

# Examen 1.

29 de noviembre

Equipo:

- Alanis Avila Eduardo Enrique
- Castillejos Torres Mauricio
- Pantoja Reyes Arturo
- Aragón Aparicio Irving Raúl
- Fuentes Olvera Victor Manuel

9

Considera los vértices del triángulo ABC y denote por A la recta que contiene el lado opuesto al vértice A, similarmente B y C, por:

$$A_1 = (5, 6) \quad B_1 = (1, 4) \quad C_1 = (5, 1)$$

1. Descripción paramétrica de C.

$$C = \{B + \lambda(A - B) \mid \lambda \in \mathbb{R}\}$$

$$C = (1, 4) + \lambda((5, 6) - (1, 4))$$

$$C = (1, 4) + \lambda(4, 2)$$



2. Ecuación normal de B.

la ecuación normal de una recta está dada por

$$d^+ \cdot x = d^+ \cdot P$$

tomemos dos puntos de B = (5, 6) y (5, 1)

tomemos a (5, 6) como P y el vector dirección como

$$(5, 6) - (5, 1) = (0, 5), \text{ tomemos } d = (0, 5)$$

con esto, tenemos  $d^+ = (-5, 0)$ , y la ecuación normal es:

$$(-5, 0) \cdot x = (-5, 0) \cdot (5, 6)$$

$$x = 5$$



3. Ecuación normal de la altura por  $A_1$ .  
La recta  $A$  se puede escribir como el  
vector  $(C - B)$

$$(1, 4) + t(C - B)$$

$$(1, 4) + t((5, 1) - (1, 4))$$

$$(1, 4) + t(4, -3)$$

para la ecuación normal utilizamos el punto  
 $A_1$  que pasa por esta recta.

$$\Rightarrow (-4, 3) \cdot (x, y) = (-4, 3) \cdot (5, 6)$$

$$-4x + 3y = -20 + 18$$

$$-4x + 3y = -2$$

$$y = \frac{4}{3}x - \frac{2}{3}$$

4. Calcule las distancias  $b = d(A_1, C_1)$  y  $\frac{bh}{2}$   
 $h = d(B_1, B)$ , para determinar el área  $\frac{bh}{2}$   
y hágase un dibujo del triángulo, indicando  $h$  y  
la recta de la pregunta anterior.

$$\bullet d(A_1, C_1)$$

$$d = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

$$\text{con } P = A_1 = (5, 6) \text{ y } Q = C_1 = (5, 1)$$

$$d = \sqrt{(5 - 5)^2 + (6 - 1)^2}$$

$$= \sqrt{0^2 + (5)^2}$$

$$= \sqrt{25} = 5$$

$$\therefore d(A, C) = 5$$

• utilizando la ecuación de distancia entre un punto

$$d = \left| \frac{Ax_1 + By_1 + C}{\sqrt{A^2 + B^2}} \right|$$

donde  $P$  es un punto dado por  $(x_1, y_1)$  y la ecuación normal de la recta.

substituyendo valores

$$B = x - 5 = 0 \quad B_1 = (1, 4)$$

$$d = \left| \frac{1(1) + 0(4) - 5}{\sqrt{1^2 + 0^2}} \right|$$
$$= \left| \frac{1 + 0 - 5}{\sqrt{1}} \right| = \left| \frac{1 - 5}{\sqrt{1}} \right| = \left| \frac{-4}{1} \right| = 4$$

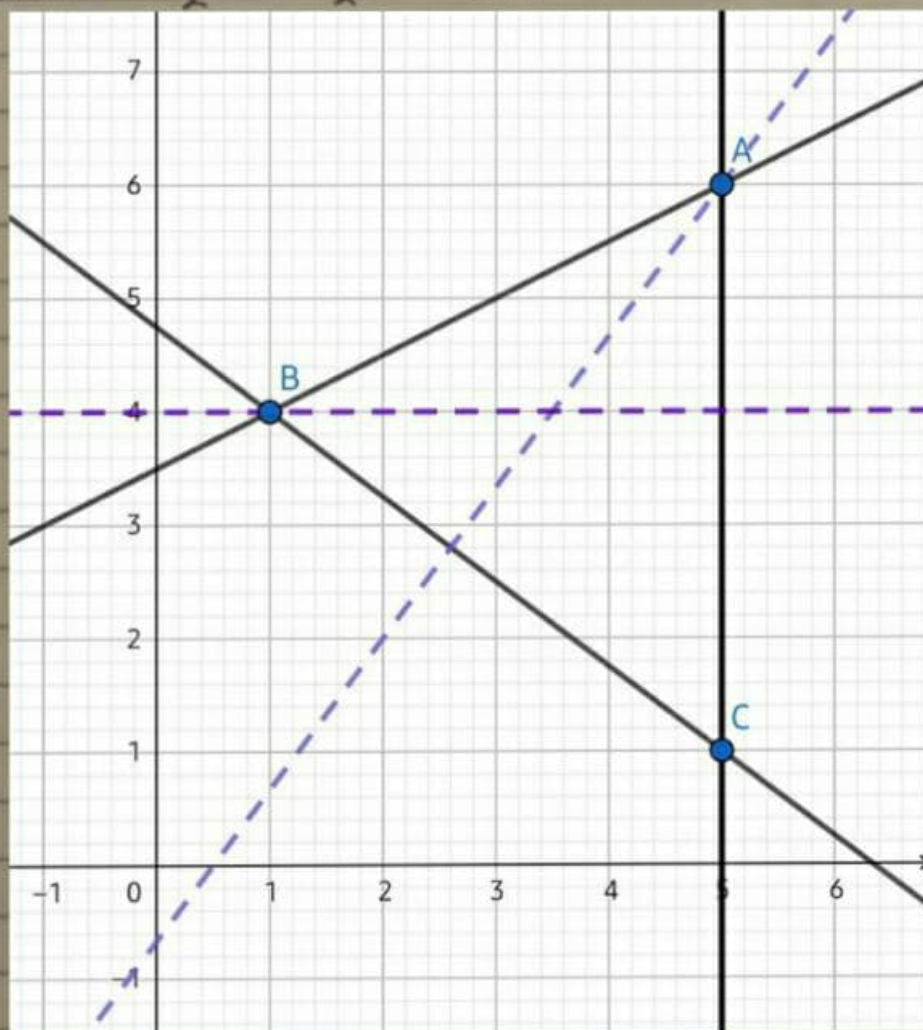
$$d(B, B_1) = 4_u$$

• Área usando la ecuación  $\frac{bh}{2}$  donde  $b = d(A, C)$ ,

$$h = d(B, B_1)$$

$$b = 5 \quad h = 4$$

$$\text{área} = \frac{(5)(4)}{2} = \frac{20}{2} = 10_u^2$$





5. Coordenadas polares de los puntos

$$P = (1, 1) \text{ y } Q = (0, -2)$$

para encontrar todo  $r^2 = x^2 + y^2$  y para el ángulo  $\tan \theta = \frac{y}{x}$ .

•  $P = (1, 1)$ .

$$r^2 = (1)^2 + (1)^2$$

$$= 1 + 1$$

$$= 2$$

$$= \sqrt{2}$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{y}{x}$$

$$= \tan^{-1} \left( \frac{1}{1} \right)$$

$$= 45^\circ \rightarrow \text{o en radianes } \theta = 0.7854 \text{ rad}$$

$\therefore$  las coordenadas polares son  $P = (\sqrt{2}, 45^\circ)$ .

•  $Q = (0, -2)$

$$r^2 = (0)^2 + (-2)^2$$

$$= 0 + 4$$

$$= 4$$

$$= \sqrt{4}$$

$$= 2$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{y}{x}$$

$$= \tan^{-1} \left( \frac{-2}{0} \right)$$

$$= 0^\circ \rightarrow \text{o en radianes } \theta = 0 \text{ rad.}$$

$\therefore$  las coordenadas polares son  $Q = (2, 0)$ .

este es en cartesianas  $(2, 0)$

necesitas  $\theta = \frac{3\pi}{2}$  para  $(0, -2)$

6. Dados dos vectores  $u$  y  $v$  en  $\mathbb{R}^n$ , el paralelogramo que definen tiene como vértices los puntos  $O, u, v$ , y  $u+v$ . Demuestra sus diagonales.

consideremos el  $\Delta OMX$ ,

tenemos que para ser  $\alpha$  se hace

$$\alpha(\vec{u} + \vec{v}) = v + \beta(u - v) \mid \alpha, \beta \in \mathbb{R}$$

seamos los coeficientes de  $\vec{u}$  y  $\vec{v}$

$$(\alpha - \beta)\vec{u} + (\alpha + \beta - 1)\vec{v} = 0$$

siendo  $\vec{u}$  y  $\vec{v}$  independientes (no colineales)

de esto se deduce que los coeficientes

$\vec{u}$  y  $\vec{v}$  los quitamos.

$$\alpha - \beta = 0 \quad y \quad \alpha + \beta - 1 = 0$$

Resolvamos sistema y tenemos que

$$\alpha = \frac{1}{2} \quad y \quad \beta = \frac{1}{2}$$

Ahora solo hacemos lo mismo con el triángulo

$\Delta ZMY$  y saldrá lo mismo. Por lo que

lógicamente tenemos que  $Om = my > Zm = mx$

es lo que quisimos demostrar es decir

$\vec{u} + \vec{v}$  y  $\vec{u} - \vec{v}$  se intersectan en la mitad o

en su punto medio.

