

GEOMETRÍA ANALÍTICA I

Reposición del Segundo Parcial

Grupo 4072

Semestre 2025-1

Profesor: Ramón Reyes Carrión

Fecha de aplicación: Miércoles 11 de diciembre de 2024

Instrucciones: Resuelve los 5 ejercicios indicados debajo. Cada uno vale 2 puntos. Para el segundo ejercicio, puede elegir entre 2) y 2'), y análogamente para el tercero. El examen es INDIVIDUAL. Cualquier conducta que falte a las normas de honestidad académica y ética universitaria anulará la entrega del examen.

1. (2.5 pts) Considera los puntos $P_1 = (2, 2)$, $P_2 = (4, 6)$, $Q_1 = (-2, 1)$ y $Q_2 = (-3, 2)$.
 - a) Da ecuaciones normales para las mediatrices $\mathcal{M}_{P_1P_2}$ y $\mathcal{M}_{Q_1Q_2}$.
 - b) Encuentra la intersección de las mediatrices previas. Llamemos a este punto A .
 - c) Encuentra la distancia de A a las rectas $\mathcal{L}_{P_1Q_1}$ y $\mathcal{L}_{P_2Q_2}$.
2. (3 pts) Sea n el último dígito de su número de cuenta **distinto de 0**. Considera el vector $u_0 = (2, n)$.
 - a) Normaliza u_0 , denotemos al vector resultante como u_1 y encuentra un vector u_2 , tal que $\{u_1, u_2\} \subseteq \mathbb{R}^2$ es una base ortonormal de \mathbb{R}^2 . Demuestra explícitamente que forman una base ortonormal, es decir, que satisfacen $u_i \cdot u_j = \delta_j^i$.
 - b) ¿Cuántos vectores $w \in \mathbb{R}^2$ cumplen que $\{u/|u|, w\}$ es una base ortonormal? Explica tu respuesta.
 - c) Escribe a los vectores $(1, 1)$, $(7, 4)$ y $(-3, 5)$ como combinación lineal de u_1 y u_2 .
 - d) Refleja al punto $(7, 4)$ con respecto a la recta generada por u_1 . Escribe a este punto reflejado como combinación lineal de u_1 y u_2 . ¿Qué puedes notar de estos coeficientes con respecto a los de $(7, 4)$?
3. (3 pts) Sea \mathcal{C} la circunstancia $x^2 + y^2 - 6x + 8y = 0$.
 - a) Encuentra el centro, \mathbf{a} , y el radio, r , de \mathcal{C} . Escríbela en la forma $(\mathbf{x} - \mathbf{a}) \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{a}) = r^2$.
 - b) Encuentra las rectas tangentes a \mathcal{C} que pasan por el punto $\mathbf{p} = (37/4, -4)$, sus ecuaciones y los puntos de tangencia.
 - c) Elige un punto \mathbf{c} intermedio en el segmento de recta que conecta a los puntos de tangencia, encuentra la ecuación de su recta polar, $\mathcal{P}_{\mathbf{c}}$, y verifica que \mathbf{p} está en dicha polar.
4. (2.5 pts) Sean $\mathbf{p} = (-1, 3)$ y $\mathbf{q} = (3, -1)$.
 - a) Encuentra la ecuación vectorial de la circunferencia que tiene al segmento $\overline{\mathbf{p}\mathbf{q}}$ como diámetro.
 - b) Elige un número $\tau \in (0, 1)$, $\tau \neq \frac{1}{2}$ y considera el punto $a = \mathbf{p} + \tau(\mathbf{q} - \mathbf{p})$. Encuentra el conjugado armónico de a .

¡MUCHA SUERTE!