

Esame di Calcolo Numerico

31/01/2020

Portare alla propria postazione solo la penna.

Per accedere correttamente ai pc eseguire le istruzioni riportate nel foglio allegato.

Con l'avverbio “analiticamente” si richiede di effettuare i calcoli solo con carta e penna, senza comandi Matlab.

Per ogni esercizio che richiede esecuzione di comandi Matlab creare file script con tutte le istruzioni programmate per risolverlo (non utilizzare la Command Window).

Salvare i file contenenti le figure, corredate da tutti i dati necessari per la loro interpretazione (legende e/o axis label e/o titolo...).

Riportare e salvare eventuali tabelle in file di testo.

Tempo a disposizione per lo svolgimento: 2 ore.

1. 1a) Calcolare in Matlab $1 + \text{eps}$. Commentare.
1b) Confrontare in Matlab $1 + \text{eps}$ con 1. Commentare.
2. Integrazione numerica.
2a) Descrivere la *formula del trapezio semplice* per approssimare un integrale definito. Che grado di esattezza ha?
2b) Descrivere la *formula del trapezio composta*.
2c) Approssimare “analiticamente” l'integrale

$$\int_{10}^{20} (x - \sqrt{2}) dx$$

con la formula del trapezio composta applicata con due sottointervalli e confrontare il risultato ottenuto con il risultato esatto. Commentare.

3. 3a) Impostare “analiticamente” l’*algoritmo di sostituzione all’indietro* per risolvere un sistema lineare con matrice triangolare superiore di ordine n .
 3b) Descrivere il costo computazionale dell’algoritmo.
 3c) In Matlab, per $n = 10$, assegnare la matrice di numeri casuali $U \in \mathbb{R}^{n \times n}$ triangolare superiore

$$U = \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} & u_{13} & \cdots & u_{1n} \\ 0 & u_{22} & u_{23} & \cdots & u_{2n} \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \cdots & 0 & u_{n-1\ n-1} & u_{n-1\ n} \\ 0 & \cdots & 0 & 0 & u_{nn} \end{pmatrix}$$

- 3d) Costruire un vettore termine noto $b \in \mathbb{R}^n$ tale che il sistema $Ux = b$ abbia come soluzione

$$x = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix} \right\}_n$$

- 3e) Risolvere il sistema lineare attraverso l’operatore “\” di Matlab e calcolare l’errore commesso rispetto alla soluzione esatta.
 3f) Risolvere il sistema lineare implementando l’algoritmo al punto 3a) e calcolare l’errore commesso rispetto alla soluzione esatta. Commentare.
 3g) Costruire, al variare della dimensione $n = 10, 20, \dots, 100$, la tabella di errori, di tempi computazionali (comandi `tic`, `toc`) e di numeri di condizionamento, ottenuti risolvendo il sistema come al punto 3e) e 3f). Commentare.