
Wärme- und Stoffübertragung I

Rippenwirkungsgrad

Prof. Dr.-Ing. Reinhold Kneer
Dr.-Ing. Dr. rer. pol. Wilko Rohlfs

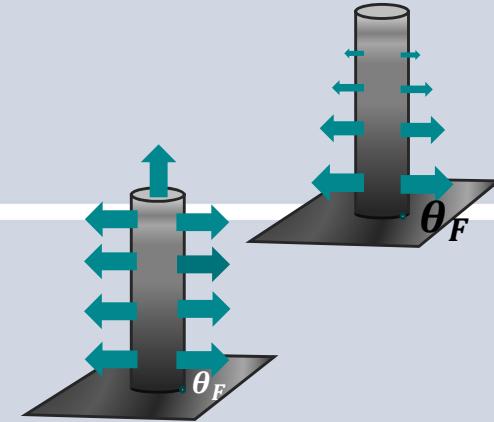
Lernziel

Auslegung von Rippen

- Rippenmaterial
- Geometrie

Rippenwirkungsgrad

- Bedeutung



Wiederholung: Temperaturverlauf bei Rippen

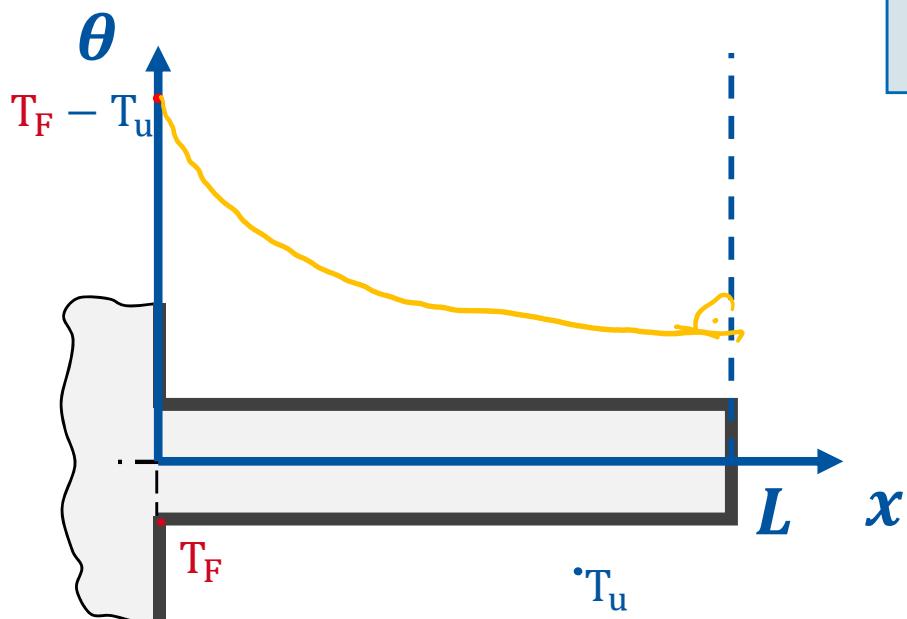
Randbedingungen

Bei $x = 0$:

$$\theta(x) = \theta_F$$

Bei $x = L$:

$$\dot{Q}_{\text{Kopf}} = 0 \quad \Rightarrow \quad \left. \frac{d\theta}{dx} \right|_{x=L} = 0$$

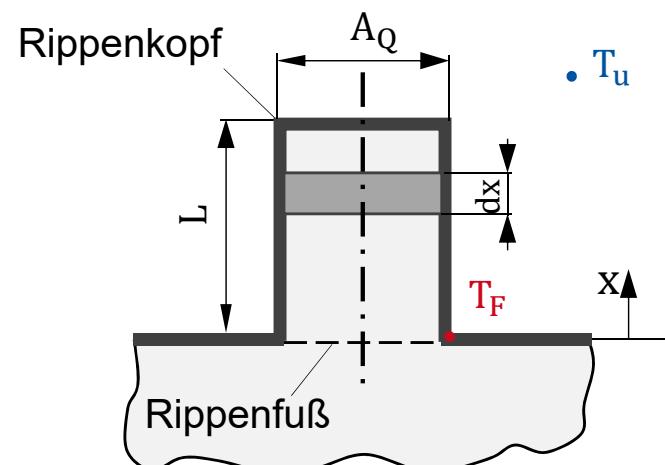


Rippen Temperaturprofil bei gegebenen Randbedingungen:

$$\theta(x) = \theta_F \cdot \left(\frac{e^{m(L-x)} + e^{-m(L-x)}}{e^{mL} + e^{-mL}} \right)$$

oder:

$$\theta(x) = \theta_F \cdot \left(\frac{\cosh(m(L-x))}{\cosh(mL)} \right)$$



Wiederholung: Temperaturverlauf bei Rippen

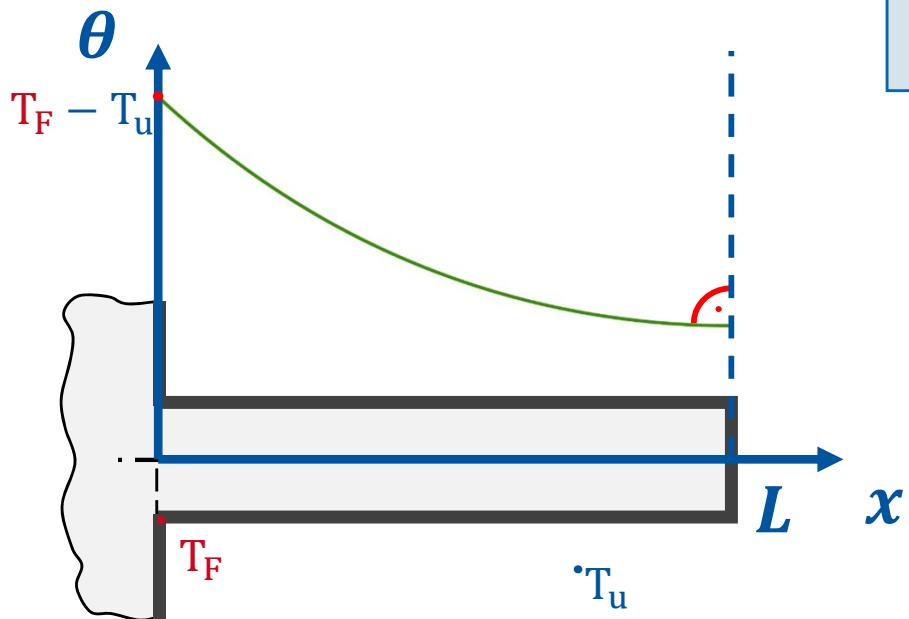
Randbedingungen

Bei $x = 0$:

$$\theta(x) = \theta_F$$

Bei $x = L$:

$$\dot{Q}_{\text{Kopf}} = 0 \quad \Rightarrow \quad \left. \frac{d\theta}{dx} \right|_{x=L} = 0$$

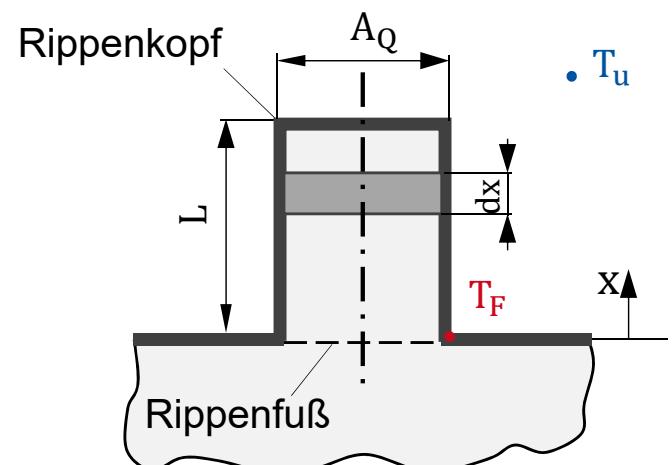


Rippen Temperaturprofil bei gegebenen Randbedingungen:

$$\theta(x) = \theta_F \cdot \left(\frac{e^{m(L-x)} + e^{-m(L-x)}}{e^{mL} + e^{-mL}} \right)$$

oder:

$$\theta(x) = \theta_F \cdot \left(\frac{\cosh(m(L-x))}{\cosh(mL)} \right)$$



Temperaturverlauf: Vergleich für verschiedene Rippenmaterialien

Materialien:

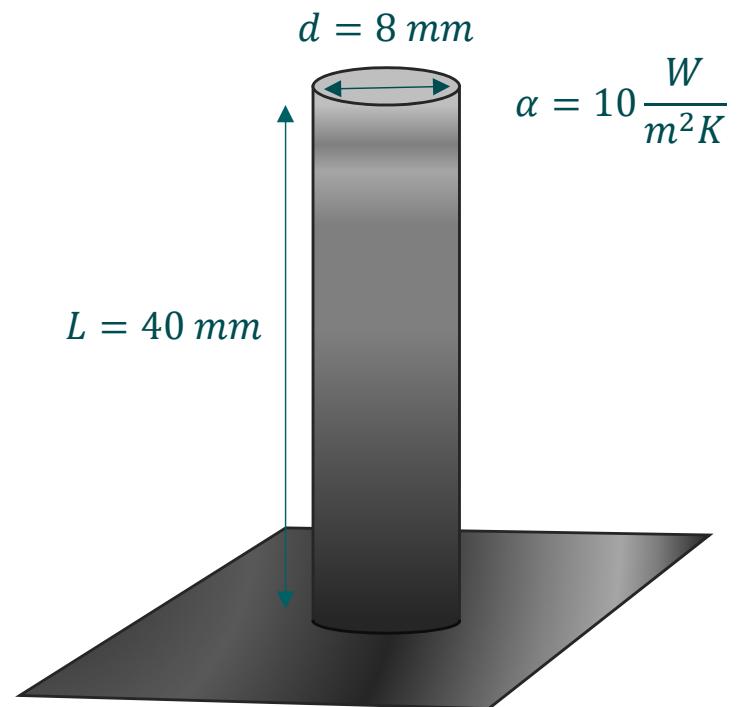
Kupfer: $\lambda_{Cu} = 385 \frac{W}{m K}$

Chrom-Nickel-Stahl: $\lambda_{Cr-Ni} = 16 \frac{W}{m K}$

Glas: $\lambda_{Glas} = 0,8 \frac{W}{m K}$

Zylindrische Rippe \Rightarrow

$$m^2 = \frac{4 \alpha}{\lambda d}$$



Temperaturverlauf: Vergleich für verschiedene Rippenmaterialien

$$\theta(x) = \theta_F \cdot \left(\frac{e^{m(L-x)} + e^{-m(L-x)}}{e^{mL} + e^{-mL}} \right)$$



$$\frac{\theta(x)}{\theta_F} = \left(\frac{e^{m(L-x)} + e^{-m(L-x)}}{e^{mL} + e^{-mL}} \right)$$

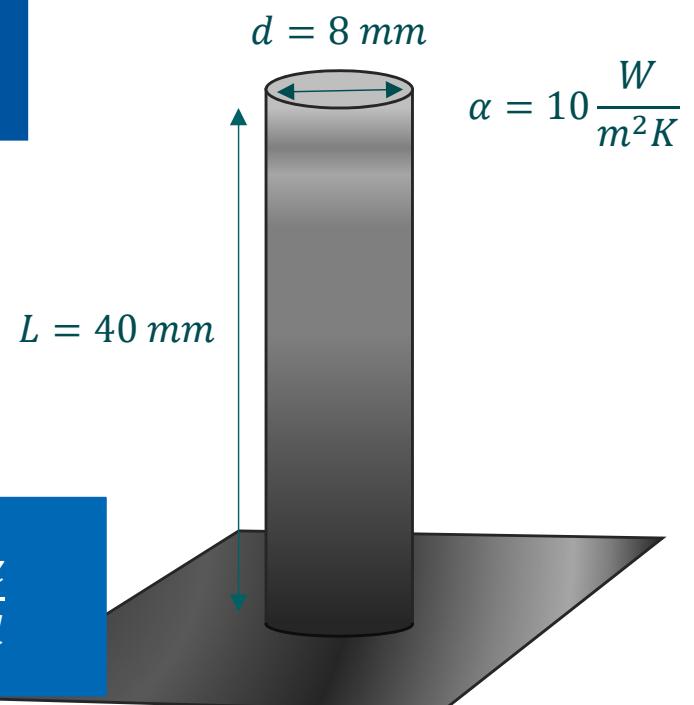
Bei $x = 0$:

$$\frac{\theta(x=0)}{\theta_F} = 1$$

Bei $x = L$:

$$\frac{\theta(x=L)}{\theta_F} = \frac{e^0 + e^0}{e^{mL} + e^{-mL}} = \frac{2}{e^{mL} + e^{-mL}}$$

$$m^2 = \frac{4\alpha}{\lambda d}$$



Temperaturverlauf: Vergleich für verschiedene Rippenmaterialien

$$\frac{\theta(L)}{\theta_F} = \frac{2}{e^{mL} + e^{-mL}}$$

$$m^2 = \frac{4\alpha}{\lambda d} \quad \left[\frac{1}{m} \right]$$

Kupfer:

$$\lambda_{Cu} = 385 \frac{W}{m K}$$

$$m_{Cu}^2 = 13 m^{-1}$$

$$(m \cdot L)_{Cu} = 0,144$$

$$\left(\frac{\theta(L)}{\theta_F} \right)_{Cu} = 0,9887$$

Chrom-Nickel-Stahl:

$$\lambda_{Cr-Ni} = 16 \frac{W}{m K}$$

$$m_{Cr-Ni}^2 = 312,5 m^{-1}$$

$$(m \cdot L)_{Cr-Ni} = 0,707$$

$$\left(\frac{\theta(L)}{\theta_F} \right)_{Cr-Ni} = 0,7939$$

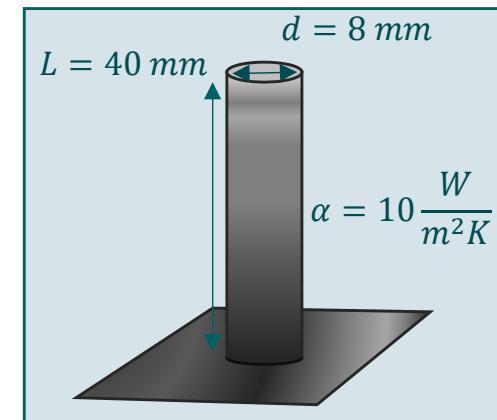
Glas:

$$\lambda_{Glas} = 0,8 \frac{W}{m K}$$

$$m_{Glas}^2 = 6250 m^{-1}$$

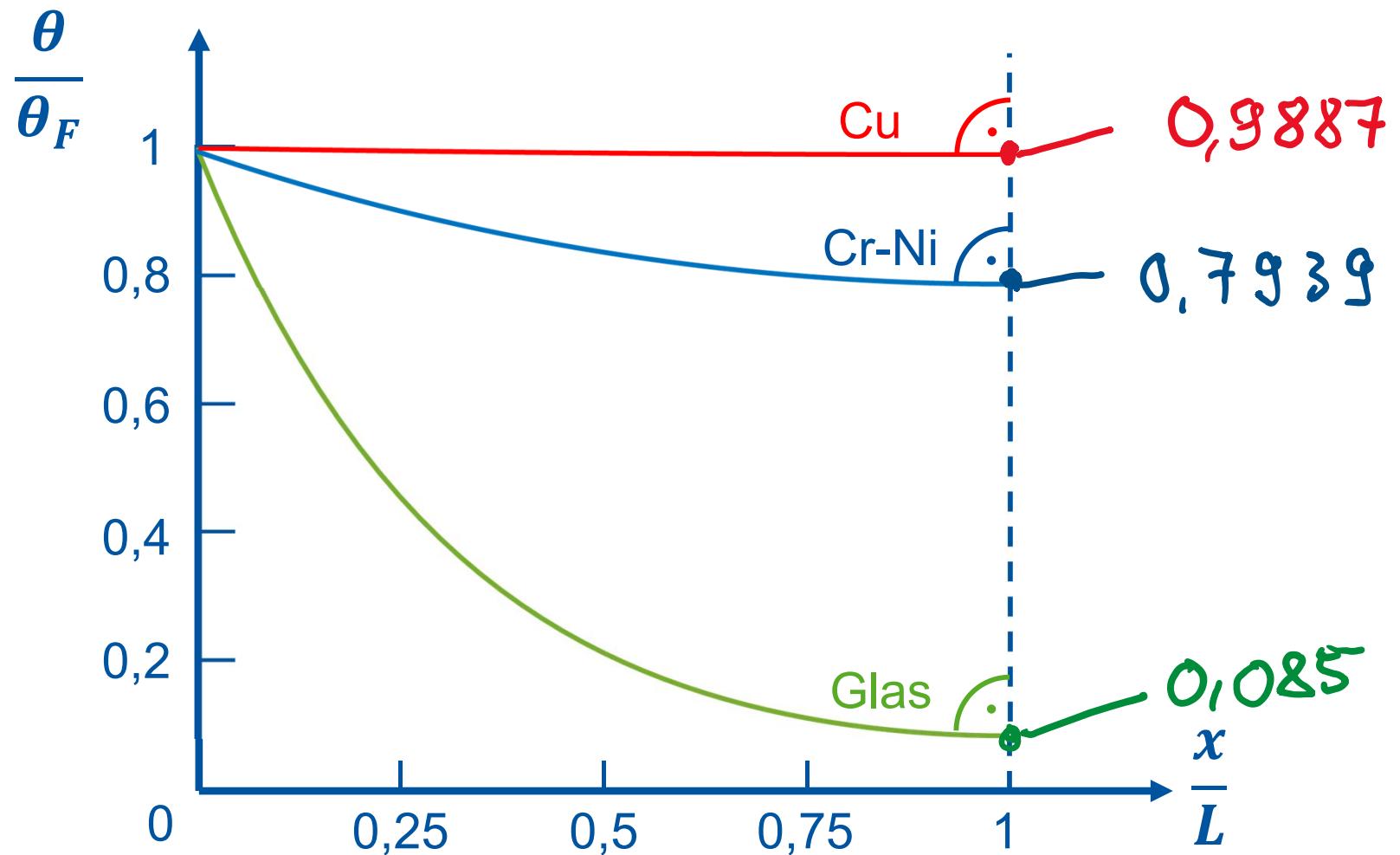
$$(m \cdot L)_{Glas} = 3,16$$

$$\left(\frac{\theta(L)}{\theta_F} \right)_{Glass} = 0,085$$



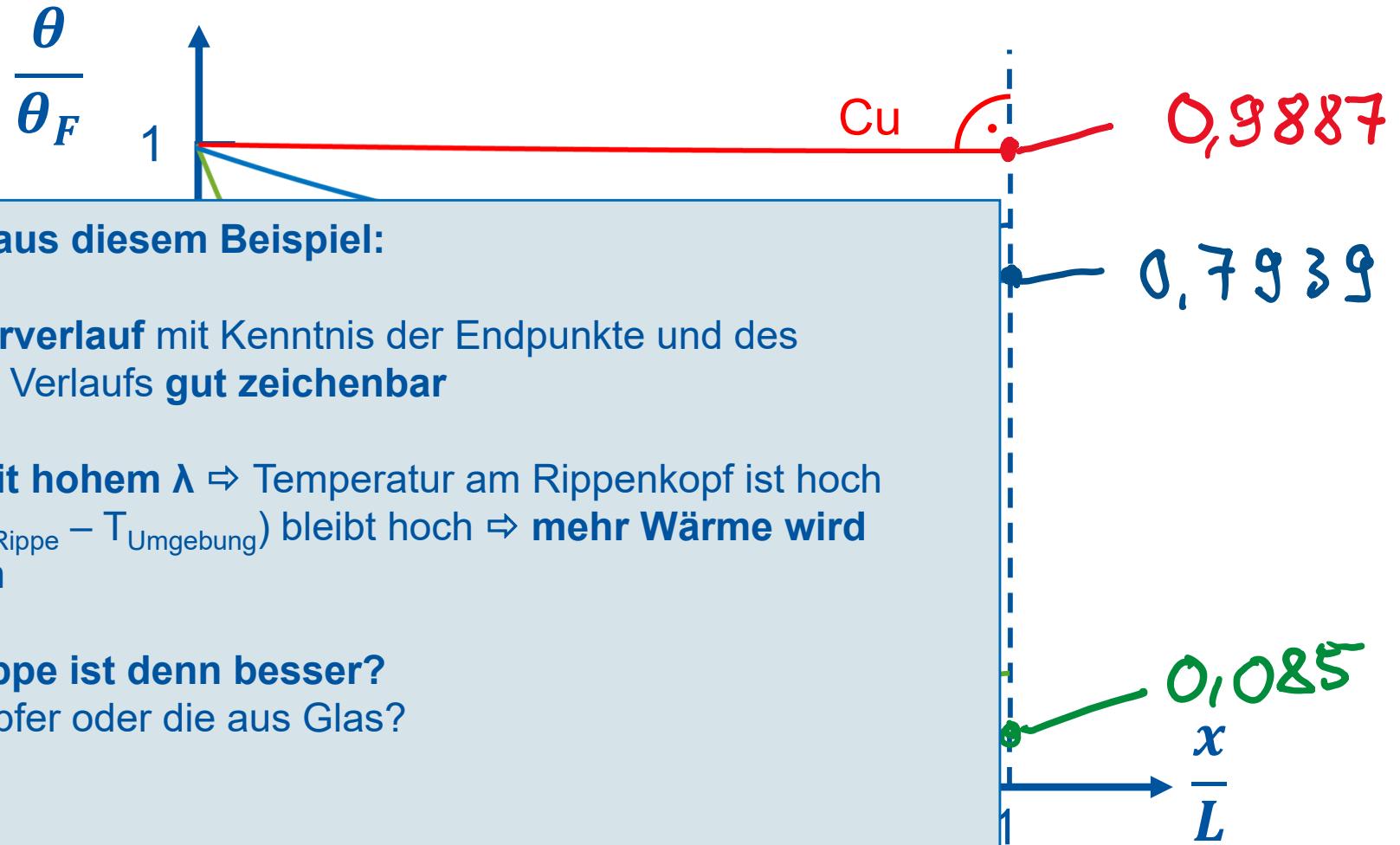
Temperaturverlauf über der Länge einer Stabrippe

Dimensionsloser Temperaturverlauf für die drei verschiedene Materialien:



Temperaturverlauf über der Länge einer Stabrippe

Dimensionsloser Temperaturverlauf für die drei verschiedene Materialien:



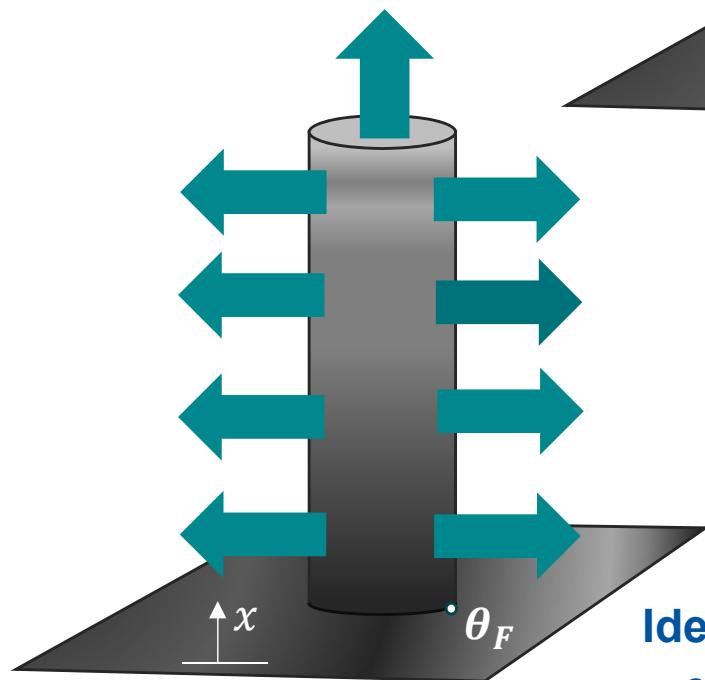
Rippenwirkungsgrad

$$\eta_R = \frac{\text{Von einer Rippe übertragene Wärme}}{\text{Maximal übertragbare Wärmemenge}}$$

Maximal übertragbarer Wärmestrom wird erreicht, wenn die Temperatur über die gesamte Länge der Rippe gleich der Fußtemperatur bleibt.

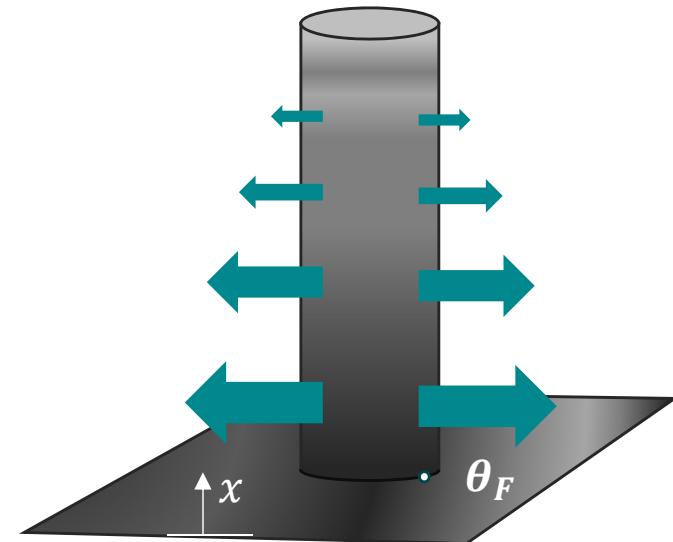


$$T = T_{fu\ddot{s}} \\ \neq f(x)$$



Ideale Rippe

$$\theta_F = \theta(x)$$



Reale Rippe

$$\theta_F > \theta(x)$$

Rippenwirkungsgrad

$$\eta_R = \frac{\text{Von einer Rippe übertragene Wärme}}{\text{Maximal übertragbare Wärmemenge}}$$

Von der Rippe übertragener Wärmestrom:

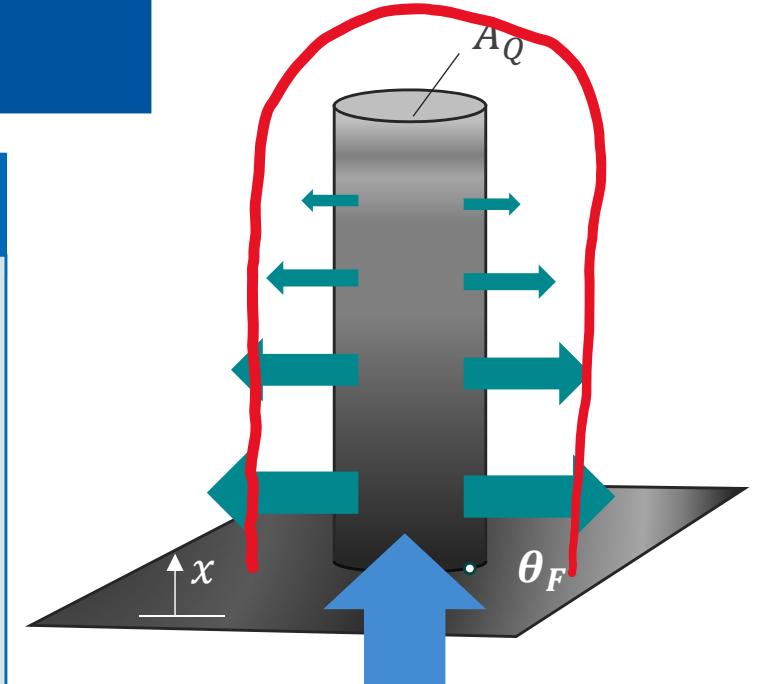
Übertragener (konvektiver) Wärmestrom auf der Mantelfläche:

$$\dot{Q}_{Konv} = \int_0^L \dot{q}_{konv.} dx = \pi d \cdot \int_0^L \alpha \cdot \underbrace{(T(x) - T_u)}_{\theta(x)} dx$$

Alternative:

Wärmeleitstrom am Fuß:

$$\dot{Q}_{WL,Fuß} = -\lambda \cdot A_Q \cdot \left. \frac{dT}{dx} \right|_{x=0} = -\lambda \cdot A_Q \cdot \left. \frac{d\theta}{dx} \right|_{x=0}$$



$$\dot{Q}_{Konv} = \dot{Q}_{WL,Fuß}$$

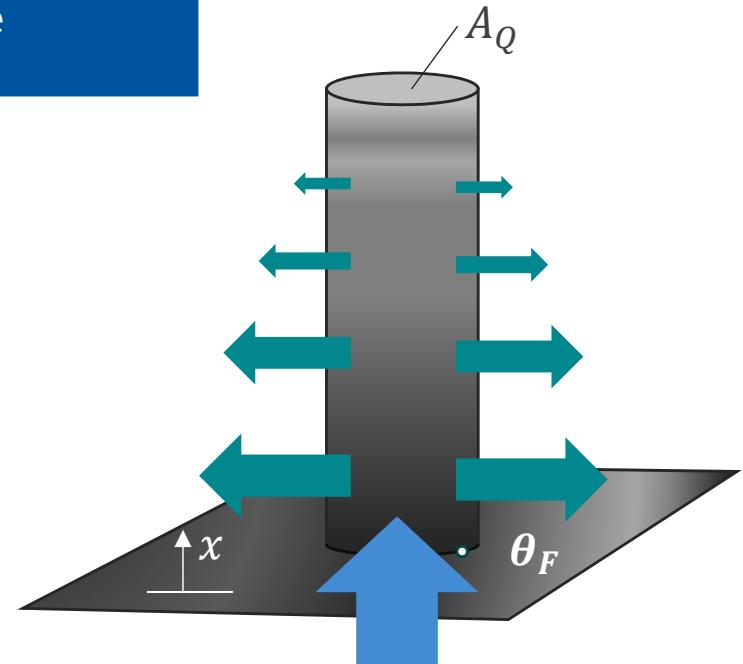
Rippenwirkungsgrad

$$\eta_R = \frac{\text{Von einer Rippe übertragene Wärme}}{\text{Maximal übertragbare Wärmemenge}}$$

Von der Rippe übertragener Wärmestrom:

$$\dot{Q}_{WL,Fuß} = -\lambda \cdot A_Q \cdot \frac{dT}{dx} \Big|_{x=0} = -\lambda \cdot A_Q \cdot \frac{d\theta}{dx} \Big|_{x=0}$$

$$\dot{Q}_{WL,Fuß} = -\lambda \cdot A_Q \cdot m \cdot \theta_F \cdot \tanh(mL)$$



$$\dot{Q}_{Konv} = \dot{Q}_{WL,Fuß}$$

Rippenwirkungsgrad

$$\eta_R = \frac{\text{Von einer Rippe übertragene Wärme}}{\text{Maximal übertragbare Wärmemenge}}$$

Rippenwirkungsgrad

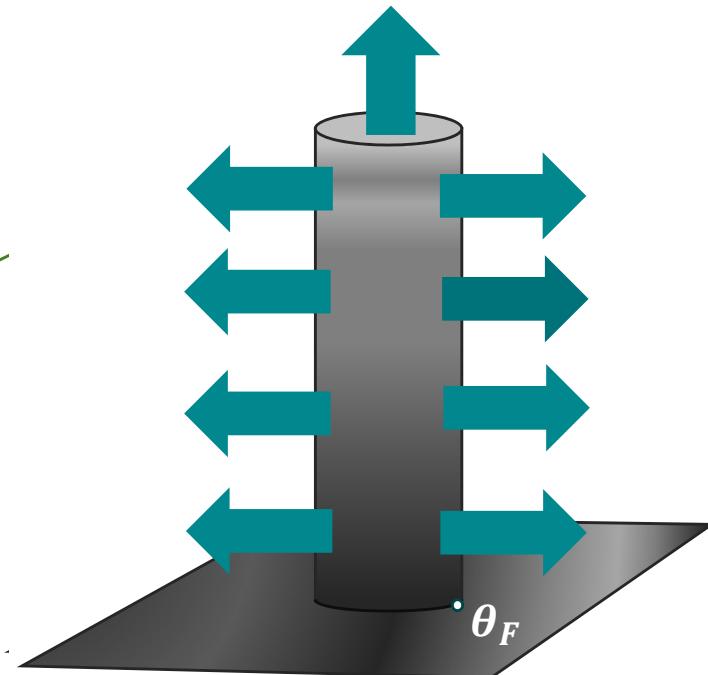
$$\eta_R = \frac{\dot{Q}_{WL,Fuß}}{\dot{Q}_{max}}$$

$$\dot{Q}_{max} = \pi \cdot d \cdot \alpha \int_0^L \theta_F dx = \pi \cdot d \cdot \alpha \cdot \theta_F \cdot L$$

$$m^2 = \frac{4 \alpha}{\lambda d}$$

$$\frac{1}{m^2} \cdot m$$

$$\eta_R = \frac{\tanh(mL)}{mL}$$

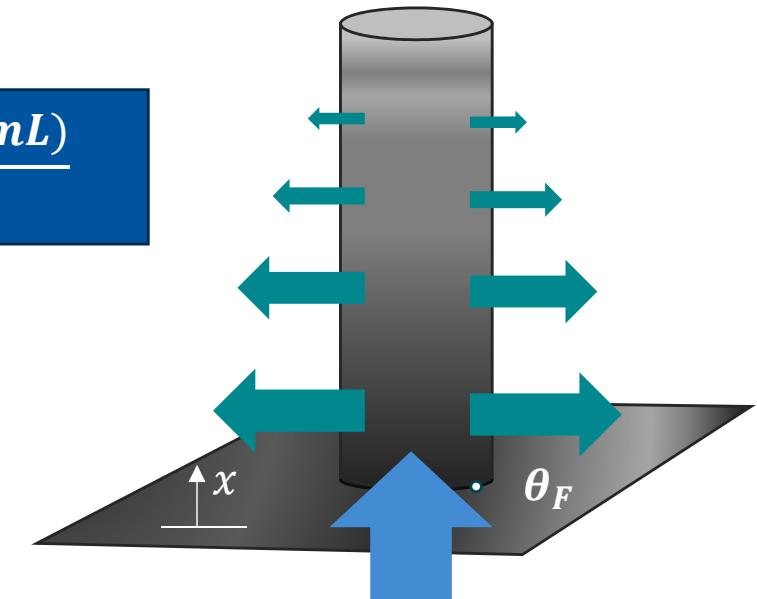
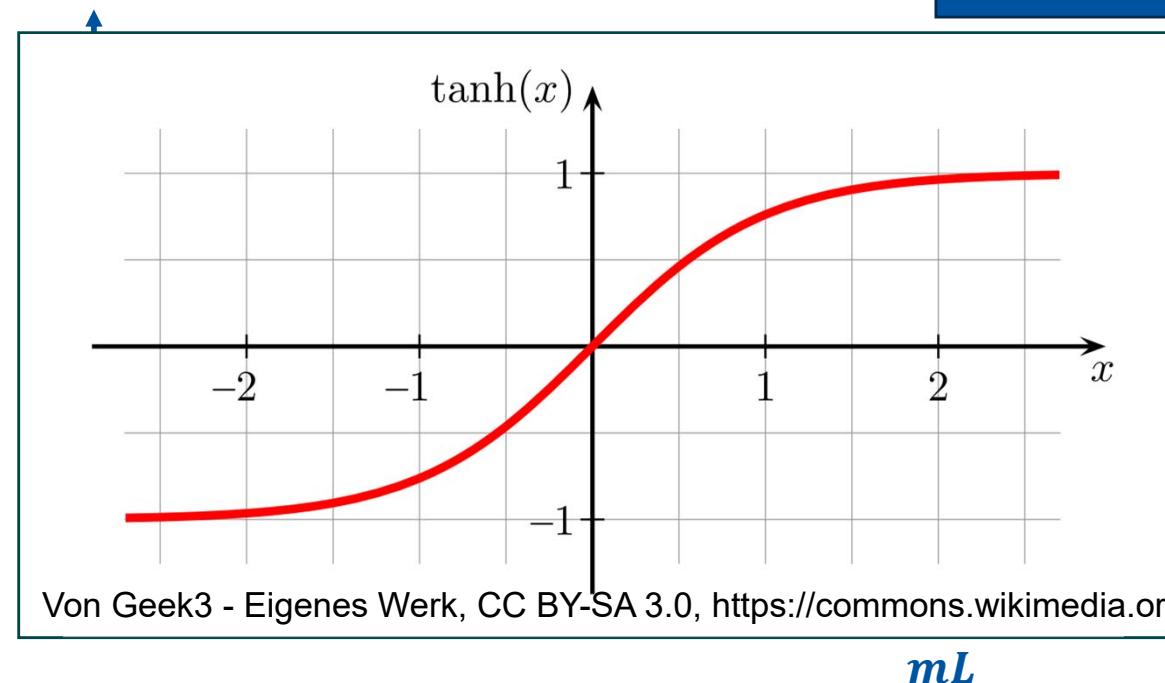


$$\dot{Q}_{Konv} = \dot{Q}_{WL,Fuß}$$

Rippenwirkungsgrad

$$\eta_R = \frac{\text{Von einer Rippe übertragene Wärme}}{\text{Maximal übertragbare Wärmemenge}}$$

$$\eta_R = \frac{\tanh(mL)}{mL}$$



$$\dot{Q}_{\text{Konv}} = \dot{Q}_{WL,Fuß}$$

Rippenwirkungsgrad

Rippenparameter m :

$$m = \left(\frac{\alpha U}{\lambda A Q} \right)^{1/2}$$

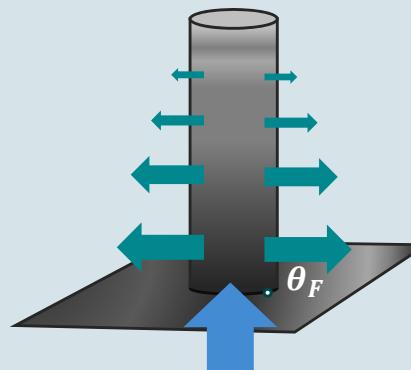
$$\eta_R = \frac{\tanh(mL)}{mL}$$

Ebene Rippe:

$$m = \left(\frac{2(b+t)\alpha}{\lambda b t} \right)^{1/2}$$
$$= \left(\frac{2\alpha}{\lambda} \left(\frac{1}{t} + \frac{1}{b} \right) \right)^{1/2}$$
$$mit \frac{1}{b} \gg \frac{1}{t} \Rightarrow m \approx \left(\frac{2\alpha}{\lambda b} \right)^{1/2}$$

Zyl. Stabripte:

$$m = \left(\frac{\alpha \pi d}{\lambda \pi \frac{d^2}{4}} \right)^{1/2} = \left(\frac{4\alpha}{\lambda d} \right)^{1/2}$$



Rippenwirkungsgrad erhöhen?

$$\eta_R = \frac{\tanh(mL)}{mL}$$

$$\eta_R \propto 1/mL$$

- Material:

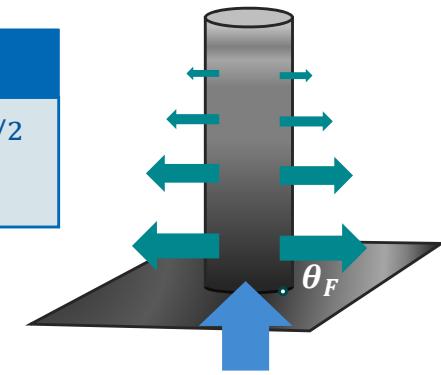
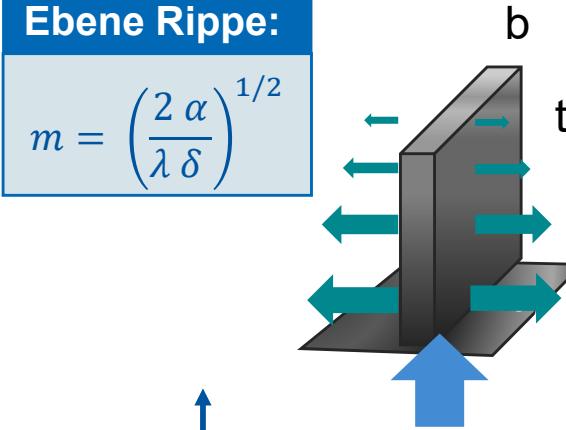
$$\lambda \uparrow \Rightarrow m^2 \downarrow \Rightarrow \eta \uparrow$$

Ebene Rippe:

$$m = \left(\frac{2\alpha}{\lambda \delta} \right)^{1/2}$$

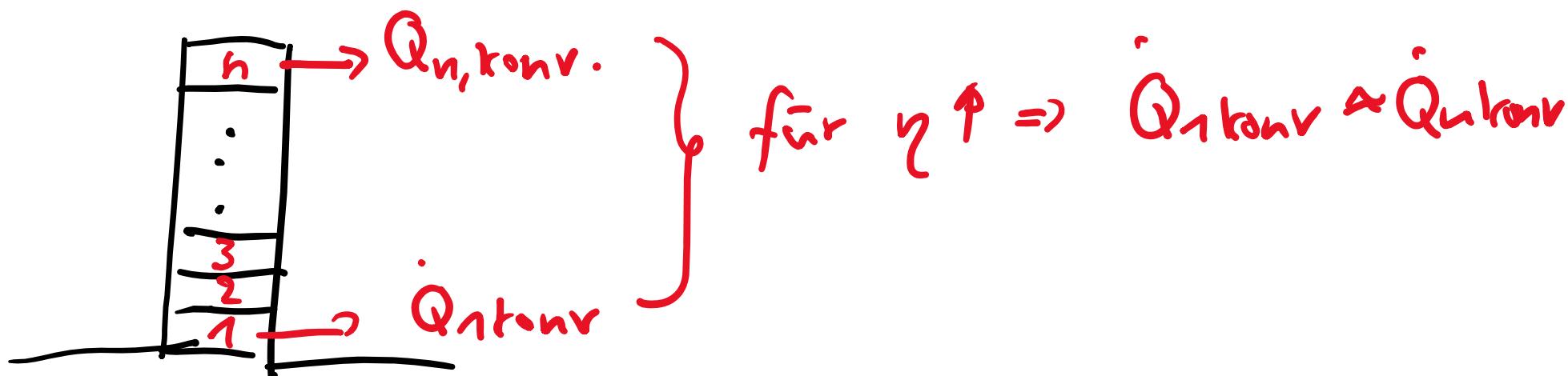
Stabrippe:

$$m = \left(\frac{4\alpha}{\lambda d} \right)^{1/2}$$



Rippenwirkungsgrad

Rippenwirkungsgrad gibt lediglich an
wie gut einzelne Abschnitte einer
Rippe ausgenutzt werden!



Rippenwirkungsgrad

Rippenwirkungsgrad gibt lediglich an
wie gut einzelne Abschnitte einer
Rippe ausgenutzt werden!

η_R macht keine Aussage über den über-
tragenden Wärmestrom \Rightarrow obwohl bei
Verlängerung einer Rippe η_R sinkt
 \Rightarrow Qübertragung steigt!

Verständnisfragen

Welchen Zusammenhang beschreibt der Rippenwirkungsgrad?

Was ist die Annahme für die theoretisch maximal übertragbare Wärme einer Rippe?

Wie lässt sich der Rippenwirkungsgrad erhöhen?