

Esame di Calcolo Numerico

09/09/2019

Portare alla propria postazione solo la penna.

Per accedere correttamente ai pc eseguire le istruzioni riportate nel foglio allegato.

Con l'avverbio “analiticamente” si richiede di effettuare i calcoli solo con carta e penna, senza comandi Matlab.

Per ogni esercizio che richiede esecuzione di comandi Matlab creare file script con tutte le istruzioni programmate per risolverlo (non utilizzare la Command Window).

Salvare i file contenenti le figure, corredate da tutti i dati necessari per la loro interpretazione (legende e/o axis label e/o titolo...).

Riportare e salvare eventuali tabelle in file di testo.

Tempo a disposizione per lo svolgimento: 2 ore.

1. In Matlab

1a) costruire la matrice di Hilbert di ordine 5 e calcolarne il condizionamento.

1b) scambiare la prima e la quinta riga. Poi scambiare la seconda e la quarta colonna. Calcolare il condizionamento della matrice così ottenuta.

1c) costruire la matrice di Hilbert di ordine 10 e calcolarne il condizionamento. Commentare.

2. Interpolazione polinomiale.

2a) Scrivere la definizione di *polinomio interpolatore*.

2b) Dati i punti di coordinate

$$P_1 = (1, 2); \quad P_2 = (3, 1); \quad P_3 = (7, 0);$$

determinare “analiticamente” il polinomio interpolatore di grado 2.

2c) Ricostruire il polinomio in forma di Newton definito nel punto 2b) attraverso la tabella delle differenze divise.

Poi aggiungere il punto $P_4 = (12, 0)$ e costruire il relativo polinomio interpolatore di grado 3.

3. 3a) Descrivere la formula del punto medio semplice per approssimare un integrale definito.
3b) Implementarla in Matlab per approssimare l'integrale

$$\int_0^{\pi} \cos(x) dx .$$

Commentare in relazione al valore esatto dell'integrale.

- 3c) Con la stessa formula approssimare l'integrale

$$\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos(x) dx .$$

Commentare in relazione al valore esatto dell'integrale.

- 3d) Descrivere la formula del punto medio composta su una decomposizione uniforme dell'intervallo di integrazione.

- 3e) Implementarla in Matlab per approssimare l'integrale al punto 3c) con una decomposizione uniforme dell'intervallo $[-\pi/2, \pi/2]$.

- 3f) Costruire una tabella con il decadimento dell'errore ottenuto con la formula del punto medio composta implementata al punto 3e) all'aumentare dei sottointervalli di decomposizione.

- 3g) Costruire una tabella con il decadimento dell'errore ottenuto con la formula dei trapezi composta implementata con il comando `trapz` di Matlab all'aumentare dei sottointervalli di decomposizione.

- 3h) Confrontare le due tabelle e commentare.