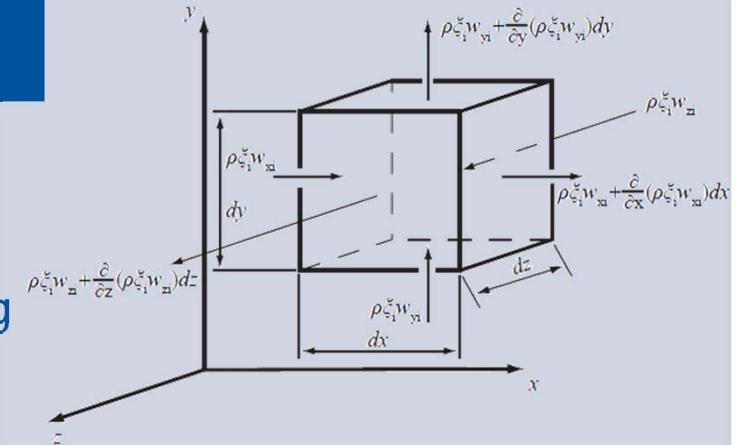

Wärme- und Stoffübertragung I

Herleitung der Erhaltungsgleichung der Stoffdiffusion und Analogie zur Wärmeübertragung

**Prof. Dr.-Ing. Reinhold Kneer
Dr.-Ing. Dr. rer. pol. Wilko Rohlfs**

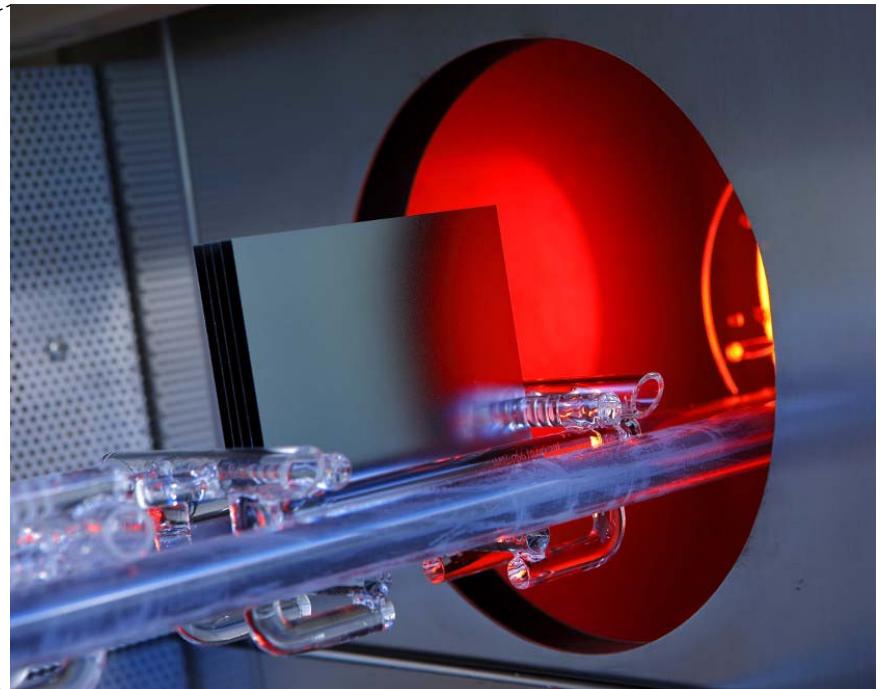
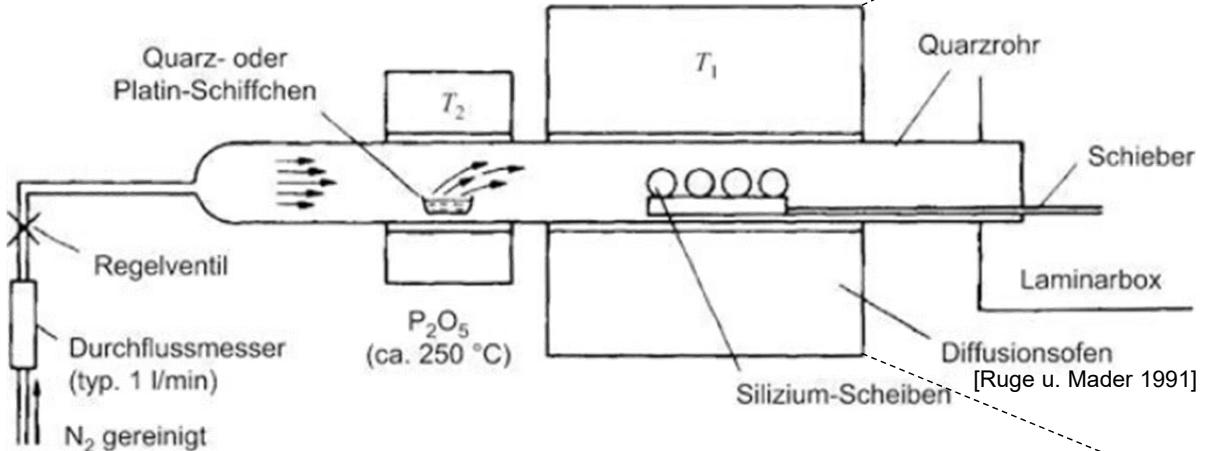
Erhaltungsgleichungen und Analogie

- Verständnis der notwendigen Schritte zur Erstellung eines Konzentrationsprofils
- Kenntnis der Gemeinsamkeiten von Wärme- und Stoffübergang



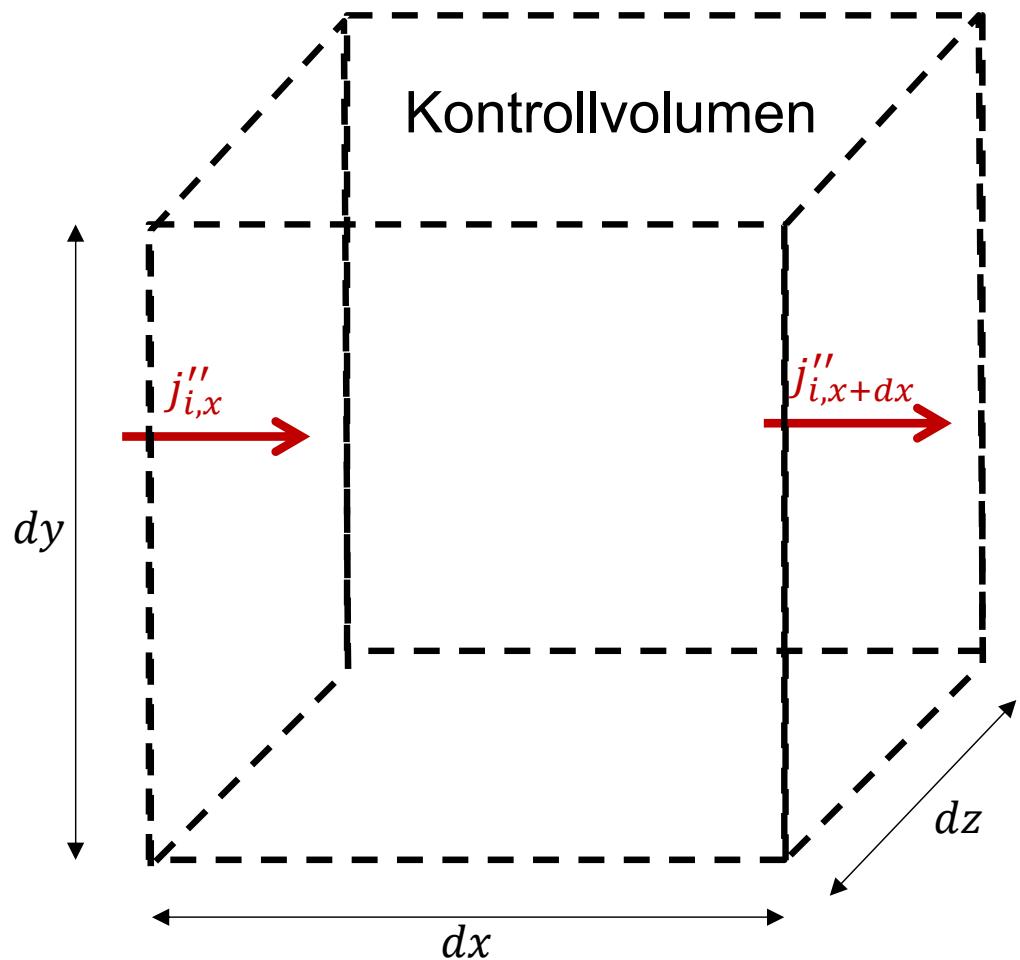
Analogie Wärmeleitung und Diffusion

Beispiel: Diffusionsöfen bei der Herstellung von Halbleiterelementen und Solarzellen



<https://isfh.de/wp-content/uploads/2017/01/IndustrielleSolarzellenBox.jpeg>

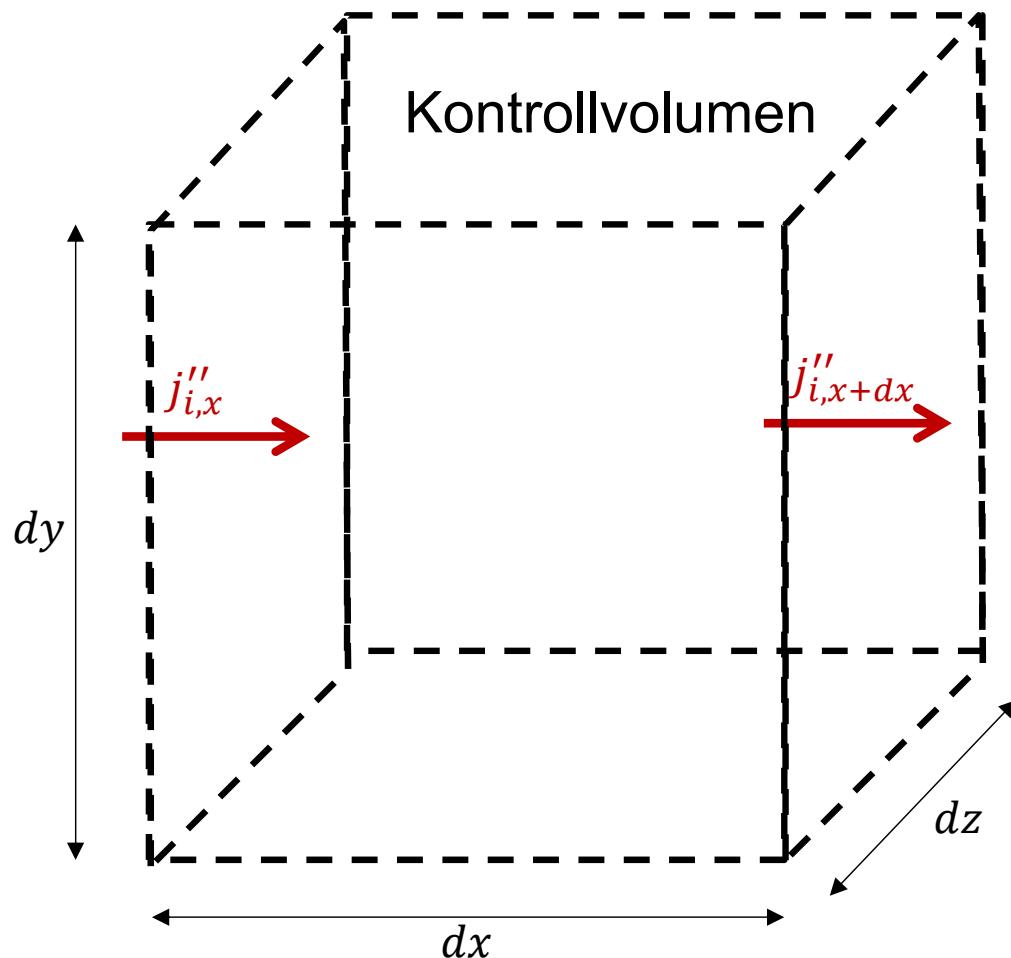
Herleitung der Differenzialgleichung für den diffusiven Stofftransport (1D)



Vorgehen Konzentrationsverläufe

- Kontrollvolumen festlegen
- Relevante Flüsse identifizieren
- Bilanz aufstellen
- DGL entwickeln
- DGL lösen

Herleitung der Differenzialgleichung für den diffusiven Stofftransport (1D)



Bilanz (stationär)

$$0 = j''_{i,x} - j''_{i,x+dx}$$

Diffusionsstromdichte

$$j''_i = -D \cdot \frac{d\rho_i}{dx} = -\rho \cdot D \cdot \frac{d\xi_i}{dx}$$

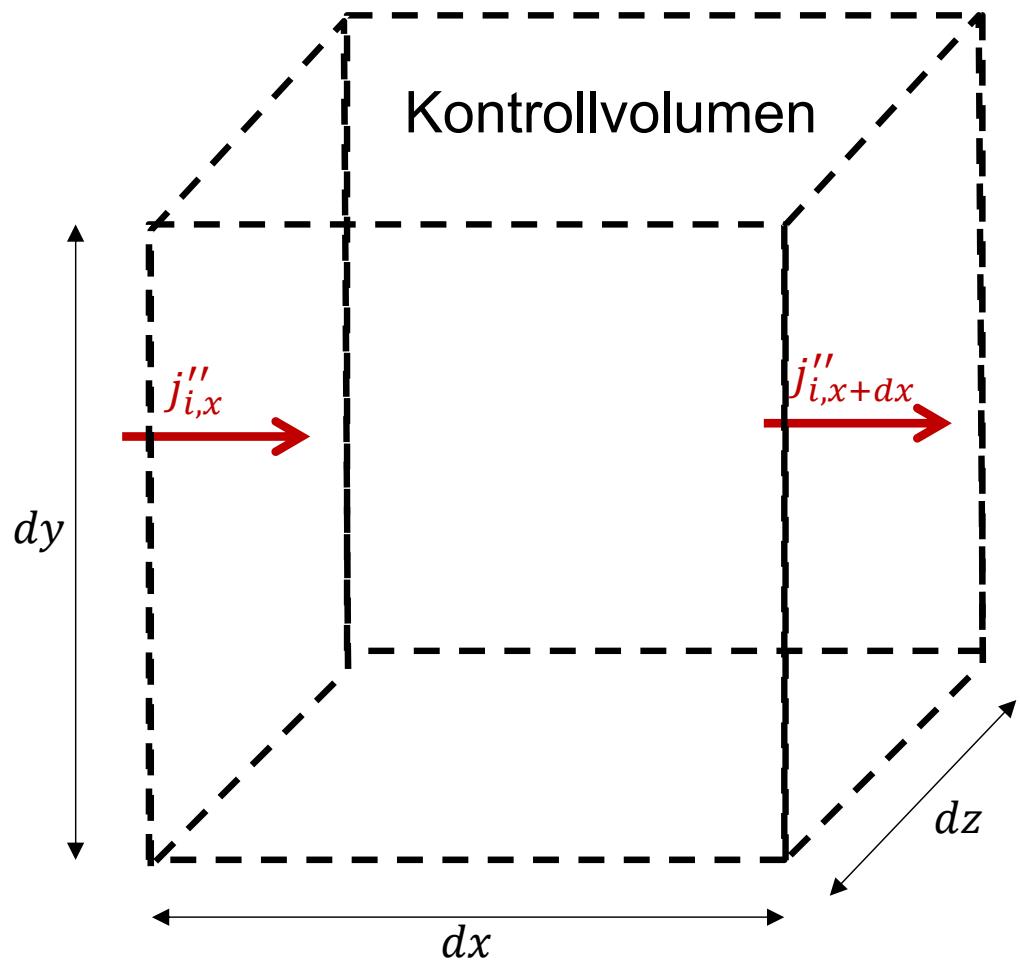
Taylorreihenentwicklung

DGL

$$\frac{\partial j''_i}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left(-D_{ij} \frac{\partial \rho_i}{\partial x} \right)$$

$$0 = \rho D_{ij} \frac{\partial^2 \xi_i}{\partial x^2}$$

Instationäre eindimensionale Diffusion (1D)



Zeitliche Änderung

$$\frac{\partial m_i}{\partial t} = \frac{\partial \rho_i V}{\partial t} = \frac{\partial \rho_i dx dy dz}{\partial t}$$

Bilanz

$$\frac{\partial m_i}{\partial t} = j''_{i,x} - j''_{i,x+dx}$$

Taylorreihenentwicklung

DGL

$$\frac{\partial \rho_i}{\partial t} = - \frac{\partial j''_i}{\partial x}$$

$$\frac{\partial \rho_i}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\rho D_{ij} \frac{\partial \xi_i}{\partial x} \right) = \rho D_{ij} \frac{\partial^2 \xi_i}{\partial x^2}$$

$$\frac{\partial \rho_i / \rho}{\partial t} = \frac{\partial \xi_i}{\partial t} = D_{ij} \frac{\partial^2 \xi_i}{\partial x^2}$$

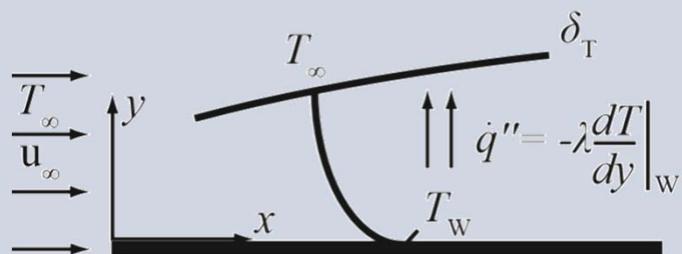
Analogie zwischen Wärme-, Impuls- und Stoffübertragung

Instationärer Wärmetransport

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

mit a in $\left[\frac{m^2}{s}\right]$

Temperaturleitfähigkeit
bzw. thermal diffusivity



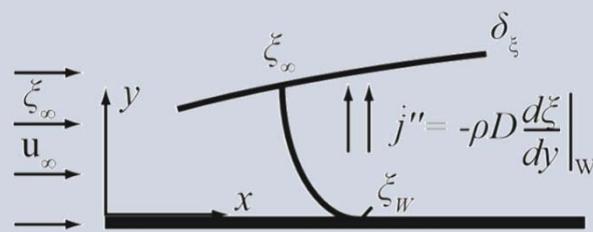
Wärmeübertragung: Fouliersches Gesetz

Instationärer Stofftransport

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} = D \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2}$$

mit D in $\left[\frac{m^2}{s}\right]$

Diffusionskoeffizient



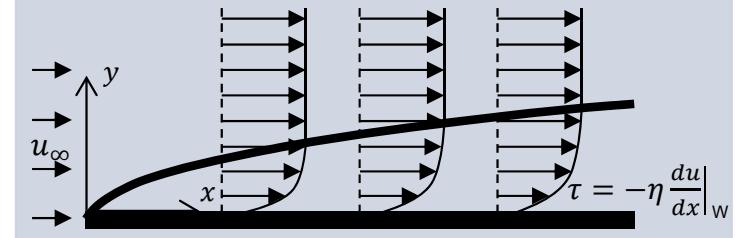
Stoffübertragung: Ficksches Gesetz

Instationärer Impulstransport

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

mit ν in $\left[\frac{m^2}{s}\right]$

Kinematische Viskosität
bzw. momentum diffusivity



Impulsübertragung: Newtonsches Gesetz

Verständnisfragen

Was ist das Analogon zum Diffusionskoeffizienten in der Wärmeübertragung und beim Impulstransport?