**Esame di Calcolo Numerico**

**17/01/2020**

*Portare alla propria postazione solo la penna.*

*Per accedere correttamente ai pc eseguire le istruzioni riportare nel foglio allegato.*

*Con l'avverbio "analiticamente" si richiede di effettuare i calcoli solo con carta e penna, senza comandi Matlab.*
*Per ogni esercizio che richiede esecuzione di comandi Matlab creare file script con tutte le istruzioni programmate per risolverlo (non utilizzare la Command Window).*
*Salvare i file contenenti le figure, corredate da tutti i dati necessari per la loro interpretazione (legende e/o axis label e/o titolo...).*
*Riportare e salvare eventuali tabelle in file di testo.*

*Tempo a disposizione per lo svolgimento: **2 ore**.*

**1.** Date le seguenti espressioni

$$g(s) = s - \sqrt{s^2 - 1} \qquad\qquad p(s) = \frac{1}{s + \sqrt{s^2 - 1}}$$

1a) Calcolare in Matlab $g(5.555 \cdot 10^9)$. Commentare.
1b) Calcolare in Matlab $p(5.555 \cdot 10^9)$. Commentare.

**2.** Risoluzione di sistemi lineari.
2a) Enunciare una condizione sufficiente affinchè un *metodo iterativo lineare* sia convergente.
2b) Dato il sistema lineare $Ax = b$ con

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \qquad b = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}$$

e $det(A) \neq 0$, descrivere il metodo di Gauss-Seidel.
2c) Compiere "analiticamente" un passo del metodo di Gauss-Seidel per la risoluzione del sistema lineare $Ax = b$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix} \qquad b = \begin{pmatrix} 9 \\ 2 \\ 7 \end{pmatrix}$$

con vettore iniziale $x^{(0)} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

**3.** 3a) Fare il grafico, nell'intervallo $(0, 2)$, delle funzioni:

$$r(s) := 2s \qquad \text{e} \qquad z(s) := \sqrt{s^2 + 1}\,.$$

3b) Calcolare un'approssimazione dell'intersezione delle due curve con funzioni della libreria Matlab. Rappresentarla sul grafico.
3c) Data una funzione $f : (a, b) \to \mathbb{R}$ non lineare, descrivere il *metodo delle corde* per la ricerca di una radice $\alpha \in (a, b)$, ossia tale che $f(\alpha) = 0$.
3d) Calcolare l'intersezione al punto 3b) con il metodo delle corde a partire dal punto iniziale $s_0 = 1$ e test di arresto basato sul controllo del residuo con tolleranza pari a $10^{-10}$.
3e) Costruire una tabella di tre colonne con: numero di iterazione, valore dell'approssimante e valore del residuo ad ogni iterazione del metodo delle corde.
Implementare l'*algoritmo delle secanti* trascrivendo il codice sottostante:

```
===============================================
function[xvect,nit]=secant(xm1,x0,nmax,toll,fun)
%metodo delle secanti
%INPUT
%xm1 e x0 = estremi del dominio di definizione della funzion fun
%nmax=numero massimo di iterazioni
%toll=tolleranza per il criterio dell'incremento
%fun=funzione di cui si cerca una radice
%OUTPUT
%xvect=successione di valori approssimanti la radice
%xdif=successione di errori assoluti
%fx=successione dei residui
%nit=numero di iterazioni
fxm1=fun(xm1);
fx0=fun(x0);
xvect=[];
nit=0;
while nit<nmax && abs(fx0)>toll
    nit=nit+1;
    x=x0-fx0*(x0-xm1)/(fx0-fxm1);
    xvect=[xvect;x];
    xm1=x0;
    fxm1=fx0;
    x0=x;
    fx0=fun(x0);
end
===============================================
```

3f) Costruire una tabella di tre colonne con: numero di iterazione, valore dell'approssimante e valore del residuo ad ogni iterazione del metodo delle secanti.
3g) Dopo quante iterazioni si arresta il metodo delle corde? E il metodo delle secanti? Confrontare l'approssimazione finale dei due metodi con l'approssimazione ottenuta al punto 3b) e commentare.