

Esame di Calcolo Numerico

19/02/2020

Portare alla propria postazione solo la penna.

Per accedere correttamente ai pc eseguire le istruzioni riportate nel foglio allegato.

Con l'avverbio “analiticamente” si richiede di effettuare i calcoli solo con carta e penna, senza comandi Matlab.

Per ogni esercizio che richiede esecuzione di comandi Matlab creare file script con tutte le istruzioni programmate per risolverlo (non utilizzare la Command Window).

Salvare i file contenenti le figure, corredate da tutti i dati necessari per la loro interpretazione (legende e/o axis label e/o titolo...).

Riportare e salvare eventuali tabelle in file di testo.

Tempo a disposizione per lo svolgimento: 2 ore.

1. Date le seguenti espressioni

$$q(x) = (1 - x)^4 \qquad r(x) = x^4 - 4x^3 + 6x^2 - 4x + 1$$

- 1a) Calcolare in Matlab $q(0.9975)$.
- 1b) Calcolare in Matlab $r(0.9975)$.
- 1c) Commentare.

2. Approssimazione di dati e funzioni.

- 2a) Scrivere la definizione di *polinomio interpolante* $n+1$ punti assegnati. Il polinomio interpolante esiste per qualsiasi insieme di punti? E' unico?
- 2b) Rappresentare il problema dell'interpolazione polinomiale in $n+1$ punti assegnati in forma matriciale attraverso la matrice di Vandermonde.
- 2c) Ricavare “analiticamente” l'espressione del polinomio interpolante i punti:

$$A = (1, 0) \qquad B = (1.2, 0.5) \qquad C = (2, 1).$$

e valutarlo nel nodo $x = 1.5$.

3. 3a) Descrivere la formula del punto medio per approssimare un integrale definito.
3b) Fare il grafico della funzione

$$g(x) = \frac{2x}{\sqrt{x^2 + 1}}$$

nell'intervallo $[\sqrt{3}, 2]$. Aggiungere il grafico della funzione costante che interseca il grafico di g nel punto medio dell'intervallo.

3c) Implementare in Matlab la formula del punto medio semplice per approssimare l'integrale

$$\int_{\sqrt{3}}^2 \frac{2x}{\sqrt{x^2 + 1}} dx.$$

3d) Approssimare l'integrale con il comando `quad`.

3e) Confrontare i valori ottenuti al punto 3c) e 3d) e commentare.

3f) Descrivere la formula del punto medio composta su una decomposizione uniforme dell'intervallo di integrazione.

3g) Implementarla in Matlab per approssimare l'integrale al punto 3b) con una decomposizione uniforme dell'intervallo $[\sqrt{3}, 2]$.

3h) Costruire una tabella con il decadimento degli errori della formula del punto medio composta all'aumentare del numero dei sottointervalli di decomposizione. Commentare.

4. Esercizio per esame di Calcolo Numerico da **12 crediti (15 minuti aggiuntivi)**.

4a) Definire una funzione *spline di grado k* di tipo *interpolatorio*.

4b) Si può definire in modo univoco?