### Capítulo 1

### Tabla de horarios

Geometría Algebraica pág. 3						
Hora	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes	
9:00-9:50		11.4	11.10	11.14		
10:00-10:20	Inauguración	11.5	11.11			
10:20-10:40		11.6	11.12	11.15		
10:40-11:00	PLENARIA	11.7				
11:00-11:30	1	Café				
11:40-12:00	Traslado					
12:00-12:50	11.1	11.8	11.13	11.16		
12:50-13:00	Traslado					
13:00-13:30	11.2	PLENARIA	PLENARIA	PLENARIA	PLENARIA	
13:30-13:50		2	3	4	5	
14:00-16:30	COMIDA			COMIDA		
16:40-17:00						
17:00-17:20	11.3	11.9				
17:20-17:40						
17:40-18:10	Café		Tarde Libre	Café		
18:10-18:30				PLENARIA	PLENARIA	
18:30-18:50				8	9	
18:50-19:00	Traslado			HOMENAJE	Traslado	
19:00-19:50	PLENARIA 6	PLENARIA 7		JORGE	Asamblea	
19:50-20:50	HOMENAJE	HOMENAJE		IZE	General	
20:50-21:00	ERNESTO	FRANCISCO			Traslado	
21:00-21:50	LACOMBA	RAGGI			Clausura	
Salón I5						

### 11.1 Geometría de residuos

Jesús Muciño Raymundo (Invitado) (CPI, 2Lic)

- 11.2 Mapeos racionales del espacio proyectivo José Antonio Vargas Mendoza (Invitado) (CI, Pos)
- 11.3 Geometría Algebraica a través de ejemplos Enrique Javier Elizondo Huerta (CDV, 2Lic)
- 11.4 La función zeta motívica Carlos Ariel Pompeyo Gutiérrez (CI, Pos)
- 11.5 Funciones Zeta de Polinomios de Laurent Sobre Alberto León Kushner Schnur (CI, Pos) Cuerpos p-ádicos

Edwin León Cardenal (CI, Pos) 11.6 Funciones de Weil y métricas Miriam Bocardo Gaspar (RT, Pos)

11.7 Estudio y desarrollo de problemas de Geometría moderna y el uso de software dinámico

Alma Rosa Méndez Gordillo (RT, 2Lic)

- 11.8 Como utilizar el algebra para descubrir la geometría Xavier Gómez Mont (Invitado) (CPI, 1Lic)
- 11.9 Discriminantes y maple

11.10 **Códigos detectores y correctores de errores** *Daniel Bush Maisner (Invitado)* (CDV, 1Lic)

11.11 Una Nueva Construcción Geométrica de Códigos Algebraico Geométricos

Brenda Leticia De La Rosa Navarro (RI, Pos)

11.12 Clasificación de los subesquemas cerrados de esquemas vía el concepto de las gavillas casi coherentes Juan Bosco Frías Medina (RT, Pos)

11.13 El Anillo de Cox de las superficies Proyectivas Racionales

Mustapha Lahyane (Invitado) (CI, Inv)

11.14 De la conjugación de matrices a la construcción de cocientes algebraicos

Claudia Reynoso Alcántara (CPI, 2Lic)

11.15 Ciclos algebraicos sobre variedades abelianas de dimensión 4

Russell Aarón Quiñones Estrella (CI, Pos)

11.16 De las curvas a las superficies

Alexis Miguel García Zamora (Invitado) (CPI, 2Lic)

1-formas meromorfas.

### Capítulo 2

### Resúmenes

### 11. Geometría Algebraica

### 11.1. Geometría de residuos (CPI, 2Lic)

Jesús Muciño Raymundo, muciray@matmor.unam.mx (Centro de Ciencias Matemáticas (UNAM))
Gracias a los trabajos de Abel, Riemann, Jacobi, Torelli; los periodos de una superficie de Riemann o curva algebraica (integrales de 1—formas holomorfas) describen a la curva sin ambigüedad alguna. Mostramos que se puede esperar para

### 11.2. Mapeos racionales del espacio proyectivo (CI. Pos)

José Antonio Vargas Mendoza, javargas1@excite.com (Instituto Politécnico Nacional (IPN)CIIDIR-OAXACA) We construct rational maps of  $\mathbb{P}^n$  which have a prescribed variety as a component of its fixed point set. Our methods are focused on associated matrices of forms of constant degree; and the "triple action of  $G = PGL_{n+1}$  on them". We include a complete classification of these maps and matrices for the case of the smooth conic curve in  $\mathbb{P}^2$ ; and we also study the dynamical systems obtained by the iteration of these maps. We obtain invariants and canonical forms for the orbits of our matrices (modulo some syzygies) and also for the orbits of their associated maps underconjugation by G.

### 11.3. Geometría Algebraica a través de ejemplos (CDV, 2Lic)

Enrique Javier Elizondo Huerta, javier@math.unam.mx (Instituto de Matemáticas, UNAM)

En esta plática se verán, a través de ejemplos, algunos de los problemas que se investigan en geometría algebraica. Pretende responder en forma parcial la pregunta ¿qué es geometría algebraica? Es una plática dirigida a estudiantes de la carrera de matemáticas y solo se requiere un poco de álgebra. También es para profesores e investigadores interesados pero que trabajan en otras áreas de matemáticas.

#### 11.4. La función zeta motívica (CI, Pos)

Carlos Ariel Pompeyo Gutiérrez, cariem200x@gmail.com (Mathematics Department Texas A&M University (TAMU)) Supongamos que  $k=\mathbb{F}_q$  es un campo finito con q elementos;  $k_r=\mathbb{F}_{q^r}$  es una extensión finita de k y denotemos por  $\bar{k}$  a una cerradura algebraica de k. Para una variedad algebraica X definida sobre k, la función zeta de Hasse-Weil se define como

$$Z(X,t) = \exp\left(\sum_{r=1}^{\infty} N_r \frac{t^r}{r}\right) \; ;$$

donde  $N_r$  es el número de puntos  $k_r$ -racionales de  $\bar{X}:=X\times_k \bar{k}$ . Por definición, Z(X,t) es una serie formal de potencias con coeficientes racionales. Usando potencias simétricas de la variedad X, la función zeta de Hasse-Weil puede reescribirse como

$$Z(X,t) = \sum_{r=0}^{\infty} \# \text{Sym}^r(X)(k)t^r \ .$$

Esta última expresión permitió a Kapranov generalizar dicha función zeta en el contexto del anillo de variedades algebraicas definidas sobre un campo F,  $K_0(Var(F))$ , proponiendo la función zeta

$$Z_{\mu}(X,t) = \sum_{r=0}^{\infty} \mu[\text{Sym}^r(X)]t^r \ ; \label{eq:Zmu}$$

donde  $\mu: K_0(Var(F)) \to R$  es un homomorfismo arbitrario de anillos. Cuando  $F = \mathbb{Q}$ , se puede reducir X módulo un primo p y contar los puntos en  $\mathbb{F}_p$  de la reducción; en este caso, la función zeta de Kapranov se especializa a la función zeta de

Hasse-Weil de la reducción, por lo tanto puede considerarse como una interpolación de las funciones zeta de Hasse-Weil cuando p varía. Si M es un motivo sobre k (con coeficientes racionales), la función zeta motívica

$$Z_{\text{mot}}(M,t) = \sum_{r=0}^{\infty} [Sym^r(M)]t^r \in K_0(M_{Rat}(F))[[t]]$$

se introduce para tratar de solucionar algunos problemas de racionalidad que tiene la función zeta de Kapranov. Se cree, por ejemplo, que  $Z_{mot}(M,t)$  es racional para todo M que provenga de una una variedad lisa. En esta plática presentaremos con más detalle estas construcciones y discutiremos el estado de la conjetura de racionalidad de la función zeta motívica.

### 11.5. Funciones Zeta de Polinomios de Laurent Sobre Cuerpos p-ádicos (CI, Pos)

**Edwin León Cardenal**, eleon@math.cinvestav.mx (Centro de Investigación y Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional)

En esta charla introducimos un nuevo tipo de funciones zeta locales para polinomios de Laurent en dos variables sobre cuerpos p-ádicos. Sea K un cuerpo p-ádico y sea  $f(x_1,x_2) \in K[x_1,x_2,x_1^{-1},x_2^{-1}]$ . Sea  $\Phi$  una función de Bruhat-Schwartz, y tomemos  $\omega$  un homomorfismo continuo de  $K^{\times}$  en  $\mathbb{C}^{\times}$ . A estos datos podemos asociar la siguiente función zeta local:

$$Z_{\Phi}\left(\omega,f\right):=Z_{\Phi}\left(s,\chi,f\right)=\int\limits_{T^{2}\left(K\right)}\Phi\left(x\right)\omega\left(f\left(x\right)\right)\left|dx\right|,$$

donde  $T^2(K)$  es el toro 2—dimensional y |dx| es la medida de Haar normalizada de  $K^2$ . Usando resolución tórica de singularidades mostramos la existencia de una continuación meromórfica para  $Z_{\Phi}\left(\omega,f\right)$  como función racional de  $q^{-s}$ . En contraste con las clásicas funciones zeta de Igusa [2], la continuación meromórfica de  $Z_{\Phi}\left(\omega,f\right)$  tiene polos con partes reales positivas y negativas. Estas funciones zeta controlan el comportamiento asintótico de ciertas integrales oscilatorias del tipo

$$\mathsf{E}_{\Phi}\left(z,\mathsf{f}\right) = \int\limits_{\left(\mathbb{Q}_{\mathsf{p}}^{\times}\right)^{2}} \Phi\left(x_{1},x_{2}\right) \Psi\left(z\mathsf{f}\left(x_{1},x_{2}\right)\right) \mathrm{d}x_{1} \wedge \mathrm{d}x_{2},$$

donde  $\Psi$  es un carácter aditivo fijo de  $\mathbb{Q}_p$ ,  $z=\mathfrak{u}p^{-\mathfrak{m}}$ , con  $\mathfrak{u}\in\mathbb{Z}_p^\times$ ,  $y\mathfrak{m}\in\mathbb{Z}$ . Un caso particular de estas integrales oscilatorias son las sumas exponenciales

$$S_{\mathfrak{m}} = \sum_{(x_1,x_2) \in (\mathbb{Z}^{\times}/\mathfrak{p}^{\mathfrak{m}}\mathbb{Z}) \times (\mathbb{Z}/\mathfrak{p}^{\mathfrak{m}}\mathbb{Z})} e^{\frac{2\pi \mathfrak{i}}{\mathfrak{p}^{\mathfrak{m}}}(f(x_1,x_2))}.$$

Esta charla es fruto del trabajo conjunto con el Dr. Wilson Zúñiga, ver [6]. Bibliografía: [1] Denef J., Sperber S., Exponential sums mod p<sup>n</sup> and Newton polyhedra. A tribute to Maurice Boffa. Bull. Belg. Math. Soc. Simon Stevin 2001, suppl., 55–63. [2] IGUSA J.–I., An Introduction to the Theory of Local Zeta Functions. AMS/IP Studies in Advanced Mathematics vol. 14, Amer. Math. Soc., Providence, RI, 2000. [3] KHOVANSKII A. G., Newton polyhedra (resolution of singularities). (Russian) Current problems in mathematics, Vol. 22, 207–239, Itogi Nauki i Tekhniki, Akad. Nauk SSSR, Vsesoyuz. Inst. Nauchn. i Tekhn.Inform., Moscow, 1983. [4] VARCHENKO A., Newton polyhedra and estimation of oscillating integrals. Funct. Anal. Appl. 10 (1976), 175-196. [5] ZÚÑIGA-GALINDO W.A., Local zeta functions and Newton polyhedra. Nagoya Math J. 172 (2003), 31-58. [6] León-Cardenal E. & ZÚÑIGA-Galindo W.A., Zeta Functions for Non-degenerate Laurent Polynomials in Two Variables Over p-adic Fields. Preprint, 2012.

### 11.6. Funciones de Weil y métricas (RT, Pos)

Miriam Bocardo Gaspar, miriam.bocardo@gmail.com (Unidad Académica de Matemáticas (UAM))

Dada una variedad algebraica sobre un campo algebraicamente cerrado, definiremos los conceptos de divisor de Cartier y sus funciones de Weil asociadas. Demostraremos que existe una biyección entre las funciones de Weil asociadas a un divisor de Cartier D y las métricas sobre el haz invertible asociado a D  $O_X(D)$ .

## 11.7. Estudio y desarrollo de problemas de Geometría moderna y el uso de software dinámico (RT, 2Lic)

Alma Rosa Méndez Gordillo, almarosa9@gmail.com (Facultad de Ciencias Físico Matemáticas de la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo (UMSNH))

El caso del Teorema de Feuerbach. El estudio de los contenidos de la Geometría moderna es importante para los estudiantes de las Facultades de Matemáticas, ya que involucra nociones, conceptos y procedimientos que permiten profundizar en su estudio y resolver diversos tipos de problemas complejos; como es el caso de Teorema de Feuerbach, el cual asegura que en cualquier triángulo, la Circunferencia de los nueve puntos es tangente a su circunferencia inscrita y cada una de sus circunferencias excritas, lo cual no resulta obvio. Quizás, la incorporación del software dinámico pueda ayudar a entender su enunciado y proporcione pistas para la demostración. Además, la función formativa de la geometría ha sido esencial en el desarrollo personal de profesionales de las matemáticas y en general, de toda persona educada, pues presenta valores insustituibles que Thom (1973) resume en tres puntos: 1) La geometría proporciona uno o más puntos de vista en casi todas las áreas de las matemáticas; 2) Las interpretaciones geométricas continúan proporcionando visiones directoras del entendimiento intuitivo y avances en la mayoría de las áreas de las matemáticas; y 3) Las técnicas geométricas proporcionan herramientas eficaces para resolver problemas en casi todas las áreas de las Matemáticas. Al respecto, el modelo de razonamiento de los van Hiele (1986) indica que el razonamiento geométrico de los estudiantes puede evolucionar desde las nociones más intuitivas a otros niveles. Dicha teoría establece cinco Niveles de razonamiento. En el Nivel 1 el estudiante percibe los objetos como unidades, describe semejanzas y diferencias globales, pero no reconoce sus componentes y propiedades. En el Nivel 2 el estudiante percibe los objetos con sus partes y propiedades aunque no identifica las relaciones entre ellas; describe los objetos de manera informal pero no es capaz de hacer clasificaciones lógicas; hace deducciones informales a partir de la experimentación. En el Nivel 3 el estudiante realiza clasificaciones lógicas de los objetos, describe las figuras de manera formal, comprende los pasos individuales de un razonamiento lógico, pero no es capaz de formalizar estos pasos, no comprende la estructura axiomática de las matemáticas. En el Nivel 4 el estudiante es capaz de realizar razonamientos lógicos formales, comprende la estructura axiomática de las matemáticas y acepta la posibilidad de llegar a un mismo resultado desde distintas premisas. El modelo señala la existencia de un Nivel 5, cuya característica básica es la capacidad para manejar, analizar y comparar diferentes geometrías; sin embargo, existe el reconocimiento que este nivel sólo se encuentra al alcance de algunos matemáticos profesionales y de ciertos estudiantes muy adelantados de las facultades de matemáticas. En esta tesis se estudian cuatro teoremas representativos de la Geometría moderna: a) Teorema de la Circunferencia de los nueve puntos; b) Teorema del eje radical de la circunferencia inscrita y excrita en un triángulo; c) Teorema de Feuerbach; y d) Teorema de la Celda de Peaucellier. Aquíse presenta el Teorema de Feuerbach, se desarrolla su demostración destacando las estrategias heurísticas utilizadas, y se comentan las ventajas de contar con una herramienta como el software dinámico, que permite visualizar dinámicamente los enunciados de los problemas y teoremas, asícomo su contribución al entendimiento y solución de los problemas.

### 11.8. Como utilizar el algebra para descubrir la geometría (CPI, 1Lic)

Xavier Gómez Mont, gmont@cimat.mx (Centro de Investigación en Matemáticas (CIMAT))

Dada una función f:Rn->R, queremos entender como las fibras de la función obtenidas al igualar su valor a una constante, f=c, va cambiando al mover la constante c (en el caso de  $x^2+y^2+z^2$ ) veríamos esferas, que solo cambian el tipo topológico al pasar por el 0, pues pasa de vacio a esferas atraves de un punto. Las derivadas parciales de f juegan un papel sustantivo en entender este fenómeno, y describiré algunos métodos que he desarrollado con mi alumnos para entender esta relación entre el algebra y la geometría.

### 11.9. Discriminantes y maple (CI, Pos)

Alberto León Kushner Schnur, kushner@servidor.unam.mx (Facultad de Ciencias Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM))

En este trabajo se estudian los discriminantes de las cúbicas, cuárticas, quinticas y séxticas. En los primeros dos casos, se resuelve el problema totalmente. En el caso de las quinticas y sexticas, se dan ejemplos del conjunto singular, incluyendo ejemplos numéricos.

### 11.10. Códigos detectores y correctores de errores (CDV, 1Lic)

Daniel Bush Maisner, maisner@gmail.com (Universidad Autónoma de la Ciudad de México (UACM))

En la plática se presentará una introducción a la teoría de códigos finalizando con la presentación de algunas de las aplicaciones de la geometría algebraica a este área.

### 11.11. Una Nueva Construcción Geométrica de Códigos Algebraico Geométricos (RI, Pos)

Brenda Leticia De La Rosa Navarro, brenda@ifm.umich.mx (Instituto de Física y Matemáticas (IFM) de la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo (UMSNH))

El presente trabajo de investigación consiste en aplicar las técnicas de la geometría algebraica a la construcción de códigos algebraico geométricos con buenos parámetros, mediante la utilización de las geometrías de superficies racionales proyectivas lisas, que mejoren los ya existentes. Como los códigos algebraico geométricos constituyen una subfamilia de códigos lineales, daré algunas nociones necesarias para el estudio de estos.

# 11.12. Clasificación de los subesquemas cerrados de esquemas vía el concepto de las gavillas casi coherentes (RT, Pos)

Juan Bosco Frías Medina, boscof@ifm.umich.mx (Posgrado Conjunto en Ciencias Matemáticas UNAM-UMSNH (PCCM UNAM-UMSNH))

El objetivo de esta plática es realizar la clasificación de los subesquemas cerrados de un esquema, para ello, utilizaremos algunos resultados sobre las gavillas casi coherentes.

### 11.13. El Anillo de Cox de las superficies Proyectivas Racionales (CI, Inv)

Mustapha Lahyane, lahyane@ifm.umich.mx (Instituto de Física y Matemáticas (IFM) Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo (UMSNH))

El objetivo principal del seminario es de caracterizar las superficies proyectivas racionales algebraicamente y geométricamente. El campo base de nuestras superficies es algebraicamente cerrado de cualquiera característica.

### 11.14. De la conjugación de matrices a la construcción de cocientes algebraicos (CPI, 2Lic)

Claudia Reynoso Alcántara, claudiagto@gmail.com (Departamento de Matemáticas, Universidad de Guanajuato) Una de las principales tareas de la matemática es clasificar objetos; una manera de hacerlo es construyendo espacios que parametricen los objetos que se desea clasificar salvo relaciones de equivalencia. El objetivo de esta plática es, a través de la conjugación de matrices, introducir al oyente a la Teoría Geométrica de Invariantes (en inglés GIT). El resultado principal de esta teoría nos dice que, bajo ciertas condiciones, es posible construir espacios con buenas propiedades algebraicas que parametrizan objetos propios de la geometría algebraica.

### 11.15. Ciclos algebraicos sobre variedades abelianas de dimensión 4 (CI, Pos)

Russell Aarón Quiñones Estrella, rusell.quinones@unach.mx (Universidad Autónoma de Chiapas (UNACH)) En la plática se dará la construcción de elemento no trivial en el grupo de Griffiths superior  $\operatorname{Griff}^{3,2}(A^4)$ , donde  $A^4$  representa una variedad abeliana compleja genérica de dimensión 4. La idea esencial es utilizar el hecho que  $A^4$  puede ser realizada como una variedad de Prym generalizada la cual contiene de manera natural algunas curvas, i.e. ciclos de dimensión 1.

### 11.16. De las curvas a las superficies (CPI, 2Lic)

Alexis Miguel García Zamora, alexiszamora06@gmail.com (Universidad Autónoma de Zacatecas (UAZ))
En esta plática panorámica explicaremos la clasificación decurvas algebraicas de acuerdo al comportamiento del divisor canónico. Luego veremos la generalización de este procedimiento para el caso de superficies y cuáles son las dificultades que aparecen en este caso.

# Índice de expositores

${f B}_{f Bocardo~Gaspar~Miriam}_{11.64}$	Q Quiñones Estrella Russell Aarón 11.15
D	$\mathbf{R}$
De La Rosa Navarro Brenda Leticia 11.116	Reynoso Alcántara Claudia           11.14
$\mathbf{E}$	$\mathbf{V}$
Elizondo Huerta Enrique Javier 11.33	Vargas Mendoza José Antonio 11.23
$\mathbf{F}$	
Frías Medina Juan Bosco 11.126	
$\mathbf{G}$	
García Zamora Alexis Miguel 11.166	
Gómez Mont Xavier 11.8	
K	
Kushner Schnur Alberto León	
11.95	
${f L}$	
Lahyane Mustapha 11.136	
León Cardenal Edwin	
11.54	
$\mathbf{M}$	
Maisner Daniel Bush	
11.10	
$11.7.\ldots$	
Muciño Raymundo Jesús           11.1	
P	
Pompeyo Gutiérrez Carlos Ariel	

Índice de expositores 7