8

Problema 5

a) Da una descripción paramétrica de la recta dada por la ecuación: $2x - y = 2$

Expreso en función a x

$y = 2x - 2$

Introduzo mi parametro t

$x = t$

$y = 2t - 2$

b) Encuentra una ecuación normal para la recta que pasa por los puntos $(2, 0)$ y $(1, 1)$

$$m = \frac{1-0}{1-2} = -1$$

• usamos formula punto pendiente

$y - 0 = -1(x - 2)$

$= -x + 2$

• Convierto a formula general

$x + y - 2 = 0$

• Normalizamos

$$\sqrt{(1^2 + 1^2 + (-2)^2)} = \sqrt{6}$$

• Nos da

$$\frac{1}{\sqrt{6}}x + \frac{1}{\sqrt{6}}y - \frac{2}{\sqrt{6}} = 0$$

Problema 4

Determina como se intersectan las rectas siguientes usado solamente el determinante

$$L_1 = \{(3,-2) + t(1,-2) \mid t \in \mathbb{R}\}$$

$$L_2 = \{(1,3) + s(-2,4) \mid s \in \mathbb{R}\}$$

$$L_3 = \{(-1,6) + r(3,-6) \mid r \in \mathbb{R}\}$$

Caso 1: L_1 y L_2

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\text{Det}A = [1 \cdot 4] - [-2 \cdot -2] = 4 - 4 = 0$$

Caso 2: L_1 y L_3

$$B = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & -6 \end{bmatrix}$$

$$\text{Det } B = [1 \cdot (-6)] - [-2 \cdot 3] = -6 + 6 = 0$$

Caso 3: L_2 y L_3

$$C = \begin{bmatrix} -2 & 4 \\ 3 & -6 \end{bmatrix}$$

$$\text{Det } C = (-2 \cdot -6) - (4 \cdot 3) = 12 - 12 = 0$$

Todas las rectas son paralelas entre sí

Problema 3

Da una expresión paramétrica para el plano que pase por los siguientes puntos

$a = (2, 0, 1)$. $\quad b = (0, 1, 1)$. $\quad c = (-1, 2, 6$

$$x = x_0 + t(x_1 - x_0) + u(y_1 - y_0)$$
$$y = y_0 + t(y_1 - y_0) + u(z_1 + z_0)$$
$$z = z_0 + t(z_1 - z_0) + u(w_1 - w_0)$$

Ahora remplazamos nada mas

$$x = 2 + t(0 - 2) + u(1 - 0)$$
$$y = 0 + t(1 - 0) + u(2 - 0)$$
$$z = 1 + t(1 - 1) + u(0 - 1)$$

$$\left.\begin{aligned} x &= 2 - 2t + u \\ y &= t + 2u \\ z &= 1 - u \end{aligned}\right\}$$ esta es mi ecuación parametrica

Problema 2

Demuestra que tres puntos a, b, c no son colineales si, y solo si, los vectores $u = (b-a)$ y $v = (c-a)$ son linealmente independientes

$\Rightarrow$] • Si los vectores u y v son linealmente independientes, los puntos a, b, c no son colineales

• Dos vectores u y v son linealmente independientes si no existe un escalar $k \in \mathbb{R}$ t. $v = k u$

• Nuestros puntos a, b, c si estan en la mismo linea significan que nuestros vectores u y v son linealmente dependientes

$$v = k u$$

• Entonces si u y v no son linealmende dependientes, los puntos no son colineales $\blacksquare$

$\Leftarrow$] si los puntos a, b, c no son colineales, entonces

Sup. que los puntos no son colineales. Esto implica que no hay ninguna linea recta que pase por a, b, c al mismo tiempo

$\Rightarrow u = (b-a)$ y $v = (c-a)$ no pueden estar alineados ya que $\nexists k \in \mathbb{R}$ t. $v = k u$

Problema 1

Dados 2 vectores $\underline{u}$ y $\underline{v}$ en $\mathbb{R}^n$ linealmente independientes el paralelogramo que definen tiene como vértices los puntos 0, $\underline{u}$, $\underline{v}$, $\underline{u}+\underline{v}$,

Demuestra que sus diagonales (los segmentos de 0 a $\underline{u}+\underline{v}$ y de $\underline{u}$ a $\underline{v}$ se intersecan en su punto medio

• $(0 \to \underline{u}+\underline{v})$

Usare el parametro $t \in [0,1]$

$r_1(t) = t(\underline{u}+\underline{v}), \quad t \in [0,1]$

• $(\underline{u} \to \underline{v})$

Usare el parametro $s \in [0,1]$

$r_2(s) = \underline{u} + s(\underline{v}-\underline{u}) \qquad s \in [0,1]$

Ahora vamos a igualar las ecuaciones parametricas

$$r_1(t) = r_2(s)$$
$$t(\underline{u}+\underline{v}) = \underline{u} + s(\underline{v}-\underline{u})$$
$$t\underline{u} + t\underline{v} = \underline{u} + s\underline{v} - s\underline{u}$$
$$t\underline{u} - \underline{u} + s\underline{u} = s\underline{v} - t\underline{v}$$
$$(t-1+s)\underline{u} = (s-t)\underline{v}$$

Como $\underline{u}$ y $\underline{v}$ son linealmente independientes sus coeficientes deben ser igualados a $\emptyset$.
Así que vamos a resolver

- Para $\underline{u}$

$t - 1 + s = \emptyset \Rightarrow s = 1 - t$

$s - t = \emptyset \Rightarrow s = t$

- igualamos todo a s

$1 - t = t \Rightarrow 1 = 2t \Rightarrow t = \frac{1}{2}$

Ahora remplazo en r_1 y r_2 a $t = s = \frac{1}{2}$

- $r_1(\frac{1}{2}) = \frac{1}{2}(\underline{u} + \underline{v}) = \frac{\underline{u} + \underline{v}}{2}$

$r_2(\frac{1}{2}) = \underline{u} + \frac{1}{2}(\underline{v} - \underline{u}) = \frac{1}{2}\underline{u} + \frac{1}{2}\underline{v} = \frac{1}{2}(\underline{u} + \underline{v})$

$\therefore$ el punto de intersección es $\frac{\underline{u} + \underline{v}}{2}$