Examen 1

29 de Noviembre

Equipo:

- Xavier Andres Correa Reynoso
- Daniela Aline Gomez Jardon
- Emily Andrea Cervantes Dominguez
- Wembley Emanuel Ibarra Tepato
- Braulio Tadeo Ramirez Chavez

Resuelve los siguientes problemas explicando con detalle tus respuetas

Considera los vértices del triángulo ABC y denota por ***A*** la recta que contiene al lado opuesto al vértice A, similarmente ***B*** y ***C para***

A=(6,5), B=(1,5), C=(4,1)

1. Encuentra la descripción parametrica de C

Sabemos que el vertice $C=(4,1)$ y la recta C contiene al lado opuesto del vertice, es decir la recta C es la recta que une al punto $A=(6,5)$ y $B=(1,5)$

Sabemos que la descripción parametrica de una recta es

$$L=\{p+tv \mid t\in\mathbb{R}\}$$

Tomamos un punto que sea parte de la recta C y $A=(6,5)$, esta en esa recta, el cual seria p en la recta parametrica.

Para encontrar el vector dirección (v) debemos tomar otro punto en la recta, es decir $B=(1,5)$

Para sacar el vector dirección haremo $B-A$

$$B-A=(1,5)-(6,5)=(-5,0)$$

Teniendo nuestro punto en la recta y el vector director, la descripción parametrica seria

$$L_C=\{(6,5)+t(-5,0) \mid t\in\mathbb{R}\}$$

2° Encuentra la ecuación normal de $\mathcal{B}$

La ecuación paramétrica de $\mathcal{B}$ se puede escribir como:

$\mathcal{B} = \{C + t(A-C)\}$ con $t \in \mathbb{R}$

$$\mathcal{B} = \{(4,1) + t((6,5)-(4,1)) \mid t \in \mathbb{R}\}$$

$$\mathcal{B} = \{(4,1) + t(2,4) \mid t \in \mathbb{R}\}$$

Teorema Sea $d \in \mathbb{R}^2 - \{0\}$, entonces

$$\{P + td \mid t \in \mathbb{R}\} = \{x \in \mathbb{R}^2 \mid d^{\perp} \cdot x = d^{\perp} \cdot p\}$$

Por definición $(A-C)^{\perp} = (-4,2)$

Entonces $\mathcal{B} = \{(4,1) + t(2,4) \mid t \in \mathbb{R}\} = \{x \in \mathbb{R}^2 \mid (-4,2) \cdot x = (-4,2) \cdot (4,1)\}$

Sea $x = (x,y)$ se tiene que $\mathcal{B}$ es igual a

$$(-4,2) \cdot (x,y) = (-4,2) \cdot (4,1)$$

$2y - 4x = 2 - 16$ Por definición de producto punto o interior

$$2y - 4x = -14$$

$\therefore$ $2y - 4x = -14$ es la ecuación normal de $\mathcal{B}$

③ Sea el punto medio del $\overline{BC}$ el siguiente

$$P_m = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

$$P_m = \left(\frac{1+4}{2}, \frac{5+1}{2}\right) = \left(\frac{5}{2}, 3\right)$$

Sea $B-C$ el vector director de la recta que pasa por $\overline{BC}$ y $(B-C)^{\perp}$ el vector director de la recta perpendicular. Así

$$\mathcal{L}_1 : (B-C) \cdot (x,y) = (B-C) \cdot P_m$$

Es la recta normal de la mediatriz del $\overline{BC}$, recordando que $[(B-C)^{\perp}]^{\perp} = B-C$. Así

$$(1-4, 5-1) \cdot (x,y) = (1-4, 5-1) \cdot \left(\frac{5}{2}, 3\right)$$

$$(-3,4) \cdot (x,y) = (-3,4) \cdot \left(\frac{5}{2}, 3\right)$$

$$-3x + 4y = \frac{9}{2}$$

④ Sea $b = d(A,C) = \sqrt{(6-4)^2+(5-1)^2} = 2\sqrt{5}$

Sea la recta β definida como

$$(A-C)^{\perp}\cdot(x,y) = (A-C)^{\perp}\cdot C$$

$$(6-4,\,5-1)^{\perp}\cdot(x,y) = (6-4,\,5-1)^{\perp}\cdot(4,1)$$

$$(2,4)^{\perp}\cdot(x,y) = (2,4)^{\perp}\cdot(4,1)$$

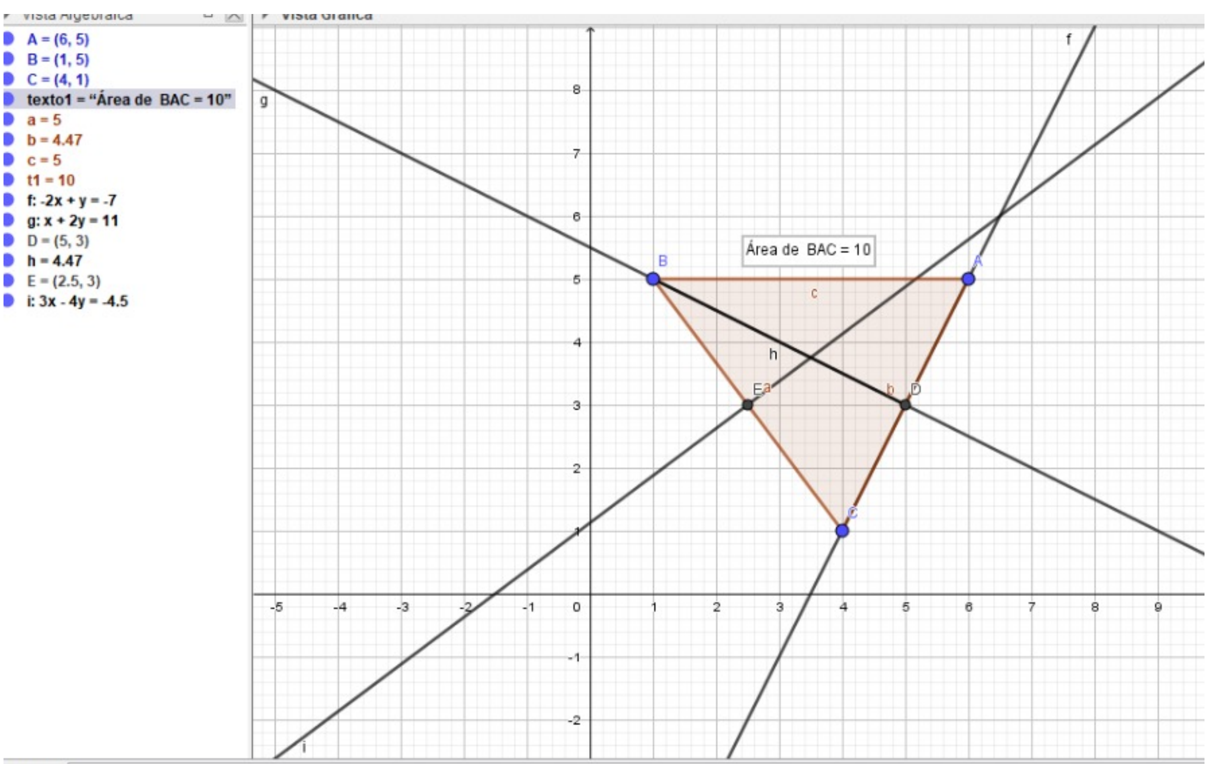
$$(-4,2)\cdot(x,y) = (-4,2)\cdot(4,1)$$

$$-4x+2y = -14$$

$$-2x+y+7=0$$

Sea $h = d(B,\beta) = \dfrac{|-2(1)+1(5)+7|}{\sqrt{(-2)^2+(1)^2}} = \dfrac{10}{\sqrt{5}}$

$$A = \frac{bh}{2} = \frac{1}{2}\left(2\sqrt{5}\right)\left(\frac{10}{\sqrt{5}}\right) = 10\ u^2$$



5. Obtén las coordenadas polares de los puntos con coordenadas cartesianas.

• $P = (1, -2)$ y $Q = (0, -2)$

• $P = (1, -2)$

$r^2 = x^2 + y^2$

$r^2 = 1^2 - 2^2$

$r^2 = 1 + 4$

$r = \sqrt{5}$

$r = 2.23$

$\tan\theta = \frac{y}{x}$

$\tan\theta = \frac{-2}{1}$

$\theta = \tan^{-1}(-2)$

$\theta = -63.43$

$\theta = 360 - 63.43 = 296.57$

$P = (2.23, 296.57^\circ)$

• $Q = (0, -2)$

$r^2 = x^2 - y^2$

$r^2 = 0^2 + 2^2$

$r^2 = 0 + 4$

$r^2 = 4$

$r = 2$

$\tan\theta = \frac{y}{x}$

$\tan\theta = \frac{-2}{0}$

Obtenemos indefinido, pero por definición sabemos que el lado negativo del eje está a 270° de la positivo x en sentido levógiro

$\theta = -90$

$\theta = 360 - 90 = 270^\circ$

• $Q = (2, 270^\circ)$

5) Sean u y v dos vectores no nulos tales que $|u|=|v|$. Si esto último pasa, entonces

$$|u|=|v|$$
$$|u|^2=|v|^2$$
$$u\cdot u=v\cdot v$$
$$u\cdot u-v\cdot v=0$$
$$u\cdot u+u\cdot v-u\cdot v-v\cdot v=0$$
$$u\cdot(u-v)+v\cdot(u-v)=0$$
$$(u+v)\cdot(u-v)=0$$

Para que esta condición se cumpla, $u+v$ y $u-v$ deben ser ortogonales. Así, si $|u|=|v|$ $\Rightarrow (u+v)\perp(u-v)$.

Por otro lado, si $(u+v)\perp(u-v)$ entonces

$$(u+v)\cdot(u-v)=0$$
$$u\cdot u+u\cdot v-u\cdot v-v\cdot v=0$$
$$u\cdot u=v\cdot v$$
$$|u|^2=|v|^2$$
$$|u|=|v|$$

Así, si $(u+v)\perp(u-v)\Rightarrow|u|=|v|$. Si ambas implicaciones se cumplen entonces se tiene que $|u|=|v|\Leftrightarrow(u+v)\perp(u-v)$.