Equipo "Los ortogonales"

9

*Reyes Vela Jonathan

*Vera Ramos Tonatiuh

*Romero Gonzalez Luis Angel

*Reyes Amaya Javier

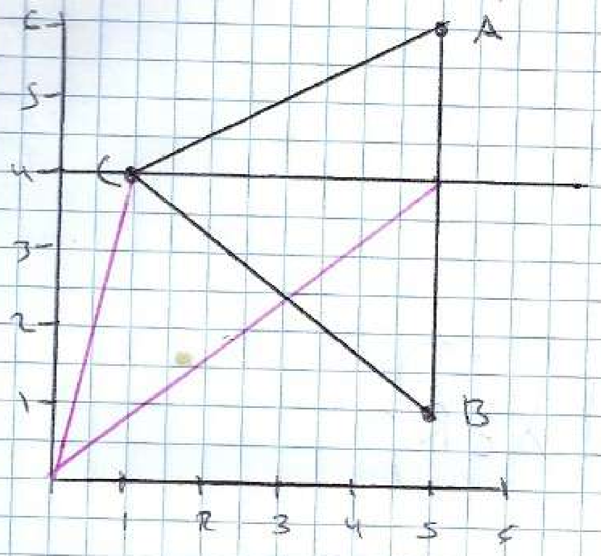
*Calamaco Martínez Marycarmen

Geometría Analítica I

Prof. Ramón Reyes Carrión

Sábado, 28 de noviembre de 2020

Considere los vertices de un triangulo ABC y denote por A la recta que contiene el lado opuesto al vertice A.
Similarmente para B y C.



Encuentre la parametrizacion de C

es el lado $\overline{AB}$

① Buscamos 2 ~~directores~~ vectores a esos puntos. uno que vaya a C. (sea el punto "p =") y otro que este en esta linea que va de C al lado opuesto que nos ayudará a obtener el vector director.

② Damos nombre a esos vectores

$a = (1,4)$ y $b = (5,4)$ ¿de donde sale?

③ Por definición de la parametrización

$$L = \{ a + \lambda(b - a) \mid \lambda \in \mathbb{R} \}$$

④ Reemplazamos esos valores

$$L = \{ (1,4) + \lambda((5,4) - (1,4)) \mid \lambda \in \mathbb{R} \}$$

Por definición de resta de vectores, se hace entrada por entrada

$\Rightarrow (5,4) - (1,4)$

$\Rightarrow (5-1, 4-4)$

$\Rightarrow (4, \emptyset)$

Finalmente obtenemos que:

$$L = \{ (1,4) + \lambda(4,\emptyset) \mid \lambda \in \mathbb{R} \}$$

Examen

Considera los vèrtices de triàngulo ABC y denota por A la recta que contiene al lado opuesto al vèrtice A, similarmente B y C para

$A=(5,6)$, $B=(5,1)$, $C=(1,4)$

2.- Encuentra la ecuación normal de B

$B=(5,1)$

Tenemos que

$L: (q-p)^{\perp} \cdot x = q^{\perp} \cdot p$

Para $C-A$ ó $q-p$ tenemos

$C-A=(-4,-2)$ y $p=(5,6)$

Sustituyendo.

$L\{x \in \mathbb{R}^2 \mid (-4,-2)^{\perp} \cdot x = (-4,-2)^{\perp} \cdot (5,6)\}$

$L\{(2,-4) \cdot x = (2,-4) \cdot (5,6)\}$

$L\{2x-4y=10-24\}$

Su ec. normal es

$L\{2x-4y=-14 \mid x,y \in \mathbb{R}^2\}$

ó

$2x-4y=-14$

3. Encuentra la ecuación normal de la altura por A (la perpendicular a λ por A).

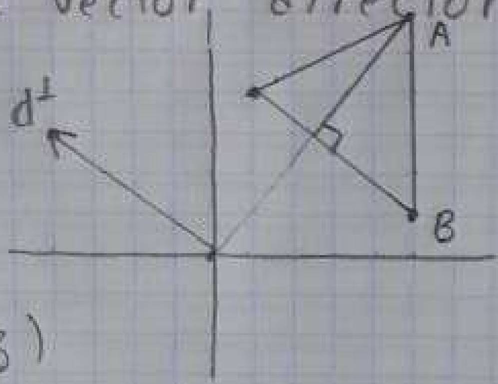
La ecuación normal es:

$$d^{\perp} \cdot x = d^{\perp} \cdot p$$

Entonces:

Como la línea de $\overline{CB}$ es perpendicular a la altura, el vector director puede actuar como $d^{\perp}$

$\Rightarrow$



$d^{\perp} = (-4, 3)$

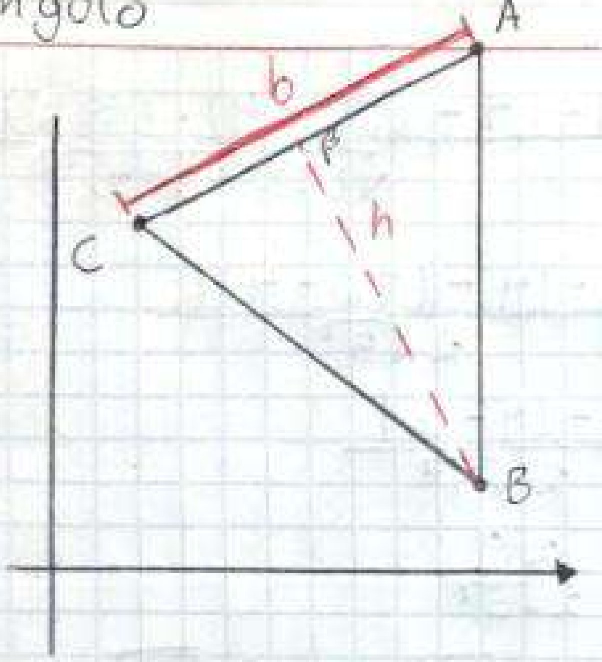
$\Rightarrow (-4,3) \cdot (x,y) = (-4,3) \cdot (5,6)$

$-4x + 3y = -20 + 18$

$\underline{-4x + 3y = -2}$

Forma funcional: $y = \dfrac{-2+4x}{3}$

4.- Calcula las distacia $b = d(A,C)$ y $h = d(B,\beta)$, para determinar el área $bh/2$ y haz un dibujo del triángulo



$A = (5,6)$

$B = (5,1)$

$C = (1,4)$

$b = d(A,C)$

$$\overrightarrow{(A-C)} = (5,6) - (1,4)$$
$$= (5-1, 6-4)$$
$$= (4, 2)$$

$$|\overrightarrow{(A-C)}| = \sqrt{(4)^2 + (2)^2}$$
$$= \sqrt{16+4}$$
$$= \sqrt{20} = \sqrt{5 \cdot 4} = \sqrt{5} \cdot \sqrt{4} = 2\sqrt{5}$$

$\therefore\ b = d(A,C) = 2\sqrt{5}$

$h = d(B,\beta)$

Recta β: $2x - 4y = -14$

$c = -14$

$n = (2,-4)$

$p = B = (5,1)$

$$h = d(B, \beta) = \frac{|c - n \cdot p|}{\|n\|} = \frac{|-14 - ((2,-4)\cdot(5,1))|}{\sqrt{(2)^2 + (-4)^2}}$$

$$= \frac{|-14 - (10 - 4)|}{2\sqrt{5}}$$

$$= \frac{|-14 - 6|}{2\sqrt{5}}$$

$$= \frac{20}{2\sqrt{5}}$$

$$= \frac{20\sqrt{5}}{10} = 2\sqrt{5}$$

Área del triángulo

$$\frac{bh}{2} = \frac{(2\sqrt{5})(2\sqrt{5})}{2}$$

$$= \frac{(\sqrt{20})(\sqrt{20})}{2}$$

$$= \frac{(\sqrt{20})^2}{2}$$

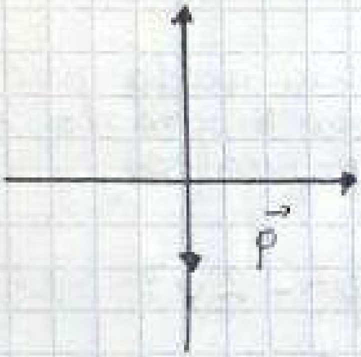
$$= \frac{20}{2}$$

$$= 10$$

5.- Obtén las coordenadas polares de los puntos con coordenadas cartesianas

$P=(0,-2)$ y $Q=(-1,2)$

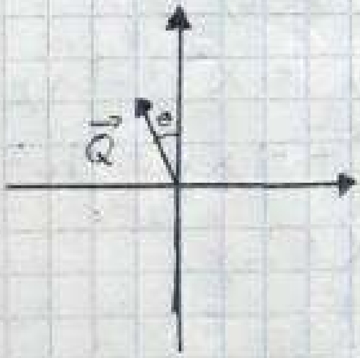
$P=(0,-2)$ $\qquad$ $P=(\theta, |P|)$



Es claro que la magnitud del vector es 2 y que el ángulo que forma es 270° o $3\pi/2$

$$P=\left(\frac{3\pi}{2}, 2\right)$$

$Q=(-1,2)$ $\qquad$ $Q=(\theta, |P|)$



$$|Q| = \sqrt{(-1)^2+(2)^2}$$
$$= \sqrt{1+4}$$
$$= \sqrt{5}$$

$$\tan\theta = \frac{c.o.}{c.a.}$$

$$\tan\theta = \frac{1}{2}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$$
$$\theta = 26.56°$$
$$\theta = 25.56° + 90°$$

$$Q=(116.56°, \sqrt{5})$$

⑥ Demuestra que dos vectores u y v son perpendiculares si y solo si $\|u+v\| = \|u-v\|$ y dibujo.

Demostración:

$\Rightarrow$) Se tiene que u y v son perpendiculares y se quiere demostrar que $\|u+v\| = \|u-v\|$.

Sean u y v vectores perpendiculares tales que su producto interior es 0 por el mismo hecho de ser perpendiculares así $u \cdot v = 0$, así pues si nos tomamos la norma de la suma de u y v se tiene que:

$\|u+v\|^2 = (u+v)\cdot(u+v)$ desarrollando

$= \|u\|^2 + 2u\cdot v + \|v\|^2$ pero se tenía que u y v eran perpendiculares

$\Rightarrow \|u+v\|^2 = \|u\|^2 + 0 + \|v\|^2$

$= \|u\|^2 + \|v\|^2$ pero como $u \cdot v = 0$ si restamos

$-2u\cdot v$ no se altera la igualdad $\Rightarrow \|u+v\|^2 = \|u\|^2 - 2u\cdot v + \|v\|$

$\Rightarrow \|u+v\|^2 = u\cdot u - 2u\cdot v + v\cdot v = (u-v)\cdot(u-v) = \|u-v\|^2$

$\Rightarrow (\|u+v\|)^2 = (\|u-v\|)^2 \quad \therefore \quad \|u+v\| = \|u-v\|$

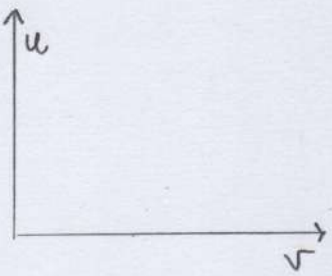
$\Leftarrow$) Ahora supongase que $\|u+v\| = \|u-v\|$ y se quiere demostrar que u y v son perpendiculares.

Así pues si $\|u+v\| = \|u-v\|$, elevando al cuadrado y usando la definición de norma $\Rightarrow \|u+v\|^2 = \|u-v\|^2 \Leftrightarrow (u+v)\cdot(u+v) = (u-v)\cdot(u-v)$

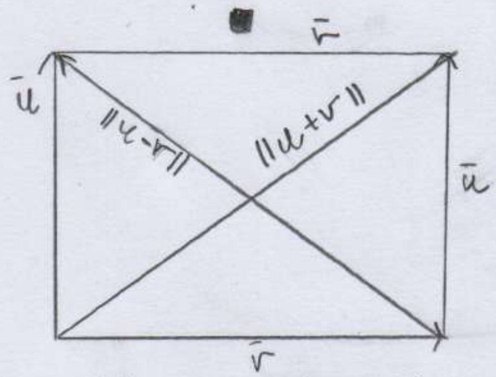
$\Rightarrow \|u\|^2 + 2u\cdot v + \|v\|^2 = \|u\|^2 - 2u\cdot v + \|v\|^2$ para que se cumpla la igualdad $\Rightarrow 2u\cdot v = 0 \Rightarrow u\cdot v = 0$

$\therefore$ u y v son perpendiculares

Dibujo



Tomando la suma y la diferencia



El paralelogramo que se forma es un rectangulo en el que sus diagonales son iguales.