Wärme- und Stoffübertragung I

Einführung in die Stoffübertragung

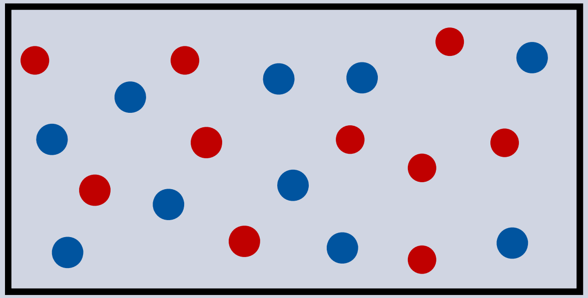
Prof. Dr.-Ing. Reinhold Kneer
Dr.-Ing. Dr. rer. pol. Wilko Rohlfs

Lehrstuhl für Wärme- und Stoffübertragung
RWTH AACHEN UNIVERSITY

Lernziele

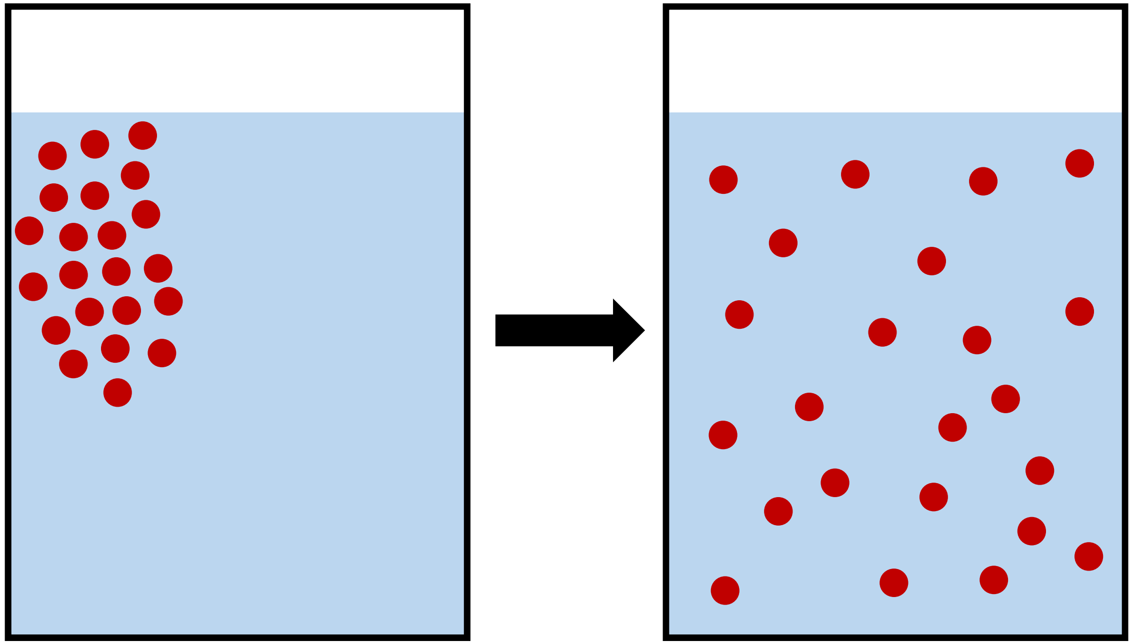
Einführung

- Rekapitulation der Größendefinitionen in binären Gemischen
- Verständnis der Annahmen für ein gasförmiges, binäres Stoffgemisch
- Kenntnis des Konzentrationsverlaufs der eindimensionalen, äquimolaren Diffusion in ruhenden, binären Gasgemischen



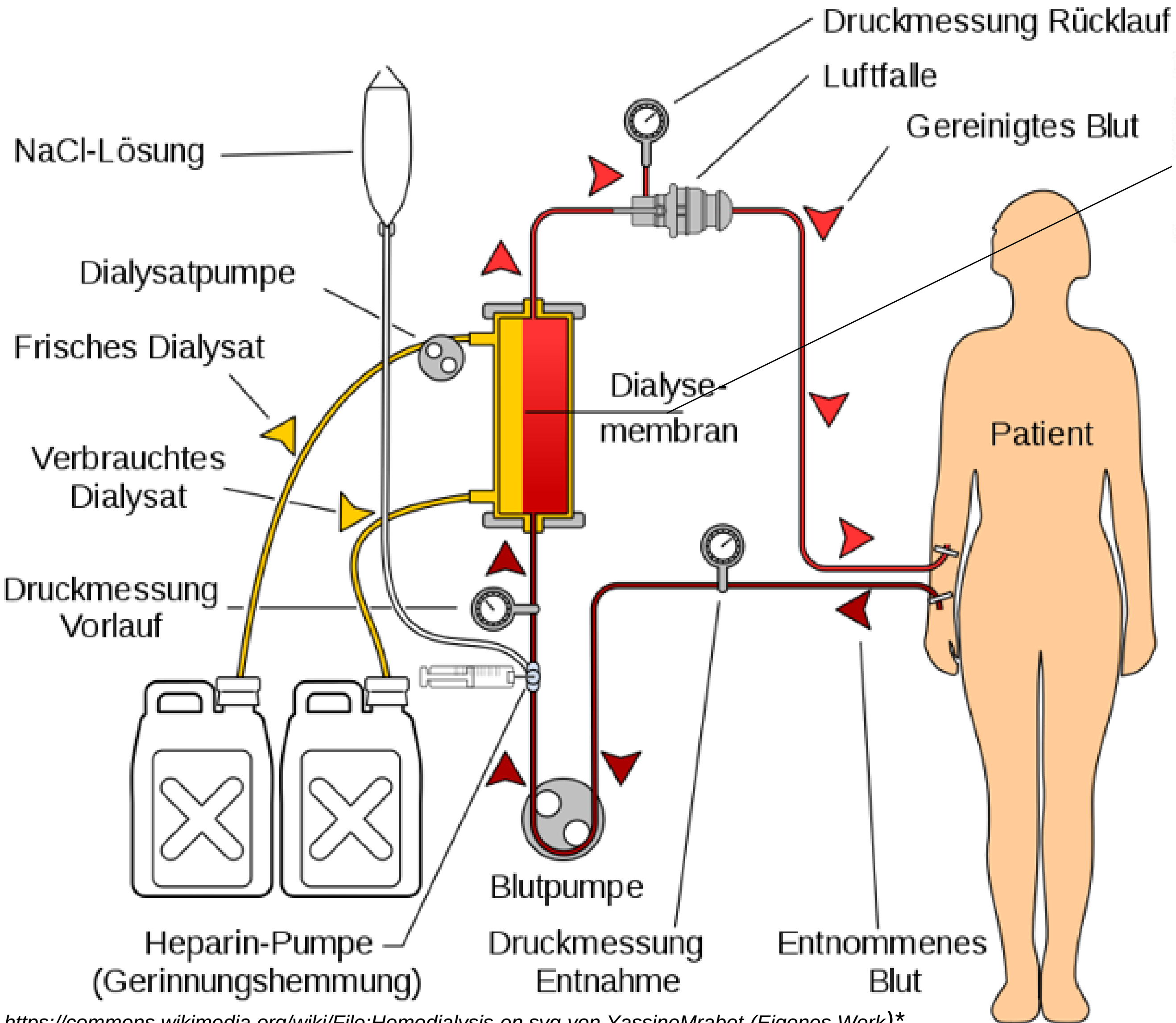
Diffusion - Grundlagen

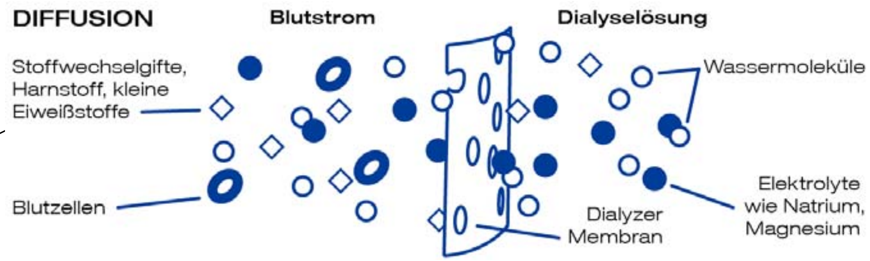
Zufälliger und ungerichteter physikalischer Prozess des Konzentrationsausgleichs



https://mrgranato.files.wordpress.com/2018/09/tea-diffusion.jpg

Diffusion – Beispiel: Semipermeable Membran in Dialysemaschinen





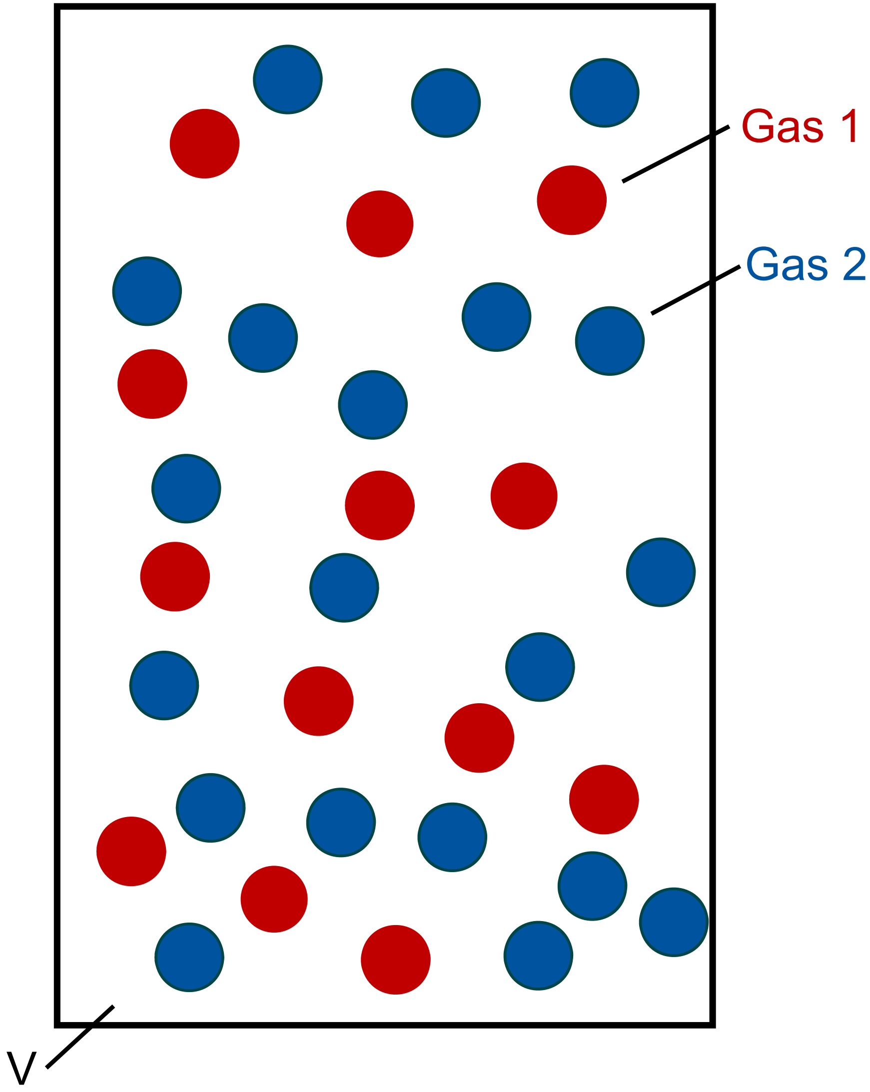
https://www.freseniusmedicalcare.com/fileadmin/data/masterContent/images/Patients_Families/Understanding_Dialysis/DE/BAS021_Diffusionsprozess-Dialyse_DE.png

*https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Hemodialysis-en.svg von YassineMrabet (Eigenes Werk)**

*GFDL (www.gnu.org/copyleft/fdl.html), CC-BY-SA-3.0 (creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/) oder CC-BY-SA-2.5 (creativecommons.org/licenses/by-sa/2.5), via Wikimedia Commons

Lehrstuhl für Wärme- und Stoffübertragung

Stoffübertragung - Grundlagen binärer Mischungen



Annahmen

- Abgeschlossenes Volumen
- Zwei unterschiedliche Gase
- Druck und Temperatur konstant

Größendefinitionen in binären Gemischen

Grundbegriffe

(Füll) Masse		$m_1; m_2$	$[\mathrm{kg}]$
Molmassen der Gase	Spezifische Masse der Stoffmenge 1 Mol	$M_1; M_2$	$[\mathrm{kg/kmol}]$
Partialdichte	Dichte, einer Komponente	$\rho_1 = \frac{m_1}{V}; \rho_2 = \frac{m_2}{V}$	$[\mathrm{kg/m^3}]$
Gemischdichte	Gesamtdichte aller Komponenten	$\rho = \frac{m_1 + m_2}{V}$	$[\mathrm{kg/m^3}]$
Molmenge	Stoffmenge in Mol	$n_1 = \frac{m_1}{M_1}; n_2 = \frac{m_2}{M_2}$	$[\mathrm{kmol}]$
Stoffmengenkonzentration	Anzahl der Moleküle in Mol pro Volumen	$C_1 = \frac{n_1}{V}; C_2 = \frac{n_2}{V}$	$[\mathrm{kmol/m^3}]$
Gemischkonzentration	Anzahl aller Moleküle in Mol pro Volumen	$C = \frac{n_1 + n_2}{V}$	$[\mathrm{kmol/m^3}]$
Stoffmengenanteil	Anteil eines Stoffes an der Gesamtzahl aller Moleküle	$\psi_1 = \frac{n_1}{n_1 + n_2} = \frac{C_1}{C}; \psi_2 = \frac{n_2}{n_1 + n_2} = \frac{C_2}{C}$	$[-]$
Massenkonzentration	Anteil eines Stoffes an der Gesamtmasse	$\xi_1 = \frac{\rho_1}{\rho} = \frac{m_1}{m_{\mathrm{ges}}}; \xi_2 = \frac{\rho_2}{\rho} = \frac{m_2}{m_{\mathrm{ges}}}$	$[-]$
Partialdruck	Druck der von einer Komponente ausgeübt wird	$p_1 = \frac{R_\mathrm{m}}{M_1}\rho_1 T = R_\mathrm{m} C_1 T; p_2 = \frac{R_\mathrm{m}}{M_2}\rho_2 T = R_\mathrm{m} C_2 T$	$[\mathrm{N/m^2}]$

Lehrstuhl für Wärme- und Stoffübertragung
RWTH AACHEN UNIVERSITY

Größendefinitionen in binären Gemischen

Zusammenhang Mengen-/Massenanteile und mittlere Molmasse

- Definition Stoffmengenanteil ψ_1:

$$\psi_1 = \frac{n_1}{n_1+n_2} = \frac{n_1}{n} = \frac{C_1}{C}$$

- Mit Definitionen von Stoffmenge n_1 und Masse m_1:

$$n_1 = \frac{m_1}{M_1};\ m_1 = \rho_1 \cdot V$$

- Und Stoffmengenkonzentration C_1 und Massenanteil ξ_1:

$$C_1 = \frac{n_1}{V};\quad \xi_1 = \frac{m_1}{m} = \frac{\rho_1}{\rho}$$

- Folgt für C_1:

$$C_1 = \frac{1}{V} \cdot \frac{m_1}{M_1} = \frac{\rho_1}{M_1}$$

- Schließlich ergeben sich Stoffmengenanteil ψ_1 und mittlere Molmasse $\bar{M}$ zu:

$$\boxed{\psi_1 = \frac{\left(\frac{\rho_1}{M_1}\right) \cdot \frac{1}{\rho}}{\left(\frac{\rho_1}{M_1} + \frac{\rho_2}{M_2}\right) \cdot \frac{1}{\rho}} = \frac{\frac{\xi_1}{M_1}}{\frac{\xi_1}{M_1} + \frac{\xi_2}{M_2}}}$$

$$\boxed{\bar{M} = \frac{m_1 + m_2}{n_1 + n_2} = \frac{\frac{1}{V}(m_1 + m_2)}{\frac{1}{V}(n_1 + n_2)} = \frac{\rho}{C}}$$

Lehrstuhl für Wärme- und Stoffübertragung
RWTH AACHEN UNIVERSITY

Ideales Gasverhalten von Einzelkomponenten und Gemisch

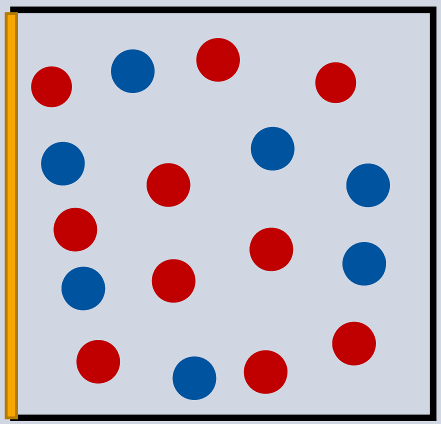
Gesetz von Dalton

$$\boxed{p = p_1 + p_2}$$

Die Dalton‘s sind immer nur in der Summe zu sehen

- Der Gesamtdruck entspricht der Summe der Partialdrücke
- Eine Umformung ergibt:

$$p = p_1 + p_2$$



$$\frac{p_1}{p} + \frac{p_2}{p} = 1$$

$$= \frac{C_1}{C} + \frac{C_2}{C} = \psi_1 + \psi_2$$

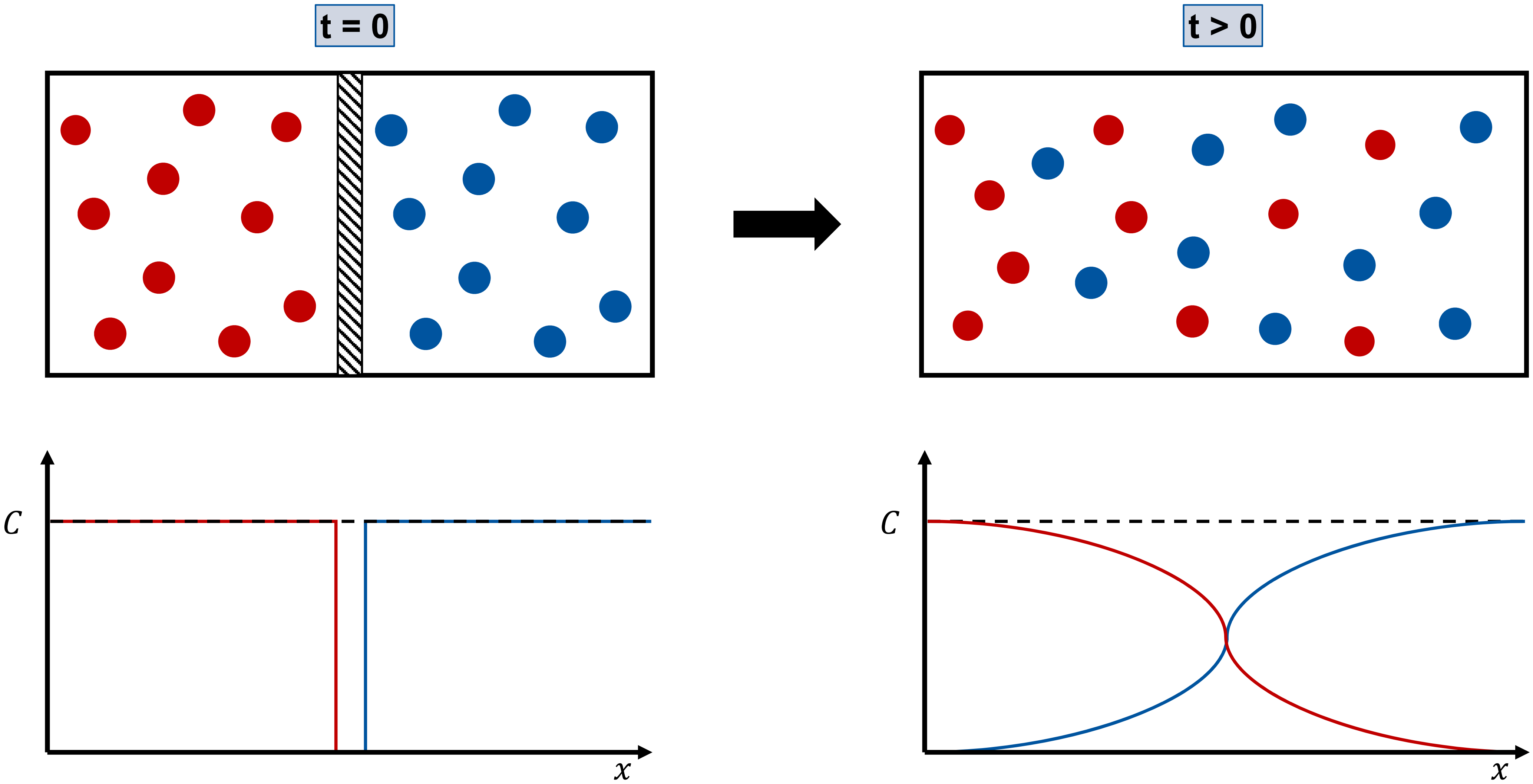
mit

$$\psi_1 = \frac{p_1}{p}; \quad \psi_2 = \frac{p_2}{p}$$

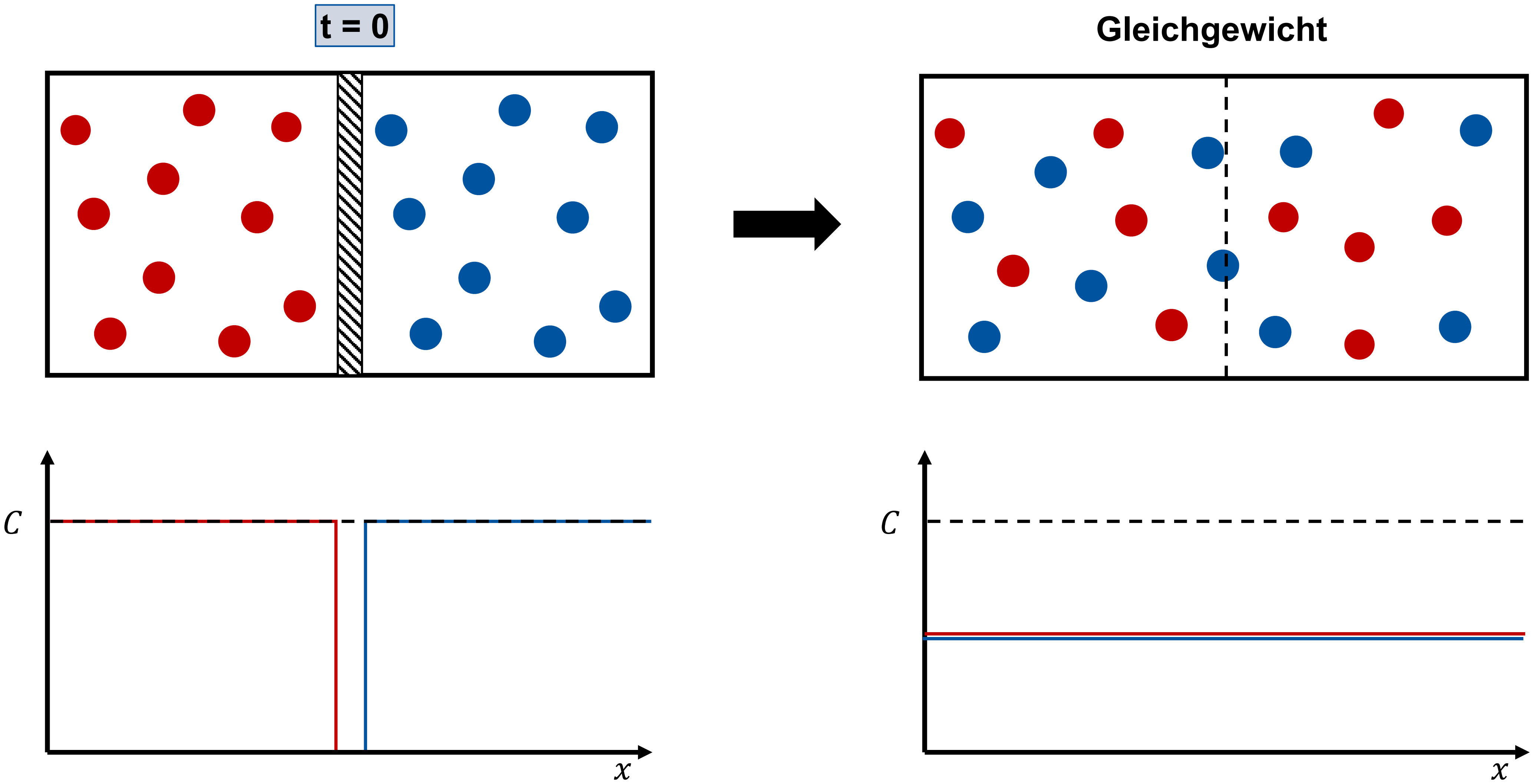
ψ : Stoffmengenanteil

Lehrstuhl für Wärme- und Stoffübertragung
RWTH AACHEN UNIVERSITY

Stoffübertragung - Konzentrationsverlauf

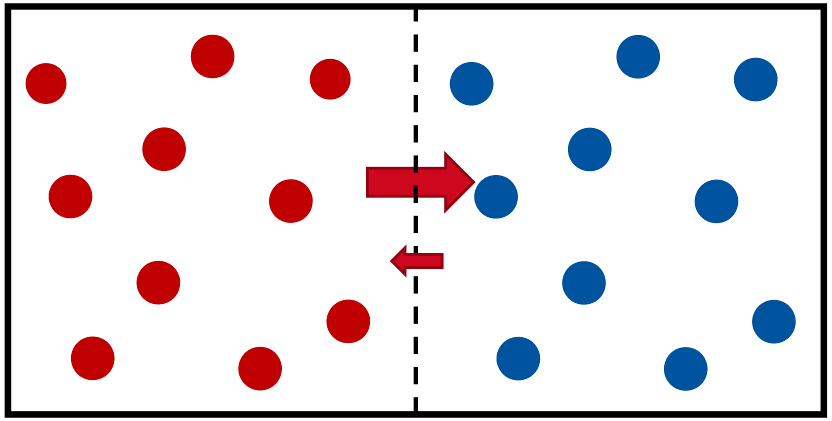


Stoffübertragung - Konzentrationsverlauf

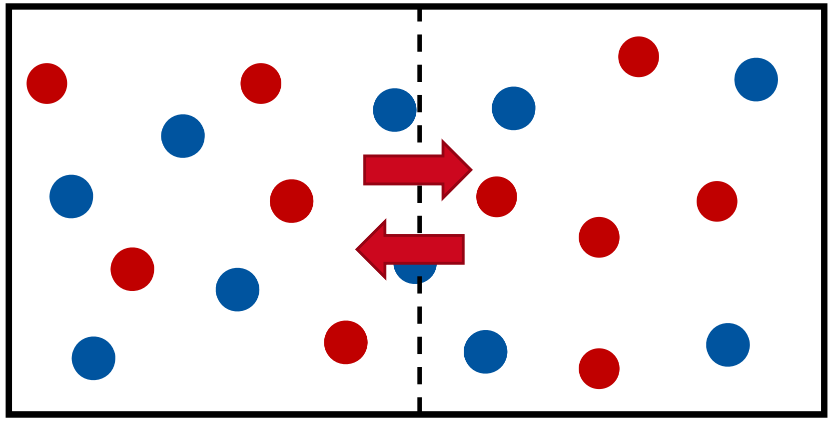


Lehrstuhl für Wärme- und Stoffübertragung
RWTH AACHEN UNIVERSITY

Molekulare/Statistische Vorstellung der Diffusion



Gleichgewicht



Wahrscheinlicheit, dass ein rotes Molekül die Kontrollebene von links nach rechts überschreitet

$\gg$

Wahrscheinlichkeit, dass ein rotes Molekül die Kontrollebene von rechts nach links überschreitet

→ Effektiver Teilchenfluss von roten Molekülen von links nach rechts

Wahrscheinlichkeit, dass ein rotes Molekül die Kontrollebene von links nach rechts überschreitet

$=$

Wahrscheinlichkeit, dass ein rotes Molekül die Kontrollebene von rechts nach links überschreitet

→ Kein effektiver Teilchenfluss von roten Molekülen von links nach rechts mehr

Eindimensionale, äquimolare Diffusion in ruhenden binären Gemischen

Diffusiver Stoffmengenstrom

Stoffmengenstrom = Diffusionskoeffizient · negativer Gradient der Mengenkonzentration

Stoffmengenstrom

- 1. Ficksches Gesetz

$$\boxed{\begin{aligned} \dot{n}_1'' &= D_{12}\left(-\frac{dC_1}{dx}\right) \\ \dot{n}_2'' &= D_{21}\left(-\frac{dC_2}{dx}\right) \end{aligned}}$$

$$\left[\frac{\mathrm{mol}}{\mathrm{s\ m^2}}\right] = \left[\frac{\mathrm{m^2}}{\mathrm{s}}\right]\left[\frac{\mathrm{mol}}{\mathrm{m^3\ m}}\right]$$

Äquivalent zum Fouierschen Gesetz

Äquimolarität

1. $C_1 + C_2 = \mathrm{C} = \text{konst.}$

$$\frac{dC_1}{dx} + \frac{dC_2}{dx} = 0$$

2. $n_1 + n_2 = \mathrm{n} = \text{konst.}$

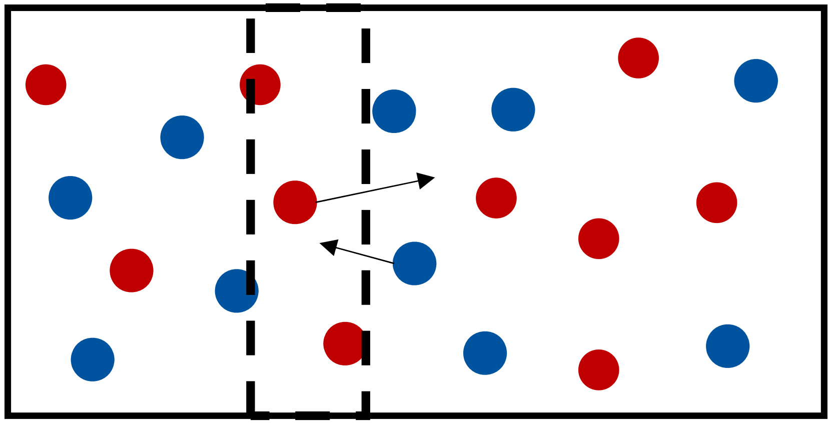
$$\dot{n}_1'' + \dot{n}_2'' = 0$$

$$\dot{n}_1'' = -\dot{n}_2''$$

3. $\frac{\dot{n}_1''}{D_{12}} + \frac{\dot{n}_2''}{D_{21}} = -\left(\frac{dC_1}{dx} + \frac{dC_2}{dx}\right)$

$$\boxed{D_{12} = D_{21} = \boldsymbol{D}}$$

Molekulare Erklärung der äquimolaren Diffusion



Mechanisches Gleichgewicht: Der Druck ist überall konstant
→ Stoffmengenkonzentration ist überall identisch

Molekülbewegung über Grenzen des KV: Molekül A verlässt das KV
→ wird ersetzt durch Molekül A
(makroskopisch keine Änderung sichtbar)
→ wird ersetzt durch Molekül B
(sichtbarer Diffusionsprozess)

Um das mechanische Gleichgewicht zu halten muss für jeden „sichtbaren/effiktiven“ Abgang eines Moleküls A ein Molekül B in das KV eintreten

Beziehung zwischen Stoffmengenstrom und Massenstrom

Diffusiver Massenstrom

- Beschreibung des Stoffmengenstroms durch das Ficksche Gesetz:

$$\dot{n}_i'' = -D_i \cdot \frac{dC_i}{dx}$$

- Multiplikation mit der Molmasse M_i:

$$M_i \cdot \dot{n}_i'' = -M_i \cdot D_i \cdot \frac{dC_i}{dx}$$

- Resultiert der diffusive Massenfluss j_i'':

$$j_i'' = \dot{m}_i'' = -D \cdot \frac{d\rho_i}{dx} = -\rho \cdot D \cdot \frac{d\xi_i}{dx}$$

Lehrstuhl für Wärme- und Stoffübertragung
RWTH AACHEN UNIVERSITY

Verständnisfragen

Was besagt das Gesetz von Dalton?

Was besagt das Ficksche Gesetz?

Was bedeutet äquimolare Diffusion?

In welchem Zusammenhang stehen Teilchenfluss und diffusiver Massenfluss?