

Universidade Federal do Pará  
Instituto de Ciências Exatas e Naturais  
Programa de Pós-Graduação em Ciência da Computação

# ÁRVORES TRIE E PATRICIA

Prof. Carlos Gustavo Resque dos Santos

[gustavoresqueufpa@gmail.com](mailto:gustavoresqueufpa@gmail.com)

Autor: Nelson Cruz Sampaio Neto

# Introdução

---

- Definida em 1960 por Edward Fredkin.
- TRIE vem de “RE**TRIE**VAL” (recuperação).
- A pronúncia: “tri” ou “traí”.
- Também conhecida como **árvore digital**, é um tipo de estrutura onde partes das chaves são usadas na definição do caminho.
- Muito utilizada para armazenar cadeias de caracteres e suportar uma rápida procura de padrões.

# Introdução

---

- Na pesquisa digital, as chaves são formadas por um conjunto de dígitos ou caracteres sobre um alfabeto.
- As chaves têm tamanho variável e sem limitação explícita quanto ao tamanho.
- Exemplos de alfabetos:  $\{0,1,2,3,4...\}$ ,  $\{A,B,C,D,E,F...\}$ ,  $\{0,1\}$ .
- Exemplos de chaves:  
ABABBBABABA 19034717 Maria  
010101010000000000101000000001010

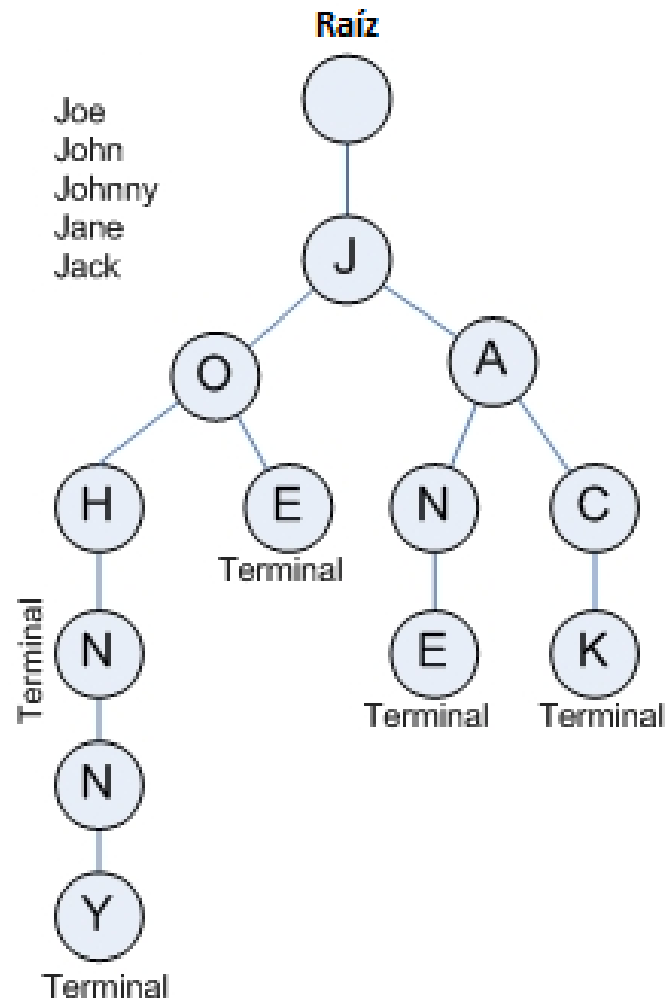
# Introdução

---

- A diferença entre a busca digital e a busca estudada até agora é que a chave não é tratada como um elemento indivisível.
- Em vez de se comparar a chave procurada com as chaves do conjunto armazenado, a comparação é efetuada entre os dígitos que compõem as chaves, dígito a dígito.
- O método de pesquisa digital é análogo à pesquisa manual em dicionários: com a primeira letra da palavra são determinadas todas as páginas que contêm as palavras iniciadas por aquela letra e assim por diante.

# Exemplo

---



# Exemplo

---

Chaves de 6 *bits* :

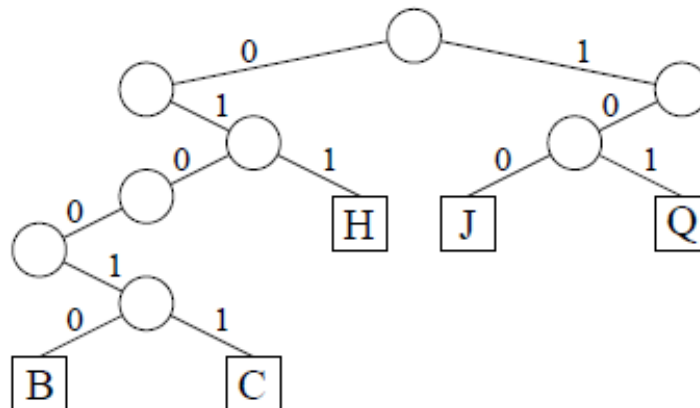
B = 010010

C = 010011

H = 011000

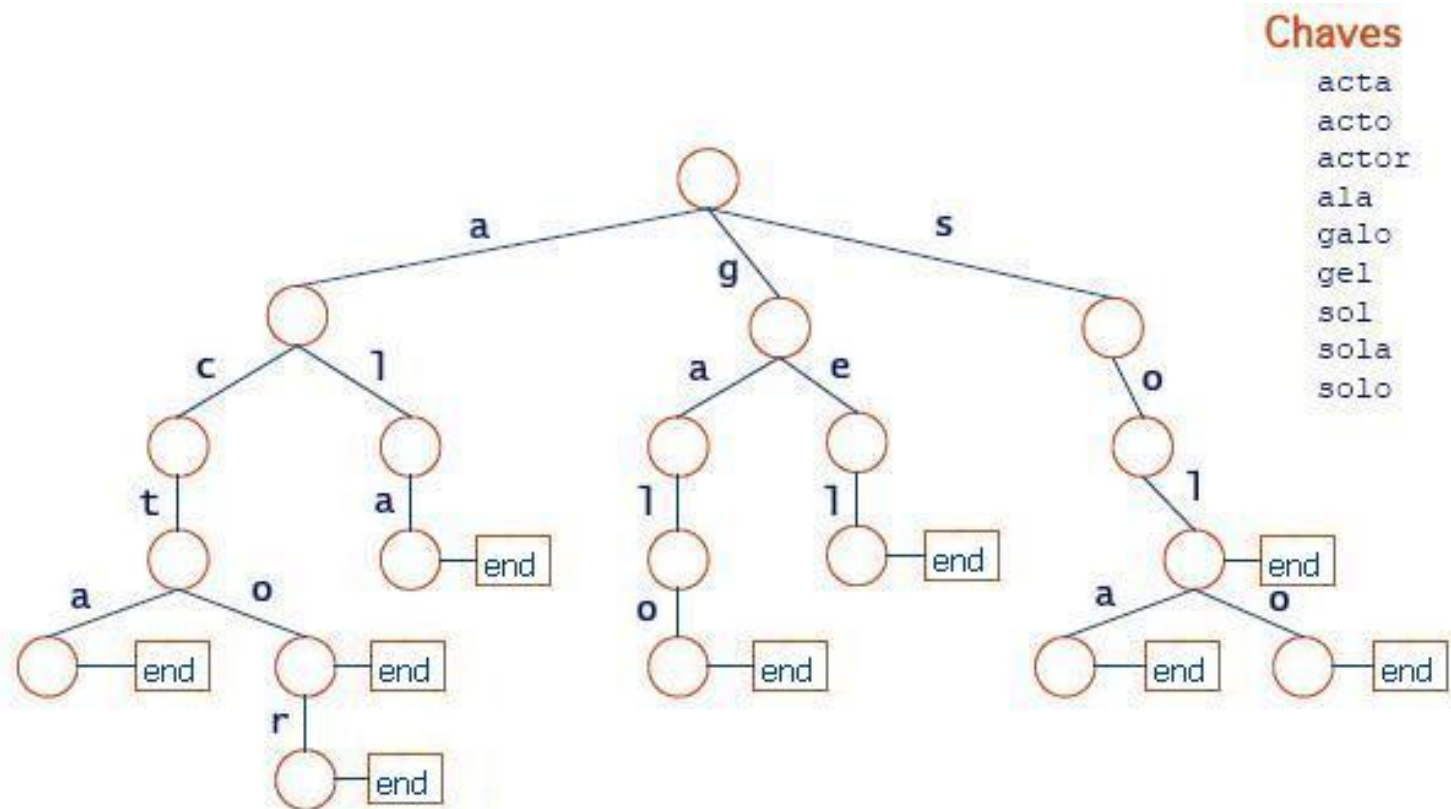
J = 100001

Q = 101000



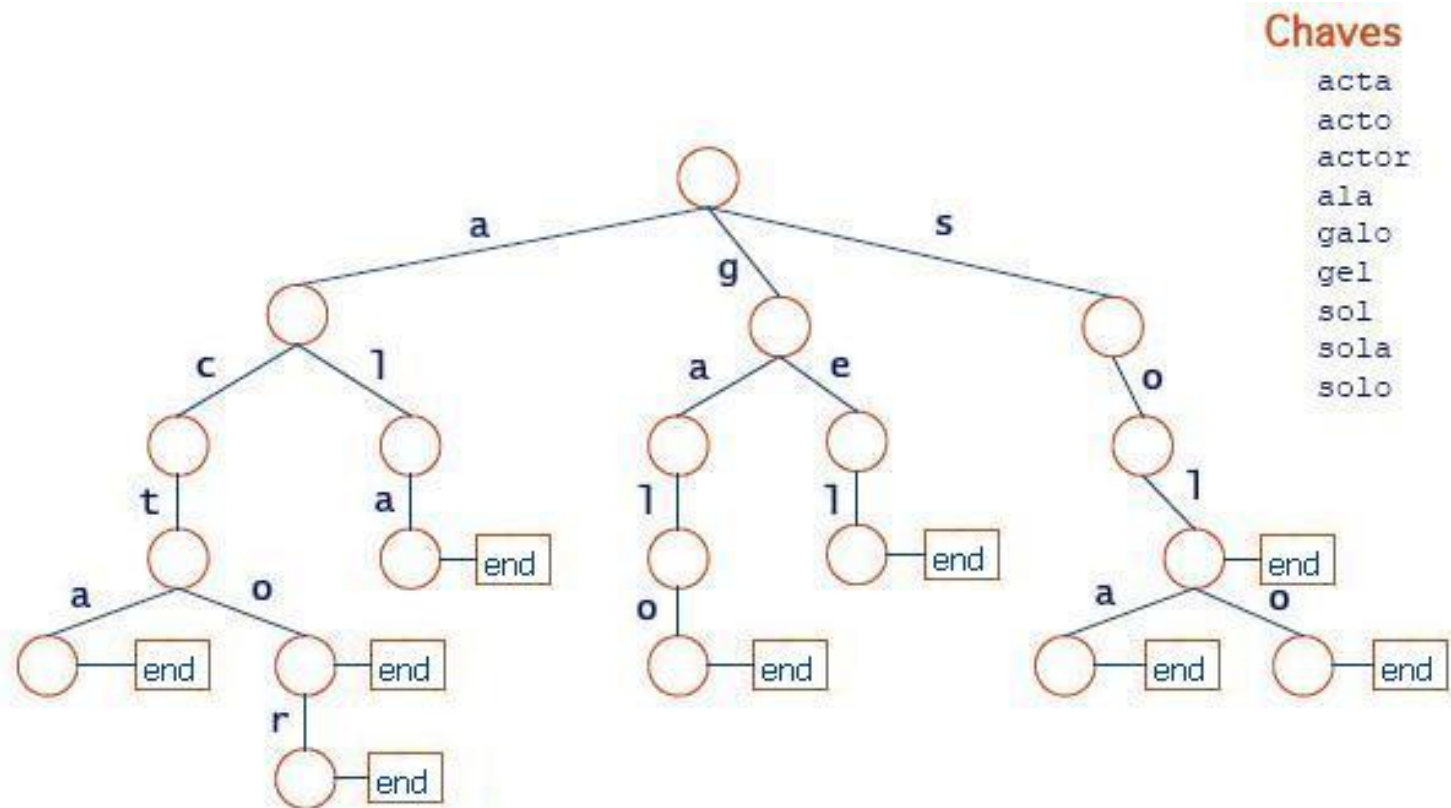
# Estrutura de uma TRIE

- Árvore ordenada e n-ária.



# Estrutura de uma TRIE

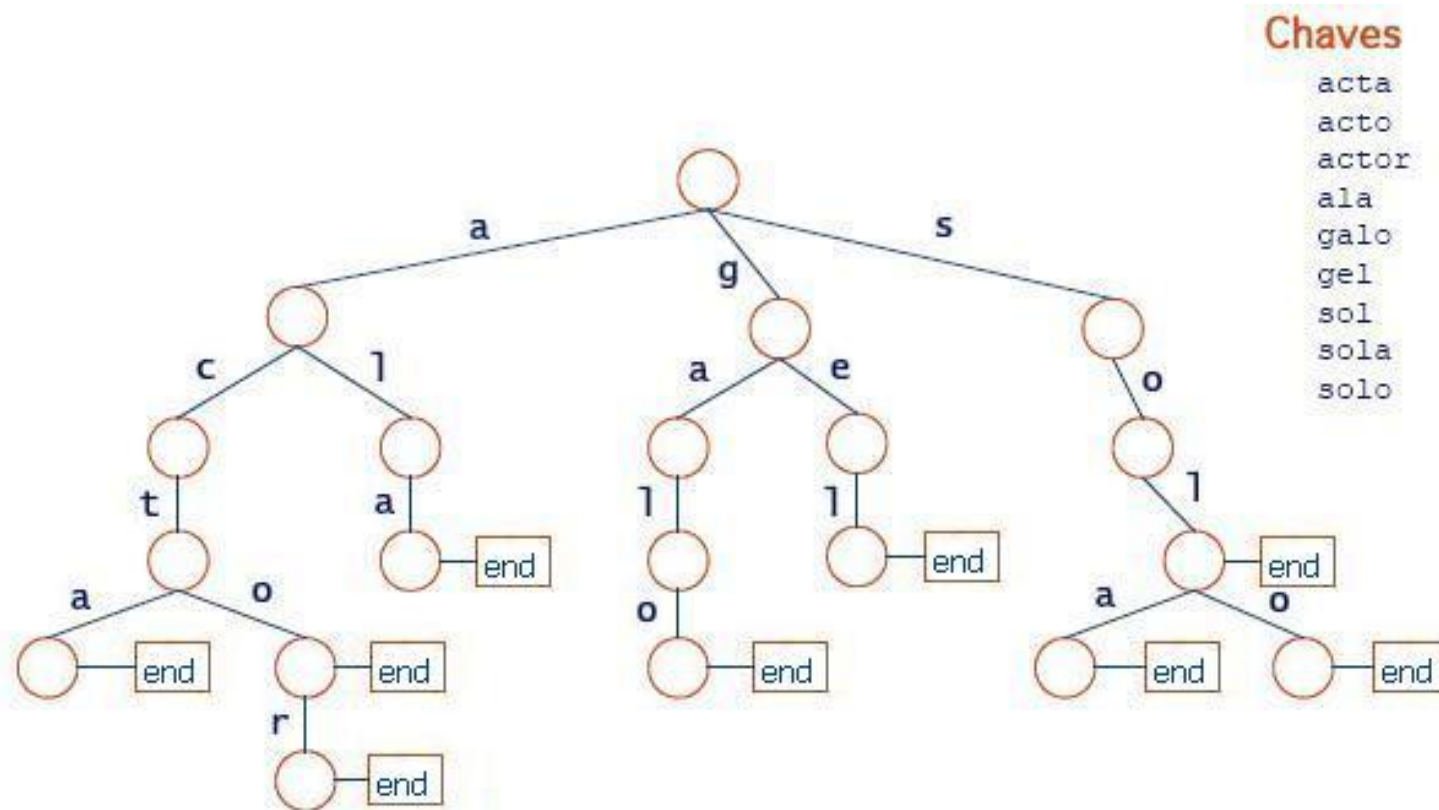
- Raiz: cadeia vazia.





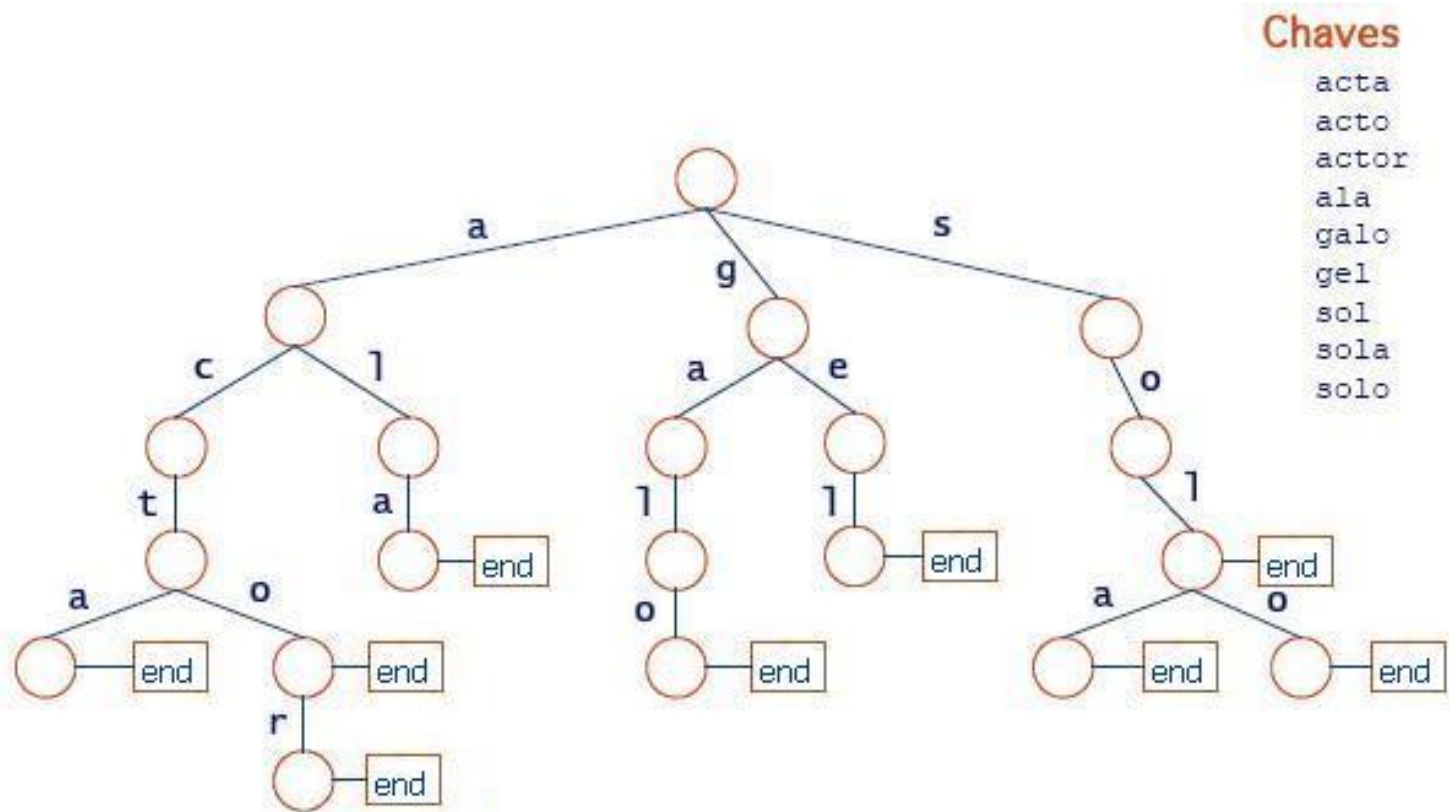
# Estrutura de uma TRIE

- O caminho da raiz para qualquer outro nó é um prefixo de uma string.



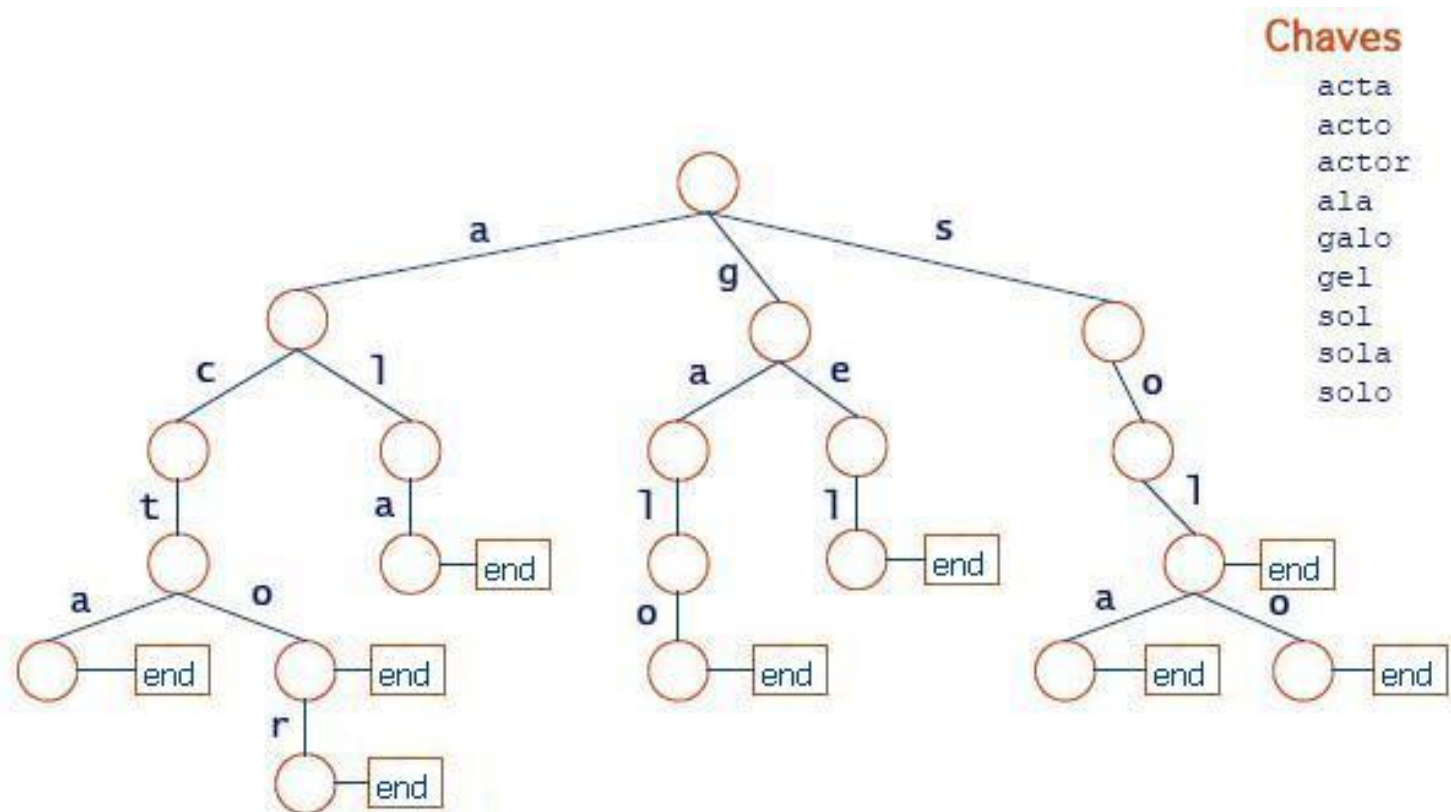
# Estrutura de uma TRIE

- As chaves são associadas a folhas ou a nós internos de interesse, ditos terminais.



# Estrutura de uma TRIE

- Cada nó pode conter informação sobre um ou mais símbolos do alfabeto utilizado.



# Montando uma árvore TRIE

---

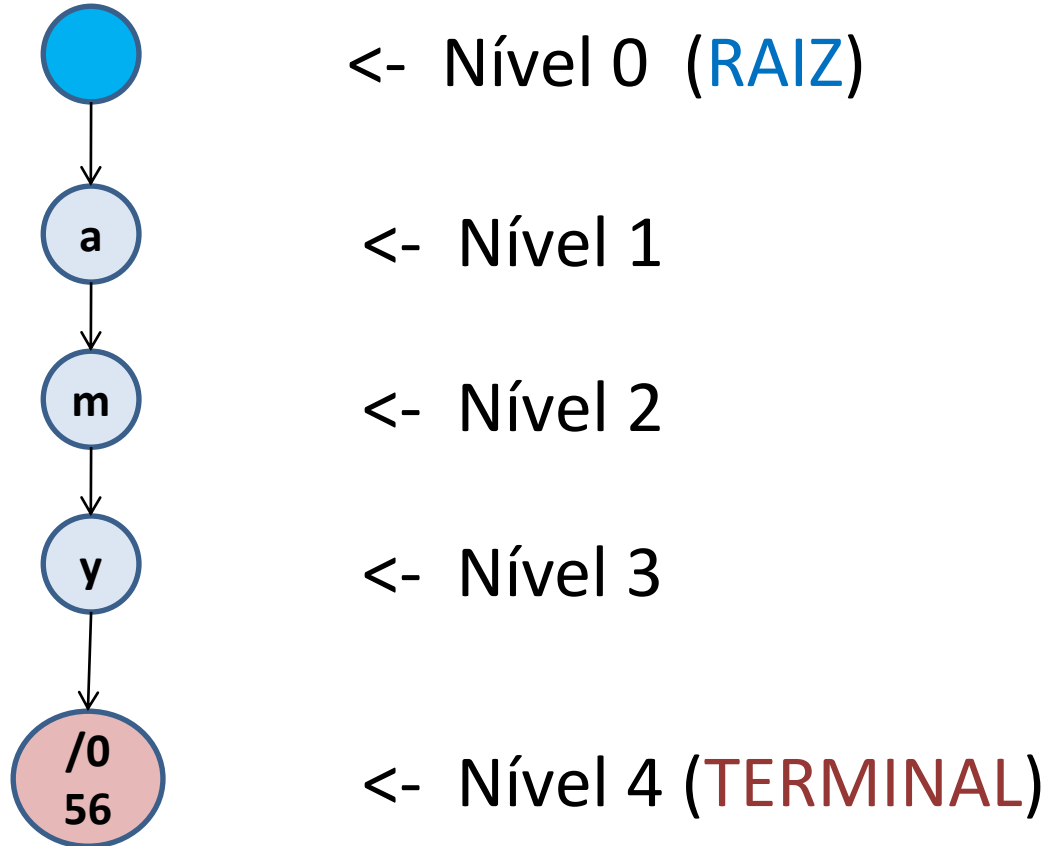
- amy 56
- ann 15
- emma 30
- rob 27
- roger 52

Estes são pares que queremos inserir na árvore TRIE.

# Montando uma árvore TRIE

---

- amy 56



# Montando uma árvore TRIE

---

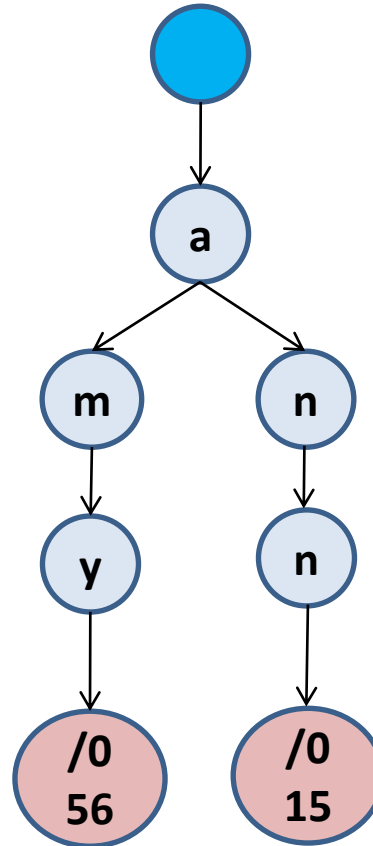
- INSIRA

ann 15

# Montando uma árvore TRIE

---

- ann 15



# Montando uma árvore TRIE

---

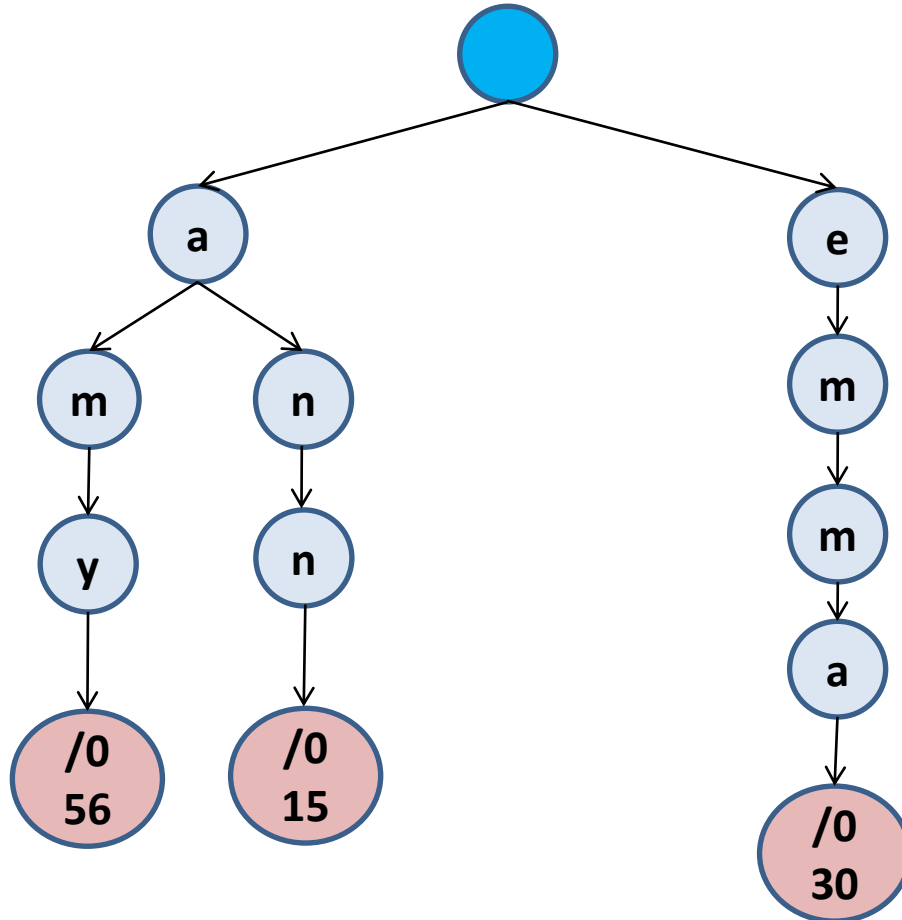
- INSIRA

emma 30



# Montando uma árvore TRIE

- emma 30



# Montando uma árvore TRIE

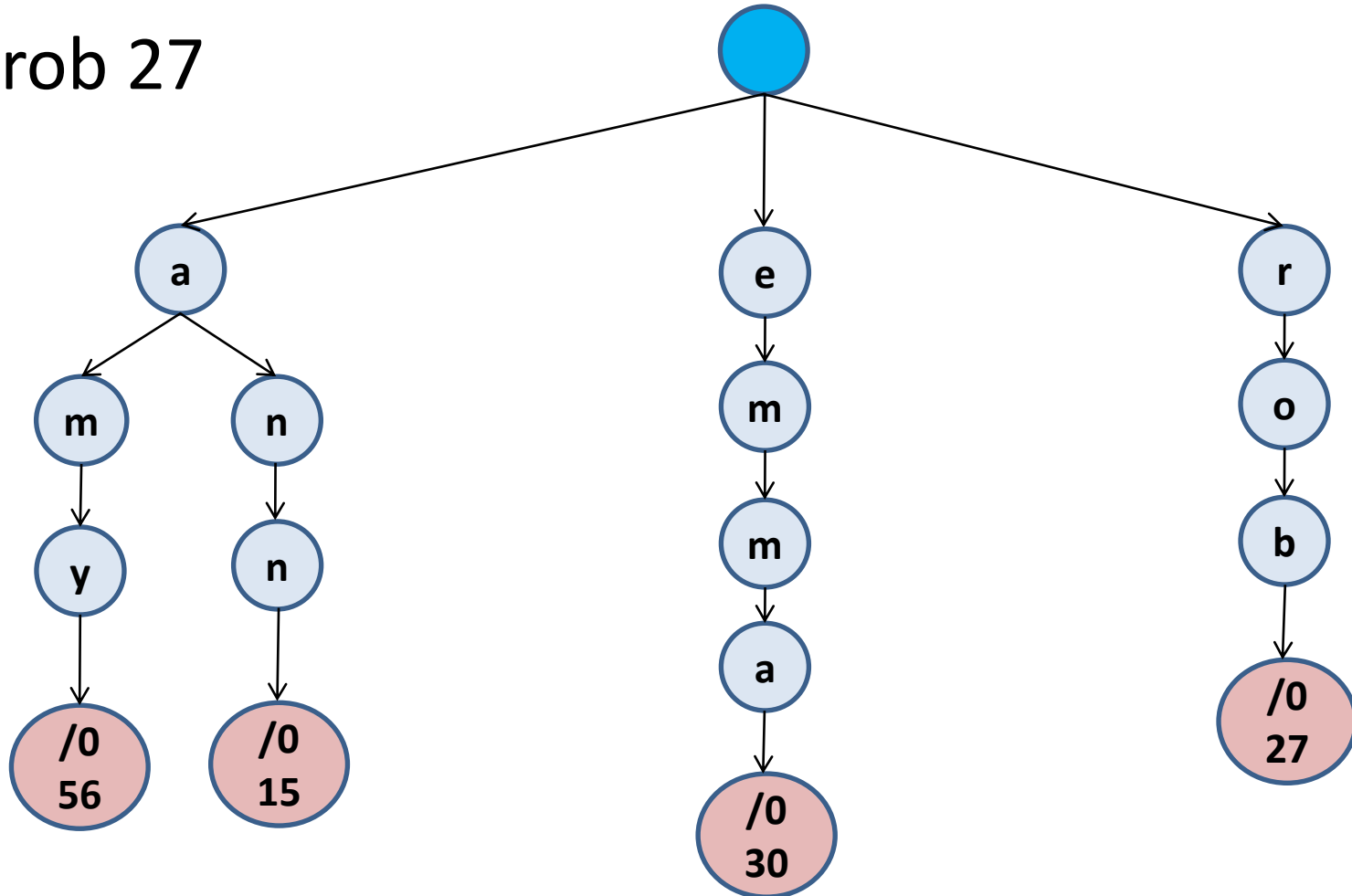
---

- INSIRA

rob 27

# Montando uma árvore TRIE

- rob 27



# Montando uma árvore TRIE

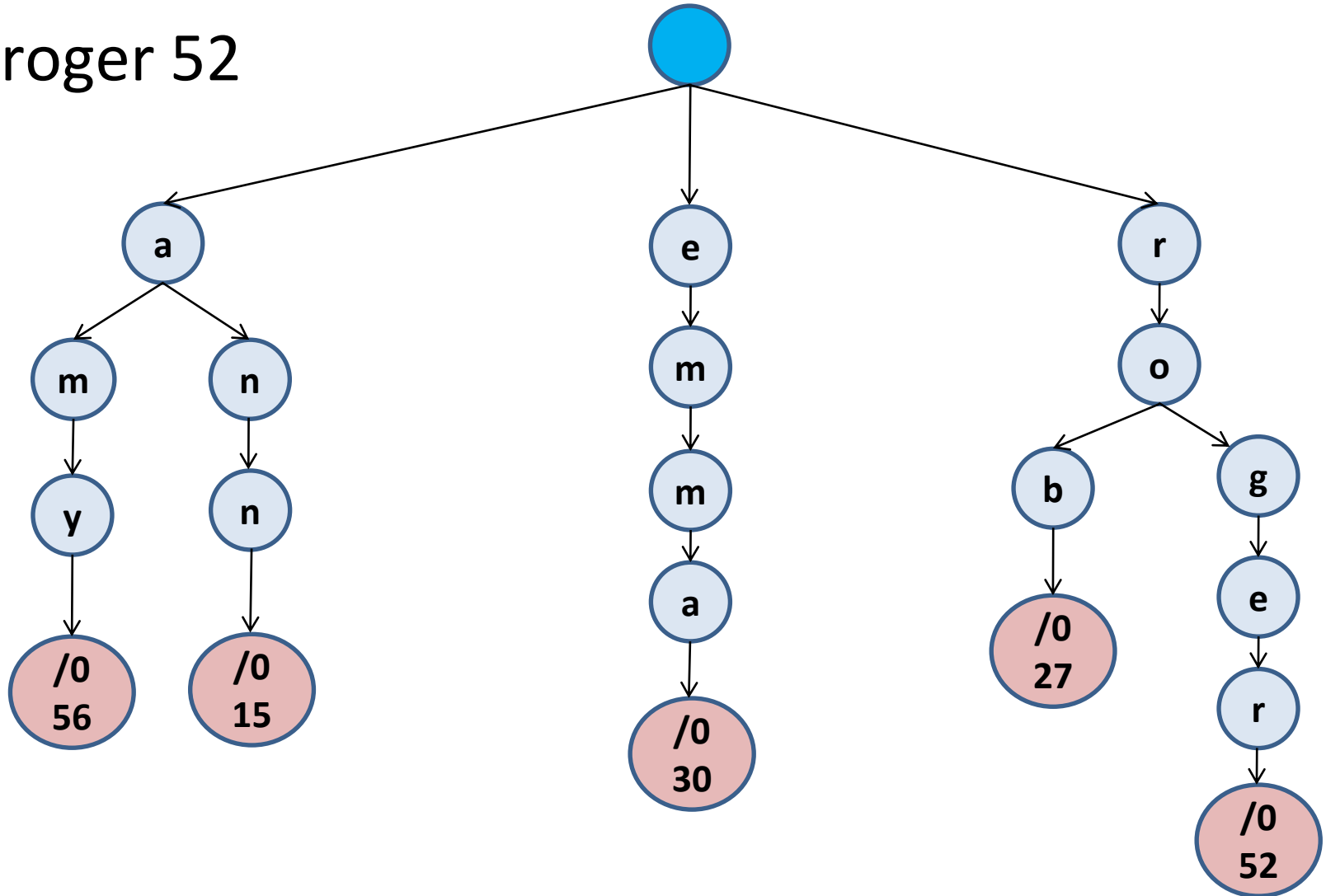
---

- INSIRA

roger 52

# Montando uma árvore TRIE

- roger 52



# Montando uma árvore TRIE

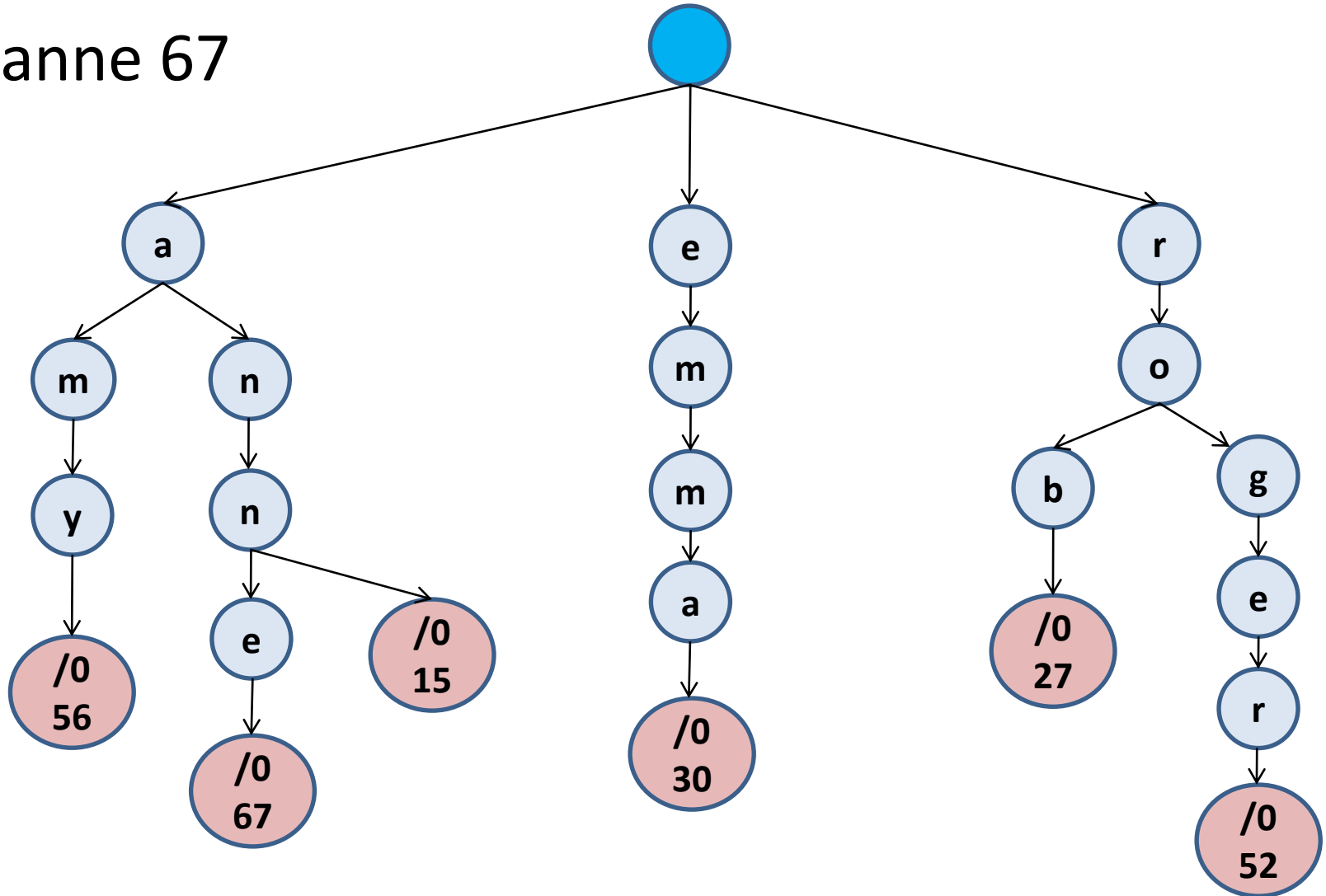
---

- INSIRA

anne 67

# Montando uma árvore TRIE

- anne 67



# Montando uma árvore TRIE

---

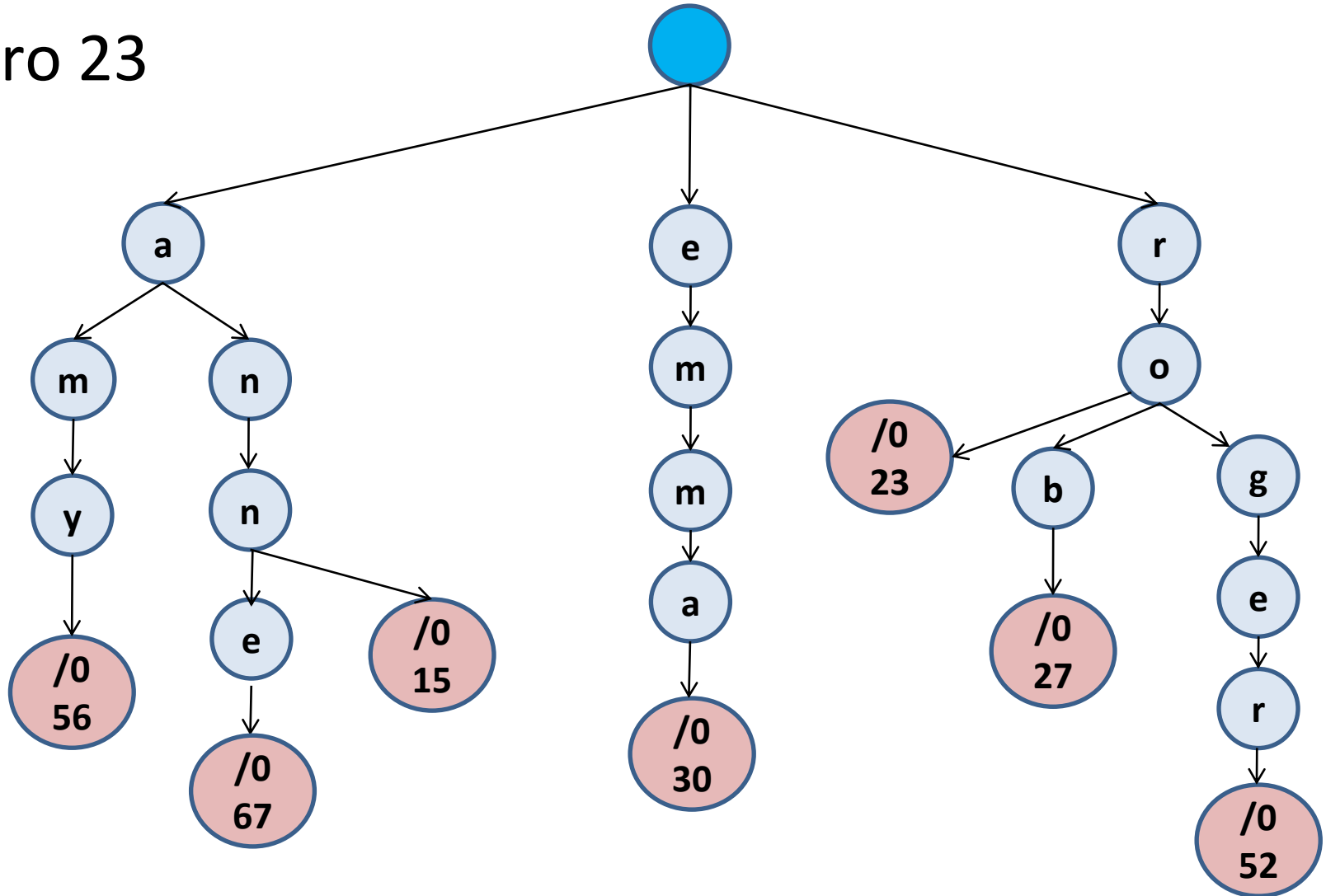
- INSIRA

ro 23



# Montando uma árvore TRIE

- ro 23



# Tipos de TRIES

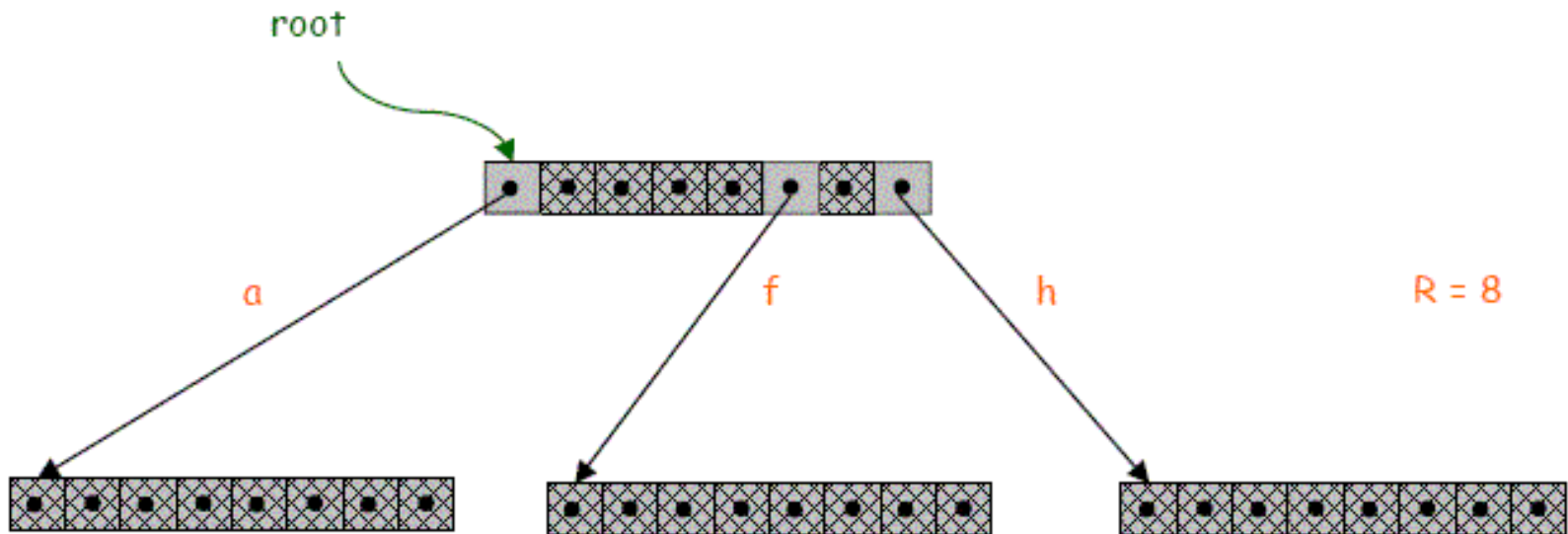
---

- Existem muitas variantes e tipos de TRIES:
  - - R-WAY
    - TST
    - Patricia
    - ...

# Tipos de TRIES

- R-WAY

Cada nó aloca espaço para todo o alfabeto.  
Há desperdício de espaço.



# Tipos de TRIES

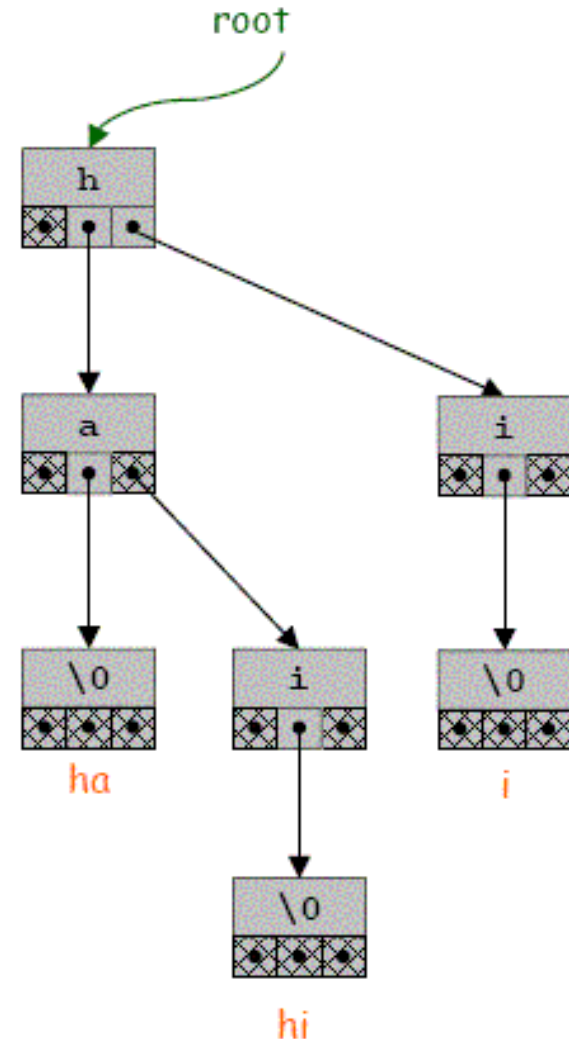
- TST- Ternary Search Tree

Cada nó aloca três ponteiros.

Centro: caractere seguinte.

Filhos da esquerda e direita:  
caracteres alternativos.

Tem desempenho melhor  
que o R-WAY no que se  
refere a espaço.

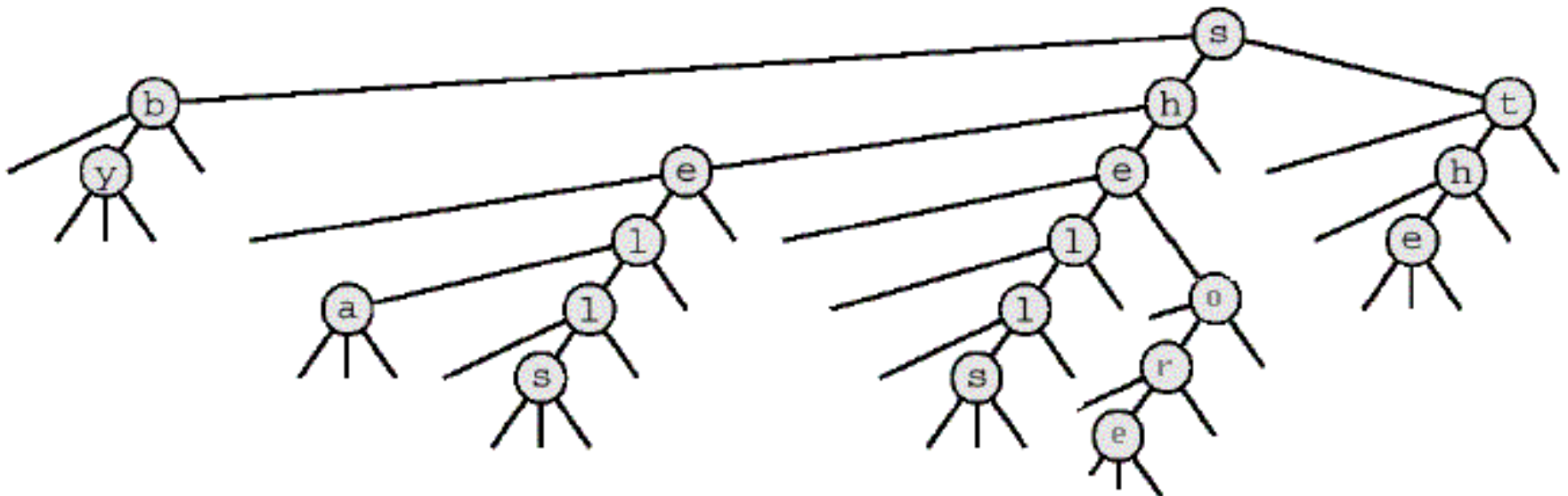


# Tipos de TRIES

---

- TST- Ternary Search Tree

Chaves: by, sea, sells, shells, shore, the



# Operações em TRIES

---

- SELEÇÃO: “É MEMBRO?”
  - INSERÇÃO
  - REMOÇÃO

# Operações em TRIES

---

- É MEMBRO?

1. Busca o nó que confere com o primeiro (ou atual) caractere da chave
2. Se nenhum, retorna FALSO

Senão

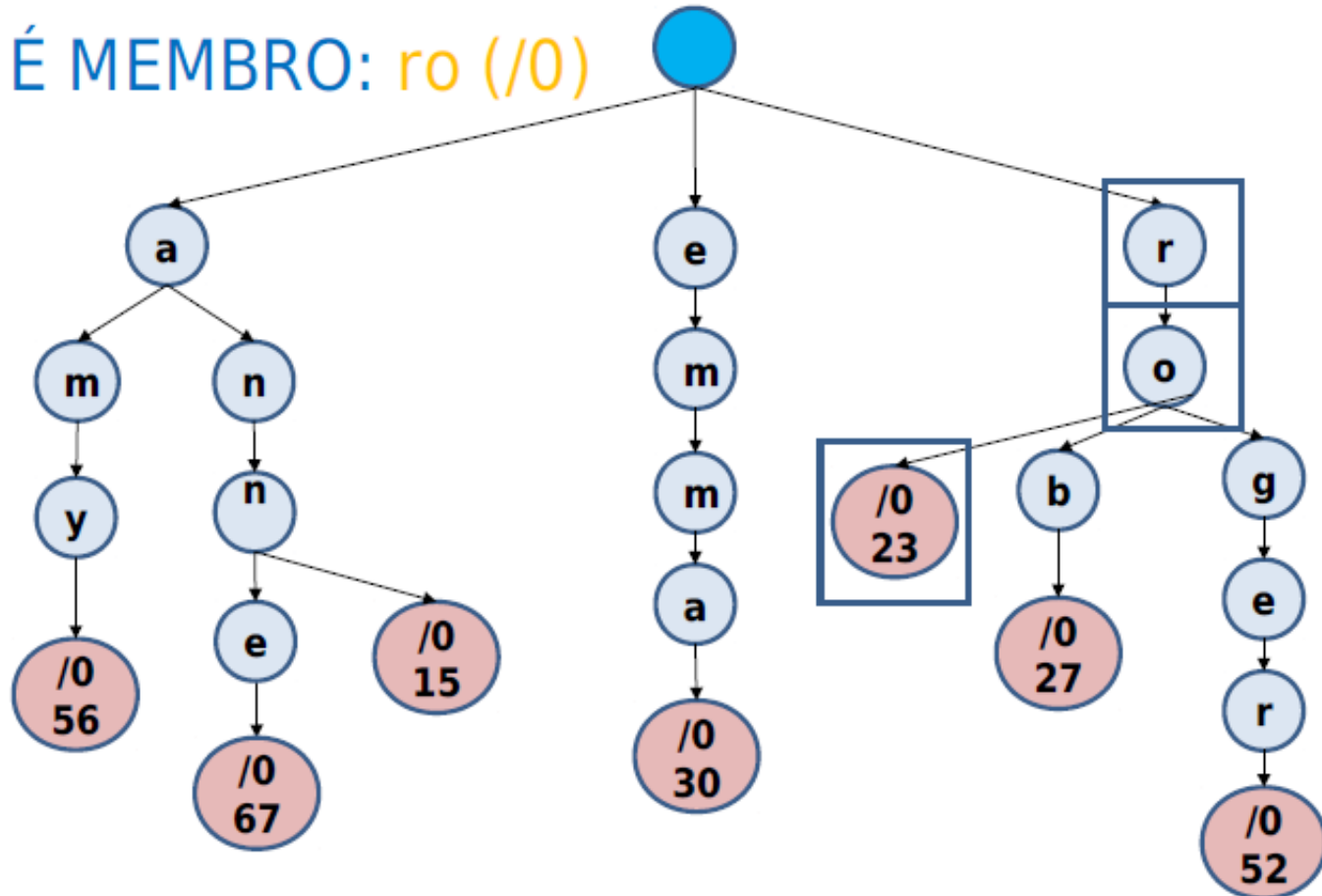
3. Se o caractere que confere é \0, retorna VERDADEIRO

Senão

4. Move para a subTRIE que confere com esse caractere
5. Avança para o próximo caractere na chave
6. Vá para Passo 1

# Operações em TRIES

- É MEMBRO: ro (/0)





# Operações em TRIES

---

- INSERÇÃO

Faz-se uma busca pela palavra a ser inserida.

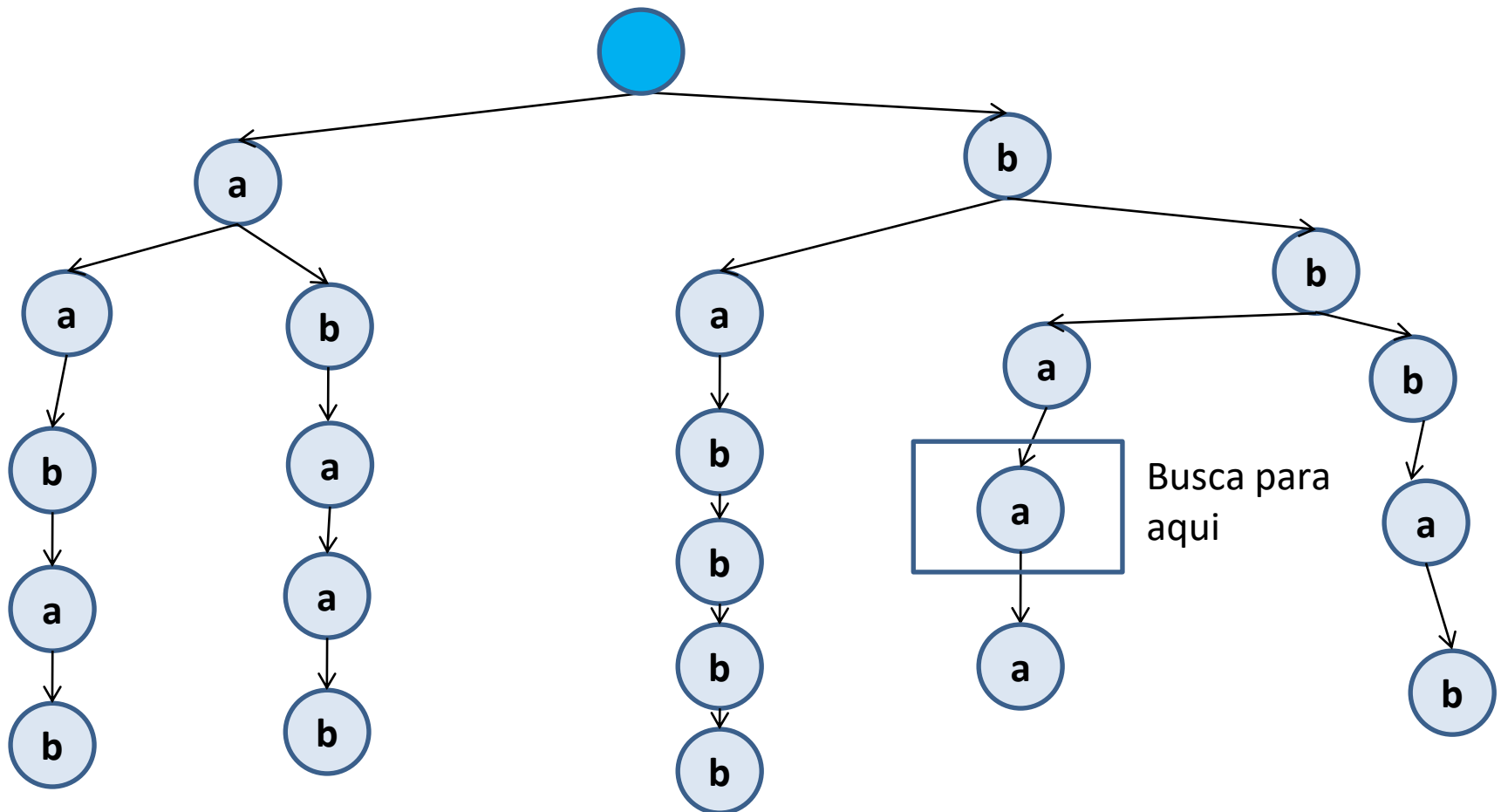
Se ela já existir na TRIE nada é feito, ou adiciona-se alguma informação no terminal.

Caso contrário, é recuperado o nó até onde acontece a maior prefixo da palavra a ser inserida.

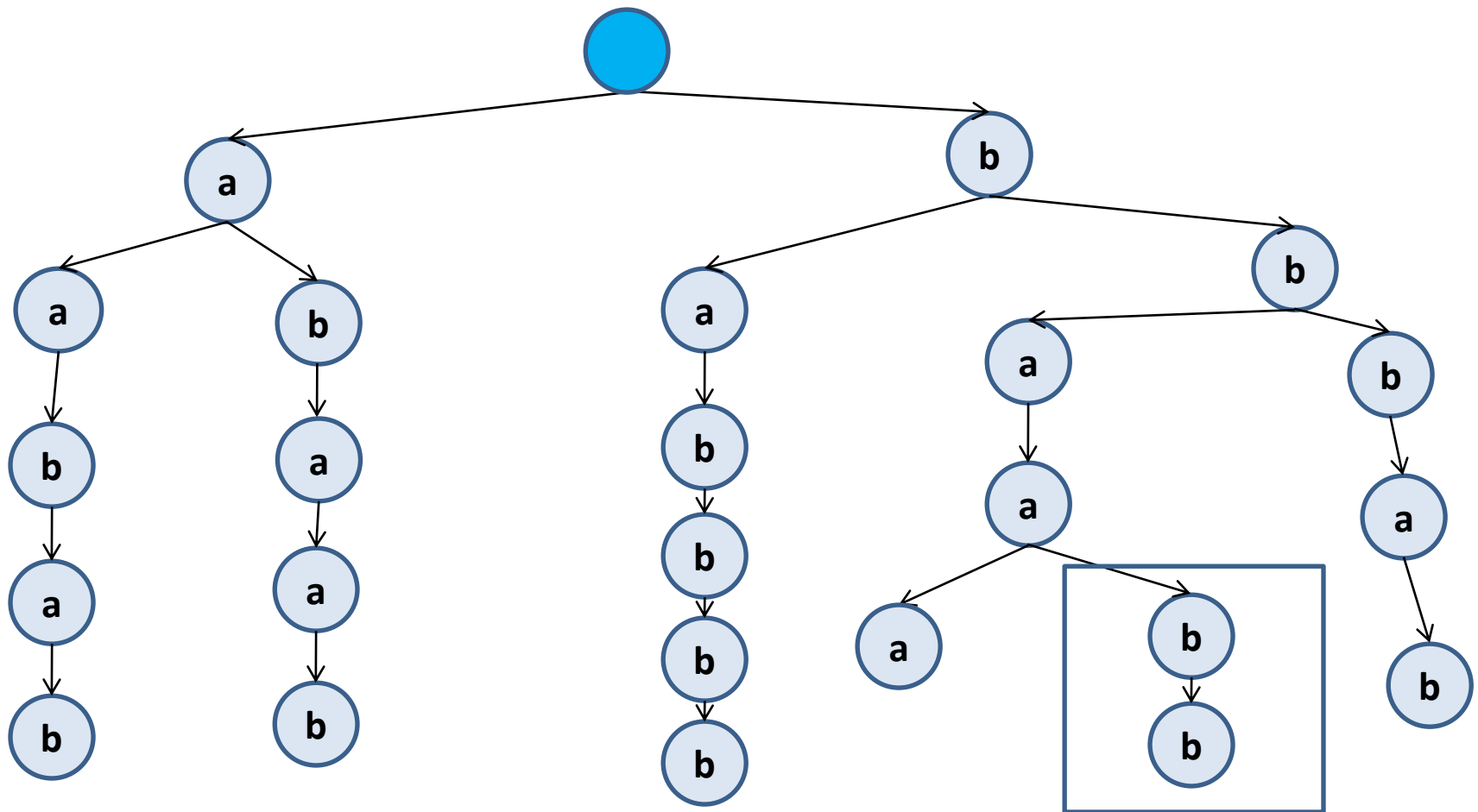
O restante dos seus caracteres são adicionados na TRIE a partir daquele nó.

# Operações em TRIES

Inserção : bbaabb



Insersão : bbaabb



# Operações em TRIES

---

- REMOÇÃO

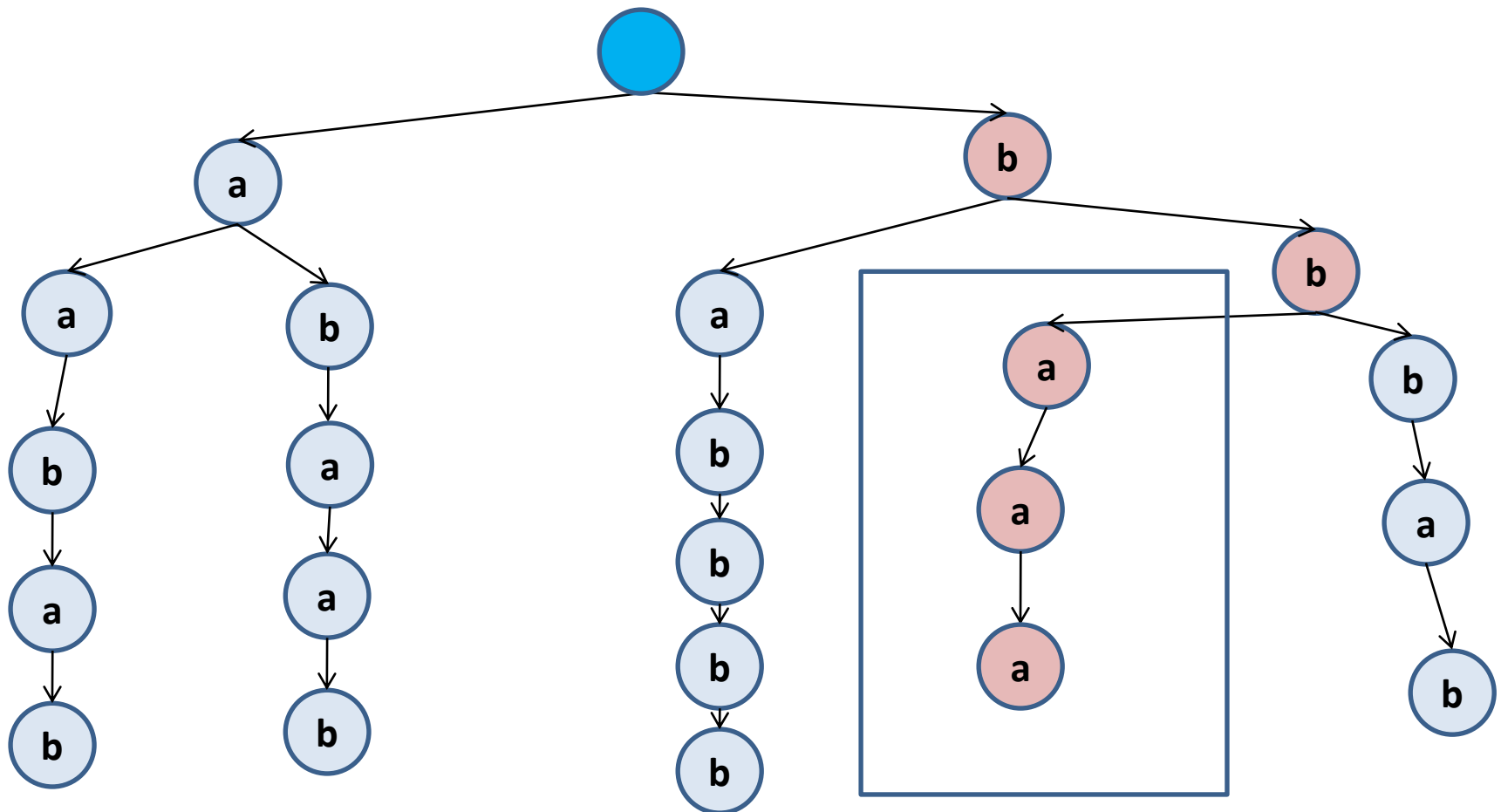
Busca-se o nó que representa o final da palavra a ser removida.

São removidos os nós que possuem apenas um filho pelo caminho ascendente.

A remoção é concluída quando se encontra um nó com mais de um filho – considerar os nós terminais.

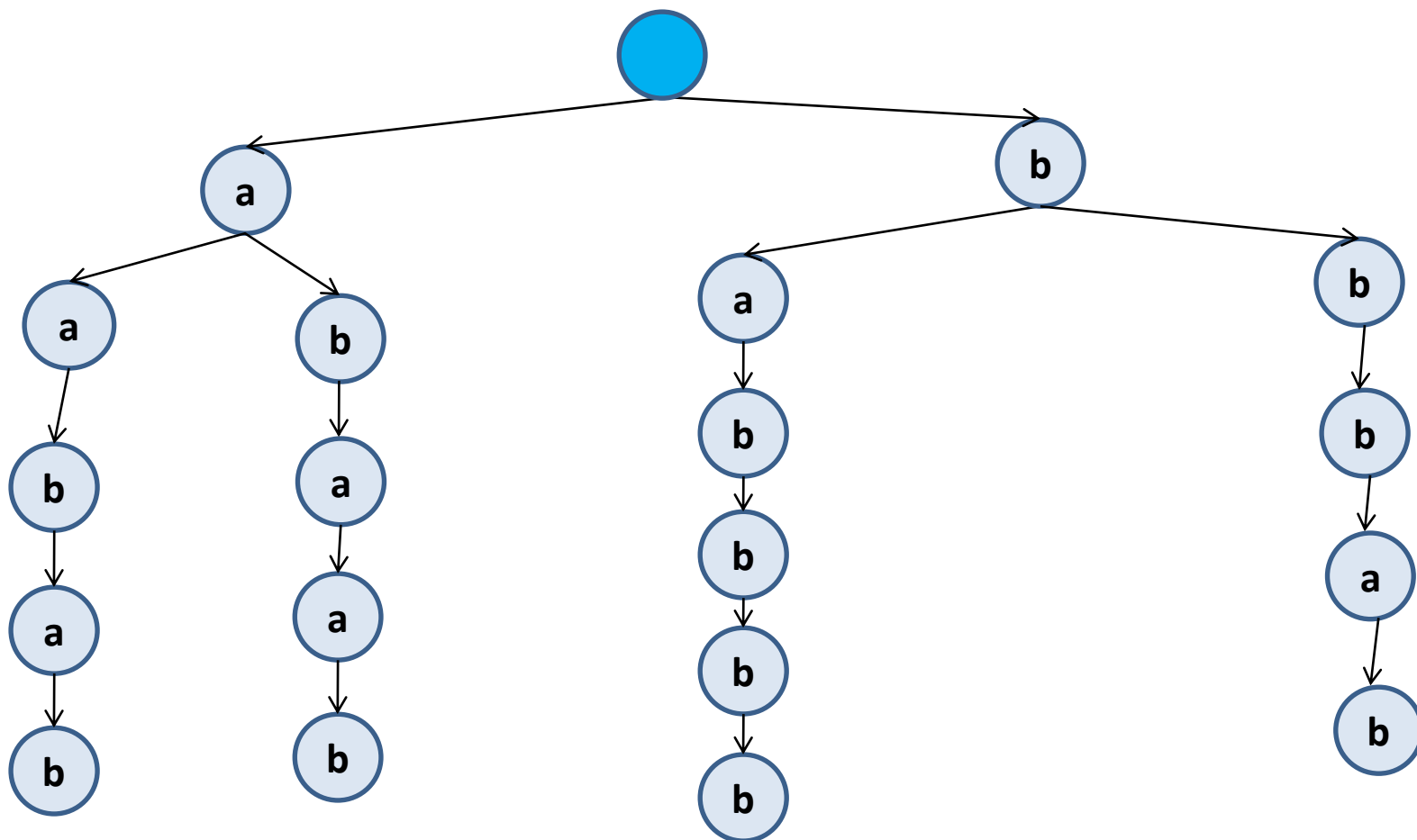
# Operações em TRIES

Remoção : bbaaa



# Operações em TRIES

Remoção : bbaaa



# Análise

---

- A altura da árvore TRIE é igual ao comprimento da chave mais longa, com isso, o tempo de execução das operações **não** depende do número total de chaves.
- De fato, visita-se no máximo  $K + 1$  nós da árvore TRIE e gasta-se tempo  $O(A)$  em cada nó para determinar a posição do dígito corrente na ordenação do alfabeto.

Complexidade:  $O(KA)$

$K$  = tamanho da chave

$A$  = tamanho do alfabeto

# Análise

---

- Usando busca binária, a **seleção** pode ser realizada em tempo de resposta logarítmico em relação ao tamanho do alfabeto.

Complexidade:  $O(K \log(A))$

- A mesma implementação pode ser usada na **inserção**:

Complexidade:  $O(K_1 \log(A) + K_2 A)$

$K = K_1 + K_2$ : tamanho da chave a ser inserida;

$K_1$ : tamanho do maior prefixo comum a chave a ser inserida e a alguma outra chave da árvore;

$K_2$ : número de nós a serem (efetivamente) incluídos na árvore.

- A **remoção** depende do tamanho da chave, no máximo.



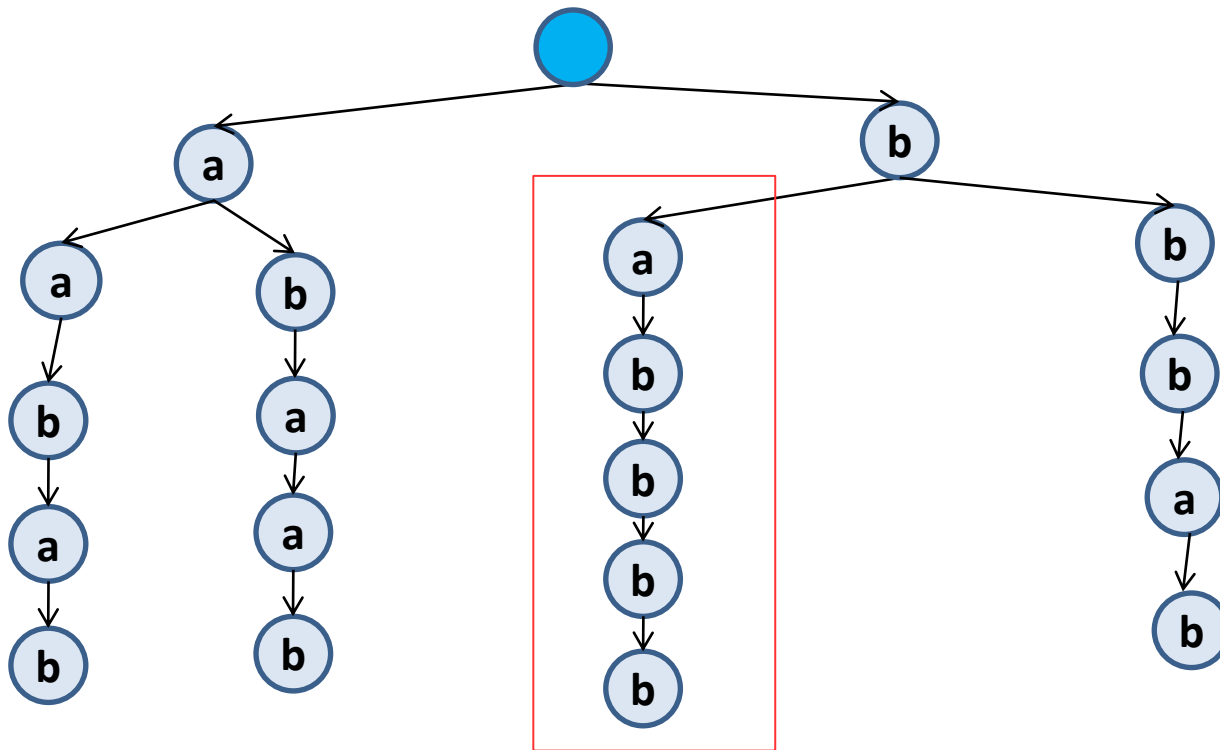
# Considerações

---

- A pesquisa digital é uma base importante para tratamento de grandes arquivos e quando as chaves têm tamanho arbitrário e variável. Por exemplo, na área de linguística.
- Existem potencialmente muitos nós na árvore TRIE que possuem apenas um filho, e a existência desses nós é um desperdício. Em alguns casos, o total de nós poderá ser maior que o número de palavras no texto.
- Assim, a técnica da pesquisa digital é tão mais eficiente quanto maior for a quantidade de chaves com prefixos comuns. Uma TRIE com muitos “zigue-zagues” é quase sempre ineficiente.

# Considerações

- Um zigue-zague de uma árvore é uma subárvore cujos nós possuem um único filho.



# Aplicações das TRIES

---

Aplicação usual de TRIE é o **corretor ortográfico**. Nesse tipo de programa as palavras são comparadas com um dicionário armazenado em arquivo e, caso não sejam encontradas, indica-se as opções para correção.

# Corretor ortográfico

---

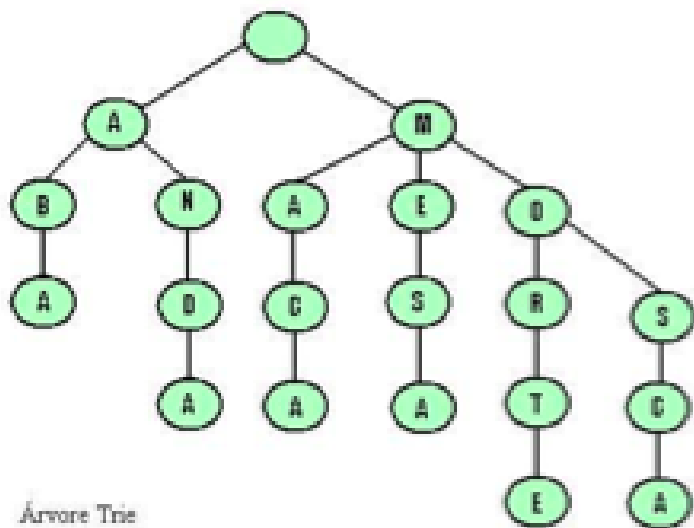
- Com o dicionário armazenado numa TRIE, pode-se percorrer essa estrutura letra por letra para encontrar, ou não a palavra testada.
- Caso seja detectado um “erro”, o algoritmo verifica a possibilidade de ocorrência de cada um dos tipos de erros para poder indicar as opções de correção.

# Corretor ortográfico

---

1. **Substituição** - avança um caractere na chave e avança um nível na árvore.
1. **Deleção** - avança um nível na árvore.
1. **Inserção** - avança um caractere na chave.
1. **Transposição** - avança um nível na árvore e testa a posição atual da chave, se coincidir, avança um caractere na chave e retrocede um nível na árvore para confirmar a inversão.

# Corretor ortográfico



Com as seguintes palavras: **ABA, ANDA, MACA, MESA, MORTE, MOSCA.**

Digamos que a chave a ser testada seja ADA, onde ocorreu erro na tentativa de escrever ABA. Será realizada a seguinte seqüência de testes :

\* A = A - ok

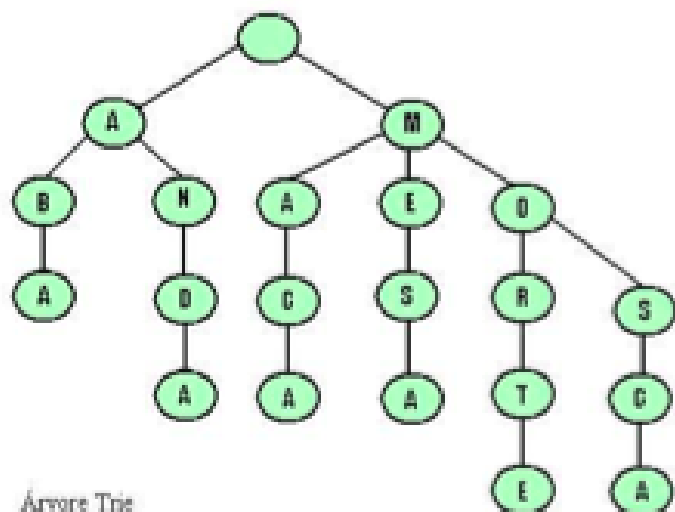
\* D = B - erro

\* D = N - erro

\* próximo passo avança na chave e na árvore (substituição)

\* A = A - ok

# Corretor ortográfico



Detectado erro de substituição, onde a letra B foi substituída por D. Nesse ponto o algoritmo pode parar e apresentar as opções de correção, ou continuar verificando ocorrência dos outros tipos de erros a partir do ponto em que foi encontrada divergência entre o dicionário e a chave.

Vamos então analisar o teste de erro de deleção para a mesma chave.

\* A = A - ok \* D = B - erro \* D = N - erro

\* próximo passo avança somente na árvore (deleção)

\* D = A - erro \* D = D - ok \* A = A - ok

Detectado erro de deleção, onde a letra N foi suprimida da chave.

# Aplicações das TRIES

---

## **Autopreenchimento**

- Armazena as palavras mais usadas em uma árvore TRIE. A medida que vai digitando exibe as opções possíveis de palavras já usadas.
- Utilizado em várias aplicações: browsers, programas de e-mail, IDEs de linguagens de programação, etc.



# Autopreenchimento

---

M

M O S C A

A

E

O

C

S

R

S

A

A

T

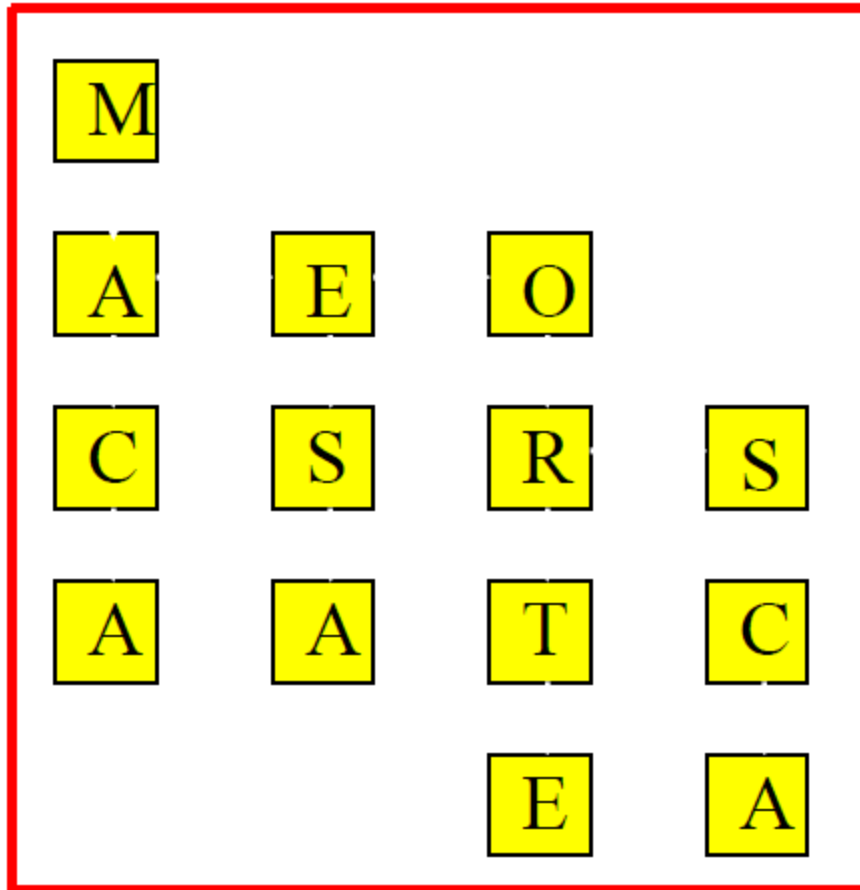
C

E

A

# Autopreenchimento

---

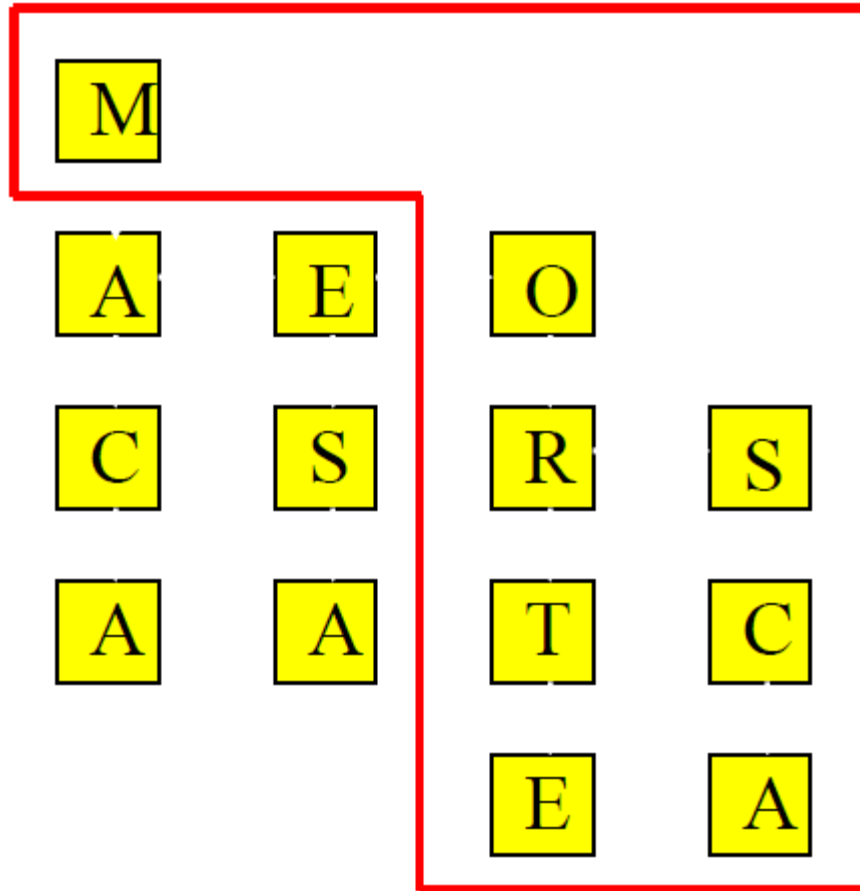


M O S C A

maca  
mesa  
morte  
mosca

# Autopreenchimento

---

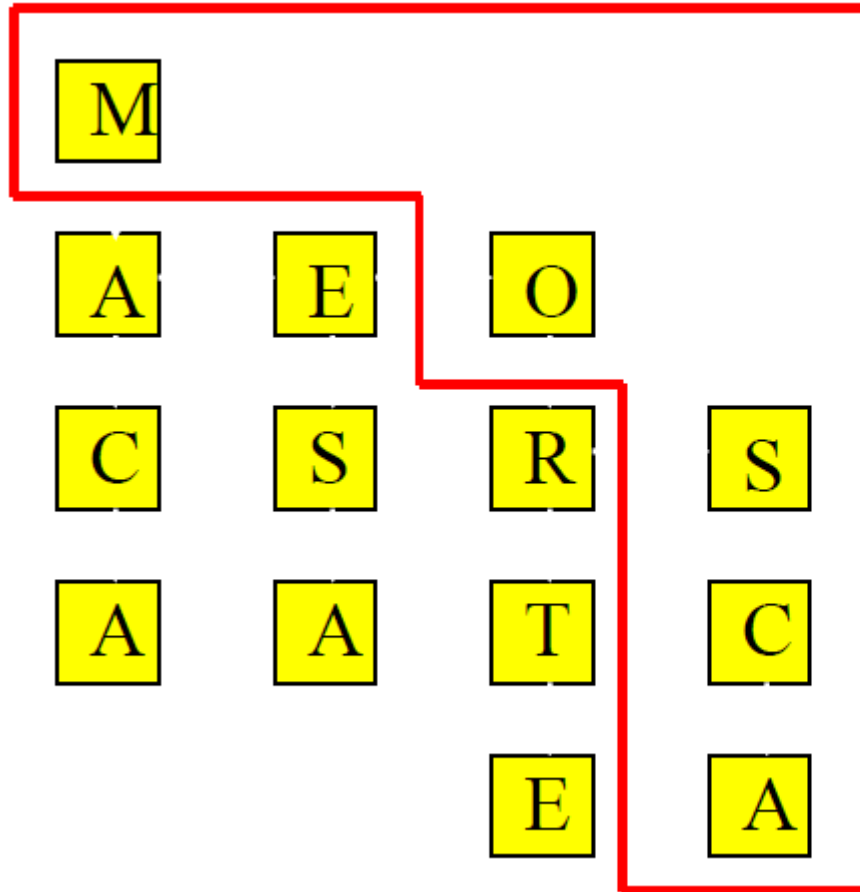


M O S C A

morte  
mosca

# Autopreenchimento

---



M O S C A