

Equipo "Los ortogonales"

* Reyes Vela Jonathan

* Vera Ramos Tonatiuh

* Romero González Luis Angel

* Reyes Amaya Javier

* Calamaco Martínez Marycarmen

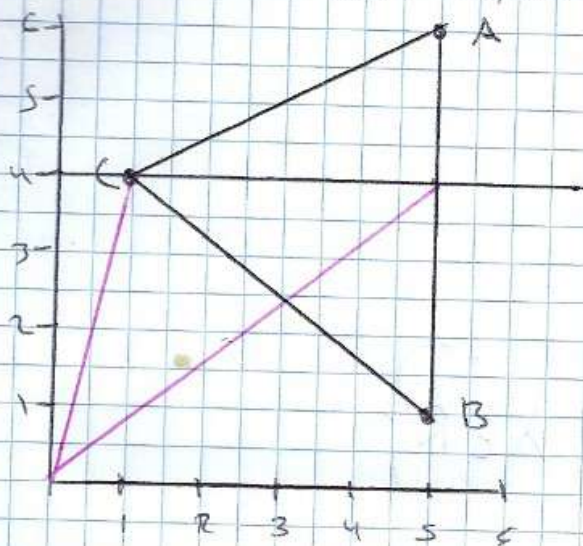
Geometría Analítica I

Prof. Ramón Reyes Carrión

Sábado, 28 de noviembre de 2020

Considere los vertices de un triangulo ABC y denote por A la recta que contiene el lado opuesto al vertex A .
 Similarmente para B y C .

Encuentre la parametrización de C



① Buscamos 2 ~~distintos~~ vectores a esos puntos. Uno que vaya a C . (sea el punto " P ") y otro que este en esta linea que va de C al lado opuesto que nos ayudara a obtener el vector director.

② Damos nombre a esos vectores

$$a = (1, 4) \quad y \quad b = (5, 4)$$

③ Por definición de la parametrización

$$L = \{ a + \lambda(b - a) \mid \lambda \in \mathbb{R} \}$$

④ Reemplazamos esos valores

$$L = \{ (1, 4) + \lambda((5, 4) - (1, 4)) \mid \lambda \in \mathbb{R} \}$$

Por definición de resta de vectores, se hace
entrada por entrada.

$$\Rightarrow (5, 4) - (1, 4)$$

$$\Rightarrow (5-1, 4-4)$$

$$\Rightarrow (4, 0)$$

Finalmente obtenemos que:

$$L = \{ (1, 4) + \lambda(4, 0) \mid \lambda \in \mathbb{R} \}$$

Examen

Considera los vértices de triángulo ABC y denota por A la recta que contiene al lado opuesto al vértice A , similarmente B y C para

$$A = (5, 6), B = (5, 1), C = (1, 4)$$

2. Encuentra la ecuación normal de B

$$B = (5, 1)$$

Tenemos que

$$L: (q-p)^t \cdot x = q^t \cdot p$$

Para $L=A$ ó $q-p$ tenemos

$$C-A = (-4, -2) \quad \text{y} \quad p = (5, 6)$$

Sustituyendo:

$$L \{ x \in \mathbb{R}^2 \mid (-4, -2)^t \cdot x = (-4, -2)^t \cdot (5, 6) \}$$

$$L \{ (2, -4) \cdot x = (2, -4) \cdot (5, 6) \}$$

$$L \{ 2x - 4y = 10 - 24 \}$$

La ec. normal es

$$L \{ 2x - 4y = -14 \mid x, y \in \mathbb{R} \}$$

ó

$$2x - 4y = -14$$

3. Encuentra la ecuación normal de la altura por A
(la perpendicular a ℓ por A).

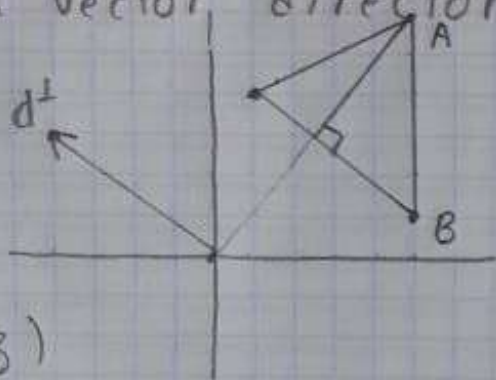
La ecuación normal es:

$$d^\perp \cdot x = d^\perp \cdot p$$

Entonces:

Como la línea de \overline{CB} es perpendicular a la altura, el vector director puede actuar como d^\perp

\Rightarrow



$$d^\perp = (-4, 3)$$

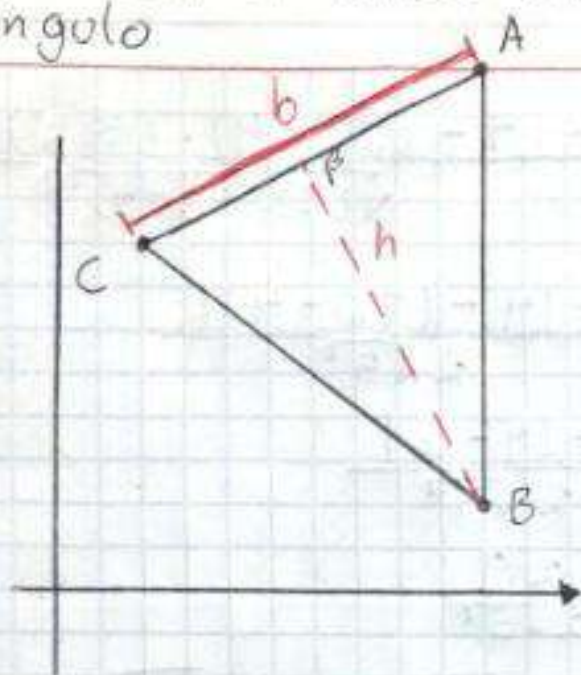
$$\Rightarrow (-4, 3) \cdot (x, y) = (-4, 3) \cdot (5, 6)$$

$$-4x + 3y = -20 + 18$$

$$\underline{-4x + 3y = -2}$$

$$\text{Forma funcional: } y = \frac{-2 + 4x}{3}$$

4.- Calcula la distancia $b = d(A, C)$ y $h = d(B, \beta)$, para determinar el área $bh/2$ y haz un dibujo del triángulo.



$$A = (5, 6)$$

$$B = (5, 1)$$

$$C = (1, 4)$$

$$b = d(A, C)$$

$$\overrightarrow{(A-C)} = (5, 6) - (1, 4)$$

$$= (5-1, 6-4)$$

$$= (4, 2)$$

$$|\overrightarrow{(A-C)}| = \sqrt{(4)^2 + (2)^2}$$

$$= \sqrt{16+4}$$

$$= \sqrt{20} = \sqrt{5 \cdot 4} = \sqrt{5} \cdot \sqrt{4} = 2\sqrt{5}$$

$$\therefore b = d(A, C) = 2\sqrt{5}$$

$$h = d(B, \beta)$$

$$\text{Recta } \beta: 2x - 4y = -14$$

$$C = -14$$

$$n = (2, -4)$$

$$p = B = (5, 1)$$

$$\begin{aligned}
 h = d(B, \beta) &= \frac{|c - n \cdot p|}{\|n\|} = \frac{|1 - 14 - ((2, -4) \cdot (5, 1))|}{\sqrt{(2)^2 + (-4)^2}} \\
 &= \frac{|1 - 14 - (10 - 4)|}{2\sqrt{5}} \\
 &= \frac{|1 - 14 - 6|}{2\sqrt{5}} \\
 &= \frac{20}{2\sqrt{5}} \\
 &= \frac{20\sqrt{5}}{10} = 2\sqrt{5}
 \end{aligned}$$

Área del triángulo

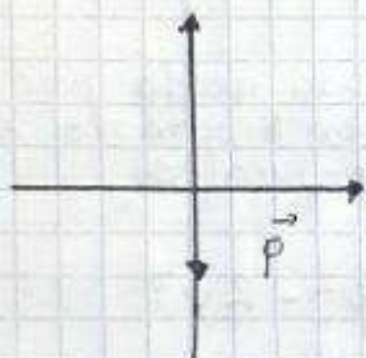
$$\begin{aligned}
 \frac{bh}{2} &= \frac{(2\sqrt{5})(2\sqrt{5})}{2} \\
 &= \frac{(\sqrt{20})(\sqrt{20})}{2} \\
 &= \frac{(\sqrt{20})^2}{2} \\
 &= \frac{20}{2} \\
 &= 10
 \end{aligned}$$

5.- Obtén las coordenadas polares de los puntos con coordenadas cartesianas

$$P = (0, -2) \quad \text{y} \quad Q = (-1, 2)$$

$$P = (0, -2)$$

$$P = (\theta, |P|)$$

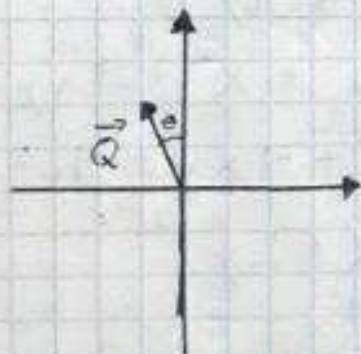


Es claro que la magnitud del vector es 2 y que el ángulo que forma es 270° o $\frac{3\pi}{2}$

$$P = \left(\frac{3\pi}{2}, 2\right)$$

$$Q = (-1, 2)$$

$$Q = (\theta, |Q|)$$



$$\begin{aligned} |Q| &= \sqrt{(-1)^2 + (2)^2} \\ &= \sqrt{1 + 4} \\ &= \sqrt{5} \end{aligned}$$

$$\tan \theta = \frac{c.o.}{c.a.}$$

$$\tan \theta = \frac{1}{2}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$\theta = 26.56^\circ$$

$$\theta = 26.56^\circ + 90^\circ$$

$$Q = (116.56^\circ, \sqrt{5})$$

⑥ Demuestra que dos vectores u y v son perpendiculares si y solo si $\|u+v\| = \|u-v\|$ y dibujo.

Demostración:

\Rightarrow) Se tiene que u y v son perpendiculares y se quiere demostrar que $\|u+v\| = \|u-v\|$.

Sean u y v vectores perpendiculares tales que su producto interior es 0 por el mismo hecho de ser perpendiculares así $u \cdot v = 0$, así pues si nos tomamos la norma de la suma de u y v se tiene que:

$$\|u+v\|^2 = (u+v) \cdot (u+v) \text{ desarrollando}$$

$$= \|u\|^2 + 2u \cdot v + \|v\|^2 \text{ pero se tenía que } u \text{ y } v \text{ eran perpendiculares}$$

$$\Rightarrow \|u+v\|^2 = \|u\|^2 + 0 + \|v\|^2$$

$$= \|u\|^2 + \|v\|^2 \text{ pero como } u \cdot v = 0 \text{ si restamos}$$

$$-2u \cdot v \text{ no se altera la igualdad } \Rightarrow \|u+v\|^2 = \|u\|^2 - 2u \cdot v + \|v\|^2$$

$$\Rightarrow \|u+v\|^2 = u \cdot u - 2u \cdot v + v \cdot v = (u-v) \cdot (u-v) = \|u-v\|^2$$

$$\Rightarrow (\|u+v\|)^2 = (\|u-v\|)^2 \text{ pero } \therefore \|u+v\| = \|u-v\|$$

\Leftarrow) Ahora supongase que $\|u+v\| = \|u-v\|$ y se quiere demostrar que u y v son perpendiculares.

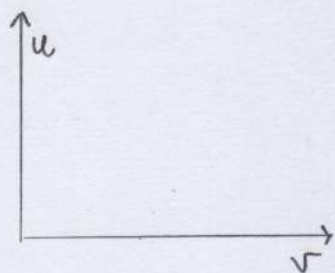
Así pues si $\|u+v\| = \|u-v\|$, elevando al cuadrado y usando la definición de norma $\Rightarrow \|u+v\|^2 = \|u-v\|^2 \Leftrightarrow (u+v) \cdot (u+v) = (u-v) \cdot (u-v)$

$$\Rightarrow \|u\|^2 + 2u \cdot v + \|v\|^2 = \|u\|^2 - 2u \cdot v + \|v\|^2 \text{ para que se cumpla}$$

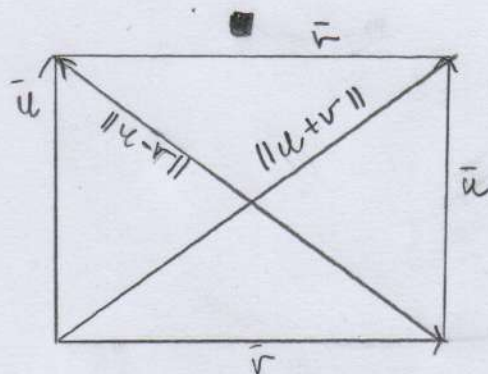
la igualdad $\Rightarrow -2u \cdot v = 0 \Rightarrow u \cdot v = 0$ pero esto

$\therefore u$ y v son perpendiculares

Dibujo



Tomando la suma y la diferencia



El paralelogramo que se forma es un rectángulo en el que sus diagonales son iguales.