Geometría Analítica I

Reposición del Primer Parcial

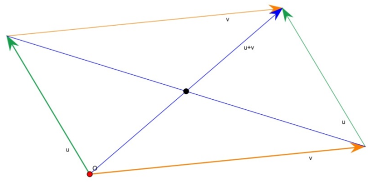
Grupo 4072 Semestre 2025-1

Profesor: Ramón Reyes Carrión

Fecha de aplicación: Martes 10 de diciembre de 2024

Instrucciones: Resuelve los 5 ejercicios indicados debajo. Cada uno vale 2 puntos. Para el segundo ejercicio, puede elegir entre 2) y 2'), y análogamente para el tercero. El examen es INDIVIDUAL. Cualquier conducta que falte a las normas de honestidad académica y ética universitaria anulará la entrega del examen.

1. Dados dos vectores $\mathbf{u}$ y $\mathbf{v}$ en $\mathbb{R}^n$ **linealmente independientes**, el paralelogramo que definen tiene como vértices los puntos $O, \mathbf{u}, \mathbf{v}$ y $\mathbf{u}+\mathbf{v}$ (como en la figura). Demuestra que sus diagonales, es decir, los segmentos de O a $\mathbf{u}+\mathbf{v}$ y de $\mathbf{u}$ a $\mathbf{v}$ se intersectan en su punto medio.



2. Demuestra que tres puntos $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$ y $\mathbf{c}$ son no colineales *si, y sólo si*, los vectores $\mathbf{u} = (\mathbf{b} - \mathbf{a})$ y $\mathbf{v} = (\mathbf{c} - \mathbf{a})$ son linealmente independientes.

2.' Usando coordenadas, demuestra que dos vectores $\mathbf{u}$ y $\mathbf{v}$ en $\mathbb{R}^2$ son perpendiculares *si, y sólo si*, $\mathbf{v} \parallel \mathbf{u}^{\perp}$.

3. Da una expresión paramétrica para el plano que pasa por los siguientes puntos $\mathbf{a} = (2, 0, 1)$, $\mathbf{b} = (0, 1, 1)$ y $\mathbf{c} = (-1, 2, 0)$.

3.' Sea $\mathbf{n}$ un vector no nulo en $\mathbb{R}^n$. Demuestra que para cualquier $d \in \mathbb{R}$, el conjunto $\Pi_d = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n \mid \mathbf{n} \cdot \mathbf{x} = d\}$ es no vacío y es un trasladado de Π_0; es decir, que existe un $P \in \mathbb{R}^n$ tal que $\Pi_d = \Pi_0 + P = \{\mathbf{y} + P \mid \mathbf{y} \in \Pi_0\}$.

4. Determina cómo se intersectan las rectas siguientes, usando únicamente el determinante.

$$L_1 = \{(3, -2) + t(1, -2) \mid t \in \mathbb{R}\} \qquad L_2 = \{(1, 3) + s(-2, 4) \mid s \in \mathbb{R}\} \qquad L_3 = \{(-1, 6) + r(3, -6) \mid r \in \mathbb{R}\}$$

Dibújalas para entender qué está pasando.

5. Resuelva los siguientes incisos.

   a) Da una descripción paramétrica de la recta dada por la ecuación: $2x - y = 2$

   b) Encuentra una ecuación normal para la recta que pasa por los puntos: $(2, 0)$ y $(1, 1)$

¡Mucha suerte!