ECUACIONES EN COORDENADAS CARTESIANAS EXPRESADAS EN FORMA PARAMÉTRICA

EJERCITACIÓN BÁSICA

1) Identificar el lugar geométrico definido en los siguientes sistemas de ecuaciones, donde $\vartheta, x_0, y_0 \in \Re \wedge r, a, b \in \Re^+$, (ϑ es el parámetro y las demás son constantes). Graficar.

a) $\begin{cases} x = r.\cos\vartheta \\ y = r.sen\vartheta \end{cases}$	**b)** $\begin{cases} x = 3.\cos\vartheta \\ y = 3.sen\vartheta \end{cases}$	**c)** $\begin{cases} x = 3.\cos\frac{\pi}{2} \\ y = 3.sen\frac{\pi}{2} \end{cases}$	**d)** $\begin{cases} x = x_0 + r.\cos\vartheta \\ y = y_0 + r.sen\vartheta \end{cases}$
e) $\begin{cases} x + 2 = sen\vartheta \\ y - 3 = \cos\vartheta \end{cases}$	**f)** $\begin{cases} x = x_0 + a.\cos\vartheta \\ y = y_0 + b.sen\vartheta \end{cases}$	**g)** $\begin{cases} x = \vartheta \\ y = \vartheta^2 \end{cases}$	**h)** $\begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases}$

2) Identificar el lugar geométrico definido en los siguientes sistemas de ecuaciones, donde $\alpha, \beta, \mu, \vartheta \in \Re$ y $r \in \Re^+$ ($\alpha, \beta, \mu, \vartheta$ son parámetros y r es una constante). Graficar.

a) $\begin{cases} x = r.\cos\alpha \\ y = r.sen\alpha \\ z = \beta \end{cases}$	**b)** $\begin{cases} x = 2.\cos\alpha \\ y = \beta \\ z = 2.sen\alpha \end{cases}$	**c)** $\begin{cases} x = 3.\cos\alpha \\ y = 3.sen\alpha \\ z = 0 \end{cases}$
d) $\begin{cases} x = 3.\cos\vartheta \\ y = sen\vartheta \\ z = \mu \end{cases}$	**e)** $\begin{cases} x = 2.\cos\alpha \\ y = 2.sen\alpha \\ z = 2 \end{cases}$	**f)** $\begin{cases} x = \cos\alpha \\ y = \cos\alpha \\ z = 0 \end{cases}$

3) Calcular la longitud de una espira de $\begin{cases} x = \cos\alpha \\ y = sen\alpha \\ z = \alpha \end{cases}$

EJERCITACIÓN COMPLEMENTARIA:

1) Identificar el lugar geométrico definido en los siguientes sistemas de ecuaciones, donde $\vartheta \in \Re$, (ϑ es el parámetro). Graficar.

a) $\begin{cases} x = 3.\cos\vartheta \\ y = 3.\cos\vartheta \end{cases}$	**b)** $\begin{cases} x = 3 + 5.\cos\vartheta \\ y = 7 + 5.\cos\vartheta \end{cases}$	**c)** $\begin{cases} x = 3 + 3.\cos\vartheta \\ y = 3 + 2.sen\vartheta \end{cases}$	**d)** $\begin{cases} x = \vartheta.\cos\vartheta \\ y = \vartheta.sen\vartheta \end{cases}$
e) $\begin{cases} x = \vartheta.\cos\pi\vartheta \\ y = \vartheta.sen\pi\vartheta \end{cases}$	**f)** $\begin{cases} x = \pi\vartheta.\cos\pi\vartheta \\ y = \pi\vartheta.sen\pi\vartheta \end{cases}$	**g)** $\begin{cases} x = 2\vartheta.\cos\vartheta \\ y = 3\vartheta.sen\vartheta \end{cases}$	**h)** $\begin{cases} x = 3\vartheta^2 \\ y = 2\vartheta \end{cases}$
i) $\begin{cases} x^2 = \vartheta \\ y^2 = \vartheta \end{cases}$	**j)** $\begin{cases} x\vartheta = 1 \\ y = \vartheta \end{cases}$	**k)** $\begin{cases} x^2 = 25/\vartheta \\ y^2 = \vartheta \end{cases}$	**l)** $\begin{cases} x = \vartheta.sen\vartheta \\ y = \vartheta.\cos\vartheta \end{cases}$

2) Identificar el lugar geométrico definido en los siguientes sistemas de ecuaciones, donde $\alpha,\beta,\lambda,\mu,k \in \Re, k \neq 0$ y $r \in \Re^+$ (α,β,λ,μ son parámetros y *r, k* son constantes). Graficar.

a) $\begin{cases} x = r.\cos\alpha \\ y = r.sen\alpha \\ z = k\alpha \end{cases}$	**b)** $\begin{cases} x = \alpha/10 \\ y = 2.\cos\alpha \\ z = 2.sen\alpha \end{cases}$	**c)** $\begin{cases} x = 3.\cos\alpha \\ y = 3.sen\alpha \\ z = \alpha/\pi \end{cases}$
d) $\begin{cases} x = 2.\cos\alpha \\ y = 3.sen\alpha \\ z = 3\alpha \end{cases}$	**e)** $\begin{cases} x = 3+\cos\alpha \\ y = 4+sen\alpha \\ z = (0,1).\alpha \end{cases}$	**f)** $\begin{cases} x = 2.\cos\alpha \\ y = 2.sen\alpha \\ z = \alpha^2 \end{cases}$
g) $\begin{cases} x = 2.\cos\alpha \\ y = 2.sen\alpha \\ z = \sqrt{\alpha} \end{cases}$	**h)** $\begin{cases} x = 2.\cos\alpha \\ y = 2.sen\alpha \\ z = 2^\alpha \end{cases}$	**i)** $\begin{cases} x = \alpha.\cos\alpha \\ y = \alpha.sen\alpha \\ z = \alpha \end{cases}$
j) $\begin{cases} x = \alpha.\cos\alpha \\ y = \alpha.sen\alpha \\ z = \alpha^2 \end{cases}$	**k)** $\begin{cases} x = \alpha.\cos\alpha \\ y = \alpha.sen\alpha \\ z = \sqrt{\alpha} \end{cases}$	**l)** $\begin{cases} x = \alpha.\cos\alpha \\ y = \alpha.sen\alpha \\ z = 0 \end{cases}$
m) $\begin{cases} x = \lambda \\ y = \mu \\ z = 0 \end{cases}$	**n)** $\begin{cases} x = 0 \\ y = \lambda+\mu \\ z = 0 \end{cases}$	**ñ)** $\begin{cases} x = \lambda \\ y = \lambda \\ z = 0 \end{cases}$
o) $\begin{cases} x = 2.\cos\alpha \\ y = 3.sen\alpha \\ z = \mu \end{cases}$	**p)** $\begin{cases} x = r.\cos\alpha.\cos\beta \\ y = r.\cos\alpha.sen\beta \\ z = r.sen\alpha \end{cases}$	**q)** $\begin{cases} x = -1+\cos\alpha.\cos\beta \\ y = 2+\cos\alpha.sen\beta \\ z = 3+sen\alpha \end{cases}$

3) Identificar el lugar geométrico definido en los siguientes sistemas de ecuaciones, donde $\vartheta \in \Re$ y es un parámetro. Graficar.

a) $\begin{cases} x = 2.\cos\vartheta \\ y = 2.sen\vartheta \end{cases}$	**b)** $\begin{cases} x = 3.\cos\dfrac{\pi}{2} \\ y = 3.sen\dfrac{\pi}{2} \end{cases}$	**c)** $\begin{cases} x = 3.\cos\vartheta \\ y = 3.\cos\vartheta \end{cases}$

4) ¿El sistema de ecuaciones paramétricas $\begin{cases} x = \alpha.\cos\alpha \\ y = \alpha.sen\alpha \\ z = \alpha \end{cases}$ es equivalente a $x^2+y^2=z^2$?

5) Determinar el valor de k para que una espira de $\begin{cases} x = 3.\cos\alpha \\ y = 3.sen\alpha \\ z = k\alpha \end{cases}$ mida 10π unidades.

RESPUESTAS A EJERCITACIÓN BÁSICA:

1)a) Circunferencia. Centro C(0; 0) Radio r	**1)b)** Circunferencia. Centro C(0; 0) Radio r= 3	**1)c)** Punto. P(0; 3)	**1)d)** Circunferencia. Centro C(x_0; y_0) Radio r
1)e) Circunferencia. Centro C(-2; 3) Radio r= 1	**1)f)** Elipse. $\frac{(x-x_0)^2}{a^2}+\frac{(y-y_0)^2}{b^2}=1$	**1)g)** Parábola. $y= x^2$	**1)h)** Punto. P(3; 2)

2)a) Superficie cilíndrica recta circular. Directriz paralela al plano xy $\begin{cases} x^2+y^2=r^2 \\ z=0 \end{cases}$ Generatriz paralela al eje z	**2)b)** Superficie cilíndrica recta circular. Directriz paralela al plano xz $\begin{cases} x^2+z^2=2 \\ y=0 \end{cases}$ Generatriz paralela al eje y	**2)c)** Circunferencia en el plano xy. Centro C(0; 0; 0) Radio r= $\sqrt{3}$
2)d) Superficie cilíndrica recta elíptica. Directriz paralela al plano xy $\begin{cases} \frac{x^2}{9}+y^2=1 \\ z=0 \end{cases}$ Generatriz paralela al eje z	**2)e)** Circunferencia ubicada en el plano z= 2. Centro C(0; 0; 2) Radio r= 2. $\begin{cases} x^2+y^2=4 \\ z=2 \end{cases}$	**2)f)** Segmento de la recta r) $\begin{cases} y=x \\ z=0 \end{cases}$ con $x\in[-1;1]$

3) $L= 2\pi$

RESPUESTAS A EJERCITACIÓN COMPLEMENTARIA:

1)a) Segmento de recta. r) y= x para $x\in[-3;3]$	**1)b)** Segmento de la recta. r) y=x+4 para $x\in[-2;18]$	**1)c)** Elipse. $\frac{(x-3)^2}{9}+\frac{(y-3)^2}{4}=1$
1)d) Espirales. Una para $\vartheta\geq 0$ Otra para $\vartheta\leq 0$	**1)e)** Especie de espirales. Una para $\vartheta\geq 0$ Otra para $\vartheta\leq 0$	**1)f)** Espirales. Una para $\vartheta\geq 0$ Otra para $\vartheta\leq 0$
1)g) Especie de espirales. Una para $\vartheta\geq 0$ Otra para $\vartheta\leq 0$	**1)h)** Parábola lg) $x=\frac{3}{4}y^2$	**1)i)** Rectas. lg$_1$) y= x U lg$_2$) y= -x
1)j) Hipérbola. lg) y= 1/x	**1)k)** Hipérbolas lg$_1$) y= 5/x U lg$_2$) y= -5/x	**1)l)** Espirales. Una para $\vartheta\geq 0$ Otra para $\vartheta\leq 0$.

2)a) Hélices: Eje coincidente con el z. Radio r Por vuelta avanza 2π k unid. Una hélice para $k>0$ Otra para $k<0$	**2)b)** Hélice: Eje coincidente con el x. Radio r=2. Cada vuelta avanza $\pi/5\approx 0{,}6$ unidades	**2)c)** Hélice: Eje coincidente con el z. Radio r=3. Cada vuelta avanza 2 unidades

2)d) Especie de hélice. Curva inscripta en una superficie cilíndrica recta elíptica de directriz paralela al plano xy: $\begin{cases} \frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}=1 \\ z=0 \end{cases}$; Generatriz paralela al eje z. Cada vuelta avanza 6π	**2)e)** Hélice: Eje igual a recta $\begin{cases} x=3 \\ y=4 \end{cases}$; Radio r= 1. Cada vuelta avanza $\pi/5$ unidades.	**2)f)** Especie de hélice. Curva inscripta en una superficie cilíndrica recta circular de directriz paralela al plano xy: $\begin{cases} x^2+y^2=4 \\ z=0 \end{cases}$; Generatriz paralela al eje z
2)g) Especie de hélice. Curva inscripta en una superficie cilíndrica recta circular de directriz paralela al plano xy: $\begin{cases} x^2+y^2=4 \\ z=0 \end{cases}$; Generatriz paralela al eje z	**2)h)** Especie de hélice. Curva inscripta en una superficie cilíndrica recta circular de directriz paralela al plano xy: $\begin{cases} x^2+y^2=4 \\ z=0 \end{cases}$; Generatriz paralela al eje z	**2)i)** Especie de hélice. Curva inscripta en la superficie cónica circular de ecuación: $x^2+y^2-z^2= 0$
2)j) Especie de hélice. Curva inscripta en la superficie de ecuación: $x^2+y^2= z^4$	**2)k)** Especie de hélice. Curva inscripta en la superficie de ecuación: $x^2+y^2-z= 0$	**2)l)** Espirales ubicadas en el plano z= 0. Una para $\vartheta \geq 0$ Otra para $\vartheta \leq 0$
2)m) Plano xy	**2)n)** Eje y	**2)ñ)** Recta: $\begin{cases} y=x \\ z=0 \end{cases}$
2)o) Superficie cilíndrica recta elíptica de directriz paralela al plano xy: $\begin{cases} \frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}=1 \\ z=0 \end{cases}$ Generatriz paralela al eje z	**2)p)** Superficie esférica Centro C (0; 0; 0) Radio r	**2)r)** Superficie esférica. Centro C(-1; 2; 3) Radio r= 1

3)a) Superficie cilíndrica recta circular de directriz paralela al plano xy. $\begin{cases} x^2+y^2=4 \\ z=0 \end{cases}$; Generatriz paralela al eje z	**3)b)** Recta: $\begin{cases} x=0 \\ y=3 \end{cases}$	**3)c)** Plano: x-y=0

4) No. La segunda ecuación representa una superficie cónica circular con vértice en el origen de coordenadas y eje coincidente con el z, mientras que la primera representa una especie de hélice inscripta en dicha superficie.

5) k= ± 4

Bibliografía Consultada:

- Geometría Analítica (C. Lehmann)
- Introducción al Algebra Lineal (H. Anton)