DISCIPLINA: Economia e Finanças **PROFESSOR:** Alex Tavares

"BIZUZÃO"

(CÁLCULOS FINANCEIROS)

PORCENTAGEM

$\text{Porcentagem} = \frac{\text{quantia de interesse}}{\text{total}} \times 100\%$ OU SEJA, quantia de interesse = porcentagem × total

número percentual ⇔ **fração** ⇔ número decimal

20% ⇔ **20/100** ⇔ 0,20

Aumentar um valor em x% é igual a multiplicá-lo por (1 + x%).

Reduzir um valor em x% é igual a multiplicá-lo por (1 – x%).

"De" equivale à multiplicação: portanto, 20% de 300 é igual a 20% x 300.

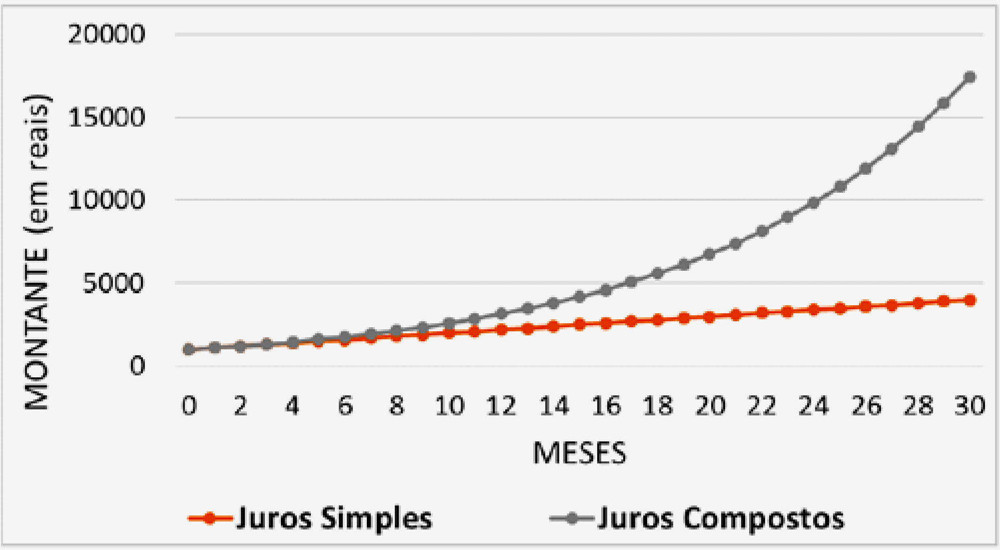
JUROS SIMPLES E COMPOSTO

JUROS SIMPLES	JUROS COMPOSTOS
M = C x (1 + jxt) *Montante = Capital x (1 + taxa x prazo)*	$M = C \times (1 + j)^t$ *Montante = Capital x (1 + taxa)prazo*
J = C x j x t *Juros recebidos = Capital x taxa x prazo*	J = M – C *Juros recebidos = Montante – Capital*
Taxas equivalentes = proporcionais	Taxas equivalentes ≠ Taxas proporcionais $(1 + \text{taxa})^{\text{prazo}} = (1 + \text{taxa equival.})^{\text{prazo equival.}}$
Mais oneroso para 0 < t < 1	Mais oneroso para t > 1
-----	○ convenção exponencial: basta aplicar a fórmula $M = C \times (1 + j)^t$ ○ convenção linear: aplicar a fórmula $M = C \times (1 + j)^t$ para parte inteira do prazo e juros simples na parte fracionária
- Taxa efetiva: unidade da taxa igual à da capitalização (ex.: 10%a.a., capitalização anual) - Taxa nominal: unidade da taxa diferente da capitalização (ex.: 10%a.a., capitalização semestral)	
- juros comerciais ou ordinários: usar mês com 30 dias e ano com 360 dias; - juros exatos: mês com 28-31 dias, ano com 365-366 dias.	
$(1 + taxa\ real) = \frac{(1 + taxa\ aparente)}{(1 + \text{inflação})}$	

Ainda nesta fase introdutória dos regimes de juros, considero bastante interessante compararmos o funcionamento dos dois regimes. Para isto, vamos usar o exemplo:
Capital inicial C = 1000 reais, prazo de pagamento t = 4 meses, taxa de juros j = 10% ao mês.
Reproduzindo em uma tabela os valores que calculamos, temos:
Note nessa tabela os seguintes pontos:
- Ao final de 1 período (1 mês), os valores devidos em ambos os regimes são iguais. Ou seja, para t = 1, juros simples e juros compostos geram o mesmo montante.
- Ao final do prazo total, veja que juros compostos são mais onerosos, ou seja, levam a um montante superior ao do regime simples. Isto vale desde t = 2, onde tínhamos uma dívida de 1200 no regime simples e 1210 no regime composto. Ou seja, para $t > 1$, juros compostos são mais onerosos que juros simples.
- Não demonstraremos aqui, por simplicidade, mas grave que para $t<1$ (prazos fracionários, como por exemplo 0,5 mês), juros simples são mais onerosos que juros compostos.

Mês	Montante (Juros Simples)	Montante (Juros Compostos)
0	1000	1000
1	1000 + 100	1100
2	1000 + 200	1210
3	1000 + 300	1331
4	1400	1464,10

- Você reparou que na coluna de juros simples eu deixei o principal da dívida (1000) separado dos juros (100, 200, 300)? Isto ocorre porque no regime simples os juros são capitalizados (integrados ao capital) somente no fim do prazo.
- Na coluna do regime composto, veja que os juros são capitalizados (somados ao capital) no fim de cada período, e passam a render juros já no período seguinte. Ou seja, aqui temos o fenômeno dos juros sobre juros.
- Para prazos relativamente curtos (como t = 2 períodos), veja que a diferença entre juros simples e compostos é bem pequena. É possível até fazer um cálculo aproximado de juros compostos usando o regime simples.
- À medida que o prazo aumenta, a diferença vai ficando cada vez maior.
Por exemplo, se tivéssemos t = 20 meses, a dívida no regime simples chegaria a R$ 3.000, e no regime composto chegaria a R$ 6.727 (**mais** que o dobro!!!);
Para darmos prosseguimento em nossa comparação entre juros simples e juros compostos, analise por alguns momentos o gráfico abaixo.
Nele eu reproduzi os dois investimentos que estamos trabalhando (1000 reais, taxa de 10%, juros simples ou compostos) por um prazo de 30 meses. Observe como o montante em cada regime evolui:



Com base na figura acima, repare que:
- O **montante** no regime de **juros simples** cresce de forma linear (isto é, seguindo uma linha reta). Isto ocorre porque, a cada mês, você recebe o mesmo valor a título de juros. Trata-se de um crescimento constante ao longo do tempo, pois o cálculo dos juros é feito somente com base no capital inicial, que não muda nunca;
- O **montante** no regime de **juros compostos** cresce de forma exponencial.

Repare que se trata de um crescimento que vai acelerando com o tempo. Ele começa de forma similar ao regime de juros simples, mas com o tempo vai crescendo cada vez mais rápido e se afastando da curva dos juros simples. O crescimento vai acelerando porque temos o efeito dos "juros sobre juros", isto é, a cada mês você vai recebendo mais e mais juros, pois o cálculo é feito com base no valor atualizado no mês anterior, e não somente no capital inicial. A título de curiosidade, após 30 meses o montante no regime composto é mais de 4 vezes superior ao do regime simples (R$ 17.449,40 contra R$ 4.000,00).

Ainda como curiosidade, taxas da ordem de 10% ao mês são comuns nos cartões de crédito. Como a cobrança de juros é no regime composto, você consegue visualizar bem com este exemplo o quanto é importante pagar em dia a sua fatura! Uma dívida de R$ 1.000 pode chegar a R$ 17.449,40 em dois anos e meio...

BIZUZÃO:
Muitas vezes você vai se deparar com uma taxa de juros entre 1% e 9%, e o prazo da aplicação será de t = 2 períodos, o que vai te obrigar a calcular $(1 + j)^2$.

Como calcular, por exemplo, $(1 + 5\%)^2$ de cabeça?

Em primeiro lugar, veja que $(1 + 5\%)^2$ é o mesmo que $(1{,}05)^2$. O resultado desta operação é um número com 4 casas decimais do tipo "1, DDQQ", onde:

DD é o **dobro** do número 5 (ou seja, 2 x 5 = 10)

QQ é o **quadrado** do número 5 (ou seja, $5^2 = 25$)

Portanto: $(1{,}05)^2 = 1{,}1025$

Isto vale para **QUALQUER** número **com 2 casas** decimais de 1,00 a 1,09.

Exemplificando: $(1{,}07)^2 =$ **1,1449** (pois 2 x 7 = 14, e $7^2 = 49$)

Outro exemplo: $(1{,}03)^2 =$ **1,0609** (pois 2 x 3 = 06, e $3^2 = 09$)

Você **PODE** e **DEVE** gravar este **BIZU:** $(1{,}0X)^2 = 1{,}$**DDQQ**

Fórmulas e definições
Relação entre o montante final M, o capital inicial C, a taxa de juros j e o prazo t: $M = C \times (1 + j \times t)$ → juros simples $M = C \times (1 + j)^t$ → juros compostos
Relação entre o rendimento total J, o capital inicial C, a taxa de juros j e o prazo t: $J = C \times j \times t$ → apenas para juros simples
Relação entre o rendimento total J, o capital inicial C, a taxa de juros j e o prazo t: $J = C \times j \times t$ → apenas para juros simples
Relação entre o rendimento total J, o montante final M e o capital inicial C: $J = M - C$ → para juros simples ou compostos
Importante: *nas fórmulas acima, o prazo e a taxa devem estar na mesma unidade temporal*