Wärme- und Stoffübertragung I

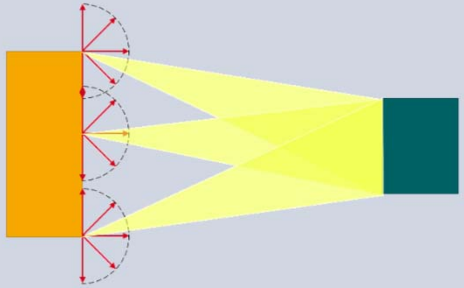
Einstrahlzahlen

Prof. Dr.-Ing. Reinhold Kneer
Dr.-Ing. Dr. rer. pol. Wilko Rohlfs

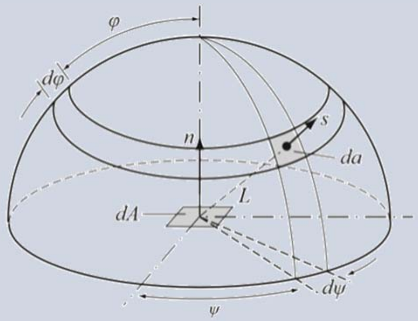
Lehrstuhl für Wärme- und Stoffübertragung
RWTH AACHEN UNIVERSITY

Lernziele

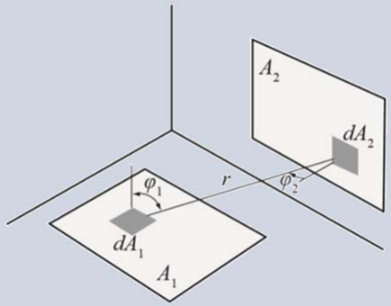
- Prinzip Einstrahlzahlen / Sichtfaktoren
  - ➢ Verständnis von abgestrahlter zu ankommender Strahlung



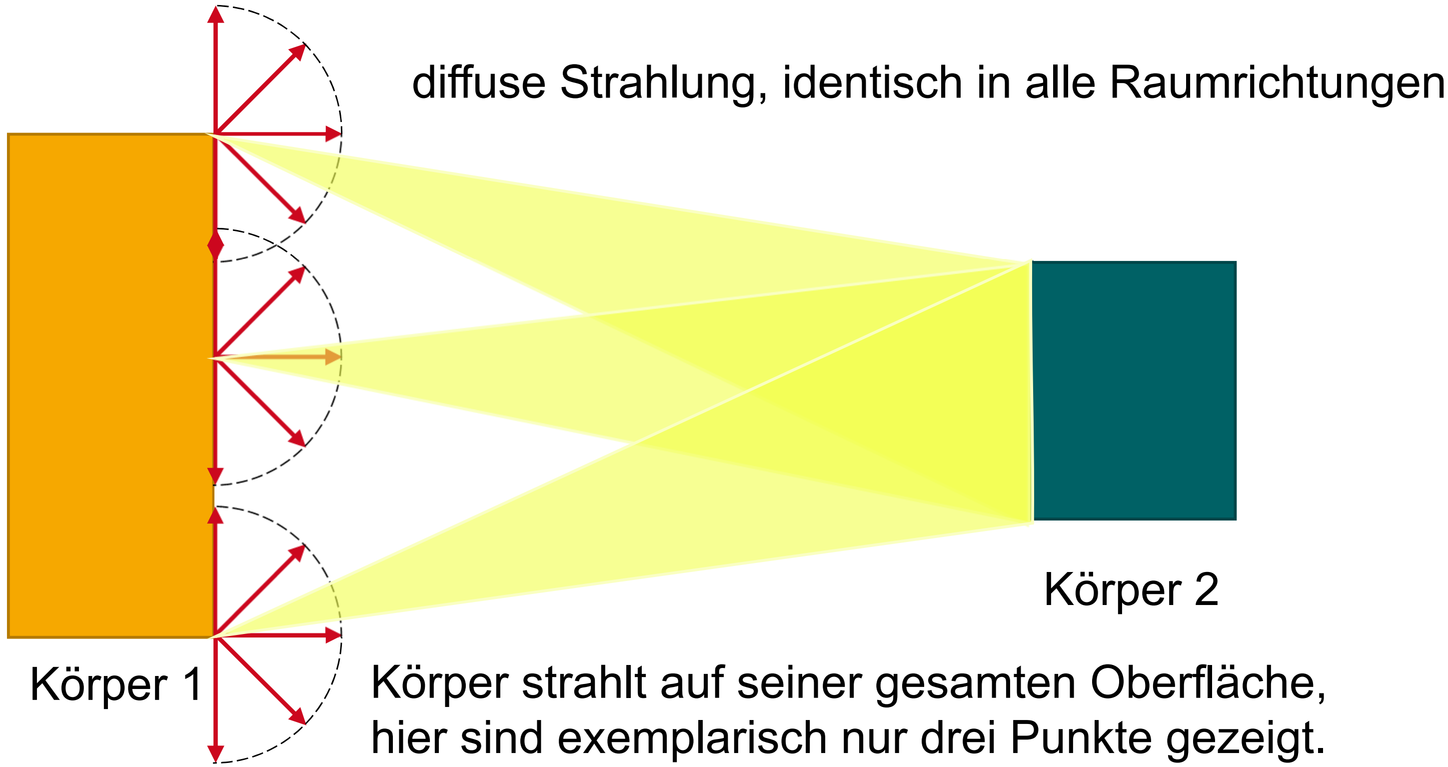
- Diffuse Strahlung im 3-D Raum
  - ➢ Verständnis über die von einer Fläche ausgehende Strahlungsverteilung mit Hilfe einer umschließenden Halbkugel



- Strahlungsaustausch zweier Flächen
  - ➢ Fähigkeit den Sichtfaktor zwischen zwei im rechten Winkel stehenden Flächen zu bestimmen



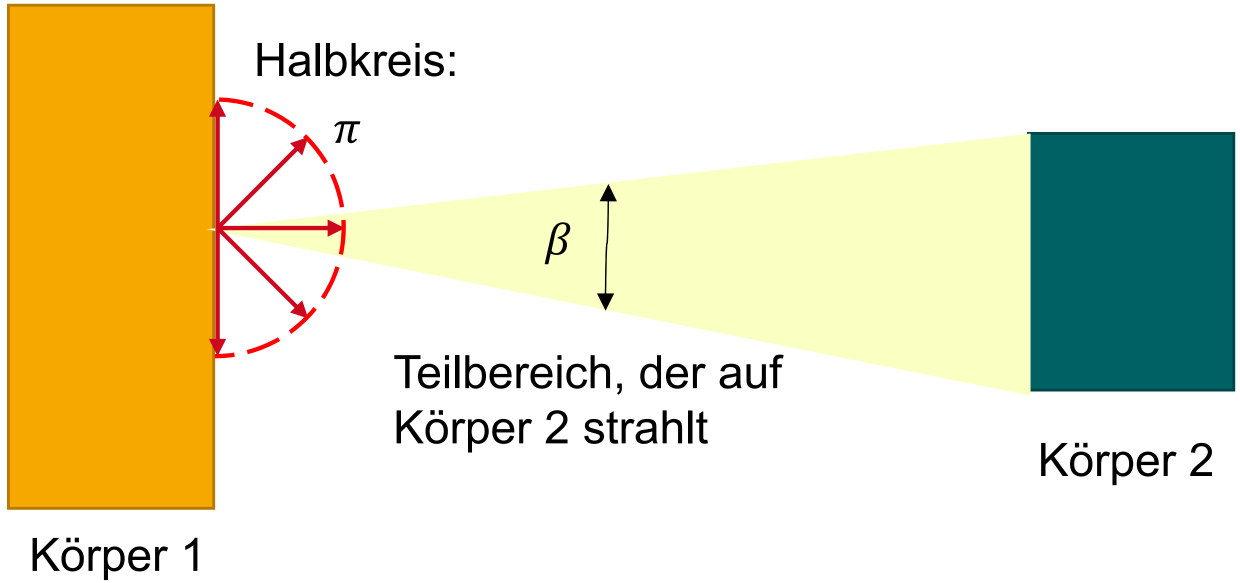
Prinzip der Einstrahlzahlen



Frage:

Welcher Anteil der von Körper 1 ausgehenden diffusen Strahlung trifft auf Körper 2?

Prinzip der Einstrahlzahlen

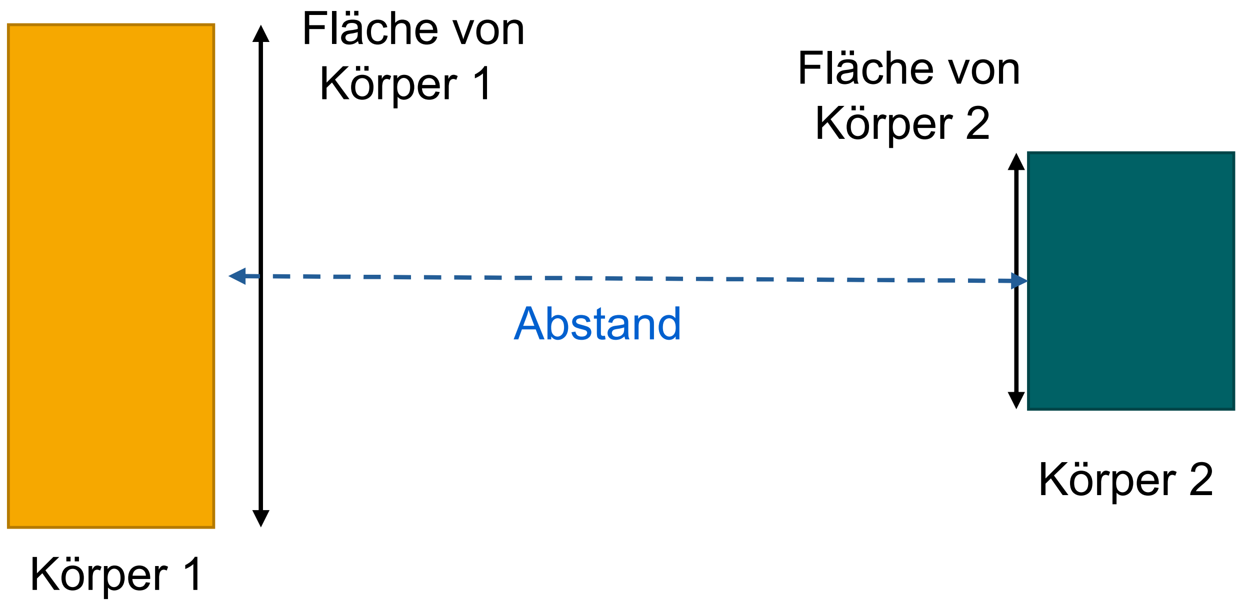


Für den 2-dimensionalen Fall

1) Definition des lokalen Anteils an der Gesamtstrahlung: β/π

2) Integration über die Oberfläche des Körpers 1

Abhängigkeiten der Einstrahlzahlen

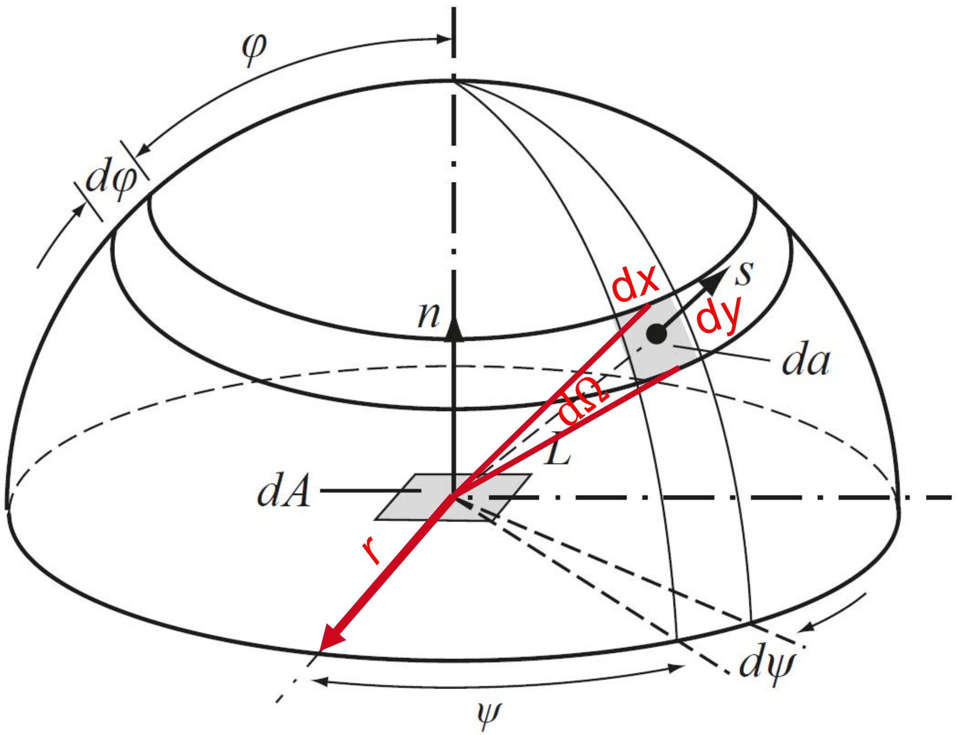


Nächster Schritt:
Allgemeingültige Definition für den 3-D Fall

Ausgesendete Strahlung einer Fläche im dreidimensionalen Raum

Frage:

Welcher Anteil der von **dA** ausgehenden Strahlung geht durch das Flächenelement **da** auf der Halbkugel?



Strahlung von Fläche d*A* und d*a*

$$\mathrm{d}x = r \cdot \sin(\varphi) \cdot \mathrm{d}\Psi$$
$$dy = r \cdot \mathrm{d}\,\varphi$$

Raumwinkel

$$\mathrm{d}\Omega(\varphi, \Psi) = \frac{r \cdot sin(\varphi) \cdot r \cdot \mathrm{d}\varphi}{r^2}$$

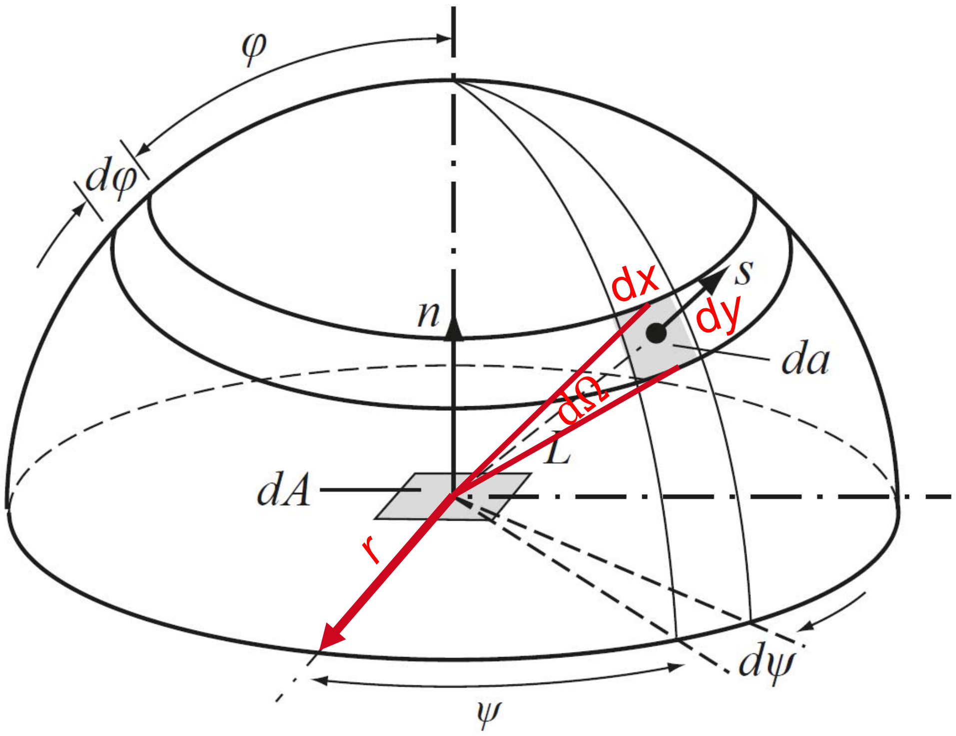
Strahlung von **d*A*** zu **d*a***

$$\mathrm{d}\dot{Q}(\varphi, \Psi)_{\mathrm{d}A \to \mathrm{da}} = \overbrace{L}^{\textbf{Strahl-dichte}} \cdot \mathrm{d}\Omega \cdot \overbrace{\mathrm{d}A \cdot cos(\varphi)}^{\textbf{in Strahlrichtung}}$$

diffuse Strahlung

$$\int_{\mathrm{HK}} \frac{\mathrm{d}\dot{Q}}{dA} = \int \mathrm{L} \cdot cos(\varphi) \cdot \mathrm{d}\Omega$$

Ausgesendete Strahlung einer Fläche im dreidimensionalen Raum



Strahlung von Fläche d*A* und d*a*

$$\mathrm{d}x = r \cdot \sin(\varphi) \cdot \mathrm{d}\Psi$$
$$dy = r \cdot \mathrm{d}\,\varphi$$

Raumwinkel

$$\mathrm{d}\Omega(\varphi,\Psi) = \frac{r \cdot sin(\varphi) \cdot r \cdot \mathrm{d}\varphi}{r^2}$$

Strahlung von **d*A* nach d*a***

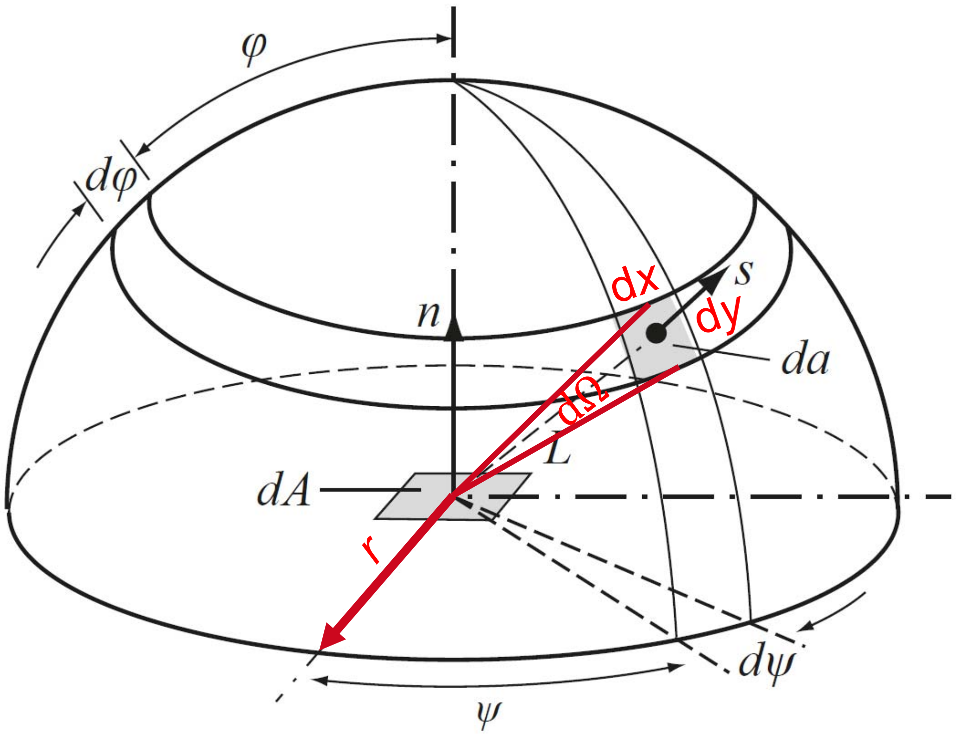
$$\mathrm{d}\dot{Q}(\varphi,\Psi)_{\mathrm{d}A\rightarrow \mathrm{da}} = \overbrace{L}^{\text{Strahl-dichte}} \cdot \mathrm{d}\Omega \cdot \overbrace{\mathrm{d}A \cdot cos(\varphi)}^{\text{in Strahlrichtung}}$$

diffuse Strahlung

$$\int_{\mathrm{HK}} \frac{\mathrm{d}\dot{Q}}{dA} = \int \mathrm{L} \cdot cos(\varphi) \cdot \mathrm{d}\Omega$$

$$\equiv \dot{q}''_{HK} = L \int_{\Psi=0}^{2\pi} \int_{\varphi=0}^{\pi/2} \sin(\varphi) cos(\varphi) \mathrm{d}\varphi \mathrm{d}\Psi$$

Ausgesendete Strahlung einer Fläche im dreidimensionalen Raum



Strahlung von Fläche d*A* und d*a*

$$\equiv \dot{q}''_{HK} = L \int_{\Psi=0}^{2\pi} \int_{\varphi=0}^{\pi/2} \sin(\varphi) cos(\varphi) \mathrm{d}\varphi \mathrm{d}\Psi$$

$$\int_{\varphi=0}^{\pi/2} \sin(\varphi)\, cos(\varphi) \mathrm{d}\varphi = \frac{1}{2} \cdot \sin^2(\varphi)\Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{1}{2}$$

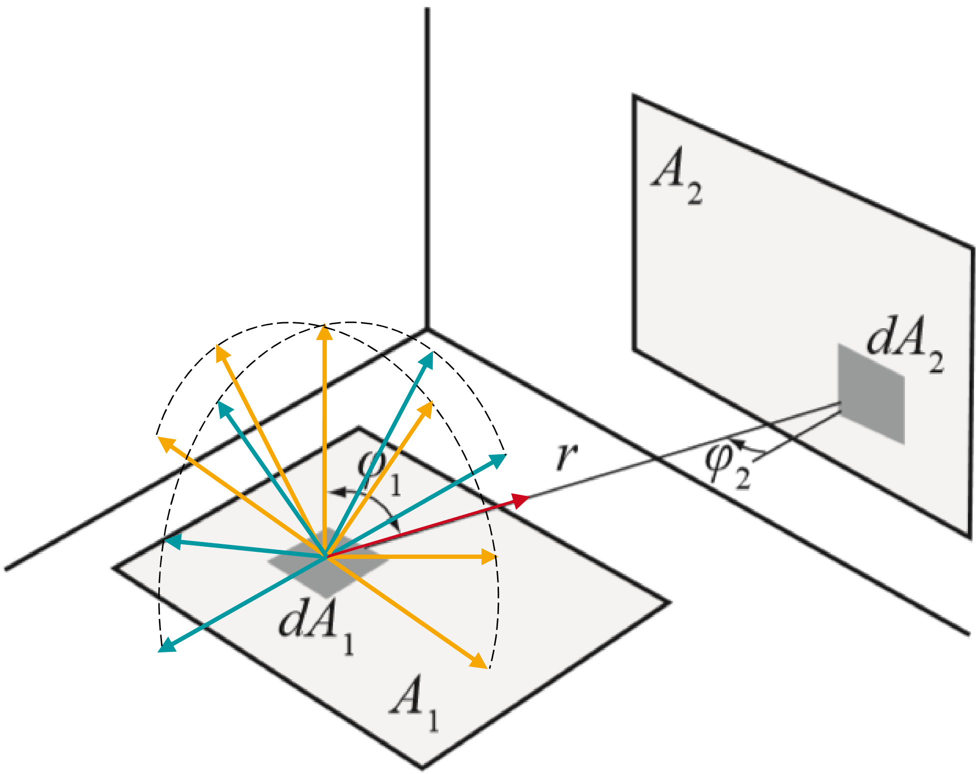
$$\int_{\Psi=0}^{2\pi} \frac{1}{2} \mathrm{d}\Psi = \frac{1}{2} \Psi \Big|_0^{2\pi} = \pi$$

$$\dot{q}''_{HK} = \pi \cdot L$$

diffuse Strahler

$$L = \frac{\dot{q}''}{\pi}$$

Strahlungsaustausch zwischen zwei Flächen



Strahlung von Fläche d*A* und d*a*

$$d\dot{Q}_{1\rightarrow 2} = L_1 \cos\varphi_1 \, d\Omega \, dA_1$$

$$d\Omega = \frac{dA_2 \cos\varphi_2}{r^2}$$

diffus

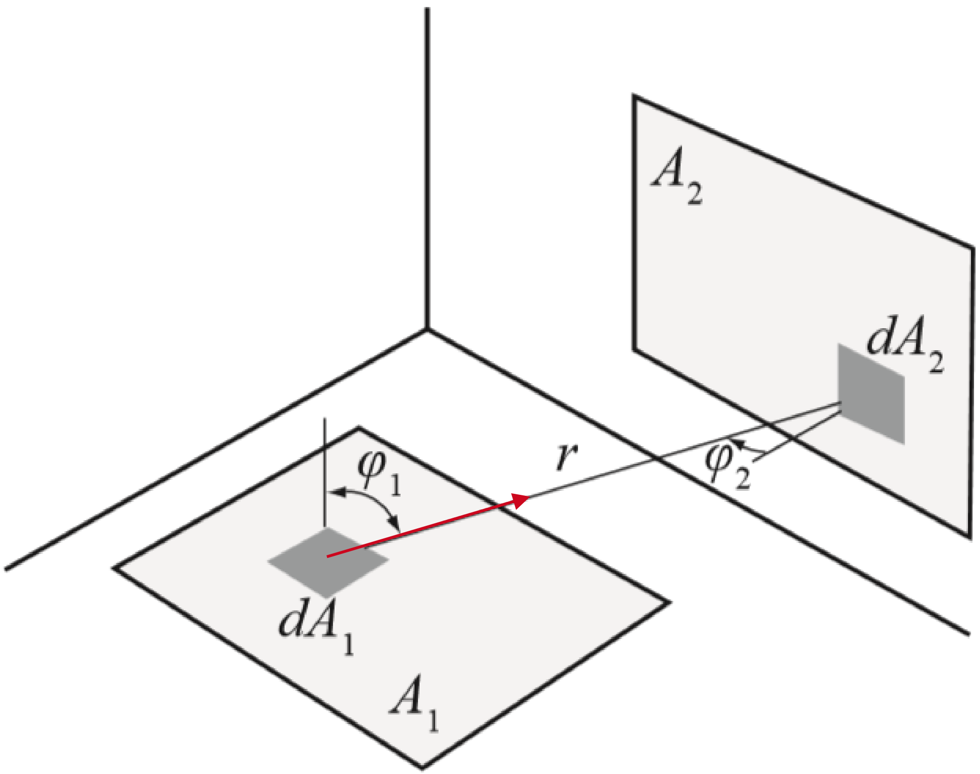
$$L_1 = \frac{\dot{q}_1''}{\pi}$$

$$\dot{Q}_{1\rightarrow 2} = \frac{\dot{q}_1''}{\pi} \boxed{\int\int \frac{\cos\varphi_1 \cos\varphi_2}{r^2} dA_1 \, dA_2}$$

$$\dot{Q}_{2\rightarrow 1} = \frac{\dot{q}_2''}{\pi} \boxed{\int\int \frac{\cos\varphi_2 \cos\varphi_1}{r^2} dA_2 \, dA_1}$$

Geometrische Komponente identisch

Strahlungsaustausch zwischen zwei Flächen



Strahlung von Fläche 1 auf 2

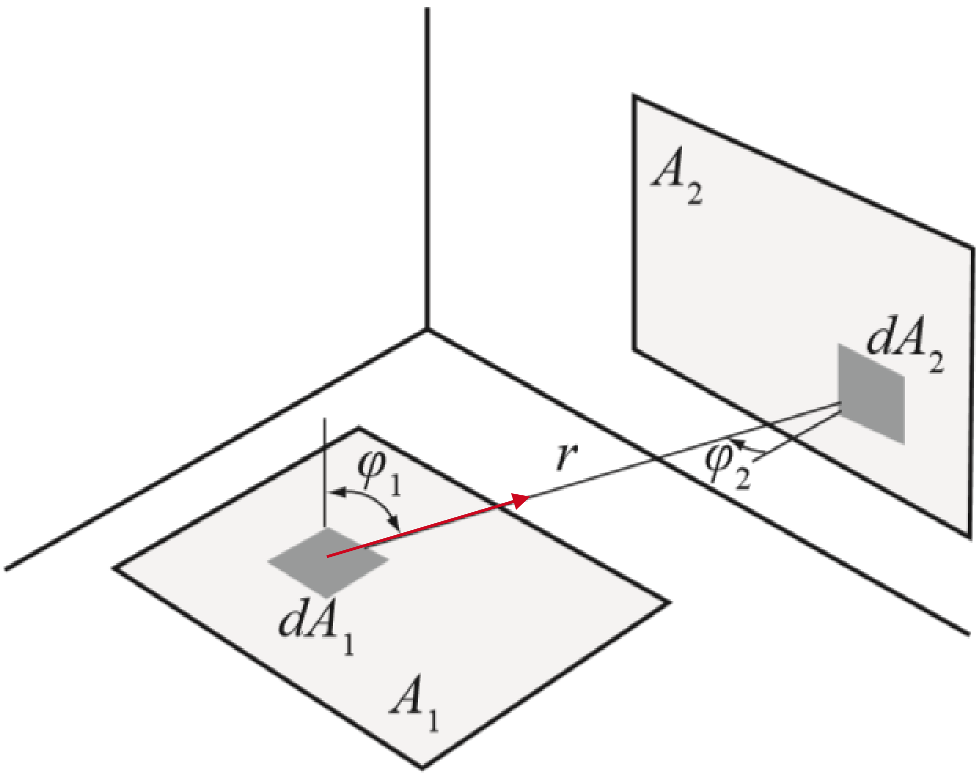
$$\dot{Q}_{1\to 2} = \frac{\dot{q}_1''}{\pi} \int \int \frac{\cos\varphi_1 \; \cos\varphi_2}{r^2} \, dA_1 \, dA_2$$

Definition Einstrahlzahl / Sichtfaktor:

$$\Phi_{12} = \frac{\left(\begin{array}{c}\text{von 1 in Richtung 2} \\ \text{gesandte Strahlung}\end{array}\right)}{\left(\begin{array}{c}\text{insgesamt von 1} \\ \text{ausgesandte Strahlung}\end{array}\right)} = \frac{\dot{Q}_{1\to 2}}{\dot{q}_1'' \, A_1}$$

$$\Phi_{12} = \frac{1}{A_1} \int \int \frac{\cos\varphi_1 \; \cos\varphi_2}{\pi r^2} \, dA_1 \, dA_2$$

Reziprozitätsbeziehung



Strahlung von Fläche 1 auf 2

$$\dot{Q}_{1\rightarrow 2} = \frac{\dot{q}_1''}{\pi} \boxed{\int \int \frac{\cos \varphi_1 \, \cos \varphi_2}{r^2} \, dA_1 \, dA_2}$$

$$\dot{Q}_{2\rightarrow 1} = \frac{\dot{q}_2''}{\pi} \boxed{\int \int \frac{\cos \varphi_2 \, \cos \varphi_1}{r^2} \, dA_2 \, dA_1}$$

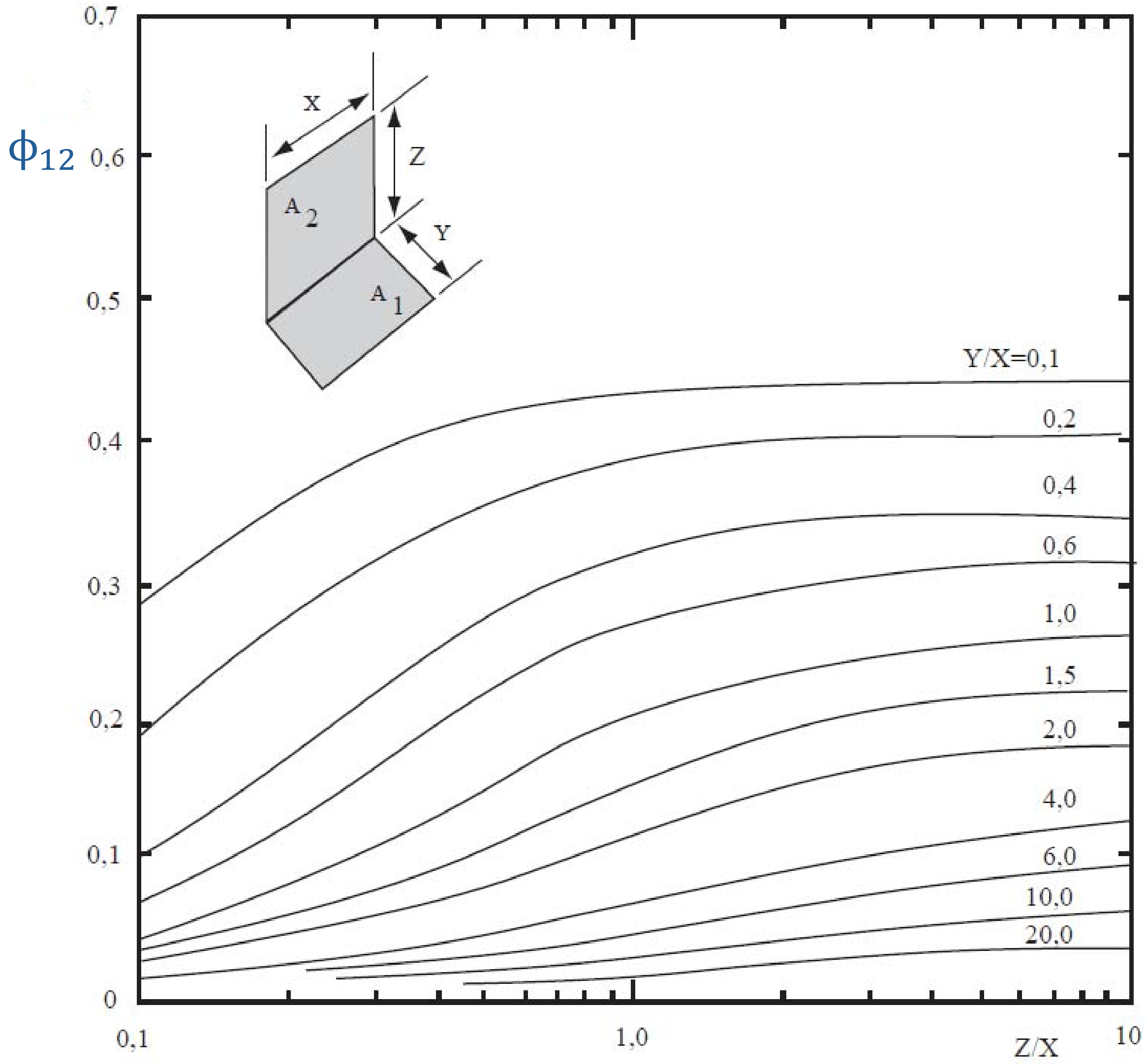
Geometrische Komponente identisch

$$\frac{\dot{Q}_{1\rightarrow 2}}{\dot{Q}_{2\rightarrow 1}} = \frac{\dot{q}_1''}{\dot{q}_2''}$$

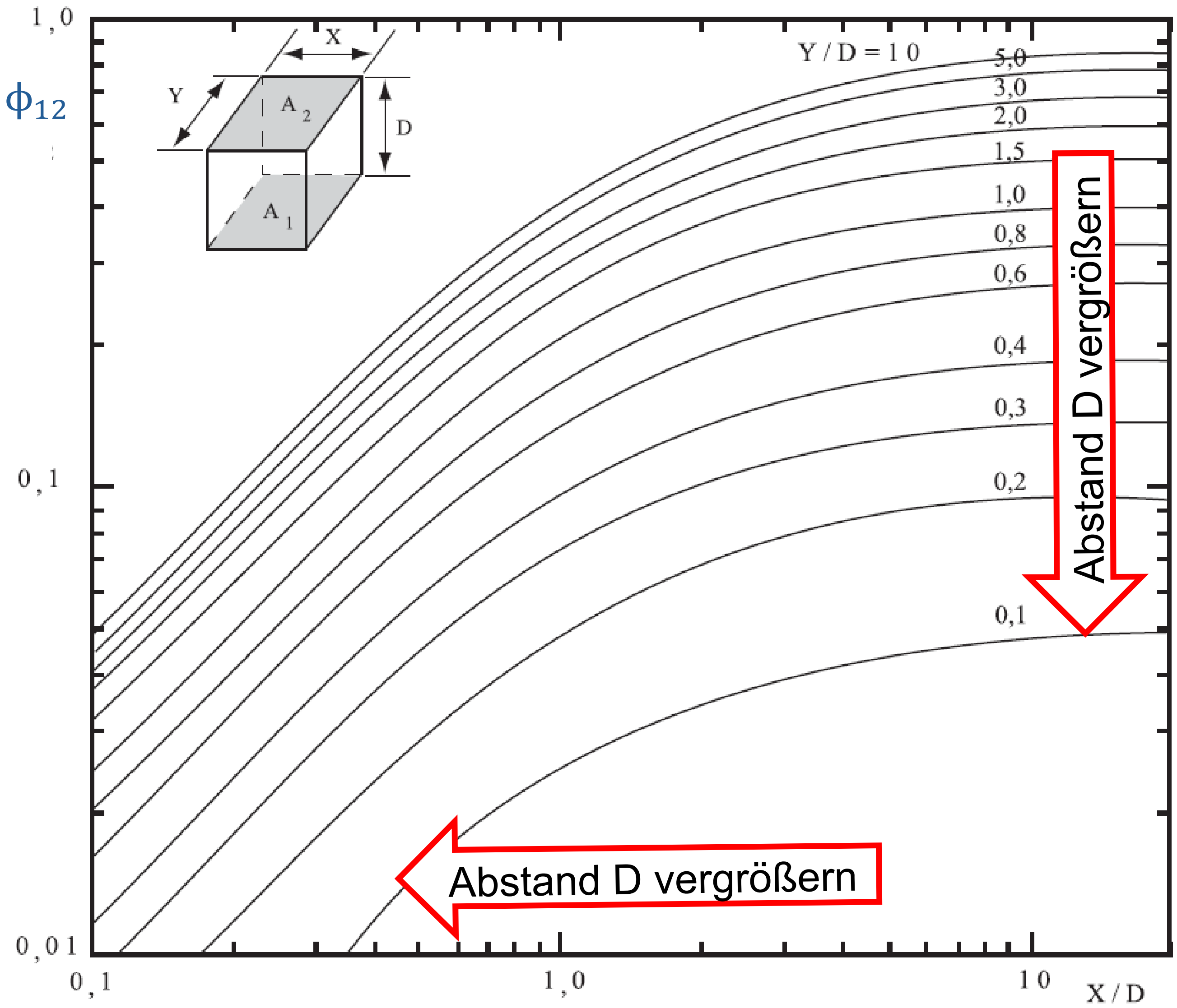
$$\phi_{12} A_1 = \frac{\dot{Q}_{1\rightarrow 2}}{\dot{q}_1''} = \frac{\dot{Q}_{2\rightarrow 1}}{\dot{q}_2''} = \phi_{21} A_2$$

Reziprozitätsbeziehung: $\phi_{12} A_1 = \phi_{21} A_2$

Einstrahlzahlen rechtwinkliger Flächen (Formelsammlung)



Einstrahlzahlen gegenüberliegende Flächen (Formelsammlung)



Verständnisfragen

Welche Größen setzt eine Einstrahlzahl ins Verhältnis?

Gilt die gezeigte Berechnung des Strahlungsaustausch durch Verwendung von Sichtfaktoren, wenn die Körper richtungsabhängig strahlen auch?

Wovon sind Einstrahlzahlen im Allgemeinen abhängig?