

Econometría I

Ayudantía 2

Magíster en Economía, Universidad Alberto Hurtado

1. *Probabilidades condicionales.* X puede asumir dos valores 0, 1; Y puede asumir tres valores -1,0,1.

Table 1: Función de probabilidad conjunta

		X	
		0	1
Y	-1	1/8	1/6
	0	1/4	1/6
	1	1/8	1/6

- (a) Calcule probabilidades marginales y $\mathbb{E}(Y)$.
- (b) Calcule probabilidades condicionales y $\mathbb{E}(Y|X)$.
- (c) Concluya que independencia en media no implica independencia.
2. *Covarianza e independencia en media.* Suponga que las variables aleatorias X, Z se distribuyen como $\text{Normal}(0, 1)$ y son independientes, y suponga que $Y = X^2 + Z$. Encuentre la esperanza condicional de Y dado X ($\mathbb{E}(Y|X)$) y la covarianza entre X e Y ($\text{Cov}(X, Y)$).

Pista: $\mathbb{E}((X - \mathbb{E} X)^3) = 0$ para distribuciones simétricas como la normal.

3. *Independencia, independencia en media, correlación.* Suponga una variable aleatoria U con media cero $\mathbb{E}(U) = 0$. Responda si la afirmación es verdadera o falsa.
- (a) Si $\mathbb{E}(U|X) = 0$ entonces $\mathbb{E}(X^2 U) = 0$.
- (b) Si $\mathbb{E}(X U) = 0$ entonces $\mathbb{E}(X^2 U) = 0$.
- (c) Si $\mathbb{E}(U|X) = 0$ entonces U es independiente de X .
- (d) Si $\mathbb{E}(X U) = 0$ entonces $\mathbb{E}(U|X) = 0$.

4. *Multicolinealidad perfecta.* Suponga que X viene dada por

$$X = \begin{pmatrix} 1 \\ X_1 \\ X_2 \end{pmatrix}$$

y $X_2 = \alpha_1 + \alpha_2 X_1$.

- (a) Demuestre que $\mathbb{E}(X X')$ no es invertible. ¿Cuál es la causa de la no invertibilidad?
 - (b) Utilice la condición $\mathbb{E}(X(Y - X'\beta)) = 0$ para encontrar β . ¿Cuáles son las consecuencias para el modelo de regresión o proyector lineal de la no invertibilidad de $\mathbb{E}(X X')$?
5. Considera el modelo con solamente un intercepto $Y = \beta_0 + \epsilon$ donde β_0 es el proyector lineal. Demuestre que $\beta_0 = \mathbb{E}[Y]$.