

Esame di Calcolo Numerico

27/09/2019

Portare alla propria postazione solo la penna.

Per accedere correttamente ai pc eseguire le istruzioni riportate nel foglio allegato.

Con l'avverbio “analiticamente” si richiede di effettuare i calcoli solo con carta e penna, senza comandi Matlab.

Per ogni esercizio che richiede esecuzione di comandi Matlab creare file script con tutte le istruzioni programmate per risolverlo (non utilizzare la Command Window).

Salvare i file contenenti le figure, corredate da tutti i dati necessari per la loro interpretazione (legende e/o axis label e/o titolo...).

Riportare e salvare eventuali tabelle in file di testo.

Tempo a disposizione per lo svolgimento: 2 ore.

1. In Matlab

1a) Calcolare $M = N + 10$ con $N = 10^{-16}$. Commentare il risultato.

1b) Attraverso un ciclo **for** calcolare la somma:

$$\sum_{k=1}^{2000} \frac{1}{100}.$$

Commentare il risultato.

2. Ricerca di radici di equazioni non lineari.

2a) Fornire la definizione di *radice semplice* e *radice di ordine m* di equazioni non lineari.

2b) Descrivere il criterio d'arresto basato sul controllo dell'incremento.

2c) Eseguire “analiticamente” tre passi del metodo di bisezione per la ricerca di $\sqrt[3]{10}$.

3. 3a) Descrivere cos'è la *fattorizzazione di Cholesky*.

In Matlab, al variare di $n = 10, 20, \dots, 100$:

3b) Assegnare la matrice $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & \cdots & 0 \\ -1 & 2 & -1 & \cdots & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \cdots & -1 & 2 & -1 \\ 0 & \cdots & 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

3c) Effettuare la fattorizzazione di Cholesky attraverso l'apposita funzione di Matlab `chol` e verificare (con comandi Matlab) che attraverso la fattorizzazione si possa ricostruire la matrice A .

3d) Costruire un vettore termine noto $b \in \mathbb{R}^n$ tale che il sistema $Ax = b$ abbia come soluzione

$$x = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix} \right\}_n$$

3e) Risolvere il sistema lineare attraverso l'operatore “\” di Matlab e calcolare l'errore commesso rispetto alla soluzione esatta.

3f) Impostare “analiticamente” l'*algoritmo di sostituzione in avanti* per risolvere un sistema lineare con matrice triangolare inferiore.

3g) Implementare due funzioni: l'*algoritmo di sostituzione in avanti* e l'*algoritmo di sostituzione all'indietro* sotto riportato

```
=====
function x=Backward(U,b)
[n,m]=size(U);
x(n)=b(n)/U(n,n);
for i=n-1:-1:1
    x(i)=(b(i)-U(i,i+1:n)*(x(i+1:n)))'/U(i,i);
end
x=x';
=====
```

3h) Attraverso i due algoritmi al punto 3g), risolvere il sistema lineare $Ax = b$ fattorizzato in forma di Cholesky e calcolare l'errore commesso rispetto alla soluzione esatta.

3i) Costruire una tabella, al variare di $n = 10, 20, \dots, 100$, che confronti gli errori commessi risolvendo il sistema come al punto 3e) e al punto 3h). Commentare.