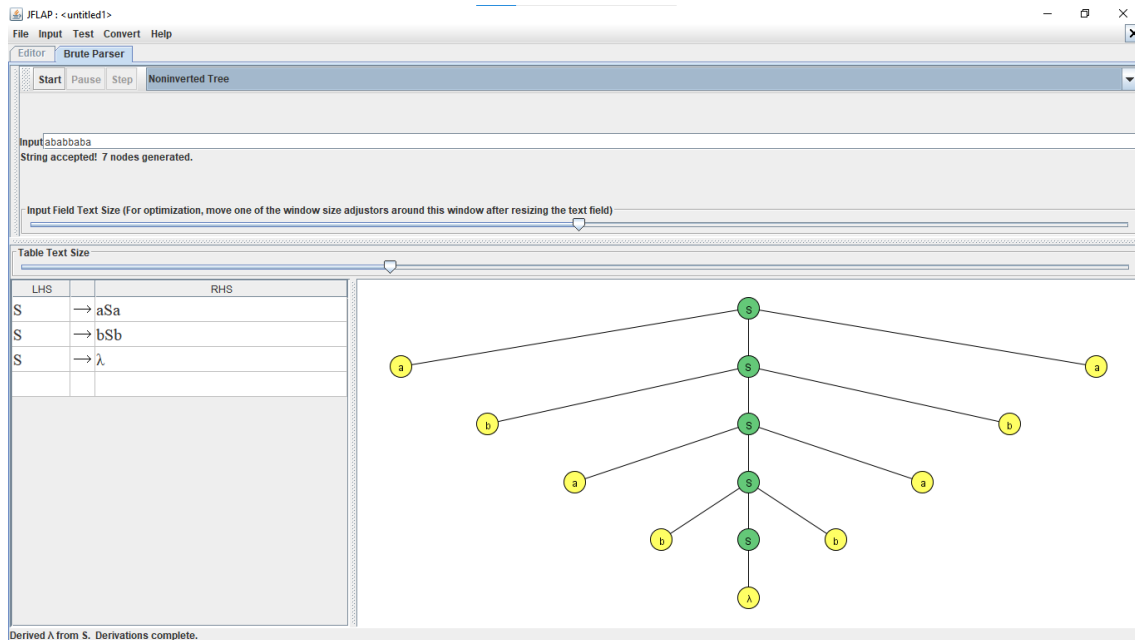
Table Text Size	
	S
S → aSa	aSa
S → aSa	aaSaa
S → aSa	aaaSaaa
S → aSa	aaaaSaaaa
S → aSa	aaaaaSaaaaa
S → aSa	aaaaaaSaaaaaa
S → bSb	aaaaaabSbaaaaaa
S → bSb	aaaaaabbSbbaaaaaa
S → λ	aaaaaabbbaaaaaa

3. [abab] La cual es errónea y confirma el factor de simetría que debe cumplir

Input abab  
String rejected. 2 nodes generated.

4. [ababbaba] La anterior, pero añadiendo la misma cadena inversa al final y vemos que ya sí funciona.

Input ababbaba  
String accepted! 7 nodes generated.



Por último, transformación a autómatas con pila:

