

# Paradigmas de Programación

## Programación Lógica

### Guía de Ejercicios N° 1

#### Ejercicio 1

Sea la fórmula  $\phi = (P \rightarrow Q) \leftrightarrow (\neg Q \rightarrow \neg P)$  y sean las interpretaciones:

- a)  $I_1 = \{P, Q\}$
- b)  $I_2 = \{P\}$
- c)  $I_3 = \{Q\}$
- d)  $I_4 = \{\}$

Calcular el valor de verdad de  $\phi$  para todas las interpretaciones.

#### Ejercicio 2

Indicar cuáles de las siguientes interpretaciones hacen verdadero el conjunto de fórmulas:

$$\Sigma = \{\neg P \rightarrow (Q \wedge R), Q \wedge R, P \vee Q \vee R\}$$

a) $I_1(P) = T$ $I_1(Q) = F$ $I_1(R) = F$	b) $I_2(P) = T$ $I_2(Q) = T$ $I_2(R) = F$	c) $I_3(P) = F$ $I_3(Q) = F$ $I_3(R) = F$
--	--	--

#### Ejercicio 3

- a) Indicar cuáles de las siguientes cadenas son fórmulas bien conformadas, considerando las variables  $x, y$  y  $z$ , las constantes  $a$  y  $b$ , las funciones  $f$  (aridad 1) y  $g$  (aridad 2), y el conjunto de predicados  $P$  (aridad 2),  $Q$  (aridad 1) y  $R$  (aridad 3).

1.  $P(a, f(a))$
2.  $\forall x (P(a, f(a)))$
3.  $\exists z (g(z, z))$
4.  $P(x, y) \rightarrow Q(x)$
5.  $f(f(a))$
6.  $P(x) \wedge Q(x)$
7.  $Q(P(x))$
8.  $Q(f(f(a)))$
9.  $R(f, a, b)$
10.  $P(x, f(g(y, y))) \leftrightarrow Q(x)$
11.  $\forall x (P(a, f(a)) \rightarrow x)$

- b) Indicar si las siguientes fórmulas bien conformadas pueden ser empleadas para escribir un programa lógico.

Nota: Tener en cuenta:  $P \rightarrow Q \equiv \neg P \vee Q$ .

1.  $\forall x (Q(x) \leftarrow R(b, a, x) \vee P(a, b))$
2.  $\forall x (\neg R(f(x), a, a) \vee Q(x))$
3.  $P(a, b) \wedge R(a, b, f(a)) \rightarrow Q(b)$
4.  $\forall z, y (\neg P(a, y) \vee \neg P(a, b) \vee Q(b) \vee \neg P(x, y))$
5.  $\forall z (Q(z))$

## Ejercicio 4

Dado el siguiente programa lógico  $P$ , indicar  $U(P)$  y  $B(P)$ .

1. sucesor(cero, uno)
2. sucesor(uno, dos)
3.  $\forall x$  (suma( $x$ , cero,  $x$ ))
4.  $\forall x, y, s, w$  (suma( $x$ ,  $y$ ,  $s$ )  $\leftarrow$  sucesor( $x$ ,  $w$ )  $\wedge$  sucesor( $z$ ,  $y$ )  $\wedge$  suma( $w$ ,  $z$ ,  $s$ ))

## Ejercicio 5

Dado el siguiente programa lógico  $R$ .

1. arista(a, b)
  2.  $\forall x, y$  (adyacente( $x$ ,  $y$ )  $\leftarrow$  arista( $x$ ,  $y$ ))
  3.  $\forall x, y$  (adyacente( $x$ ,  $y$ )  $\leftarrow$  arista( $y$ ,  $x$ ))
- a) Indicar  $U(R)$  y  $B(R)$ .
- b) ¿Cuántas interpretaciones tiene  $R$ ?
- c) Dada la interpretación  $I = \{\text{adyacente(b, a), arista(a, b)}\}$ . Responder, ¿ $I$  es modelo de alguna cláusula? ¿ $I$  es modelo del programa? Justificar.

## Ejercicio 6

Dado el siguiente programa lógico  $P$ :

1. p(a, b)
2. p(a, e)
3. p(b, c)
4. p(b, d)
5. p(e, f)
6. q(a, c)  $\leftarrow$  p(a, b)  $\wedge$  p(b, c)
7. q(a, d)  $\leftarrow$  p(a, b)  $\wedge$  p(b, d)
8. q(a, f)  $\leftarrow$  p(a, e)  $\wedge$  p(e, f)
9. r(b, e)  $\leftarrow$  p(a, b)  $\wedge$  p(a, e)
10. r(c, d)  $\leftarrow$  p(b, c)  $\wedge$  p(b, d)
11. s(e, f)  $\leftarrow$  p(b, d)  $\wedge$  r(b, e)

Demostrar si se verifican las siguientes expresiones mediante la aplicación de la regla de resolución:

- a)  $P \models s(a, d)$
- b)  $P \models s(e, f)$

## Ejercicio 7

Dado el programa lógico:

1. padre(juan, raquel)
2. padre(juan, mariana)
3. padre(jorge, noel)
4. padre(luis, ricardo)
5. madre(raquel, diego)
6. madre(lucía, mariana)
7. madre(raquel, noel)
8. madre(lucía, raquel)
9. madre(mariana, alejandra)
10. abuelo(luis, diego)  $\leftarrow$  padre(luis, raquel)  $\wedge$  madre(raquel, diego)
11. hermano(ricardo, jorge)  $\leftarrow$  padre(luis, ricardo)  $\wedge$  padre(luis, jorge)
12. hermano(mariana, raquel)  $\leftarrow$  madre(lucía, mariana)  $\wedge$  madre(lucía, raquel)
13. tío(mariana, diego)  $\leftarrow$  hermano(mariana, raquel)  $\wedge$  madre(raquel, diego)
14. primo(alejandra, diego)  $\leftarrow$  tío(mariana, diego)  $\wedge$  madre(mariana, alejandra)

Resolver las siguientes consultas por aplicación de resolución:

- a) tío(mariana, germán)
- b) primo(alejandra, diego)

### Ejercicio 8

Obtener un unificador para los siguientes pares de predicados:

- |                              |                                 |
|------------------------------|---------------------------------|
| a) $p(a, b)$                 | $p(X, Y)$                       |
| b) $p(a, b)$                 | $p(X, X)$                       |
| c) $p(f(a), b)$              | $p(f(Z), Y)$                    |
| d) $r(f(X), b)$              | $r(Y, Z)$                       |
| e) $r(g(Y), g(W), W)$        | $r(X, X, f(a))$                 |
| f) $r(f(Y), Y, X)$           | $r(W, f(a), f(V))$              |
| g) $hanoi(X, s(X), X, s(0))$ | $hanoi(s(Y), s(s(1)), s(Z), Y)$ |

### Ejercicio 9

Proponga para las siguientes expresiones al menos un unificador:

- |   |   |
|---|---|
| a) $\text{predi}([W \mid Y], g(a, T), 5)$       | $\text{predi}([X], g(X, [a \mid J]), L)$            |
| b) $\text{append}([a, g(a), d], X, [a \mid U])$ | $\text{append}([T \mid Ts], [a, c], [a, Z \mid C])$ |
| c) $p([X \mid [Z \mid Y]])$                     | $p([a, b \mid [U, d]])$                             |
| d) $p(Y, [X, Y, b])$                            | $p(g(Z), [a \mid [g(0) \mid Z]])$                   |
| e) $p([X \mid L], a, f(L))$                     | $p([a \mid [Z \mid []]], Z, T)$                     |

### Ejercicio 10

Componer las siguientes sustituciones, indicando la sustitución obtenida en cada caso:

- a)  $\gamma = \theta\sigma$ , con  $\theta = \{X/a, Y/c, U/c\}$ ,  $\sigma = \{Z/W, X/b\}$
- b)  $s = s_1 s_2$ , con  $s_1 = \{W/a, Y/f(Z)\}$ ,  $s_2 = \{W/b, Y/a, Z/c\}$
- c)  $\gamma = \sigma\theta$ , con  $\sigma = \{X/g(Y, a), Z/f(W), U/W\}$ ,  $\theta = \{Y/f(b), W/U, T/g(a, f(b))\}$
- d)  $s = s_1 s_2 s_3$ , con  $s_1 = \{P/d, Q/f(X, Y), R/Z\}$ ,  $s_2 = \{X/a, Y/T\}$ ,  $s_3 = \{Z/R, X/b, T/c\}$

### Ejercicio 11

Hallar el unificador más general (UMG) para cada uno de los siguientes conjuntos de predicados  $\Sigma$ , aplicando paso a paso el algoritmo correspondiente:

- a)  $\{p(A, g(A, c(B))), [A \mid B], p(a, g(A, c(1))), [D \mid A]\}$
- b)  $\{q([X \mid Xs], [Y \mid Ys]), q([A, B \mid C], [[A, 2] \mid C])\}$
- c)  $\{r(a, f(Y), [f(Y), a]), r(X, U, [U \mid W]), r(a, f(Z), M)\}$
- d)  $\{p(W, Z), q(f(a), b)\}$

### Ejercicio 12

Sea el siguiente programa:

1.  $p(a, b)$
2.  $p(a, e)$
3.  $p(b, c)$
4.  $p(b, d)$
5.  $p(e, f)$
6.  $\forall x, y, z \ (q(x, y) \leftarrow p(x, z) \wedge p(z, y))$
7.  $\forall x, y, z \ (r(x, y) \leftarrow p(z, x) \wedge p(z, y))$

8.  $\forall x, y, z (s(x, y) \leftarrow p(z, y) \wedge r(z, x))$

Mostrar una respuesta que puede obtenerse con el intérprete no determinista a las consultas:

- a)  $q(e, b)$
- b)  $\exists x, y (r(x, x) \wedge s(x, y))$

### Ejercicio 13

Dado el siguiente programa lógico:

- 1.  $p(a, b)$
- 2.  $p(c, b)$
- 3.  $\forall x, y, z (p(x, z) \leftarrow p(x, y) \wedge p(y, z))$
- 4.  $\forall x, y (p(x, y) \leftarrow p(y, x))$

Indicar:

- a) ¿Cuál es la respuesta del interprete Prolog para la consulta  $p(a, c)$ ?
- b) Justifique su respuesta con el correspondiente árbol de búsqueda.

### Ejercicio 14

Dada las siguientes definiciones del predicado **pegar** en Prolog:

- a)
  - 1. `pegar([], L, L).`
  - 2. `pegar([X|Y], Z, [X|T]) :- pegar(Y, Z, T).`
- b)
  - 1. `pegar([X|Y], Z, [X|T]) :- pegar(Y, Z, T).`
  - 2. `pegar([], L, L).`
- c)
  - 1. `pegar([], L, L) :- !.`
  - 2. `pegar([X|Y], Z, [X|T]) :- pegar(Y, Z, T).`

Indicar y justificar la(s) respuesta(s) de cada definición ante la siguiente consulta:

`pegar(X, [a, b, c], [e, f, g, a, b, c]).`

### Ejercicio 15

Utilizando el siguiente predicado:

- 1. `elegir(X, [X|Xs], Xs).`
- 2. `elegir(X, [Y|Ys], [Y|Zs]) :- elegir(X, Ys, Zs).`

Construya el árbol de búsqueda Prolog que le permite hallar todas las soluciones posibles para la siguiente consulta:

`elegir(T, [a1, a2, a3], P).`

### Ejercicio 16

Dado el siguiente programa Prolog:

- 1. `pred(N1, N2, N3) :- gen(N3),  
                    P1 is N3 * N2,  
                    P2 is (N3 + 1) * N2,  
                    P1 <= N1,  
                    P2 > N1, !.`
- 2. `gen(0).`
- 3. `gen(A) :- gen(B), A is B + 1.`

Indicar cuáles serán todas las soluciones que obtendrá el intérprete determinista si se consulta con:

`pred(7, 3, X).`