Álgebra Lineal I

La evaluación puede ser de 2 maneras:

a) 60% Tareas
40% Exámenes

b) 40% Tareas
60% Exámenes

En ambos casos, el Examen Final solamente sustituye el porcentaje de los exámenes. Sin embargo, sí o sí hay que hacer tareas.

> La comunicación con el profesor y el ayudante es fundamental para un buen funcionamiento del curso.

Introducción al curso

(Revisar las notas NO)

Ej. de Esp. Vect:

$\mathbb{R}, \mathbb{R}^2, \mathbb{R}^3, \ldots, \mathbb{R}^n, C^{(n)}[a,b], \mathrm{Suc}(\mathbb{N},\mathbb{R}),$

$\mathrm{Conv}(\mathbb{N},\mathbb{R}) = $ suc. convergentes,

N (cero)

$\mathrm{Nul}(\mathbb{N},\mathbb{R}) = $ suc $\to 0$.

NO

En las notas: Vimos/Vamos cómo motivar la def. de esp. vect. a partir de lo que ocurre en $\mathbb{R}^2$ y $\mathbb{R}^3$. Ahí mismo notamos que podemos abstraer/generalizar el número de entradas, 2 ó 3, a n ($n \in \mathbb{N}$).

Ej. Moral: $(\mathbb{R}^n, +, \cdot)$ con las operaciones puntuales es un $\mathbb{R}$-esp. vectorial.

El sgte. paso es generalizar la def a un $\mathbb{F}$-esp. vect.

La noción surgió, al igual que el Álgebra lineal, porque las personas que se dedicaban a las matemáticas se dieron cuenta que esta estructura era frecuente en diversas áreas de las matemáticas.

$\to (\mathbb{R}, +, 0) \to$ es grupo

$\to (\mathbb{R}^\times, \cdot, 1) \to$ es grupo

$\hookrightarrow \mathbb{R}^\times = \mathbb{R}\setminus\{0\}$

$$\begin{tikzcd}
(\mathbb{R}, +, \cdot, 0, 1) \arrow[rr, "\text{proceso de abstracción}"] \arrow[d] \arrow[dd, bend right] & & (\mathbb{F}, +, \cdot, 0, 1) \\
(\mathbb{R}, +, 0) & (\mathbb{F}, +, 0) \arrow[ur] & \\
(\mathbb{R}^\times, \cdot, 1) & & (\mathbb{F}^\times, \cdot, 1) \arrow[uu]
\end{tikzcd}$$

$\vdots$

Llega la def de Esp. Vect sobre $\mathbb{F}$

$\mathbb{Z}_2$ ✓ $\rightsquigarrow \mathbb{F}_{256}$ documento

Ejemplos

1. Si $\mathbb{F}$ es campo, ent. $\mathbb{F}$ mismo es esp. sobre $\mathbb{F}$.

$+ : \mathbb{F} \times \mathbb{F} \to \mathbb{F} \qquad +(u,v) := \underbrace{u+v}_{\text{suma en } \mathbb{F}}$

y $\cdot : \mathbb{F} \times \mathbb{F} \to \mathbb{F}$

$\cdot(\lambda, v) = \underbrace{\lambda \cdot v}_{\text{producto/mult en } \mathbb{F}}$

② Sea $\mathbb{F}$ un campo. Decimos que $K \subseteq \mathbb{F}$ es un subcampo si

$0, 1 \in K$ y

$$+\big|_{K\times K} : K \times K \longrightarrow \mathbb{F}$$
$$(x, y) \longmapsto x + y \in \mathbb{F}$$

$$\cdot\big|_{K\times K} : K \times K \longrightarrow \mathbb{F}$$
$$(x, y) \longmapsto x \cdot y \in \mathbb{F}$$

hacen de $(K, +, \cdot, 0, 1)$ un campo.

Ejemplos particulares: $\mathbb{F} = \mathbb{R}$ y $K = \mathbb{Q}$

$\mathbb{F} = \mathbb{C}$ y $K = \mathbb{R}$

$\mathbb{F} = \mathbb{Q}(\sqrt{2})$ y $K = \mathbb{Q}$

$\mathbb{Q} = \{ a + b\sqrt{2} \mid a, b \in \mathbb{Q} \}$

3| Matrices como arreglos rectangulares
(ya son algo conocidos por Geometría Analítica).

4| Funciones continuas $C[a,b]$