

# Econometría I

## Tarea 4

Magíster en Economía, Universidad Alberto Hurtado

October 29, 2025

1. (20 puntos) Suponga el modelo  $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + u_i$ . Bajo los supuestos usuales el estimador por mínimos cuadrados ordinarios satisface  $\sqrt{N}(\hat{\beta} - \beta) \xrightarrow{d} \text{Normal}(0, V)$ . Usted quiere realizar el contraste  $H_0 : \beta_1 = 0$  y  $\beta_2 = 0$  versus la alternativa bilateral.

Demuestre que el estadístico de Wald se puede escribir como la siguiente función de los estadísticos  $t$  individuales ( $t_{1,N}$ ,  $t_{2,N}$ ) y el coeficiente de correlación estimado entre  $\hat{\beta}_1$  y  $\hat{\beta}_2$  ( $\hat{\rho}$ ):

$$W_N = \frac{1}{1 - \hat{\rho}^2} (t_{1,N}^2 + t_{2,N}^2 - 2\hat{\rho} t_{1,N} t_{2,N})$$

Pista:

$$t_{1,N} = \frac{\hat{\beta}_1}{se(\hat{\beta}_1)}, t_{2,N} = \frac{\hat{\beta}_2}{se(\hat{\beta}_2)}, \text{ y } \hat{\rho} = \frac{\widehat{\text{AVar}}(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2)}{se(\hat{\beta}_1)se(\hat{\beta}_2)}.$$

2. (20 puntos) Utilice los datos de `veteran.dta` del paper de Angrist (Etca, 1998) sobre el efecto de ser veterano de guerra en ingresos. Por razones de confidencialidad los datos tienen cierta agregación.

- (a) (5 puntos) Proponga y estime un modelo de regresión que permita diferencias de ingresos (*earnvar*) entre veteranos de raza blanca, veteranos de raza no blanca, no veteranos de raza blanca, y no veteranos de raza no blanca. No utilice controles adicionales.

Pista: *dvet* es una dummy de veterano de guerra y *dnwhite* es una dummy si la persona NO es de raza blanca.

- (b) (5 puntos) Para *personas de raza blanca*, ¿Cuál es la diferencia entre la media del ingreso de veteranos y de no veteranos?

Para *personas que no son de raza blanca*, ¿Cuál es la diferencia entre la media del ingreso de veteranos y de no veteranos?

- (c) (5 puntos) Realice un test para contrastar si, para *personas de raza blanca*, existen diferencias de ingresos entre veteranos y no veteranos. Realice un test similar para *personas que no son de raza blanca*.

- (d) (5 puntos) Realice un test para ver si la diferencias de ingresos entre veteranos y no veteranos es la misma para blancos y no blancos. ¿Cuál es la ventaja de realizar una estimación conjunta con dummies en lugar de estimar dos modelos separados (uno para blancos y otro para no blancos)?
3. (20 puntos) El archivo `christensen_greene.dta` contiene datos de costos, precios de insumos y producción para el sector eléctrico de EEUU en 1955 y 1970. Las variables incluidas en la base de datos son:
- *id*: identificador de firma,
  - *year*: año,
  - *tc*: Costo total,
  - *q*: Producción,
  - *pl*, *pk* y *pf*: Precios de la mano de obra, capital y combustible respectivamente,
  - *sl*, *sk* y *sf*: Participación en los costos de la mano de obra, capital y combustible.

Dada una función de producción Cobb-Douglas:

$$q_i = \exp(A + \eta_i) l_i^{\alpha_l} k_i^{\alpha_k} f_i^{\alpha_f}$$

donde  $\exp(A + \eta_i)$  es la productividad de la firma que se puede separar en la productividad promedio de la industria ( $A$ ) y la productividad específica de la firma ( $\eta_i$ ),  $l_i$  es mano de obra,  $k_i$  es capital físico y  $f_i$  es combustible.

Bajo el supuesto que las firmas son tomadoras de precios en el mercado de los insumos y minimizan costos, se puede deducir la siguiente función de costos

$$\begin{aligned} \log(tc_i) = \log(C_0) + \frac{\alpha_l}{\alpha_l + \alpha_k + \alpha_f} \log(pl_i) + \frac{\alpha_k}{\alpha_l + \alpha_k + \alpha_f} \log(pk_i) \\ + \frac{\alpha_f}{\alpha_l + \alpha_k + \alpha_f} \log(pf_i) + \frac{1}{\alpha_l + \alpha_k + \alpha_f} \log(q_i) - \frac{1}{\alpha_l + \alpha_k + \alpha_f} \eta_i, \end{aligned}$$

donde  $C_0$  es un constante que depende de  $\alpha_l$ ,  $\alpha_k$ ,  $\alpha_f$  y  $A$ .

Realice los siguientes ejercicios con los datos del año 1955.

- (a) (5 puntos) Estime la función de costos:

$$\log(tc_i) = \beta_0 + \beta_1 \log(pl_i) + \beta_2 \log(pk_i) + \beta_3 \log(pf_i) + \beta_4 \log(q_i) + u_i.$$

- (b) (5 puntos) ¿Usted cree que puede tener un sesgo de variable omitida en la estimación de la función de costos? ¿Por qué?
- (c) (5 puntos) Contraste el supuesto de homogeneidad de grado uno en precios.  
Pista: Si denotamos la función de costos como  $C(p_w, q)$  (donde  $p_w$  es el vector de precios de los insumos) entonces el supuesto de homogeneidad de grado uno en  $p_w$  implica que

$\log(C(\lambda p_w, q)) = \log \lambda + \log(C(p_w, q))$  para todo  $\lambda > 0$ . Encuentre las restricciones sobre los  $\beta$ 's para que se cumpla dicha igualdad.

(d) (5 puntos) Utilice el coeficiente de  $\log(q_i)$  para construir un intervalo de confianza para los rendimientos a escala  $\alpha_l + \alpha_k + \alpha_f$ .

4. (20 puntos) Utilice los datos de HPRICE2.dta del paper de Harrison y Rubinfeld (JEEM, 1978) sobre el efecto de la contaminación ambiental en el precio de las viviendas. Dado el modelo,

$$\log(\text{price}_i) = \beta_0 + \beta_1 \log(\text{nox}_i) + \beta_2 \text{rooms}_i + \beta_3 \log(\text{distance}_i) + \beta_4 \text{stratio}_i + u_i,$$

donde

- $\text{nox}_i$ : la concentración de óxido nitroso en el aire,
- $\text{rooms}_i$ : es el número de habitaciones,
- $\text{distance}_i$ : es la distancia al centro de la ciudad,
- $\text{stratio}_i$ : es el ratio estudiantes por profesor.

(a) (5 puntos) Realice el test de que la elasticidad precio-contaminación ambiental es igual a  $-1$ .

(b) (5 puntos) Agregue  $\text{rooms}^2$  y contraste la significatividad de  $\text{rooms}^2$ . Interprete el resultado del test.

(c) (5 puntos) En el modelo con  $\text{rooms}^2$ . Calcule el efecto marginal de una habitación adicional. ¿Es razonable? Calcule el número de habitaciones donde el efecto marginal pasa de ser negativo a positivo. ¿Cuántas observaciones caen donde el efecto marginal es negativo?

(d) (5 puntos) Construya un intervalo de confianza para el efecto de una habitación adicional evaluado en la media muestral del número de habitaciones. Compare con el efecto en el modelo sin  $\text{rooms}^2$ . ¿Qué puede concluir del ejercicio realizado?