Examen 1.

29 de noviembre

Equipo:

- Alanis Avila Eduardo Enrique
- Castillejos Torres Mauricio
- Pantoja Reyes Arturo
- Aragón Aparicio Irving Raúl
- Fuentes Olvera Victor Manuel

Considera los vértices del triángulo ABC y denote por A la recta que contiene el lado opuesto al vértice A_1, similarmente B y C, para:

$A_1 = (5,6)$ $B_1 = (1,4)$ $C_1 = (5,1)$

1. Descripción paramétrica de C.

$$C = \{B + \lambda (A - B) \mid \lambda \in \mathbb{R}\}$$
$$C = (1,4) + \lambda((5,6) - (1,4))$$
$$C = (1,4) + \lambda(4,2)$$

2. Ecuación normal de B.

la ecuación normal de una recta esta dada por
$$d^{\perp} \cdot x = d^{\perp} \cdot P$$
tomemos dos puntos de $B = (5,6)$ y $(5,1)$

tomamos a $(5,6)$ como P y el vector dirección como $(5,6) - (5,1) = (0,5)$, tomamos $d = (0,5)$

con esto, tenemos $d^{\perp} = (-5,0)$, y la ecuación normal es:
$$(-5,0) \cdot x = (-5,0) \cdot (5,6).$$

3. Ecuación normal de la altura por A_1.
La recta A se puede escribir como el vector (C - B)

$$(1,4) + t(C-B)$$
$$(1,4) + t((5,1)-(1,4))$$
$$(1,4) + t(4,-3)$$

para la ecuación normal utilizamos el punto A_1 que pasa por esta recta.

$$\Rightarrow (-4,3)\cdot(x,y) = (-4,3)\cdot(5,6)$$
$$-4x + 3y = -20 + 18$$
$$-4x + 3y = -2$$
$$y = \frac{4}{3}x - \frac{2}{3}$$

4. Calcule las distancias $b = d(A_1, C_1)$ y $h = d(B_1, B)$, para determinar el área $\frac{bh}{2}$ y haz un dibujo del triángulo, indicando h y la recta de la pregunta anterior.

- $d(A_1, C_1)$

$$d = \sqrt{(x_1-x_2)^2 + (y_1-y_2)^2}$$

con $P = A_1 = (5,6)$ y $Q = C_1 = (5,1)$

$$d = \sqrt{(5-5)^2 + (6-1)^2}$$
$$= \sqrt{0^2 + (5)^2}$$
$$= \sqrt{25} = 5$$

$\therefore d(A, C) = 5$

- utilizando la ecuación de distancia entre un punto

$$d = \left| \frac{Ax_1 + By_1 + C}{\sqrt{A^2 + B^2}} \right|$$

donde P es un punto dado por (x_1, y_1) y la ecuación normal de la recta.

sustituyendo valores

$B = x - 5 = 0 \qquad B_1 = (1, 4)$

$$d = \left| \frac{1(1) + 0(4) - 5}{\sqrt{1^2 + 0^2}} \right|$$

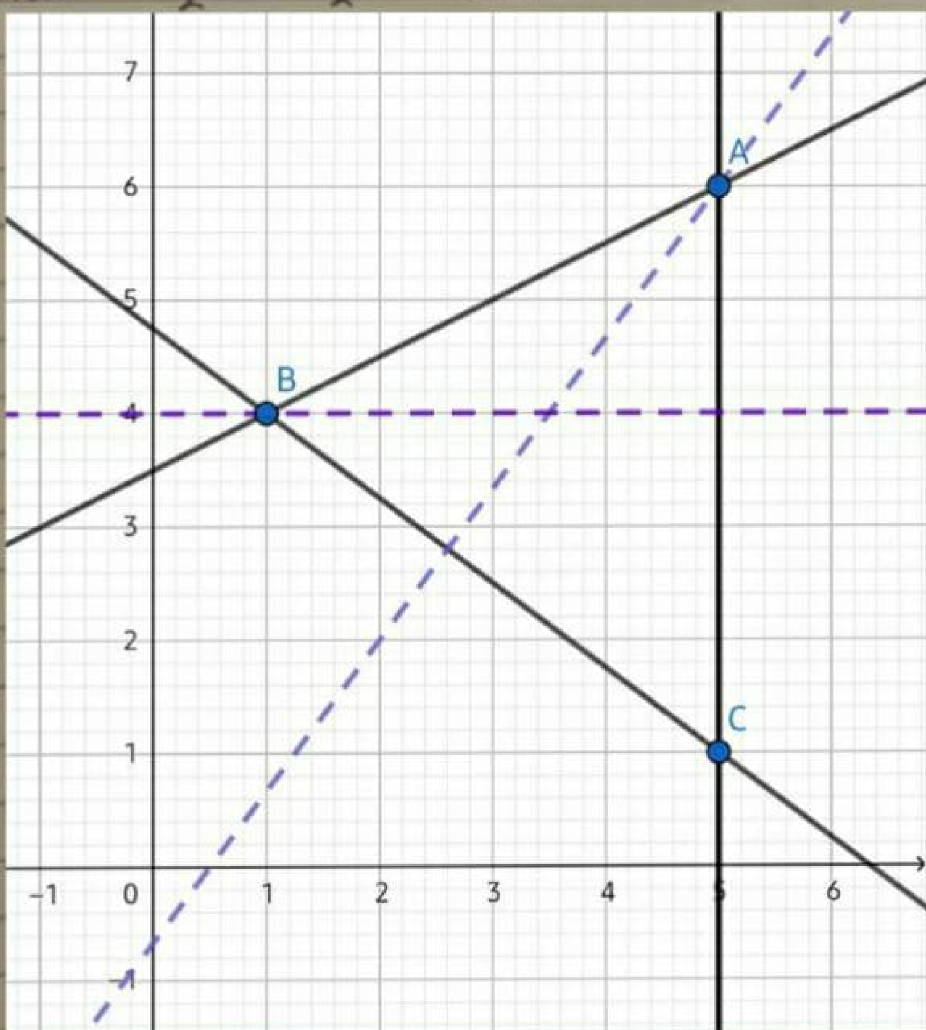
$$= \left| \frac{1 + 0 - 5}{\sqrt{1}} \right| = \left| \frac{1-5}{\sqrt{1}} \right| = \left| \frac{-4}{1} \right| = 4$$

$d(B, B_1) = 4_u$

- Área usando la ecuación $\frac{bh}{2}$ donde $b = d(A, C)$, $h = d(B, B_1)$

$b = 5$ y $h = 4$

$$\text{área} = \frac{(5)(4)}{2} = \frac{20}{2} = 10u^2$$



5. Coordenadas polares de los puntos
$P=(1,1)$ y $Q=(0,-2)$
para encontrar Todo $r^2 = x^2 + y^2$ y para
el angulo $\tan\theta = \frac{y}{x}$.

- $P=(1,1)$.

$r^2 = (1)^2 + (1)^2$
$= 1 + 1$
$= 2$
$= \sqrt{2}$

$\theta = \tan\theta \frac{1}{1}$
$= \tan^{-1}\left(\frac{1}{1}\right)$
$= 45° \rightarrow$ o en radianes $\theta = 0.7854$ rad

$\therefore$ las coordenadas polares son $P = (\sqrt{2}, 45°)$.

- $Q = (0,-2)$

$r^2 = (0)^2 + (-2)^2$
$= 0 + 4$
$= 4$
$= \sqrt{4}$
$= 2$

$\theta = \tan\theta = \frac{0}{2}$
$= \tan^{-1}\left(\frac{0}{2}\right)$
$= 0° \rightarrow$ o en radianes $\theta = 0$ rad.

$\therefore$ las coordenadas polares son $Q = (2, 0)$.

6. Dados dos vectores $u+v$ en $\mathbb{R}^n$, el paralelogramo que definen tiene como vertices los puntos O, u, v, y $u+v$. Demuestre sus diagonales.

considremos el ΔOMX.

tenemos que para sacar α se hace

$\alpha(\vec{u}+\vec{v}) = v+\beta(u-v) \mid \alpha, \beta \in \mathbb{R}\}$

sacamos los coeficientes de $\vec{u}$ y $\vec{v}$

$(\alpha-\beta)\vec{u} + (\alpha+\beta-1)\vec{v} = 0$

siendo $\vec{u}$ y $\vec{v}$ independients (no colineales)

de esto se deduce que los coeficientes

$\vec{u}$ y $\vec{v}$ los quitemos.

$\alpha+\beta=0$ y $\alpha+\beta-1=0$

Resolvemos sistema y tenemos que

$\alpha = \frac{1}{2}$ y $\beta = \frac{1}{2}$

Ahora sólo hacemos lo mismo con el triángulo $\Delta Z m y$ y saldría lo mismo. Por lo que lógicamente tenemos que $\overline{Om} = \overline{my} > Zm = mx$ es lo que quisimos demostrar es decir $\overrightarrow{u+v}$ y $\overrightarrow{u-v}$ se intersectan en la mitad o en su punto medio ∎