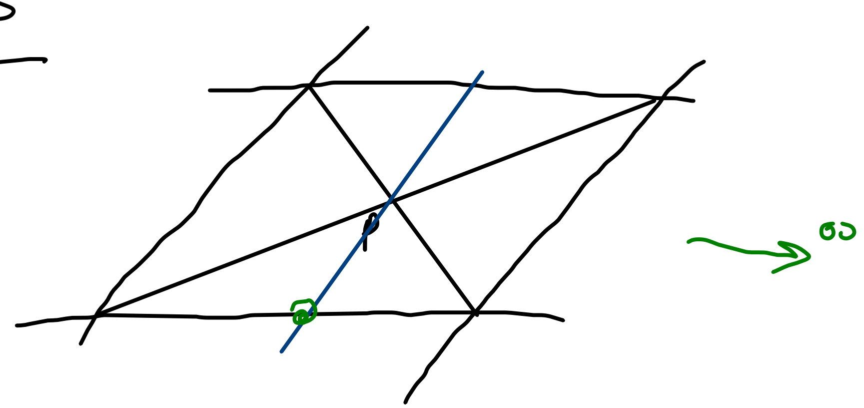
Obs



Afirmacion La paralela a cualquier lado por el punto p corta a los otros dos lados en el punto medio.

§ Ternas ortogonales $\mathbb{P}^2$

Def una terna ortogonal, es $a, b, c \in \mathbb{P}^2$ tales que son L-ortogonales por parejas

$$a \cdot_L b = 0 = a \cdot_L c = b \cdot_L c$$

Ej e_1, e_2, e_3 $\quad e_i \cdot_L e_j = 0 \quad i \neq j$

¿cuantas?

Obs L-producto no está bien definido en $\mathbb{P}^2$

$$\lambda u \cdot_L \mu v = (\lambda\mu)\, u \cdot_L v \in \mathbb{R}$$

$[u] \in \mathbb{P}^2$, sin embargo ser ortogonal sí está bien definido

$$u \cdot_L v = 0$$

Tomamos $c \in \mathbb{H}^2 \subset \mathbb{P}^2$

$$b \in c^\perp \qquad (b^\perp \ni c)$$

$$a = c^\perp \cap b^\perp \text{ — } (*)$$

$c^\perp$ es espacial
$b^\perp$ es hiperbólica $\neq$

Obs

Sea $\langle b\, c \rangle$ la línea que une a b y c

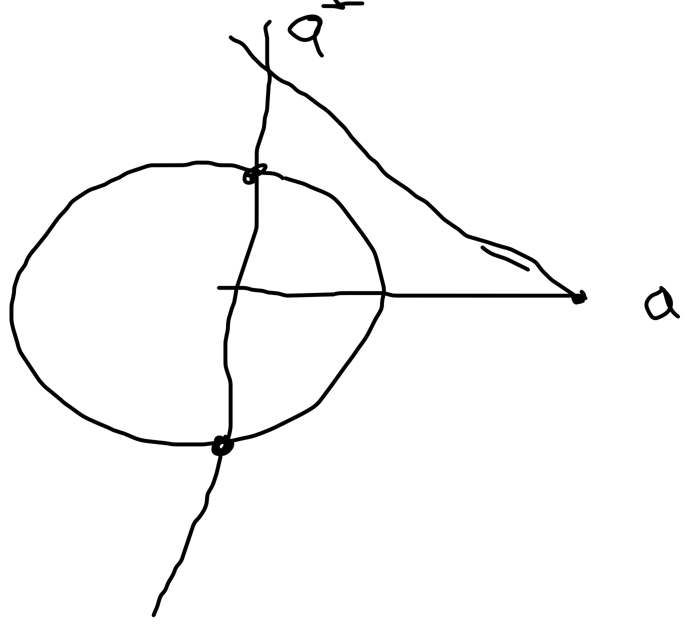
$$a^\perp = \langle b\, c \rangle \text{ — } (**)$$

$(*)$ y $(**)$ son duales

Lema En toda terna ortogonal se tiene un punto hiperbólico y dos espaciales

Dem $c \in \mathbb{H}^2$ $c^\perp$ es espacial entonces ya. $a, b \in c^\perp$ son espaciales

Sea a espacial $a^\perp$ es hiperbolica



Si b es espacial

$b^\perp$ es hip. y

$c \in b^\perp \cap a^\perp$

es hiperbólico

$b \in \mathbb{S}^1$ $b \in b^\perp$

$b^\perp \cap a^\perp = b$

no son 3 puntos

no hay puntos luz en ternas ortogonales.

Si b es hiperbólico

$b^\perp$ es espacial

$c \in b^\perp$ espacial $\square$

Tomamos las ternas ortogonales ordenadas con el punto hiperbólico en la "c"

Hip.

(a, b, c)

Proposición Las ternas ortogonales en $\mathbb{P}^2$ están en biyección con las parejas incidentes punto-línea en $\mathbb{H}^2$

Dem $c \in \mathbb{H}^2$ $\quad c \in b^\perp$

$a \in c^\perp \cap b^\perp$

Dados $c \in \mathbb{H}^2$ y $b^\perp \ni c$
línea hip.

existe una única línea ortogonal $a^\perp$
a $b^\perp$ por c

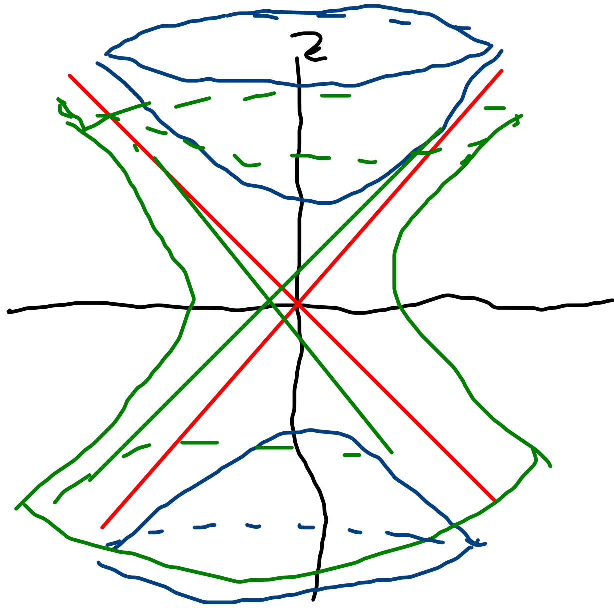
Def Un vector $v \in \mathbb{P}^2$ se dice L-unitario si

$$\left|\,|v|_L^2\,\right| = 1$$

$$\boxed{\begin{array}{l} x^2 + y^2 - z^2 = 1 \\ x^2 + y^2 - z^2 = -1 \end{array}}$$

1 manto

2 mantos



dos hiperboloides de revolución reglados.