

# MAE001: Modelagem Matemática em Finanças I

Ramon Duarte de Melo  
ramonduarte@poli.ufrj.br

Alex Teixeira da Silva  
alexteix@poli.ufrj.br

Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ) — 12 de junho de 2019

## Introdução

O objetivo do Projeto III é implementar, avaliar e comparar o modelo de Black-Scholes com os dados fornecidos pelo mundo real, realizando comparações de cunho matemático-estatístico e produzindo gráficos com tais observações acerca da volatilidade implícita, do preço de corte (*strike price*) e dos recortes temporais).

Para tal, foi utilizada a linguagem *Python 3.6.7*, com os módulos *numpy* (métodos numéricos), *pandas* (manipulação de dados), *scipy* (fórmulas científicas) e *matplotlib.pyplot* (visualização de dados).

Os dados utilizados para a confecção das comparações foi raspado da web utilizando as ferramentas *bs4* (web parsing), *lxml* (HTML parsing) e *re* (expressões regulares). O programa requer a instalação destes módulos, mas possui uma ferramenta de instalação automatizada das dependências (*pipenv*).

As fontes dos dados são a B3 (Brasil Bolsa Balcão, operadora da Bolsa de Valores de São Paulo) e o jornal Valor Econômico. Todos os dados são referentes ao mercado logo após o fechamento (17:00) do dia 6º de junho de 2019. O ativo utilizado, **PETR4 ON**, fechou o pregão a R\$ 29,85.

O código utilizado neste trabalho, bem como o deste relatório e as imagens geradas, foi aberto e disponibilizado publicamente no repositório <https://github.com/ramonduarte/mmftrab3>.

## Atividade a

Nesta atividade, foi implementado o modelo de Black-Scholes da seguinte forma:

1. Conforme definição, o modelo de Black-Scholes define preços de opções como uma função do preço do ativo subjacente  $S$ , do preço de execução  $K$  (também chamado de *strike price*), da taxa de renda fixa  $r$  (aqui foi usada a Taxa Selic), do tempo até o prazo de execução  $t$  e da volatilidade  $\sigma$ .

$$V = BS(S, K, r, T, \sigma)$$

2. Como todos os valores acima são conhecidos exceto a volatilidade, é possível descrever o preço da opção como uma função somente dela.

$$V = BS(\sigma)$$

3. Para tanto, é necessário descobrir o valor da opção  $V$ . Como o modelo de Black-Scholes apoia-se na premissa da *informação perfeita*, podemos considerar que toda opção negociada na bolsa de valores está decentemente precificada.
4. No entanto, não é possível manipular a equação de Black-Scholes para isolar o valor da volatilidade, de forma que a única maneira de calculá-la é utilizar a técnica de bisseção.

Com os valores obtidos, foram gerados gráficos  $K \times T$  para opções de compra e venda do ativo **PETR4 ON** para exercício em três datas: 17/06/2019, 19/08/2019 e 20/01/2020, respectivamente. As opções não foram separadas entre derivativos europeus e americanos. No entanto, somente foram incluídos derivativos europeus e americanos. Contratos exóticos e/ou dependentes de caminho não foram incluídos.

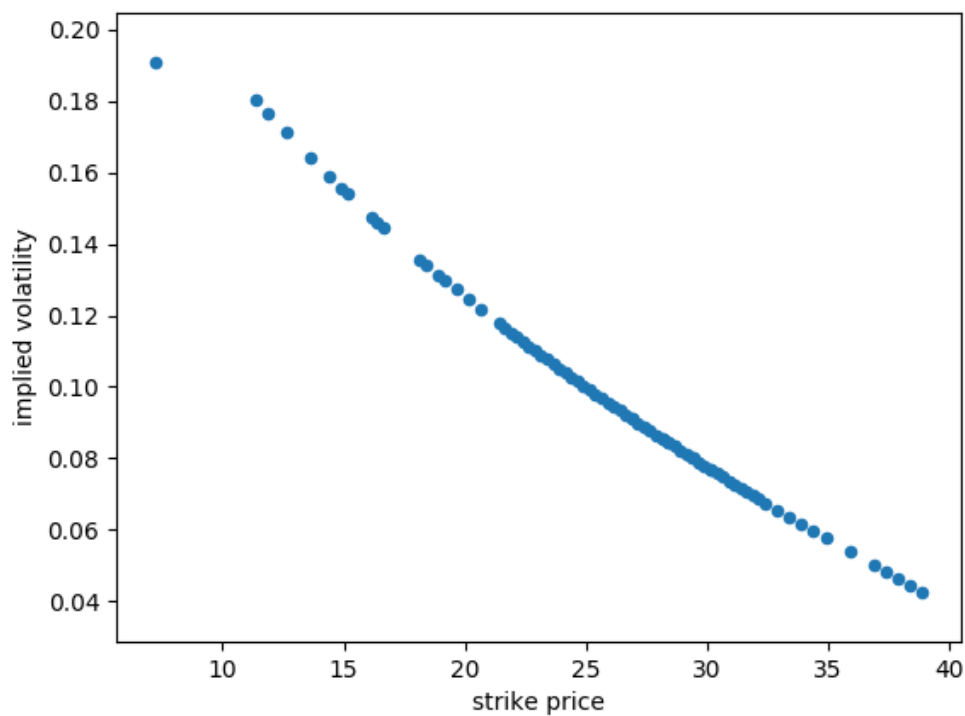


Figura 1: Gráfico  $K \times \sigma$  para opções do ativo **PETR4 ON** com data de exercício 17/06/2019.

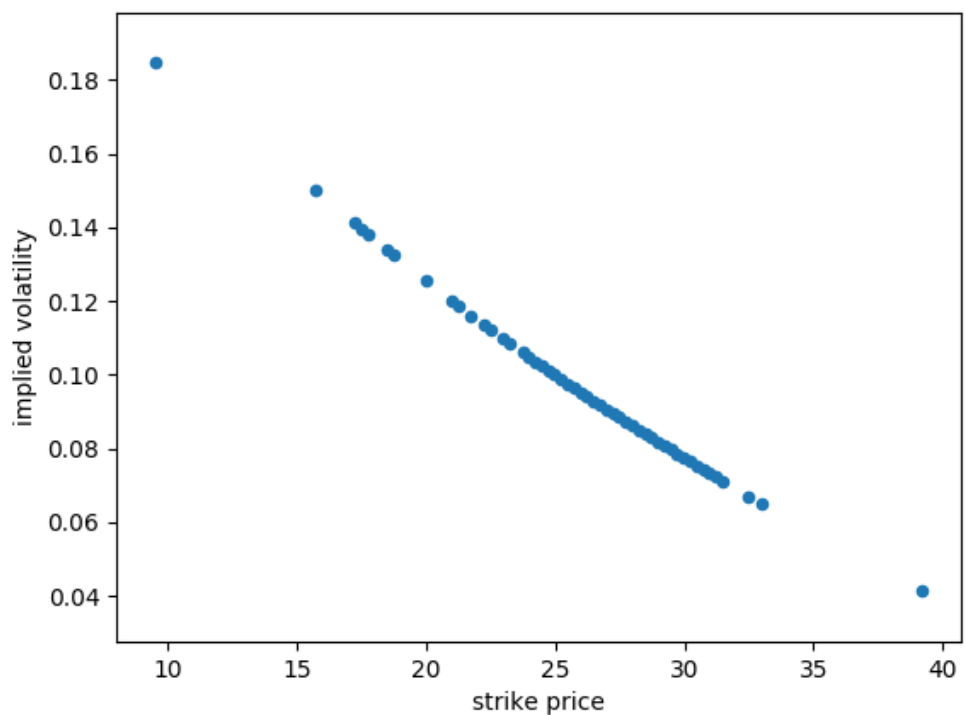


Figura 2: Gráfico  $K \times \sigma$  para opções do ativo **PETR4 ON** com data de exercício 19/08/2019.

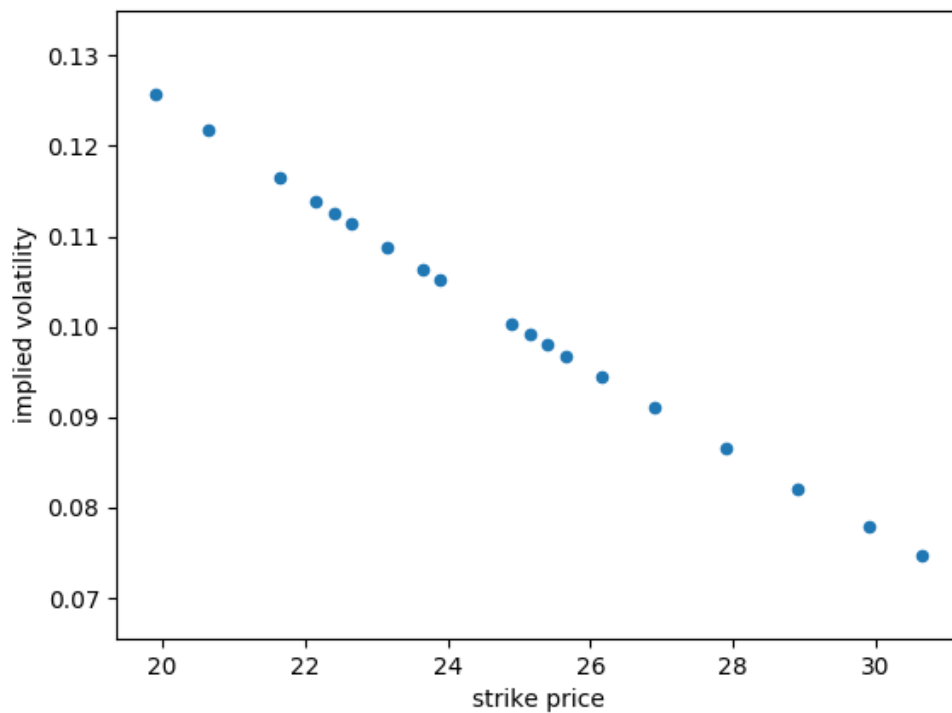


Figura 3: Gráfico  $K \times \sigma$  para opções do ativo **PETR4 ON** com data de exercício 20/01/2020.

## Atividade b

Para esta atividade, o processo utilizado foi o mesmo do da anterior. As únicas mudanças foram:

- Uma subbiblioteca do *matplotlib*, externa ao *pyplot*, teve de ser utilizada para gerar o gráfico em 3D, porque o *pyplot* não gera gráficos 3D interativos, necessários para a escolha da melhor perspectiva.
- Todas as opções encontradas para o ativo **PETR4 ON** foram utilizadas, desde que estivessem precificadas após o fechamento do pregão da Bolsa de Valores de São Paulo em 06/06/2019.

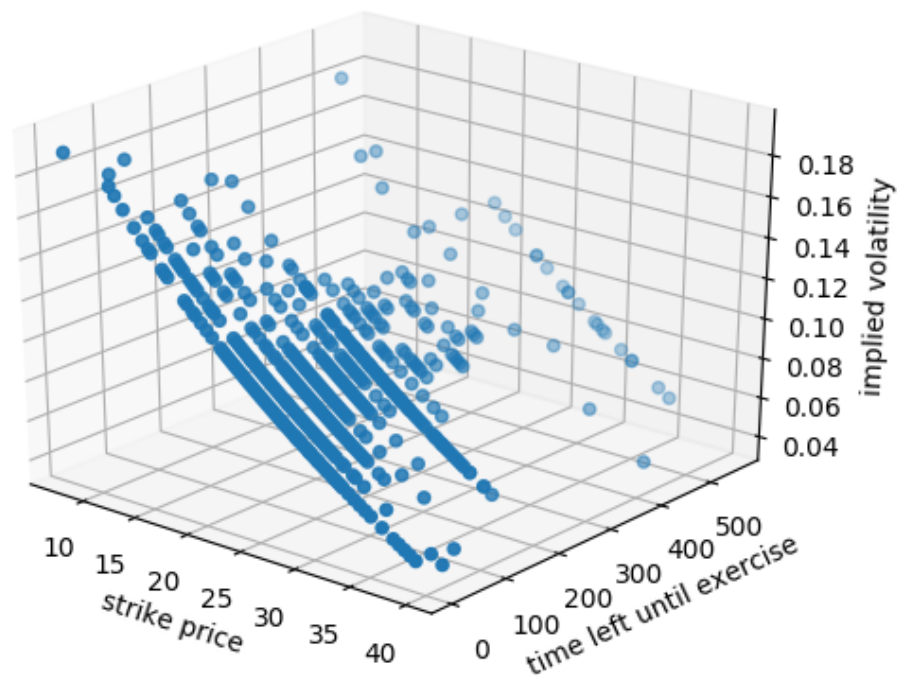


Figura 4: **Superfície de volatilidade:** séries  $K \times \sigma$  separadas por data de exercício.

## Atividade c

Com exceção da *Figura 3*, foi possível enxergar o *smile* em todos os gráficos plotados. Como o ativo **PETR4 ON** é bastante negociado na bolsa de valores, suas distribuições tendem a se aproximarem do previsto pelo modelo teórico. É justamente por isso que, na *Figura 3*, a observação do *smile* é mais difícil, pois as opções com exercício nesta data - mais distante - são menos negociadas e, portanto, não formam pontos suficientes para a construção da curva com visibilidade.

Na *Figura 4*, inclusive, é possível notar a formação de várias curvas deste tipo ao longo das datas de exercício, bem como seu rareamento conforme o aumento do prazo.