

---

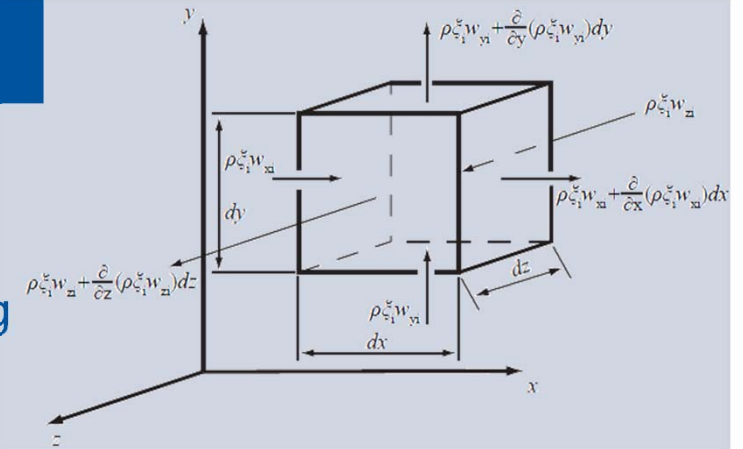
# Wärme- und Stoffübertragung I

Herleitung der Erhaltungsgleichung der Stoffdiffusion  
und Analogie zur Wärmeübertragung

Prof. Dr.-Ing. Reinhold Kneer  
Dr.-Ing. Dr. rer. pol. Wilko Rohlf

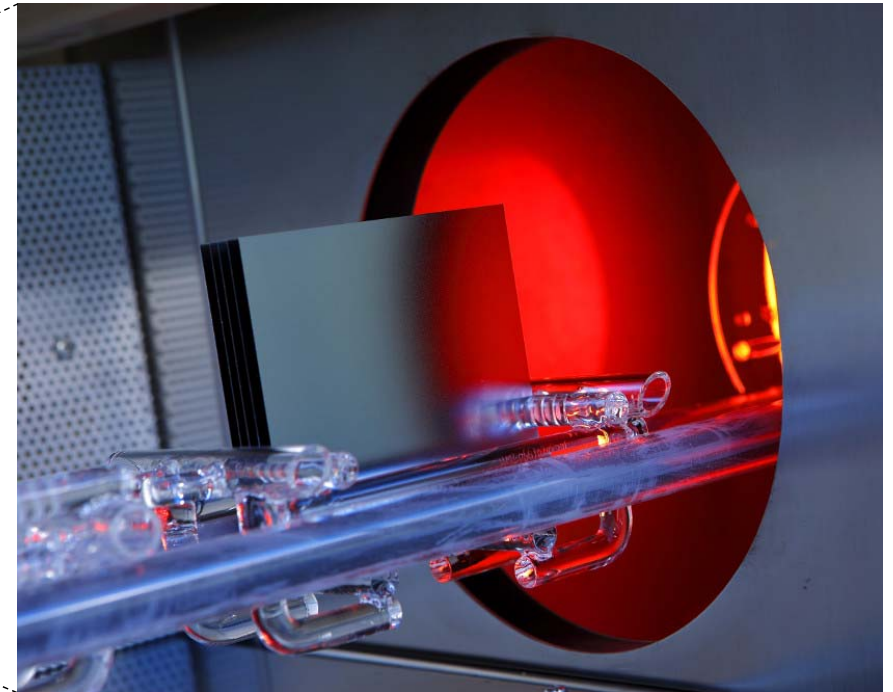
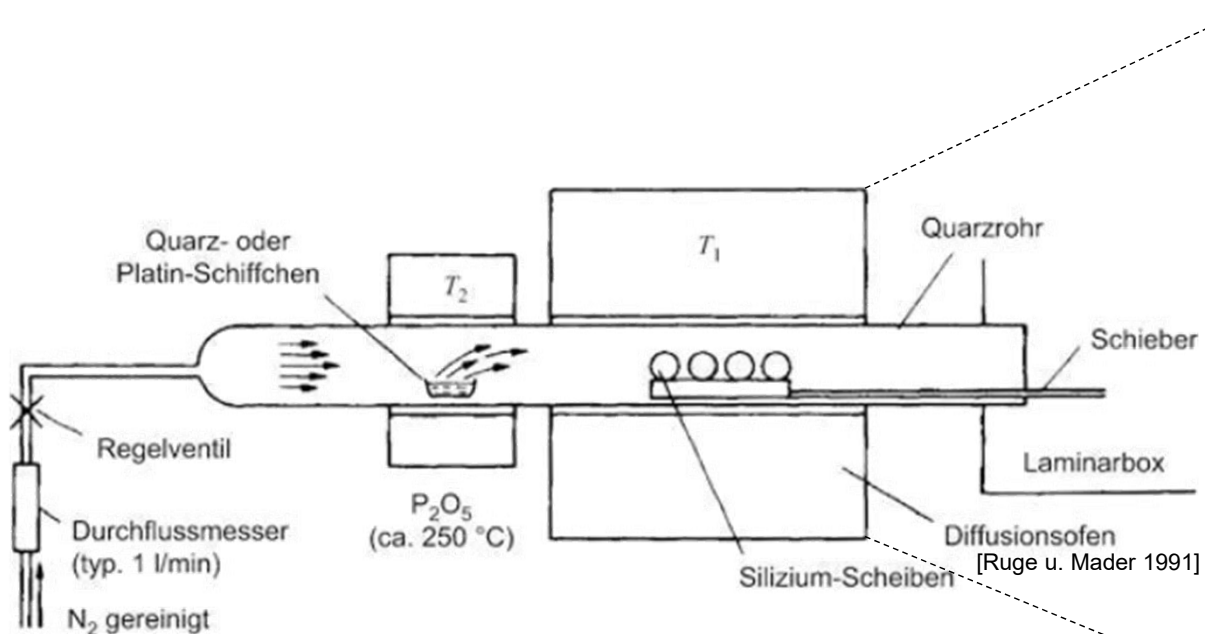
## Erhaltungsgleichungen und Analogie

- Verständnis der notwendigen Schritte zur Erstellung eines Konzentrationsprofils
- Kenntnis der Gemeinsamkeiten von Wärme- und Stoffübergang



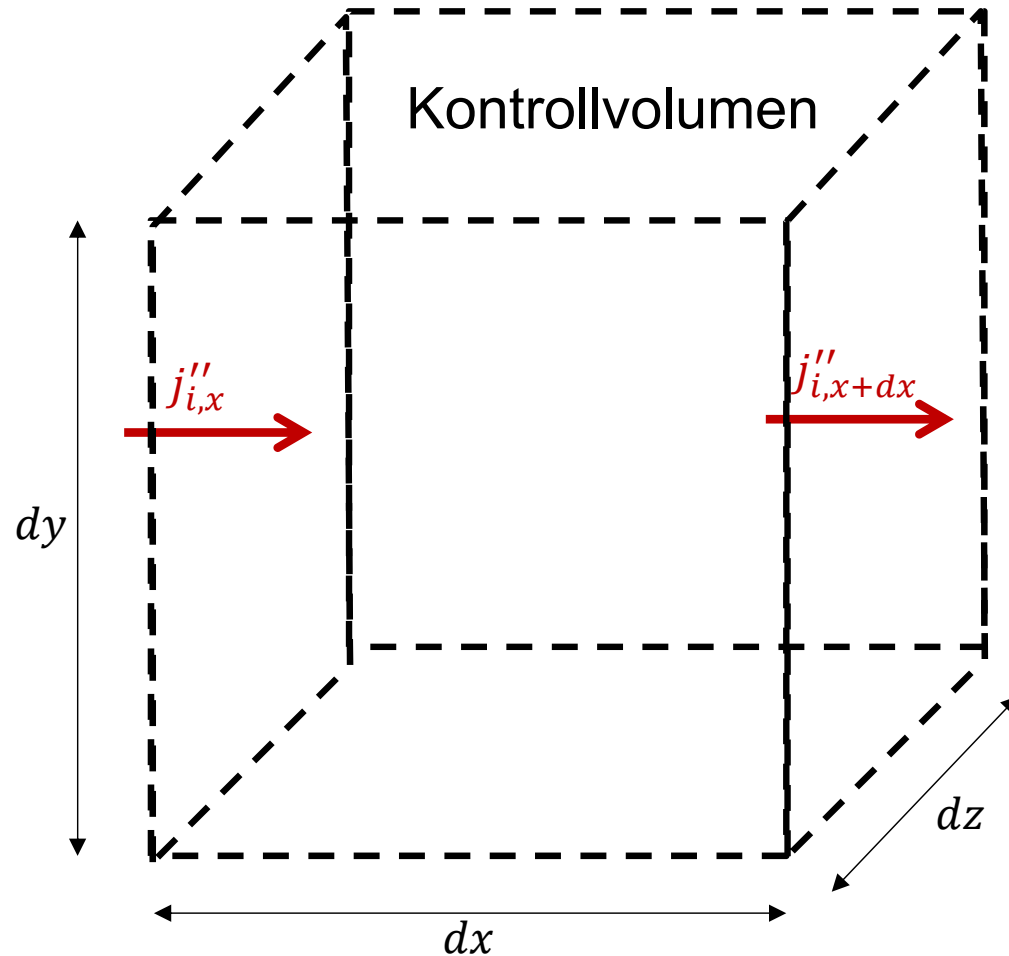
# Analogie Wärmeleitung und Diffusion

## Beispiel: Diffusionsöfen bei der Herstellung von Halbleiterelementen und Solarzellen



<https://isfh.de/wp-content/uploads/2017/01/IndustrielleSolarzellenBox.jpeg>

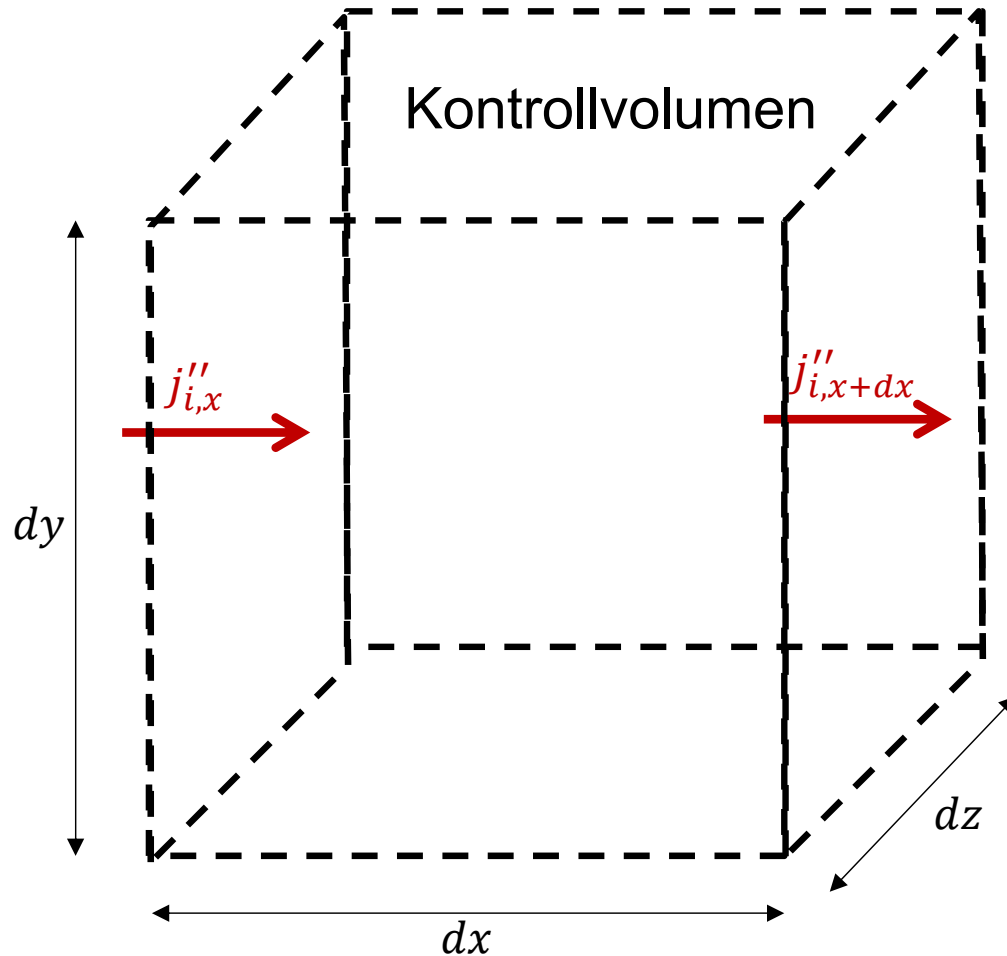
# Herleitung der Differenzialgleichung für den diffusiven Stofftransport (1D)



## Vorgehen Konzentrationsverläufe

- Kontrollvolumen festlegen
- Relevante Flüsse identifizieren
- Bilanz aufstellen
- DGL entwickeln
- DGL lösen

# Herleitung der Differenzialgleichung für den diffusiven Stofftransport (1D)



## Bilanz (stationär)

$$0 = j''_{i,x} - j''_{i,x+dx}$$

## Diffusionsstromdichte

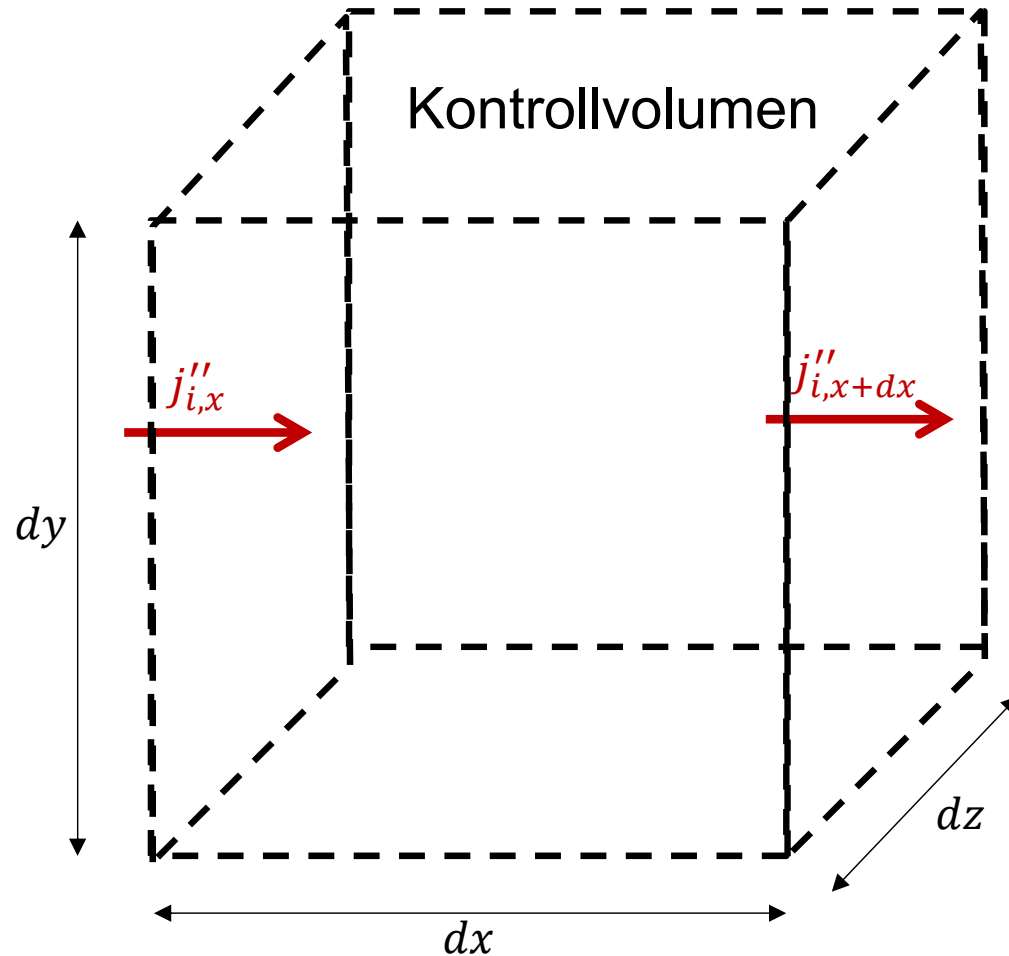
$$j''_i = -D \cdot \frac{d\rho_i}{dx} = -\rho \cdot D \cdot \frac{d\xi_i}{dx}$$

## Taylorreihenentwicklung

## DGL

$$\frac{\partial j''_i}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left( -D_{ij} \frac{\partial \rho_i}{\partial x} \right)$$
$$0 = \rho D_{ij} \frac{\partial^2 \xi_i}{\partial x^2}$$

# Instationäre eindimensionale Diffusion (1D)



## Zeitliche Änderung

$$\frac{\partial m_i}{\partial t} = \frac{\partial \rho_i V}{\partial t} = \frac{\partial \rho_i dx dy dz}{\partial t}$$

## Bilanz

$$\frac{\partial m_i}{\partial t} = j''_{i,x} - j''_{i,x+dx}$$

## Taylorreihenentwicklung

## DGL

$$\frac{\partial \rho_i}{\partial t} = - \frac{\partial j''_i}{\partial x}$$

$$\frac{\partial \rho_i}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \rho D_{ij} \frac{\partial \xi_i}{\partial x} \right) = \rho D_{ij} \frac{\partial^2 \xi_i}{\partial x^2}$$

$$\frac{\partial \rho_i / \rho}{\partial t} = \frac{\partial \xi_i}{\partial t} = D_{ij} \frac{\partial^2 \xi_i}{\partial x^2}$$

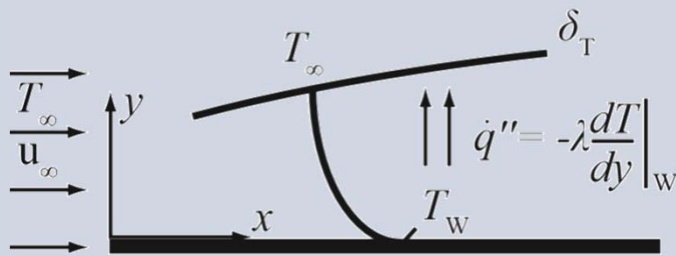
# Analogie zwischen Wärme-, Impuls- und Stoffübertragung

## Instationärer Wärmetransport

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

mit  $a$  in  $\left[\frac{\text{m}^2}{\text{s}}\right]$

Temperaturleitfähigkeit  
bzw. thermal diffusivity



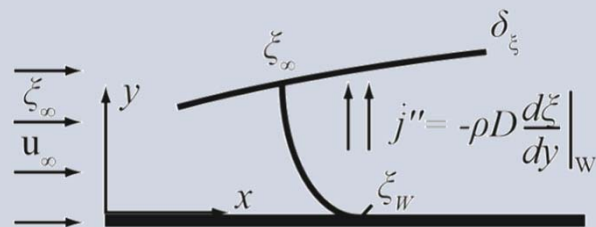
Wärmeübertragung: Fouiersches Gesetz

## Instationärer Stofftransport

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} = D \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2}$$

mit  $D$  in  $\left[\frac{\text{m}^2}{\text{s}}\right]$

Diffusionskoeffizient



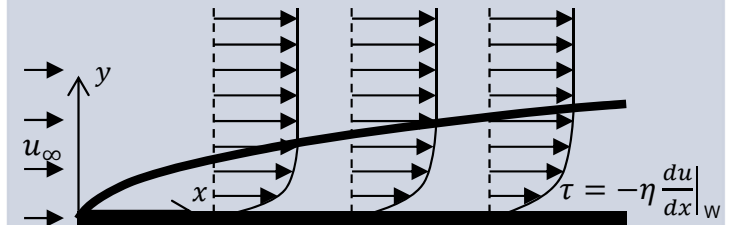
Stoffübertragung: Ficksches Gesetz

## Instationärer Impulstransport

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

mit  $\nu$  in  $\left[\frac{\text{m}^2}{\text{s}}\right]$

Kinematische Viskosität  
bzw. momentum diffusivity



Impulsübertragung: Newtonsches Gesetz

**Was ist das Analogon zum Diffusionskoeffizienten in der Wärmeübertragung und beim Impulstransport?**