Lógica | FAMAF - UNC

Combos de Definiciones, Convenciones Notacionales y Teoremas

Ramiro Lugo Viola

2025

Contenido

Definiciones y Convenciones Notacionales 1
- Combo 1 ... 1
- Combo 2 ... 2
- Combo 3 ... 3
- Combo 4 ... 4
- Combo 5 ... 5
- Combo 6 ... 6
- Combo 7 ... 7
- Combo 8 ... 8
- Combo 9 ... 9
- Combo 10 ... 10
- Combo 11 ... 11
- Combo 12 ... 12

Teoremas 13
- Combo 1 ... 13

DEFINICIONES Y CONVENCIONES NOTACIONALES

Combo 1

1. Defina $n(\boldsymbol{J})$ para $\boldsymbol{J} \in Just^{+}$. ↳

Definición:

Dado $\boldsymbol{J} \in Just^{+}$, definimos $n(\boldsymbol{J})$ como el número de justificaciones que tiene la concatenación de justificaciones $\boldsymbol{J}$. Notar que $n(\boldsymbol{J})$ está unívocamente determinado por $\boldsymbol{J}$ gracias al Lema 7.43 del apunte[1] .

2. Defina "par adecuado de tipo τ" .
Nota: No hace falta que defina cuando $\boldsymbol{J} \in Just^{+}$.

Definición:

COMPLETAR ...

3. Defina $Mod_T(\varphi)$.

Definición:

COMPLETAR ...

4. Dados $\varphi =_d \varphi(v_1, ..., v_n)$, $\mathbf{A}$ una estructura de tipo τ y $a_1, ..., a_n \in A$, defina qué significa $A \vDash \varphi[a_1, ..., a_n]$ (i.e. Convención notacional 4).

Definición:

COMPLETAR ...

5. Defina $(L, s, i, ^c, 0, 1)/\theta$ (con θ una congruencia del reticulado complementado $(L, s, i, ^c, 0, 1)$).

Definición:

COMPLETAR ...

[1]El lema 7.43: Sea $\boldsymbol{J} \in Just^{+}$. Hay únicos $n \geq 1$ y $J_1, ..., J_n \in \mathbf{Just}$ tales que $\boldsymbol{J} = J_1 J_2 ... J_n$.

Combo 2

1. Defina $(\Sigma, \tau) \vDash \varphi$.

Definición:

COMPLETAR ...

2. Defina "Partición de A" y $R_{\mathcal{P}}$.

Definición:

COMPLETAR ...

3. Defina cuando "φ_i está bajo la hipótesis φ_l en $(\varphi, \boldsymbol{J})$".
Nota: No hace falta que defina $\mathcal{B}^{\boldsymbol{J}}$.

Definición:

COMPLETAR ...

4. Defina $(L, s, i)/\theta$ (con θ una congruencia del reticulado terna (L, s, i)).
Nota: No hace falta que defina el concepto de congruencia.

Definición:

COMPLETAR ...

Combo 3

1. Dados $t =_d t(v_1, ..., v_n) \in T^\tau$, $\mathbf{A}$ una estructura de tipo τ y $a_1, ..., a_n \in A$, defina $t^A[a_1, ..., a_n]$ (i.e. Convención notacional 2).

Definición:

COMPLETAR ...

2. Defina "F es un homomorfismo de $(L, s, i, {}^c, 0, 1)$ en $\left(L', s', i', {}^{c'}, 0', 1'\right)$".

Definición:

COMPLETAR ...

3. Defina "filtro generado por S en (L, s, i)".

Definición:

COMPLETAR ...

4. Defina cuando $\boldsymbol{J} \in Just^+$ es balanceada.
Nota: No hace falta que defina $\mathcal{B}^{\boldsymbol{J}}$.

Definición:

COMPLETAR ...

Combo 4

1. Defina "$(L, s, i, ^c, 0, 1)$ es un subreticulado complementado de $\left(L', s', i', ^{c'}, 0', 1'\right)$".

Definición:

COMPLETAR ...

2. Defina $A \vDash \varphi[\vec{a}]$ (versión absoluta, no dependiente de una declaración previa, i.e. $\vec{a} \in A^{\mathbb{N}}$).
Nota: No hace falta definir $t^A[\vec{a}]$.

Definición:

COMPLETAR ...

3. Defina la relación *"v ocurre libremente en φ a partir de i"*.

Definición:

COMPLETAR ...

4. Defina "reticulado cuaterna".

Definición:

COMPLETAR ...

Combo 5

1. Explique la notación declaratoria para **términos** con sus 3 convenciones notacionales (convenciones 1, 2 y 5 de la Guía 11).

Definición:

COMPLETAR ...

Combo 6

1. Explique la notación declaratoria para **fórmulas** con sus 3 convenciones notacionales (convenciones 3, 4 y 6 de la Guía 11). Puede asumir la notación declaratoria para términos.

Definición:

COMPLETAR ...

Combo 7

1. Defina recursivamente la relación *"v es sustituible por w en φ"*.

Definición:

COMPLETAR ...

2. Defina cuando $\boldsymbol{J} \in Just^+$ es balanceada.
Nota: No hace falta que defina $\mathcal{B}^{\boldsymbol{J}}$.

Definición:

COMPLETAR ...

3. Defina "filtro del reticulado terna (L, s, i)".

Definición:

COMPLETAR ...

4. Defina "teoría elemental".

Definición:

COMPLETAR ...

Combo 8

1. Defina $(L, s, i, ^c, 0, 1)/\theta$ (con θ una congruencia del reticulado complementado $(L, s, i, ^c, 0, 1)$).

Definición:

COMPLETAR ...

2. Dados $\varphi =_d \varphi(v_1, ..., v_n)$, $\mathbf{A}$ una estructura de tipo τ y $a_1, ..., a_n \in A$, defina qué significa $A \vDash \varphi[a_1, ..., a_n]$ (i.e. Convención notacional 4).

Definición:

COMPLETAR ...

3. Dado un poset $(P, \leq)$, defina "a es supremo de S en $(P, \leq)$".

Definición:

COMPLETAR ...

4. Defina "i es anterior a j en $(\varphi, \boldsymbol{J})$".
Nota: No hace falta que defina $\mathcal{B}^{\boldsymbol{J}}$.

Definición:

COMPLETAR ...

Combo 9

1. Defina "término elemental de tipo τ".

Definición:

COMPLETAR ...

2. Defina $\dashv\vdash_T$.

Definición:

COMPLETAR ...

3. Defina $\mathbf{s}^T$ (explique por qué la definición es inambigua).

Definición:

COMPLETAR ...

4. Defina $\mathcal{A}_T$.

Definición:

COMPLETAR ...

5. Defina "S es un subuniverso del reticulado complementado $(L, s, i, {}^c, 0, 1)$".

Definición:

COMPLETAR ...

Combo 10

1. Defina “tesis del bloque $\langle i, j \rangle$ en $(\varphi, \boldsymbol{J})$”.

Definición:

COMPLETAR ...

2. Defina cuando una teoría de primer orden (Σ, τ) es consistente.

Definición:

COMPLETAR ...

3. Dada una teoría elemental (Σ, τ) y una sentencia elemental pura φ de tipo τ, defina “prueba elemental de φ en (Σ, τ)”.

Definición:

COMPLETAR ...

Combo 11

1. Enuncie el **programa de lógica matemática** dado al final de la Guía 8 y explique brevemente con qué definiciones matemáticas se van resolviendo los tres primeros puntos, y qué teoremas garantizan la resolución del cuarto punto de dicho programa.

Definición:

COMPLETAR ...

Combo 12

1. Defina el concepto de **función** y desarrolle las tres **Convenciones Notacionales** asociadas a dicho concepto (i.e en la Guía 0).

   Definición:

   COMPLETAR ...

TEOREMAS

Combo 1

1. Teorema (Teorema del Filtro Primo).
Sea (L, s, i) *un reticulado terna distributivo y* F *un filtro. Supongamos* $x_0 \in L - F$.
Entonces hay un filtro primo P *tal que* $x_0 \notin P$ *y* $F \subseteq P$.

Demostración:

COMPLETAR ...

2. Lema (Propiedades básicas de la consistencia). *Sea* (Σ, τ) *una teoría.*

(1) *Si* (Σ, τ) *es inconsistente, entonces* $(\Sigma, \tau) \vdash \varphi$*, para toda sentencia* φ.

(2) *Si* (Σ, τ) *es consistente y* $(\Sigma, \tau) \vdash \varphi$*, entonces* $(\Sigma \cup \{\varphi\}, \tau)$ *es consistente.*

(3) *Si* $(\Sigma, \tau) \nvdash \neg\varphi$*, entonces* $(\Sigma \cup \{\varphi\}, \tau)$ *es consistente.*

Demostración:

COMPLETAR ...