UNIVERSIDAD DE CONCEPCIÓN
FACULTAD DE INGENIERÍA AGRÍCOLA
DEPARTAMENTO DE AGROINDUSTRIAS

Listado 6: Integrales impropias
CÁLCULO II

1. Estudie la convergencia de las siguientes integrales:

   a) $\displaystyle\int_3^4 \frac{1}{\sqrt[3]{x-3}}\,dx$

   b) $\displaystyle\int_1^2 \frac{1}{x\ln(x)}\,dx$

   c) **(P)** $\displaystyle\int_3^4 \frac{1}{(x-4)^2}\,dx$

   d) $\displaystyle\int_0^1 \frac{1}{(1-x)^2}\,dx$

2. Usando el Teorema Criterio de Comparación directa, estudie la convergencia de las siguientes integrales:

   a) $\displaystyle\int_1^5 \frac{1}{\sqrt{x^4-1}}\,dx$

   b) **(P)** $\displaystyle\int_3^6 \frac{\ln(x)}{(x-3)^4}\,dx$

   c) **(P)** $\displaystyle\int_1^\infty \frac{1}{e^x+x^2}\,dx$

   d) $\displaystyle\int_1^\infty \frac{1}{xe^x}\,dx$

   e) $\displaystyle\int_1^\infty \frac{1}{\sqrt{x^3+1}}\,dx$

   f) $\displaystyle\int_3^\infty \frac{1}{\sqrt[5]{x^2-x-3}}\,dx$

3. Usando el Teorema Criterio de Comparación al Límite, estudie la convergencia de las siguientes integrales:

   a) **(P)** $\displaystyle\int_1^\infty \frac{x+1}{x^3+4}\,dx$ *b)* $\displaystyle\int_0^{\pi/4} \frac{\sin(x)}{x^2}dx$ *c)* $\displaystyle\int_1^\infty \frac{3}{e^x+5}dx$ *d)* $\displaystyle\int_1^\infty \frac{1}{e^x+1}\,dx$

4. Muchas integrales se pueden calcular haciendo uso de la Función Gamma. Por ejemplo, se puede probar que:

   - $\displaystyle\int_0^{\pi/2} \sin^{2m-1}(\theta)\cos^{2n-1}(\theta)d\theta = \frac{\Gamma(m)\Gamma(n)}{2\Gamma(m+n)},\ m>0,\ n>0$
   - $\displaystyle\int_0^\infty \frac{x^{p-1}}{1+x}\,dx = \Gamma(p)\Gamma(1-p) = \frac{\pi}{\sin(p\pi)}, \quad 0<p<1$

   Calcule el valor de las siguientes integrales usando la Función Gamma:

   a) **(P)** $\displaystyle\int_0^{\pi/2} \sin^6(\theta)d\theta$ *b)* $\displaystyle\int_0^{\pi/2} \sin^4(\theta)\cos^5(\theta)d\theta$ *c)* $\displaystyle\int_0^\infty \frac{1}{1+x^4}dx$

RRC.
Última edición de este documento: 5 de enero de 2024