

Esame di Calcolo Numerico

15/07/2019

Portare alla propria postazione solo la penna.

Per accedere correttamente ai pc eseguire le istruzioni riportate nel foglio allegato.

Con l'avverbio "analiticamente" si richiede di effettuare i calcoli solo con carta e penna, senza comandi Matlab.

Per ogni esercizio che richiede esecuzione di comandi Matlab creare file script con tutte le istruzioni programmate per risolverlo (non utilizzare la Command Window).

Salvare i file contenenti le figure, corredate da tutti i dati necessari per la loro interpretazione (legende e/o axis label e/o titolo...).

Riportare e salvare eventuali tabelle in file di testo.

Tempo a disposizione per lo svolgimento: 2 ore.

1.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4}{\pi} x \cdot (\sqrt{x^2 + \pi} - x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x}{\sqrt{x^2 + \pi} + x}$$

- 1a) Stimare in Matlab il limite a primo membro.
- 1b) Stimare in Matlab il limite a secondo membro.
- 1c) Commentare.

2. Risoluzione di sistemi lineari.

- 2a) Scrivere la definizione di *metodo iterativo consistente*.
- 2b) Dato il sistema lineare $Ax = b$ con

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}$$

e $\det(A) \neq 0$, descrivere il metodo di Jacobi.

- 2c) Compiere "analiticamente" un passo del metodo di Jacobi per la risoluzione del sistema lineare $Ax = b$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 115 \\ 2 \\ 78 \end{pmatrix}$$

con vettore iniziale $x^{(0)} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

3. 3a) Descrivere la formula dei trapezi semplice per approssimare un integrale definito.
3b) Implementarla in Matlab per approssimare l'integrale

$$\int_{-1}^1 1 + \frac{e^{-x^2}}{2} dx$$

- 3c) Descrivere la formula dei trapezi composta su una decomposizione uniforme dell'intervallo di integrazione.
3d) Implementarla in Matlab per approssimare l'integrale al punto 3b) con una decomposizione uniforme dell'intervallo $[-1, 1]$ e verificarne la correttezza confrontando il risultato ottenuto anche con il comando `trapz`.
3e) Approssimare l'integrale con il comando `quad`.
3f) Costruire una tabella con il decadimento dell'errore della formula dei trapezi composta all'aumentare dei sottointervalli di decomposizione.
3g) Commentare la tabella in relazione alla stima dell'errore nota per la formula dei trapezi composta.
4. Esercizio per esame di Calcolo Numerico da **12 crediti (15 minuti aggiuntivi)**.
4a) Definire la *funzione spline lineare* su una partizione dell'intervallo $[a, b]$.
4b) Definire la *funzione spline di grado n* su una partizione dell'intervallo $[a, b]$.