Capítulo 1

# Tabla de horarios

## Probabilidad pág. 3

| Hora | Lunes | Martes | Miércoles | Jueves | Viernes |
|---|---|---|---|---|---|
| 9:00-9:50 | Inauguración | | 18.1 | **18.7** | 18.15 |
| 10:00-10:20 | | | 18.2 | 18.8 | 18.16 |
| 10:20-10:40 | | | 18.3 | 18.9 | 18.17 |
| 10:40-11:00 | **PLENARIA 1** | | 18.4 | | |
| 11:00-11:30 | | **Café** | | | |
| 11:40-12:00 | Traslado | | 18.5 | 18.10 | 18.18 |
| 12:00-12:50 | | | **18.6** | **18.11** | **18.19** |
| 12:50-13:00 | **Traslado** | | | | |
| 13:00-13:30 | | **PLENARIA 2** | **PLENARIA 3** | **PLENARIA 4** | **PLENARIA 5** |
| 13:30-13:50 | | | | | |
| 14:00-16:30 | **COMIDA** | | **Tarde Libre** | **COMIDA** | |
| 16:40-17:00 | | | | 18.12 | 18.20 |
| 17:00-17:20 | | | | 18.13 | 18.21 |
| 17:20-17:40 | | | | 18.14 | 18.22 |
| 17:40-18:10 | **Café** | | | **Café** | |
| 18:10-18:30 | | | | **PLENARIA 8** | **PLENARIA 9** |
| 18:30-18:50 | | | | | |
| 18:50-19:00 | **Traslado** | | | **HOMENAJE JORGE IZE** | **Traslado** |
| 19:00-19:50 | **PLENARIA 6** | **PLENARIA 7** | | | **Asamblea General** |
| 19:50-20:50 | **HOMENAJE ERNESTO LACOMBA** | **HOMENAJE FRANCISCO RAGGI** | | | |
| 20:50-21:00 | | | | | **Traslado** |
| 21:00-21:50 | | | | | **Clausura** |

**Salón B7**

18.1 **Problemas de ruina**
*María Emilia Caballero Acosta* (CDV, 1Lic)

18.2 **Redes de Colas Cíclicas: Estabilidad y Aproximación por medio de Simulación**
*Carlos Ernesto Martínez Rodríguez* (RI, 2Lic)

18.3 **Estimación Cuantitativa de la Estabilidad del Modelo Clásico de Riesgo (con distribución de reclamos exponenciales)**
*Patricia Vázquez Ortega* (RT, 2Lic)

18.4 **El semigrupo del movimiento browniano frente al operador laplaciano**
*Biviana Marcela Suárez Sierra* (CI, Pos)

18.5 **Proceso de Decisión de Markov con Horizonte Aleatorio como un Problema Descontado**
*María del Rocio Ilhuicatzi-Roldán* (CI, Pos)

18.6 **Problemas de control óptimo en sistemas aleatorios**
*Héctor Jasso Fuentes (Invitado)* (CPI, 2Lic)

18.7 **Tiempos Locales de Semimartingalas y algunas de sus aplicaciones**
*Juan Ruíz de Chávez Somoza (Invitado)* (CDV, 2Lic)

18.8 **El Problema de Dirichlet**
*José Villa Morales* (RI, Pos)

18.9 **El Comportamiento Cíclico de los Operadores de Markov Constrictivos**
*César Emilio Villarreal Rodríguez* (CI, Inv)

18.10 **Martingalas, Procesos A.R. de orden uno y un Problema del Clima**
*Lourdes Pérez Amaro* (RT, 2Lic)

18.11 **Tiempos de Ocupación para Procesos de Lévy Refractados**
*José Luis Ángel Pérez Garmendia (Invitado)* (CI, Inv)

18.12 **Una Función Bivariada para medir Dependencia Local**
*Leonardo Daniel Araujo Pacheco* (RT, 2Lic)

18.13 **Estrategias Adaptadas para Juegos Markovianos de Suma Cero**
*Carmen Geraldi Higuera Chan* (RT, Pos)

18.14 **Sistemas de espera modelados mediante juegos simétricos: Análisis de dos colas en paralelo con brincos parciales**
*Tania Sarahi Rivera Pérez* (RT, Pos)

18.15 **Algunos aspectos de la teoría de la información**
*Luis Rincón* (CDV, Pos)

18.16 **Un método de aleatorización aplicada a un problema de reemplazamiento**
*María Selene Georgina Chávez Rodríguez* (RT, Pos)

18.17 **La Conjetura de Correlación Gaussiana**
*Saúl Toscano Palmerín* (RT, 1Lic)

18.18 **Modelos de Wright-Fisher para Poblaciones de Genes**
*Mariana Gleason Freidberg* (RT, 2Lic)

18.19 **n-Cópulas Auto-Similares**
*José María González-Barrios (Invitado)* (CI, 2Lic)

18.20 **La caminata aleatoria asociada y la martingala de Wald**
*Adrian Hinojosa Calleja* (RT, 2Lic)

18.21 **Modelación Matemática de Bonos con Incumplimiento**
*José Benito Díaz Hernández* (RT, Pos)

18.22 **Condiciones Suficientes para la Existencia de Estados Invariantes en el Proceso Cuántico de Exclusión Asimétrica**
*Fernando Guerrero Poblete* (RI, Pos)

Capítulo 2

# Resúmenes

## 18. Probabilidad

### 18.1. Problemas de ruina(CDV, 1Lic)

**María Emilia Caballero Acosta**, mariaemica@gmail.com *(Instituto de Matemáticas UNAM)*
Primero se estudia el problema de la ruina para un juego de volados; esto consiste en obtener la probabilidad de que uno de los jugadores se arruine; este juego se modela con una caminata aleatoria simple. Con técnicas elementales se deducen varias propiedades importantes del modelo del juego de volados y luego se verá que muchas de estas propiedades se preservan para casos mas complicados tales como caminatas aleatorias generales y algunos modelos en tiempo contínuo tales como el proceso de Posson compuesto, el Movimiento Browniano o ciertos procesos de Lévy. Las aplicaciones de estos temas son muy amplias ya que en una gran variedad de problemas es importante saber cuando el fenómeno que se esta modelando se mantiene dentro de cierto rango y cual es la probabilidad de que salga.

### 18.2. Redes de Colas Cíclicas: Estabilidad y Aproximación por medio de Simulación (RI, 2Lic)

**Carlos Ernesto Martínez Rodríguez**, cemroder@gmail.com *(Universidad Autónoma de la Ciudad de México)*
Los Polling Systems o Sistemas de Visitas fueron introducidos por primera vez en 1950, cuando se utilizaron para investigar un problema de la Industria Británica de Algodón relacionada con el problema de los hombres encargados de repararlas máquinas. Los sistemas de visitas han sido aplicados en Comunicaciones de computadoras, robótica, tráfico y transporte, manufactura, producción, distribución de correo, sistema de salud pública, etc. En los sistemas de visitas cíclicas hay casos específicos en los que se han obtenido teoremas de estabilidad y expresiones analíticas para las medidas de desempeño, ver Takagi,Boxma,Boon Mei y Winands. Para algunos casos se tienen aproximaciones numéricas de las medidas de desempeño y para otros se cuenta únicamente con resultados obtenidos por simulación.El objetivo principal de este trabajo es extender los resultados teóricos existentes sobre sistemas de visitas cíclicas para el caso en que el sistema esté conformado por al menos dos sistemas con K colas; además de recurrir a la simulación numérica como herramienta para estudiar la existencia de un estado estacionario y estimar las medidas de desempeño del sistema.

### 18.3. Estimación Cuantitativa de la Estabilidad del Modelo Clásico de Riesgo (con distribución de reclamos exponenciales) (RT, 2Lic)

**Patricia Vázquez Ortega**, patricia.v.ortega@gmail.com *(Universidad Autónoma Metropolitana- Iztapalapa (UAM-I))*
Tomando como referencia a Ross y Kass, presentamos un modelo clásico en Teoría de Riesgo conocido como Modelo de Cramer-Lunderg. Este modelo describe el comportamiento (balance de ingresos y egresos) de parte del capital de una compañía de seguros. El modelo se define como sigue

$$X(t) = x + \gamma t - \sum_{n=1}^{N(t)} X_n, \qquad t \geqslant 0.$$

Análogamente se determina el modelo estocástico que aproximara el modelo de Cramer-Lunberg, dado por

$$\widetilde{X}(t) = x + \gamma t - \sum_{n=1}^{\widetilde{N}(t)} \widetilde{X}_n, \qquad t \geqslant 0.$$

Esencialmente se investiga la diferencia entre los dos modelos mediante una desigualdad entre los capitales de los modelos $X(t)$ y $\widetilde{X}(t)$, haciendo el uso de conocidas métricas probabilísticas.

## 18.4. El semigrupo del movimiento browniano frente al operador laplaciano (CI, Pos)

**Biviana Marcela Suárez Sierra**, `bimasu@cimat.mx` *(Centro de Investigación en Matemáticas (CIMAT))*

Consideremos a $D$ un dominio acotado en $\mathbb{R}^d$ y a los operadores de transición $Q_D(t,x,y)$ del movimiento browniano matado en la frontera cuando éste sale de $D$. Se estudiarán algunas propiedades de este operador como la no negatividad, la continuidad y la simetría. De lo anterior se desprende un nuevo operador $Q_D^t$, que satisface la propiedad de semigrupo y definido positivo. Se establecerá la relación entre el operador antes mencionado con los eigenvalores y eigenfunciones del operador laplaciano $\Delta$. Terminamos con una aplicación en $\mathbb{R}$ en el que se mostrará explícitamente la solución a la ecuación $\frac{1}{2}\Delta\varphi = \lambda\varphi$.

## 18.5. Proceso de Decisión de Markov con Horizonte Aleatorio como un Problema Descontado (CI, Pos)

**María del Rocio Ilhuicatzi-Roldán**, `rocioil@hotmail.com` *(Benemérita Universidad Autónoma de Puebla)*
*Coautor: Hugo Cruz-Suárez*

Se analizan procesos de decisión de Markov con horizonte aleatorio sobre espacios de estados y acciones de Borel y costo por etapa no acotado. Se plantea el problema de control óptimo y se estudia de manera equivalente como un problema descontado con factor de descuento variante en el tiempo. Entonces, la solución óptima es caracterizada a través de programación dinámica. Además se muestra que la función de valor óptimo del problema de control con horizonte aleatorio puede ser acotada por la de un problema descontado con factor de descuento fijo. También se proporcionan algunos ejemplos ilustrativos.

## 18.6. Problemas de control óptimo en sistemas aleatorios (CPI, 2Lic)

**Héctor Jasso Fuentes**, `hjasso@math.cinvestav.mx` *(Departamento de Matemáticas Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional (CINVESTAV-IPN))*

En esta plática se expondrá la teoría básica de los problemas de control óptimo asociados a sistemas aleatorios; particularmente nos enfocaremos a aquellos sistemas que siguen una dinámica markoviana. Complementaremos la exposición mostrando diversas aplicaciones de estos problemas.

## 18.7. Tiempos Locales de Semimartingalas y algunas de sus aplicaciones (CDV, 2Lic)

**Juan Ruíz de Chávez Somoza**, `jrch@xanum.uam.mx` *(Departamento de Matemáticas Universidad Autónoma Metropolitana-Iztapalapa (UAM-I))*

Primero se va a definir los tiempos locales para semimartingalas continuas y ver algunas de sus propiedades. Luego veremos el tiempo local del movimiento browniano y como una aplicación se estdian valores principales asociados a los tiempos locales del movimiento browniano.

## 18.8. El Problema de Dirichlet (RI, Pos)

**José Villa Morales**, `jvilla@correo.uaa.mx` *(Universidad Autónoma de Aguascalientes (UAA))*

Dado $V \subset \mathbb{R}^d$ un conjunto abierto y acotado y una función continua $f : \partial V \to \mathbb{R}$, el Problema de Dirichlet consiste en mostrar que existe una única función continua $h : \overline{V} \to \mathbb{R}$ tal que

$$\begin{aligned} \Delta h(x) &= 0, \quad \forall x \in V, \\ h(x) &= f(x), \quad \forall x \in \partial V. \end{aligned}$$

En esta charla introduciremos una sucesión de variables aleatorias que resultará ser una martingala, esto debido a la propiedad del valor medio de las funciones armónicas. Usando dicha sucesión se dará una representación probabilista de la solución, lo cual conllevará a la unicidad del problema. Por otra parte, veremos que es posible probar la existencia de la solución del problema si imponemos ciertas condiciones (clásicas) de regularidad sobre la frontera de $V$. El teorema de convergencia de martingalas jugará un papel central. Además, presentaremos un ejemplo donde usamos simulación para encontrar la solución, la simulación esta basada en cierta martingala discreta.

## 18.9. El Comportamiento Cíclico de los Operadores de Markov Constrictivos (CI, Inv)

**César Emilio Villarreal Rodríguez**, cesar.villarrealrd@uanl.edu.mx *(Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica, Universidad Autónoma de Nuevo León)*
Sea S un espacio Polaco, y sea $\mathcal{M}_\Sigma$ el espacio de Banach de medidas signadas finitas en la $\Sigma$-álgebra de Borel $\Sigma$ of S. Dado un operador de Markov constrictivo $T : \mathcal{M}_\Sigma \to \mathcal{M}_\Sigma$, usamos la descomposición asintótica periódica de T para determinar el conjunto de distribuciones T-invariantes en $\mathcal{M}_\Sigma$ y el conjunto de distribuciones T-ergódicas. Además se da la relación entre la descomposición asintótica periódica y los ciclos del proceso relativos al operador T.

## 18.10. Martingalas, Procesos A.R. de orden uno y un Problema del Clima (RT, 2Lic)

**Lourdes Pérez Amaro**, lulu_0016@hotmail.com *(Benemérita Universidad Autónoma de Puebla (BUAP))*
*Coautor: Víctor Hugo Vázquez Guevara*
Se presenta la definición de martingala a tiempo discreto y algunos resultados relacionados con este concepto por ejemplo la primera y segunda Ley de los grandes números y el Teorema central de Límite. Además, estos resultados se usaran para estimar de manera eficiente el parámetro desconocido de un proceso auto recursivo de orden uno. Todo esto será aplicado en un problema relacionado con el clima.

## 18.11. Tiempos de Ocupación para Procesos de Lévy Refractados (CI, Inv)

**José Luis Ángel Pérez Garmendia**, jose.perez@itam.mx *(Instituto Tecnológico Autónomo de México (ITAM). Departamento de Estadística)*
Un proceso de Lévy refractado es un un proceso de Lévy cuya dinámica cambia al sustraer una deriva lineal fija siempre que el proceso de agregados este por arriba de un nivel pre-especificado. De manera más precisa, cuando existe, un proceso de Lévy refractado está descrito como la única solución fuerte a la siguiente ecuación diferencial estocástica

$$dU_t = -\delta 1_{\{U_t > b\}} + dX_t,$$

donde $X = \{X_t : t \geqslant 0\}$ es un proceso de Lévy con ley $\mathbb{P}$ y $b, \delta \in \mathbb{R}$, tal que el proceso resultante U pueda visitar la semi-recta $(b, \infty)$ con probabilidad positiva. En esta plática consideraremos el caso en el que X es espectralmente negativo y estableceremos identidades para las siguientes funcionales

$$\int_0^\infty \mathbf{1}_{\{U_t < b\}}\,dt, \quad \int_0^{\rho_a^+} \mathbf{1}_{\{U_t < b\}}\,dt, \quad \int_0^{\rho_c^-} \mathbf{1}_{\{U_t < b\}}\,dt, \quad \int_0^{\rho_a^+ \wedge \rho_c^-} \mathbf{1}_{\{U_t < b\}}\,dt,$$

donde $\rho_a^+ = \inf\{t \geqslant 0 : U_t > a\}$ y $\rho_c^- = \inf\{t \geqslant 0 : U_t < c\}$ for $c < b < a$. Nuestras identidades tienen relevancia en seguros así como en instrumentos financieros del tipo Parisino.

## 18.12. Una Función Bivariada para medir Dependencia Local (RT, 2Lic)

**Leonardo Daniel Araujo Pacheco**, leonardoarauj58@hotmail.com *(Universidad Autónoma de Yucatán (UADY), Facultad de Matemáticas)*
*Coautor: José Luis Batún Cutz*
La independencia de variables aleatorias es uno de los conceptos fundamentales de la teoría matemática de la probabilidad. Sin embargo, aún cuando este tema ha sido muy estudiado, dos o más variables no siempre cumplen ser independientes. La dependencia o asociación entre variables se presenta frecuentemente en fenómenos metereológicos, en geofísica, en aspectos médicos o sociales, así como en finanzas, teoría del riesgo y ciencias actuariales. Por ejemplo, en muchos estudios (epidemiológicos, demográficos, entre otros) es de interés medir la asociación entre dos o más tiempos de vida. La dependencia entre variables a menudo varía según regiones de los posibles valores de las mismas. Se presenta una medida local de dependencia entre dos variables aleatorias continuas X e Y. Denotaremos a esta función por $\mathfrak{L}_{X,Y}$, la cual está basada en probabilidades condicionales. Se presenta su interpretación, propiedades, ejemplos y la relación existente que tiene con la medida de Sibuya $\Lambda$. Se propone un estimador no paramétrico $\mathfrak{L}_{X,Y,n}$ basado en funciones de supervivencia empíricas bivariada y marginales. También se presentan algunas propiedades asintóticas del estimador.

## 18.13. Estrategias Adaptadas para Juegos Markovianos de Suma Cero (RT, Pos)

**Carmen Geraldi Higuera Chan**, carhiguera1@gmail.com *(Departamento de Matemáticas Universidad de Sonora (UNISON))*

*Coautor: Jesús Adolfo Minjárez Sosa*
En términos generales, un juego suma cero consiste en lo siguiente. Se tienen dos jugadores con objetivos opuestos. En el tiempo $t$, supongamos queel estado del juego es $x_t = x$, entonces independientemente cada jugador elige una acción o control $a_t$ y $b_t$, respectivamente, de determinado conjunto, y sucede lo siguiente:

1) El jugador 1 recibe un pago $r(x, a, b)$ del jugador 2, es decir, $\%r(x, a, b)$ representa la ganancia para el jugador 1 y el costo para el jugador 2.
2) El juego se mueve a nuevo estado $x_{t+1} = x'$ de acuerdo a una determinada distribución de probabilidad.
3) Una vez en el estado $x'$ el proceso se repite.

Los jugadores seleccionan sus acciones mediante reglas conocidas como estrategias de control , y el pago se acumula durante la evolución del juego a tiempo discreto considerando el criterio de optimalidad descontado y el de pago promedio por etapa. Por lo tanto, el objetivo del jugador 1 es determinar estrategias para maximizar su ganancia, mientras que las estrategias del jugador 2 estarían dirigidas a minimizar su costo. Una clase particular de juegos suma cero se tiene cuando la evolución en el tiempo es modelada por medio de ecuaciones en diferencia de la forma

$$x_{t+1} = F(x_t, a_t, b_t, \xi_t), \quad t = 0, 1, ...., \tag{2.1}$$

donde F es una función conocida y $\{\xi_t\}$ es unasucesión de variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas, llamado proceso de perturbación, con densidad común $\%\rho$. En este caso la distribución de probabilidad que representa laley de transición entre los estados la determina la densidad $\rho$ junto con la función F. El objetivo principal es establecer condiciones para la existencia de estrategias óptimas para los jugadores tanto para el criterio de optimalidad descontado como para el criterio de optimalidad promedio cuando los espacios de estados y de acciones de ambos jugadores son de Borel, y el pago es posiblemente no acotado. Además, en el contexto de los juegos del tipo (2.1) construiremos estrategias (casi) óptimas en el caso descontado y óptimas en el caso promedio cuando la densidad $\rho$ es desconocida por los jugadores. La metodología que se usa para el estudio de estos problemas es la siguiente. Primeramente estudiamos el criterio descontado con horizonte finito N. Luego, a partir de estos resultados, analizamos el problema con horizonte infinito haciendo $N \to \infty$. Además, el criterio de optimalidad promedio se estudia aplicando el método de *factor de descuento desvaneciente*, es decir, como límite del caso descontado. Por otro lado, en el problema, tanto para el caso descontado como para el promedio, cuando la densidad $\rho$ es desconocida, construimos para cada jugador un estimador estadístico de la densidad. Entonces la decisión de cada jugador es adaptada a la correspondiente estimación para determinar sus estrategias. La estrategias que combinan estimación y control se les conocen como *estrategias adaptadas*.

## 18.14. Sistemas de espera modelados mediante juegos simétricos: Análisis de dos colas en paralelo con brincos parciales (RT, Pos)

**Tania Sarahi Rivera Pérez**, tanys.sarahi@gmail.com *(Universidad Autónoma Metropolitana Unidad Iztapalapa (UAM-I))*
Una cola se produce cuando la demanda de un servicio por parte de los clientes excede la capacidad del servicio. En tales casos, debe ser posible formular una estrategia para los clientes a seguir con el fin de reducir el tiempo de permanencia en el sistema.
La estrategia estudiada en este trabajo son las maniobras. Este tipo de maniobras puede ser descrito como el "brinco" de un cliente en espera de una cola a otra.
Se considera un sistema de colas con dos líneas de espera en paralelo, con la estrategia "brinco". Cada cliente se mueve desde la línea mas larga a la línea mas corta si la diferencia en la longitud de las dos colas es mayor o igual que N, para algún valor prescrito N. Suponemos que los arribos son un Proceso de Poisson con tasa de arribo $\lambda$ y los tiempo de servicio tienen distribución exponencial con tasas de servicio $\mu_1$ y $\mu_2$. Si la longitud de la cola no son iguales, entonces una llegada de un cliente se une a la línea mas corta. Si la longitud de las colas son iguales, una llegada de un cliente se une a cualquiera de las dos con probabilidad 0.5.
Así, denotamos $N_1(t)$ y $N_2(t)$ las variables aleatorias estacionarias que describen el número de clientes al tiempo $t$ respectivamente en la línea 1 y 2. Entonces $\{N_1(t), N_2(t), t \geqslant 0\}$ es un proceso Markoviano. Denotamos la probabilidad estacionaria por

$$\pi_{i,j} = P\{N_1 = i, N_2 = j\} = \lim_{t \longrightarrow \infty} P\{N_1(t) = i, N_2(t) = j\}, \quad (i, j) \in \Omega$$

Donde $\pi_{i,j}$ denota que $i$ clientes están en una línea 1 y $j$ clientes están en la línea 2. Estos números incluyen a los clientes en servicio. En este trabajo se muestra explícitamente la expresión de la distribución estacionaria para esta estrategia.

## 18.15. Algunos aspectos de la teoría de la informaciónón (CDV, Pos)

**Luis Rincón**, lars@ciencias.unam.mx *(Facultad de Ciencias (UNAM))*
La teoría de la información está íntimamente relacionada con la teoría de la probabilidad y tuvo como sus orígenes el estudiar problemas relacionados con el envío (transmisión o almacenamiento)de información sobre canales de comunicación. Dos de esos problemas fundamentales son: la compresión óptima de la información y la tasa de transmisión óptima en un canal de comunicación. En esta plática explicaremos estos problemas clásicos junto con la solución dada por C. Shannon y mencionaremos además otros aspectos y aplicaciones más recientes de esta teoría.

## 18.16. Un método de aleatorización aplicada a un problema de reemplazamiento (RT, Pos)

**María Selene Georgina Chávez Rodríguez**, nagiroge@hotmail.com *(Benemérita Universidad Autónoma de Puebla (BUAP))*
*Coautor: Hugo Adán Cruz Suárez*
En la plática se analizará un problema de reemplazamiento de máquinas, el cual será estudiado mediante la teoría de Procesos de Decisión de Markov (PDMs). El problema se resolverá usando la técnica de Programación Dinámica y será a través de esta técnica que se mostrarán los problemas que se tienen con las dimensiones de ciertas componentes del modelo. Posteriormente, se presentará un procedimiento para remediar las problemáticas de la dimensionalidad, el cual se encuentra basada en un método de aleatorización.

## 18.17. La Conjetura de Correlación Gaussiana (RT, 1Lic)

**Saúl Toscano Palmerín**, toscano.saul@gmail.com *(Universidad de Guanajuato (UG). Departamento de Matemáticas.)*
Se explicará la formulación de la conjetura en $R^n$, y se analizará la demostración cuando n=2,1; que son los únicos casos en que la conjetura ha sido demostrada. Para entender la conjetura se explicará la definición de la distribución normal multivariante, y se verán algunas propiedades de la misma. Enseguida, se explicará la conjetura. En el siguiente apartado de la exposición se expondrán propiedades de las funciones casi-cóncavas y log-cóncavas, asimismo se verán algunos ejemplos. Dichas funciones son esenciales para la demostración de la conjetura. Al final de la exposición se expondrán dos teoremas esenciales. La demostración de la conjetura se obtendrá como corolario de los dos teoremas.

## 18.18. Modelos de Wright-Fisher para Poblaciones de Genes (RT, 2Lic)

**Mariana Gleason Freidberg**, mar.freig@gmail.com *(Facultad de Ciencias Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM))*
Los modelos de Wright-Fisher modelan la forma en la que las poblaciones con varios tipos de individuos se desarrollan a lo largo del tiempo en cuestión de cantidad de individuos de cada tipo. Sobre el modelo actúan 2 parámetros inherentes a la población, la probabilidad de que un individuo mute de un tipo a otro, y las probabilidades de supervivencia. En la variante más sencilla del modelo hay únicamente dos tipos de individuos, no hay mutación de un tipo a otro, y las probabilidades de supervivencia son las mismas para todos. En éste caso, la cantidad de individuos de uno de los tipos puede ser representada por una cadena de Markov con probabilidades de transición dadas por una variable aleatoria Multinomial(N,p) donde N es el tamaño de la población y p es la proporción de individuos que son del tipo que nos interesa. Esta cadena tiene dos estados absorbentes, el 0 donde la población ya no tiene individuos del tipo escogido, y el estado N donde todos los individuos son del tipo escogido. Podemos calcular sus probabilidades de absorción, y se conoce una muy buena aproximación el tiempo esperado de absorción, lo cual representa de forma aproximada en cuantas generaciones la población será de un solo tipo. En términos biológicos, este modelo representa la deriva genética. Todas las demás variantes, que surgen agregando la mutación y/o haciendo que no todos los individuos tengan las mismas probabilidades de supervivencia, también se pueden representar mediante cadenas de Markov, y se les puede calcular aproximaciones a sus probabilidades de absorción o distribuciones estacionarias. Un dato curioso es que el modelo donde la mutación ocurre antes que la selección es completamente distinto del modelo donde la selección ocurre antes que la mutación, sin embargo, la cadena de Markov que representa al primer modelo, se puede obtener a partir de la cadena de Markov del segundo modelo modificando sus parámetros de mutación y supervivencia.

## 18.19. n-Cópulas Auto-Similares (CI, 2Lic)

**José María González-Barrios**, gonzaba@sigma.iimas.unam.mx *(IIMAS, UNAM, Departamento de Probabilidad y Estadística.)*

En esta plática damos una construcción de las llamadas cópulas auto-similares, y damos una extensión de esta construcción para dimensiones $n$ mayores o iguales a tres. Como consecuencia se construyen muchas cópulas con medidas que son singulares con respecto a la medida de Lebesgue.

## 18.20. La caminata aleatoria asociada y la martingala de Wald (RT, 2Lic)

**Adrian Hinojosa Calleja**, hinojosa.a@gmail.com *(Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM))*

Dada $S_n = \sum X_{i=1}^{n}$ una caminata aleatoria tal que $E(X_i) > 0$ en algunos casos podemos relacionarla con una caminata aleatoria $S_n^{'} = \sum Y_{i=1}^{n}$ con $E(Y_i) < 0$: la caminata aleatoria asociada. También podemos definir la martingala de Wald como $V_n = e^{-\theta S_n}$, donde $\theta$ se obtiene a través de la transformada de Laplace de $S_n$. En la ponencia estudiaremos algunas propiedades de estos conceptos y posiblemente una aplicación a la teoría de colas.

## 18.21. Modelación Matemática de Bonos con Incumplimiento (RT, Pos)

**José Benito Díaz Hernández**, benito_dh1@hotmail.com *(Universidad Autónoma Metropolitana (UAM))*

El objetivo principal de este trabajo es comparar el desempeño de los modelos estructurales contra los modelos reducidos o de intensidad para valuar bonos corporativos con incumplimiento. Entre los modelos estructurales se seleccionó el modelo de Merton con tasas de interés estocásticas y el modelo de Black y Cox que propone que el incumplimiento ocurrirá tan pronto como el valor de los activos de la empresa caiga por debajo de un umbral determinado. Para ambos modelos se calcula la probabilidad de incumplimiento de la deuda a corto plazo y el diferencial entre la tasa del bono corporativo y la tasa corta. Estos resultados se contrastan con los que se obtienen al utilizar los modelos de intensidad donde la principal dificultad se presenta al estimar los parámetros para modelar la tasa de incumplimiento o hazard rate. En este trabajo, dichos parámetros se estiman a partir de datos de Standard & Poors. Así mismo, se presenta resultados numéricos con datos reales de las empresas Bimbo y Cemex.

## 18.22. Condiciones Suficientes para la Existencia de Estados Invariantes en el Proceso Cuántico de Exclusión Asimétrica (RI, Pos)

**Fernando Guerrero Poblete**, poblete22@hotmail.com *(Universidad Autónoma Metropolitana (UAM) Campus Iztapalapa)*

*Coautor: Julio César García Corte*

En el trabajo de investigación, encontramos condiciones suficientes para la existencia de estados invariantes para el semigrupo cuántico de exclusión asimétrica; la necesidad de que el estado sea diagonal así como la relación que se guarda entre los valores propios del estado. Analizamos el caso de una partícula y proponemos una fórmula para el caso general. Es de notar que restringido al álgebra diagonal, este semigrupo coincide con el de un proceso markoviano de salto.

# Índice de expositores