8

Parcial. 2

1. Considera los puntos $P_1=(2,2)$, $P_2=(4,6)$, $Q_1=(-2,1)$ y $Q_2=(-3,2)$.

a). Da la ecuaciones normales para las mediatrices $M_{P_1P_2}$ y $M_{Q_1Q_2}$

$M_{P_1P_2}$) primero consideremos el punto medio 4 de esta recta quien denotamos como

$$4=\frac{1}{2}(2,2)+\frac{1}{2}(4,6)=(1,1)+(2,3)=(3,4)$$

y un vector director ortogonal a la recta que pasa por P_1P_2, consideremos $\Rightarrow (2,2)-(4,6)=c$ con c vector director

$\Rightarrow (-2,-4)=c$ y nesesitamos c ortogonal

$\Rightarrow (-2,-4)^{\perp}=c^{\perp}=(4,-2)$

$$\Rightarrow M_{P_1P_2}=\{(3,4)+t(4,-2) \mid t\in\mathbb{R}$$

M_{q_1,q_2}) analogamente

$q_1=(-2,1)$

$q_2=(-3,2)$

$c=(-2,1)-(-3,2)=(-2+3,1-2)=(1,-1)$

$4=\frac{1}{2}(-2,1)+\frac{1}{2}(-3,2)=(-1,\frac{1}{2})+(\frac{-3}{2},1)$

$4=(\frac{5}{2},\frac{3}{2})\cdot 2=(5,3)$

un escalar mas bonito de ste

$$\Rightarrow M_{q_1q_2}=\{(5,3)+S(+1,1) \mid S\in\mathbb{R}\}$$

b) encuentra la interseccion de las mediatrices previas

punto de interseccion $\Rightarrow$

$\Rightarrow (x,y)=(5,3)+t(1,1)$

$(x,y)=(3,4)+S(4,-2)$

$x=5+t \quad y=3+t$

$x_2=3+4S \quad y_2=4-2S$

$5+t=3+4S$

$3+t=4-2S$

$5 \quad 3= \quad -2 \quad 14$

como $t-4s=-2$
$t+2s=1$
$\Rightarrow t=0,\ s=\frac{1}{2}$
$\Rightarrow (x,y) = s+t,\ 3+t) \in (5,3 = A)$

c)
$L_{p_1q_1}$ y $L_{p_2q_2}$ $(4,1)$

$L_{p_1q_1}$) $L_{p_1q_1} = \{ (2,2) + t\,((2,2) - (-2,1)) \mid t \in \mathbb{R} \}$

$L_{p_2q_2} = \{ (4,6) + s\,((4,6) - (-3,2)) \mid s \in \mathbb{R} \}$ $(7,4)$

$\Rightarrow d_{A L_{p_1q_1}} = \frac{(4,1)\cdot((2,2)-(5,3))}{\sqrt{(4,1)\cdot(4,1)}} = \frac{(4,1)\cdot(-3,-1)}{\sqrt{18}} = \frac{-13}{\sqrt{18}}$

$\Rightarrow d_{A L_{q_2p_2}} = \frac{(4,6)\cdot((4,6)-(5,3))}{\sqrt{(7,4)\cdot(7,4)}} = \frac{(4,6)\cdot(-1,3)}{\sqrt{55}} = \frac{14}{\sqrt{55}}$

2) Sean n el último [...]
Consideremos $u_0 = [2, 9]$ $\left(\frac{1}{2}\right)(5)$
a) Sabemos que $v \cdot v = \|v\|^2$
$\Rightarrow \sqrt{[2,9]\cdot(2,9)} = \sqrt{4+81} = \sqrt{85}$

$\Rightarrow u_1 = \frac{1}{\sqrt{85}}[2,9]$ y $u_1^{\perp} = u_2 = \frac{1}{\sqrt{85}}[-9,2]$

$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{85}}[2,9] \cdot \frac{1}{\sqrt{85}}[-9,2] = \frac{1}{\sqrt{85}}\left((2,9)\cdot(-9,2)\right) =$

$\frac{1}{\sqrt{85}}(-18+18) = \frac{1}{\sqrt{85}}(0) = 0$ $\therefore u_1$ y u_2 son ortogonales.

Demostración de norma $=1$

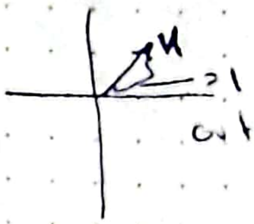
$\|u_1\| = \sqrt{\left(\frac{2}{\sqrt{85}}\right)^2 + \left(\frac{9}{\sqrt{85}}\right)^2} = \sqrt{\frac{4}{85} + \frac{81}{85}} = \sqrt{1} = 1$

$\therefore u_1, u_2$ son base ortonormal

$|u_2| = \sqrt{\left(\frac{-9}{\sqrt{85}}\right)^2 + \left(\frac{2}{\sqrt{85}}\right)^2} = \sqrt{\frac{81}{85} + \frac{4}{85}} = \sqrt{1} = 1$

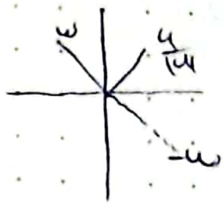
b) Respuesta:

dado cualquier vector u, si lo dividimos sobre su norma, tenemos un vector ortonormal



$=1$ a su vez tenemos el siguiente vector w ortonormal a él.

que cumple ser base ortonormal y a su vez



cumple la misma propiedad, además, el vector $\frac{u}{|u|}$ es combinación lineal de $\frac{u}{|u|}$ y para cualquiera distinto a w y $-w$ su producto punto es distinto de cero.

c) Escribe a los vectores $(1,1)$, $(7,4)$, $(-3,5)$ como combinación lineal de u_1 y u_2.

buscamos a y b st: $v = a u_1 + b u_2$

$$\Rightarrow (1,1) = a\left(\frac{2}{\sqrt{85}}, \frac{9}{\sqrt{85}}\right) + b\left(\frac{-9}{\sqrt{85}}, \frac{2}{\sqrt{85}}\right)$$

$\frac{1}{\sqrt{85}}(2,9)$

$\frac{1}{\sqrt{85}}(-9,2)$

1.1)

$$(1,1) = \left((1,1)\cdot\left(\frac{2}{\sqrt{85}}, \frac{9}{\sqrt{85}}\right)\right)u_1 + \left((1,1)\cdot\left(\frac{-9}{\sqrt{85}}, \frac{2}{\sqrt{85}}\right)\right)u_2$$

$$\Rightarrow (1,1) = \frac{11}{\sqrt{85}}u_1 + \frac{7}{\sqrt{85}}u_2$$

7.4)

$$(7,4) = \left((7,4)\cdot\left(\frac{2}{\sqrt{85}}, \frac{9}{\sqrt{85}}\right)\right)u_1 + \left((7,4)\cdot\left(\frac{-9}{\sqrt{85}}, \frac{2}{\sqrt{85}}\right)\right)u_2$$

$$\Rightarrow (7,4) = \left(\frac{50}{\sqrt{85}}\right)u_1 + \left(\frac{-55}{\sqrt{85}}\right)u_2$$

(-3,5))

$$(-3,5) = \left(\frac{39}{\sqrt{85}}\right)u_1 + \left(\frac{37}{\sqrt{85}}\right)u_2$$

Como $a_2 = \left(\frac{21.25}{85}, \frac{4.70}{85}\right)$ y $b = a^{+} = \left(-\frac{4.72}{75}, \frac{21.25}{85}\right)$

[illegible]

d) refleja 7,4 con respecto al generado por u_1

[...] Formula de la reflexion

$c = (0,0)\cdot(u) = 0$

$x + 2(c - u \cdot x)u$

$\Rightarrow (7,4) + 2\left(0 - \left(\frac{2}{\sqrt{85}}, \frac{9}{\sqrt{85}}\right)\cdot(7,4)\right)(7,4)$

$\Rightarrow (7,4) + 2\left(\frac{14}{\sqrt{85}}, \frac{27}{\sqrt{85}}\right)(7,4)$

$\Rightarrow (7,4) + \left(\frac{196}{\sqrt{85}}, \frac{216}{\sqrt{85}}\right)$

$\Rightarrow \left(\frac{196}{\sqrt{85}} + 7, \frac{216}{\sqrt{85}} + 4\right)$

$\left(\frac{196}{\sqrt{85}} + 7, \frac{216}{\sqrt{85}} + 4\right) = \left(\left(\frac{196}{\sqrt{85}} + 7, \frac{216}{\sqrt{85}} + 4\right)\cdot\left(\frac{2}{\sqrt{85}}, \frac{4}{\sqrt{85}}\right)\right)u_1 + \left(\left(\frac{196}{\sqrt{85}} + 7, \frac{216}{\sqrt{85}}\right)\cdot u_2\right)u_2$

$= \left(\frac{392}{85} + 7 + \frac{864}{85} + 4\right)u_1 + \left(\frac{-1764}{85} + 7 + \frac{432}{85} + 4\right)u_2$

$= \left(\frac{1256}{85} + 11\right)u_1 + \left(\frac{-1332}{85} + 11\right)u_2$

Y escrito como combinacion lineal es

$\left(\frac{196}{\sqrt{85}} + 7, \frac{216}{\sqrt{85}} + 4\right) = \left(\frac{1256}{85} + 11\right)u_1 + \left(\frac{-1332}{85} + 11\right)u_2$

y el original $(7,4)$ es

$\left(\frac{30}{\sqrt{85}}\right)u_1 + \left(\frac{-55}{\sqrt{85}}\right)u_2$

al ser proyectado y volteado sobre uno de los planos

3. Sean C la circunferencia $x^2+y^2-6x+8y=0$

a) $x^2+y^2-6x+8y=0$

$x^2-6x=(x-3)^2-9$ y $y^2+8y=(y+4)^2+16$

$\Rightarrow (x-3)^2-9+(y+4)^2-16=0$

$\Rightarrow (x-3)^2+(y+4)^2=25$

∴ el centro es $(-3,4)$ y el radio es 5

b) $C=(x-3)^2+(y+4)^2=25$

$P=\left(\frac{37}{4},-4\right)$

$\Rightarrow \left(\left(\frac{37}{4},-4\right)-(-3,4)\right)\cdot\left(\left(\frac{37}{4},-4\right)-(3,4)\right)=25$

$\cancel{\Rightarrow \left(\frac{37}{4}-3\right)(x-3)+(-4-(-4))(y+4)=25}$

$\cancel{\left(\frac{37}{4}-\frac{12}{4}\right)(x-3)+0\cdot(y+4)=25}$

$\cancel{\left(\frac{25}{4}\right)(x-3)=25}$

$\frac{25}{4}(x-3)=$

4) sean $p=(-1,3)$ y $q=(3,-1)$

sea $\bar{x}=(x,y)$

a) esta ecuación se ve de la forma

$(x-(-1,3))\circ(x-(3,-1)) = \|(3,-1)\|^2$ → ya que ambos tienen su misma norma.

$(+x,-3y)\circ(-3x,y)=\sqrt{9+1}$

$(x,-3y)\circ(-3x,y)=\sqrt{10}$

b) elige $T\in(0,1)$, $t=\frac{1}{2}$ y considera $a=p+T(q-p)$

conjugado armónico

$a=(-1,3)+\frac{1}{4}(q-p)=(-1,3)+\frac{1}{4}((-1,3)-(3,-1))$

$=(-1,3)+\frac{1}{4}(-4,4)$

$=(-1,3)+(1,1)$

$=(0,2)$

conjugado armónico

como $(0,2)=\frac{1}{h+1}(-1,3)+\frac{h}{h+1}(3,-1)$

su conjugado es

$\frac{1}{1-h}(-1,3)+\frac{h}{h-1}(3,-1)$

como $h=\frac{d(p,a)}{d(p,q)^2}=\frac{\sqrt{4+4}}{8}=\frac{\sqrt{8}}{7}$

$\Rightarrow$ su armónico es $\dfrac{1}{1-\frac{\sqrt{8}}{8}}(-1,3)+\dfrac{\frac{\sqrt{8}}{8}}{\frac{\sqrt{8}}{8}-1}(3,-1)$

B $\dfrac{\dfrac{(x,p)}{d(q,p)}}{\dfrac{d(x,q)}{d(p,q)}}$

X

$\dfrac{\dfrac{1}{4}}{\dfrac{1}{2}}$ — $\dfrac{d(q,p) \cdot (x,q)}{(p,q)^2}$