Wärme- und Stoffübertragung I

Einführung in das Thema der Konvektion und Herleitung der Erhaltungsgleichung

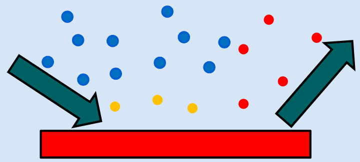
Prof. Dr.-Ing. Reinhold Kneer
Dr.-Ing. Dr. rer. pol. Wilko Rohlfs

Lehrstuhl für Wärme- und Stoffübertragung
RWTH AACHEN UNIVERSITY

Lernziele

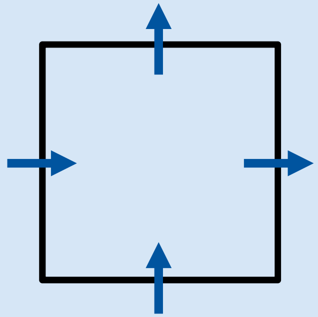
- Klassifizieren

  ➢ Verständnis von Konvektion und die Abgrenzung zum Begriff der Advektion
  ➢ Konvektion als Zusammenspiel von Wärmeleitung und Advektion
  Klassifikation von Konvektionsproblemen



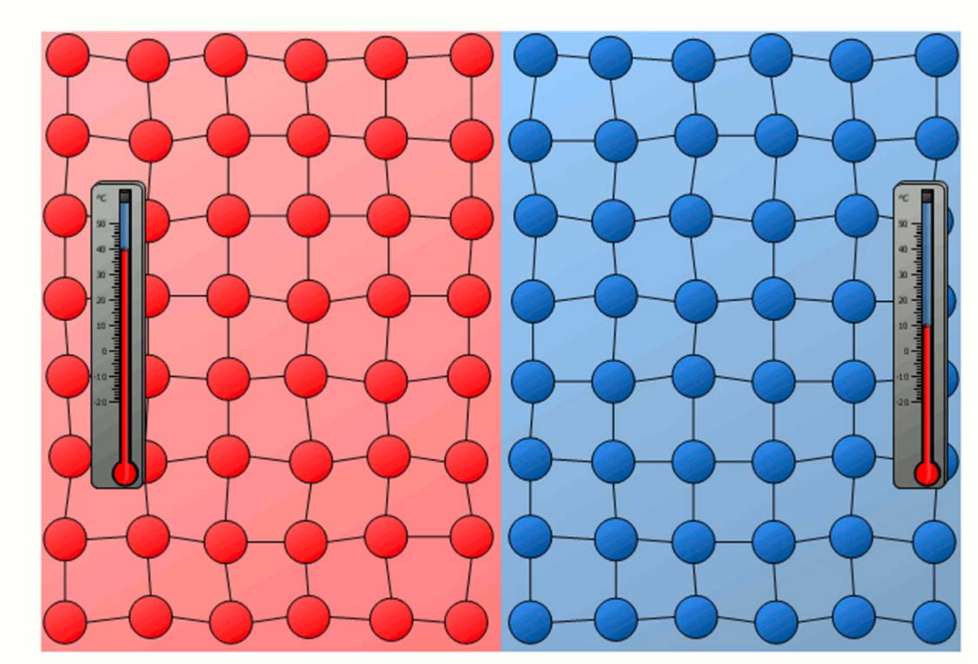
- Erhaltungsgleichung

  ➢ Herleiten der Erhaltungsgleichungen für Masse, Impuls und Energie
  ➢ Verstehen der Ähnlichkeit zwischen Impuls- und Energietransport



Wie wird Wärme übertragt?

Wärmeleitung (conduction/diffusion)



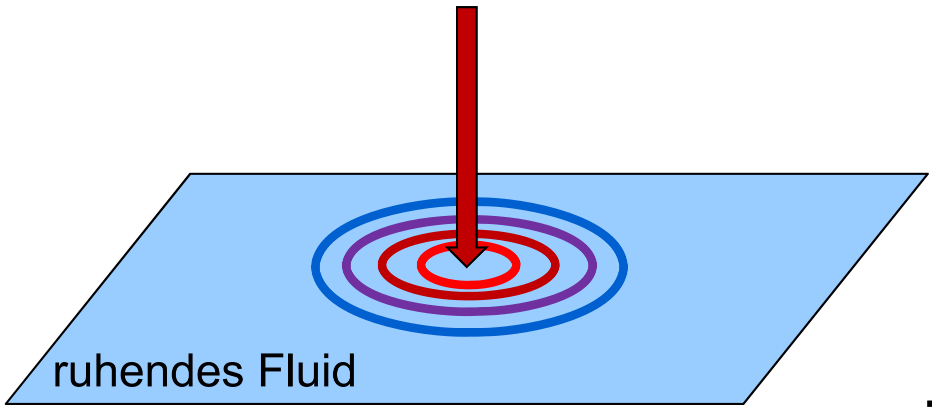
Quelle: www.tec-science.com/de/thermodynamik-waermelehre/waerme/warme-und-thermodynamisches-gleichgewicht/
www.tec-science.com/de/thermodynamik-waermelehre/waerme/warum-befinden-sich-heizkorper-meist-unter-einem-fenster/

Konvektion (convection)

Wie wird Wärme übertragt?

Wärmeleitung (conduction/diffusion)

punktförmige Störung
(punktueller Wärmestrom)



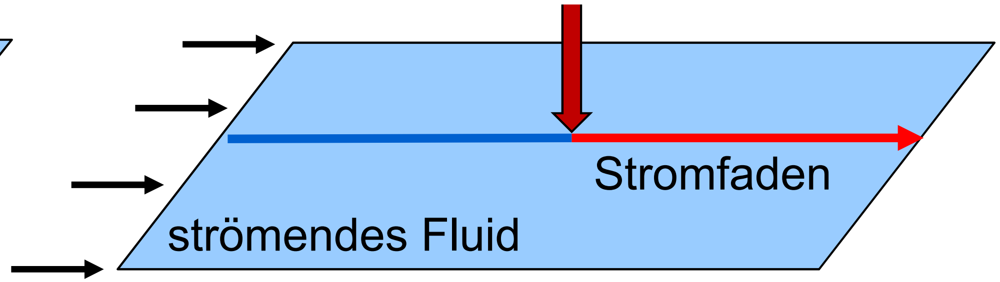
Wärmestrom in radialer Richtung
entlang der Gradienten

Fourier Gesetz	$\dot{q}'' = -\lambda \dfrac{\partial T}{\partial x}$

Advektion

punktförmige Störung
(punktueller Wärmestrom)

keine Wirkung der Störung
gegen Strömungsrichtung



Wärme wird durch Fluidbewegung
entlang eines Stromfadens transportiert

Enthalpiestromdichte	$\dot{h}'' = \rho u c_p T$

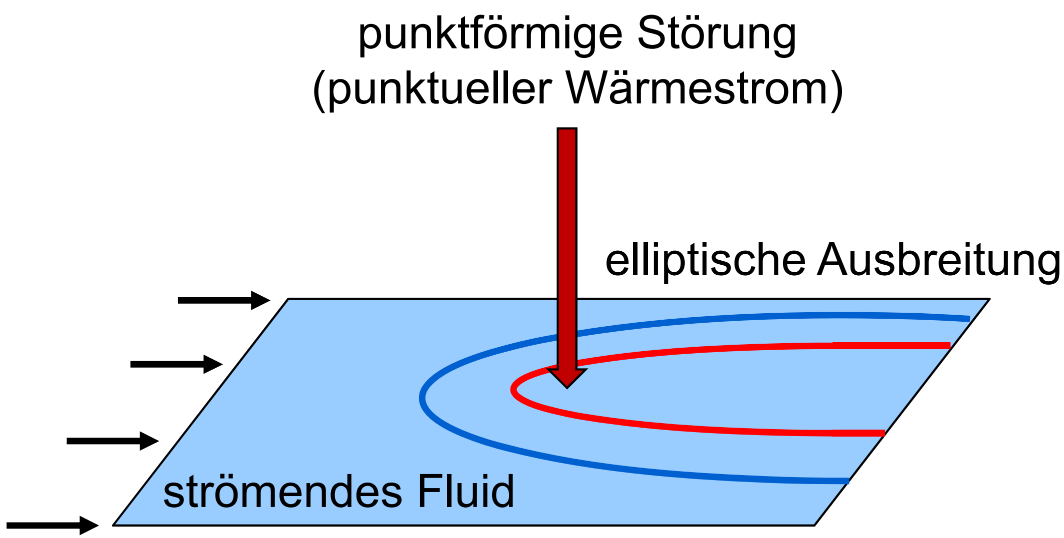
Lehrstuhl für Wärme- und Stoffübertragung
RWTH AACHEN UNIVERSITY

Wie wird Wärme übertragt?

Wärmeleitung (conduction/diffusion) + Advektion

=

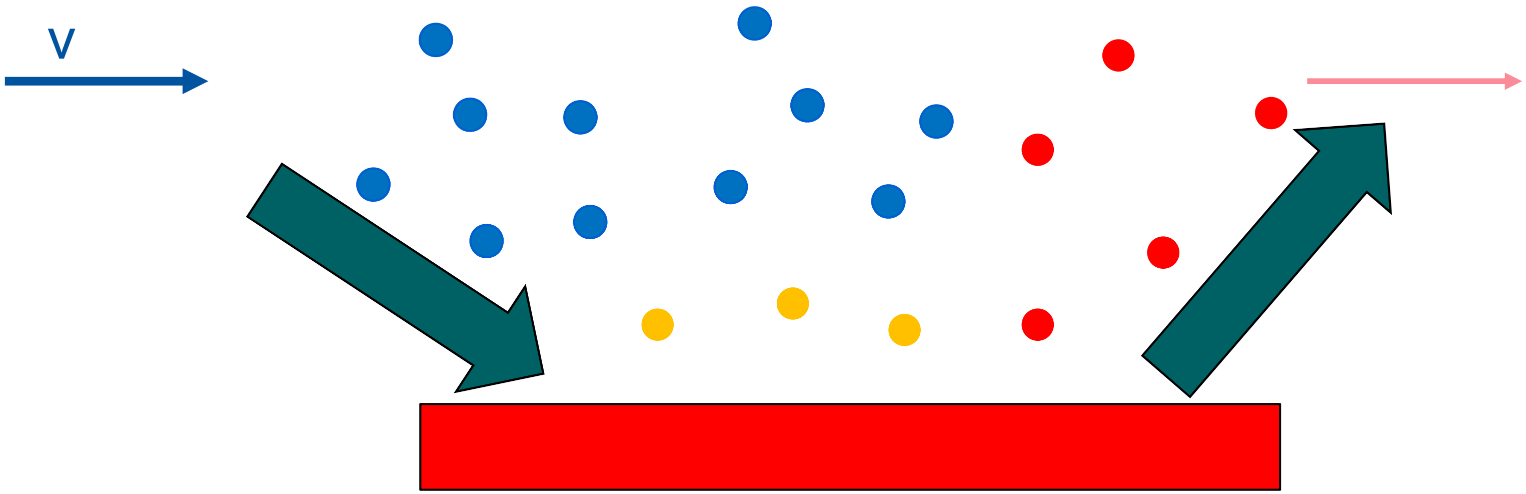
Konvektiver Wärmetransport (convection)



Transport entlang der Stromfäden: **Konvektion (und Wärmeleitung)**
Transport senkrecht der Stromfäden: **<u>nur</u> Wärmeleitung**

Mechanismus der konvektiven Wärmeübertragung

Woraus ergibt sich der Unterschied zur reinen Wärmeleitung?



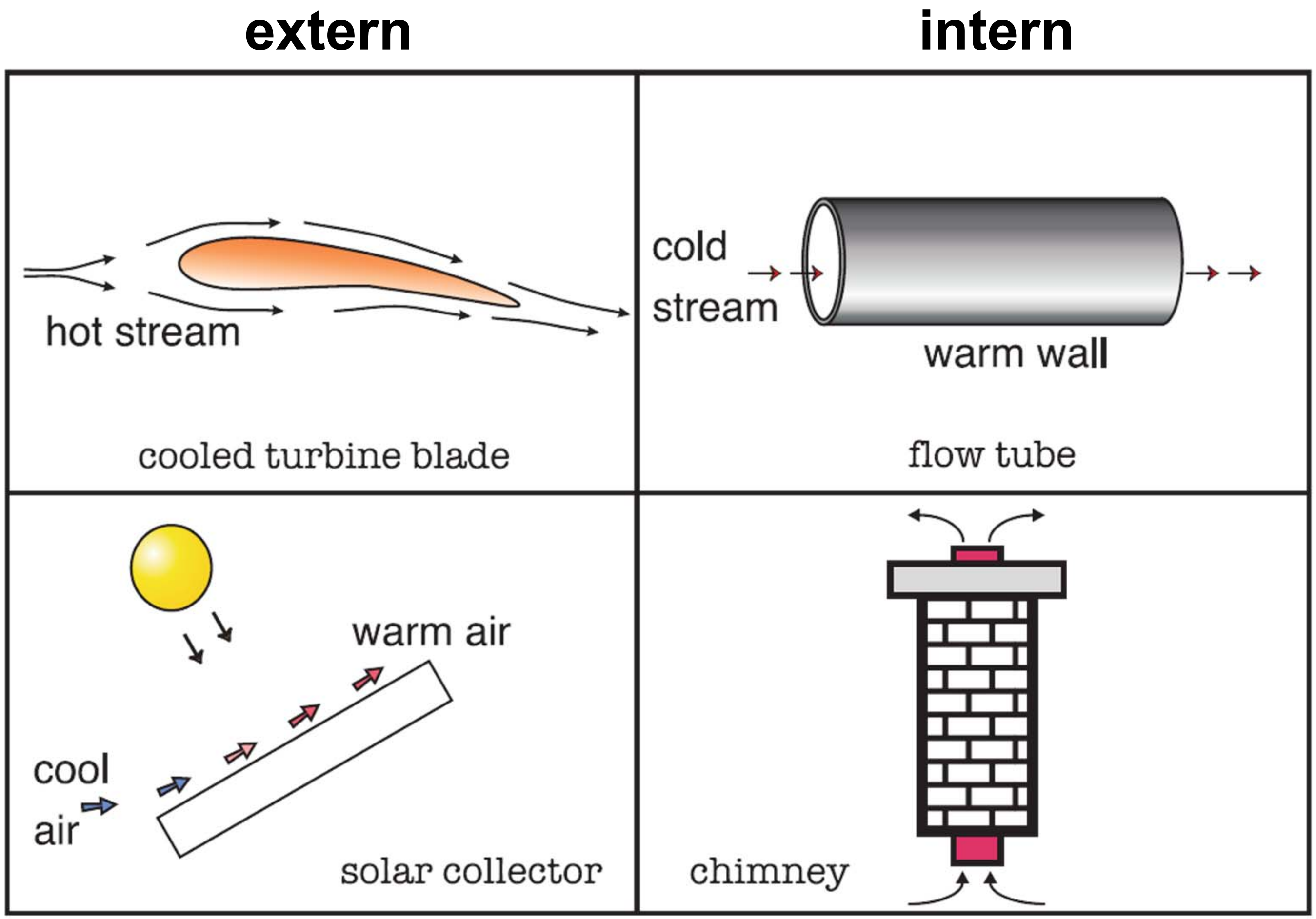
Klassifikationen nach Strömungsbedingung

Erzwungene Konvektion

- Antrieb durch von außen erzeugte Bewegung des Fluides/Objekts

Freie Konvektion

- Inhärenter Antrieb aufgrund der Wärmeübertragung (Dichteunterschiede)



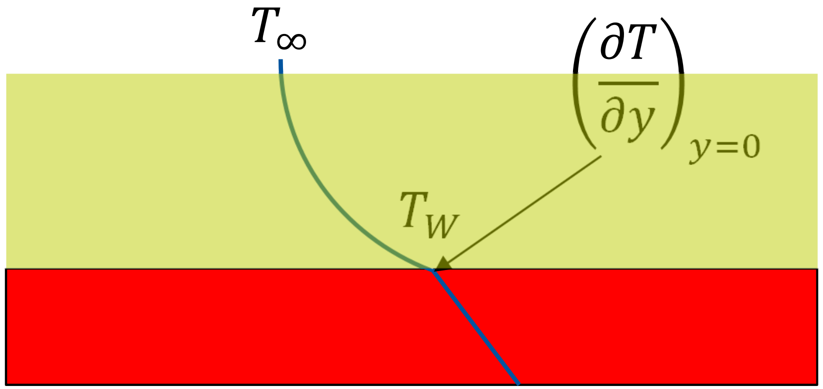
Empirische Beschreibung durch den Wärmeübergangskoeffizienten

$$\dot{Q} = \alpha\, A\, (T_W - T_\infty)$$

Fourier'sches Wärmeleitungsgesetz $$\dot{Q} = -A\lambda_f \left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)_{y=0,f}$$

Der Wärmeübertragungskoeffizient α beschreibt den in erster Näherung linearen Zusammenhang zwischen der übertragenen Wärmemenge und dem Temperaturgradienten.

$$\alpha = \frac{-\lambda_f \left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)_{y=0,f}}{(T_W - T_\infty)}$$



Nusselt Zahl

- Dimensionsloser Wärmeübergangskoeffizient mit der Bezugslänge L

$$Nu = \frac{\alpha L}{\lambda} = L\,\frac{-\left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)_{y=0,f}}{(T_W - T_\infty)}$$

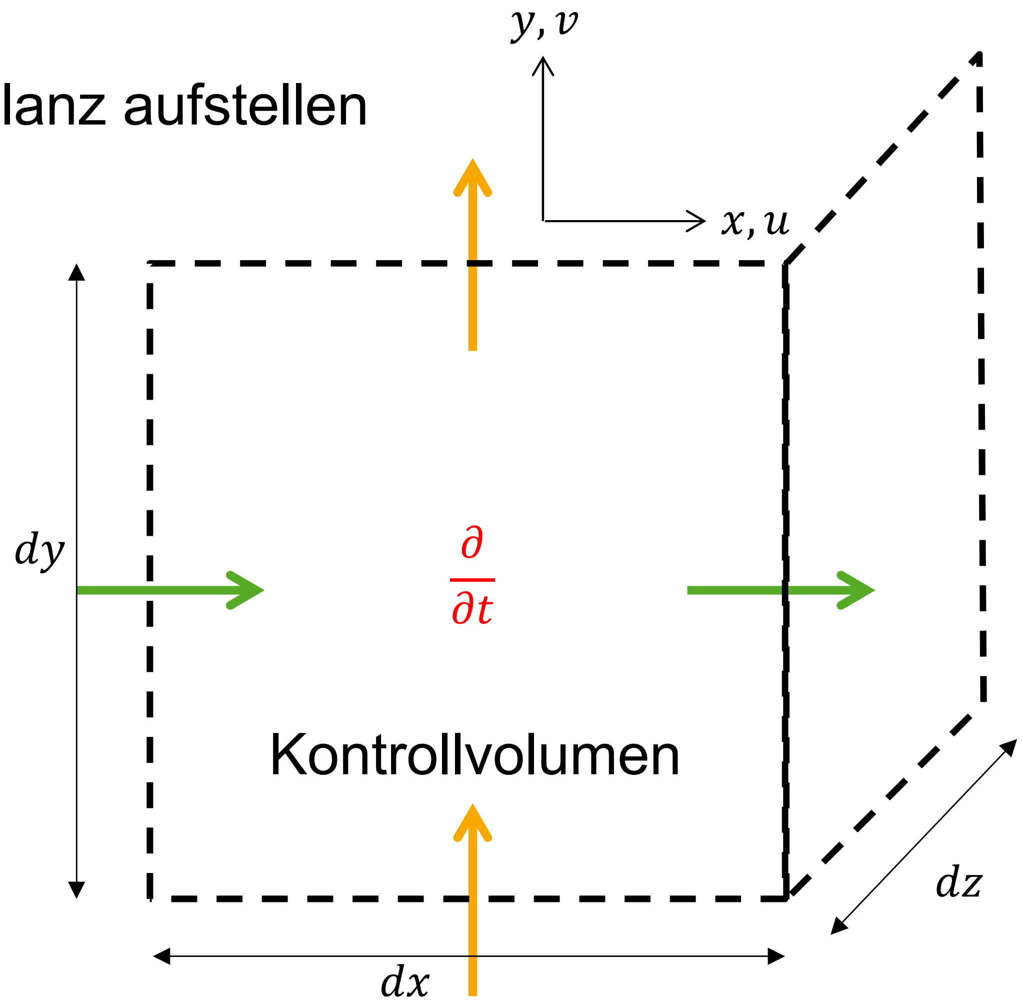
Grenzschicht

- Wandnahe Schicht mit signifikantem Gradienten der Geschwindelt und der Temperatur
- Was passiert hier? $\rightarrow$ Erhaltungsgleichung

Erhaltungsgleichung

Für Masse $\dot{m}$, Impuls $\dot{I}$, Energie h, $\dot{q}''$.

Bilanz aufstellen



Generelle Bilanz

Zeitliche Änderung einer Größe im Inneren des Kontrollvolumens

=

Netto-Transport der Größe über die Grenzen des Kontrollvolumens

+

Äußere Kräfte (für Impulsgleichung)

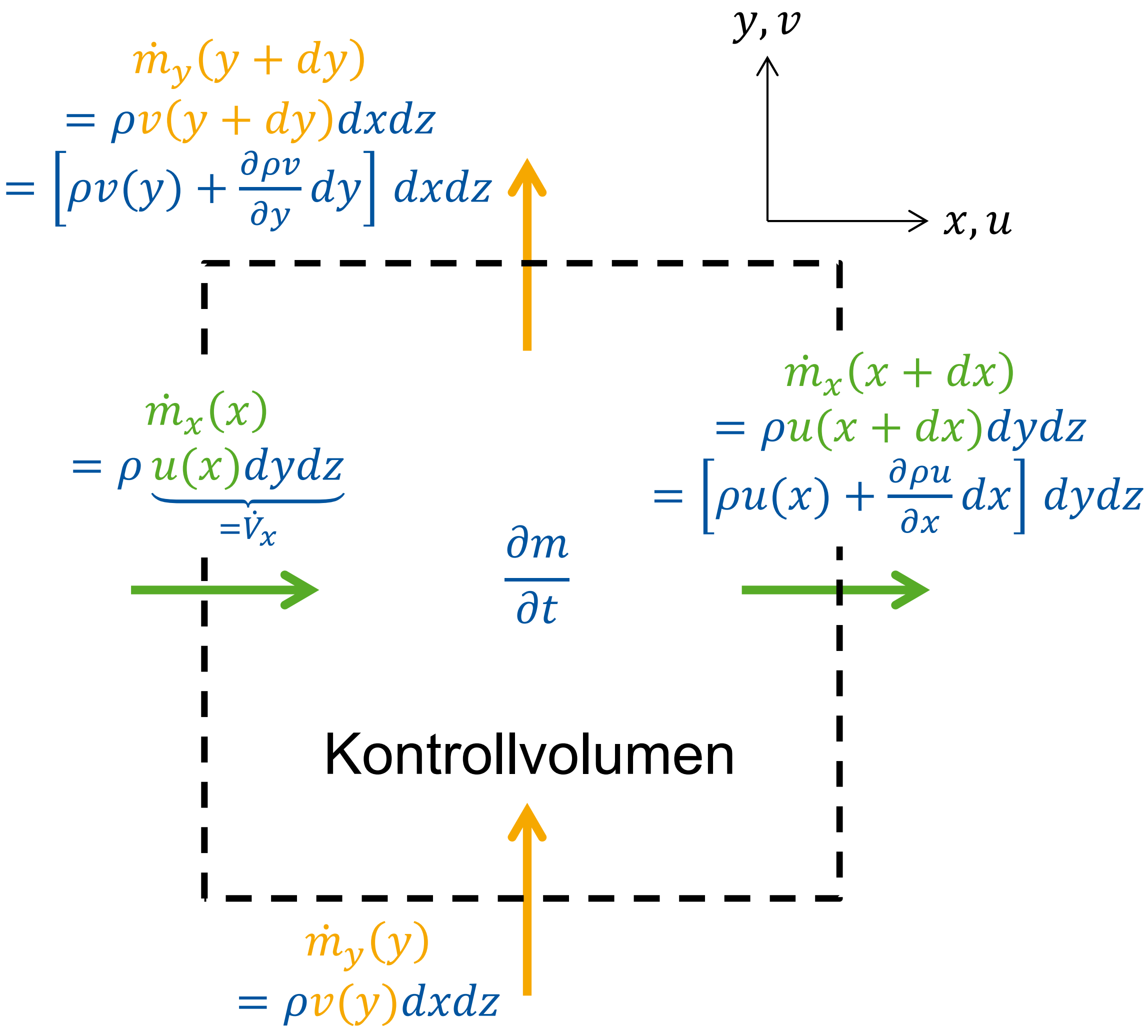
+

Arbeitsleistung der äußeren Kräfte (für Energiegleichung)

Lehrstuhl für Wärme- und Stoffübertragung

Kontinuitätsgleichung

Bilanz aufstellen



Massenströme

$$\frac{\partial m}{\partial t} = \dot{m}_x(x) - \dot{m}_x(x+dx)$$
$$+\dot{m}_y(y) - \dot{m}_y(y+dy)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t}\cancel{dV} = \frac{\partial \rho u}{\partial x}\cancel{dxdydz} + \frac{\partial \rho v}{\partial y}\cancel{dxdydz}$$

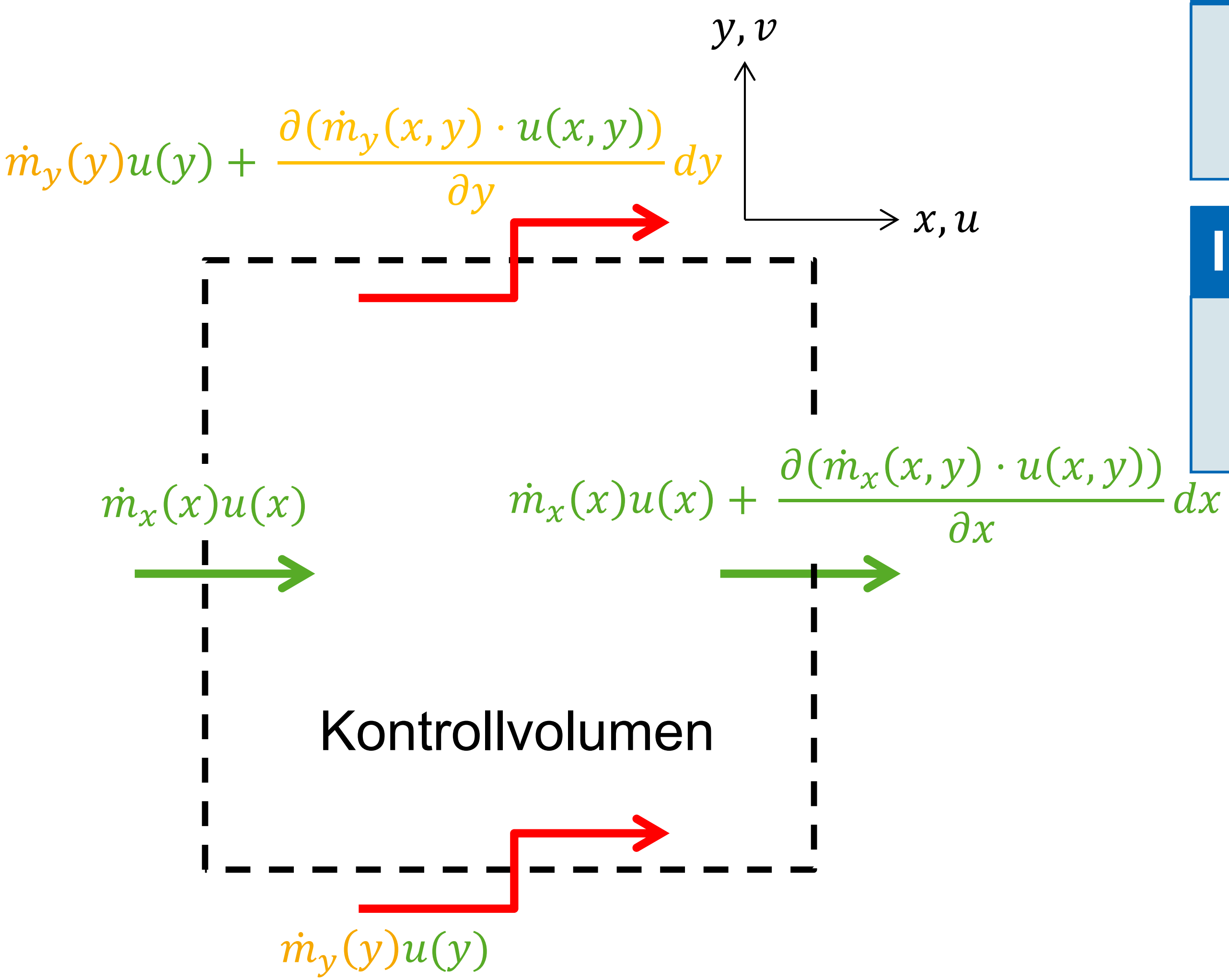
inkompressibel $\rho = konst.$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

Lehrstuhl für Wärme- und Stoffübertragung

Impulsgleichung: x-Richtung

Bilanz aufstellen



Zeitliche Änderung

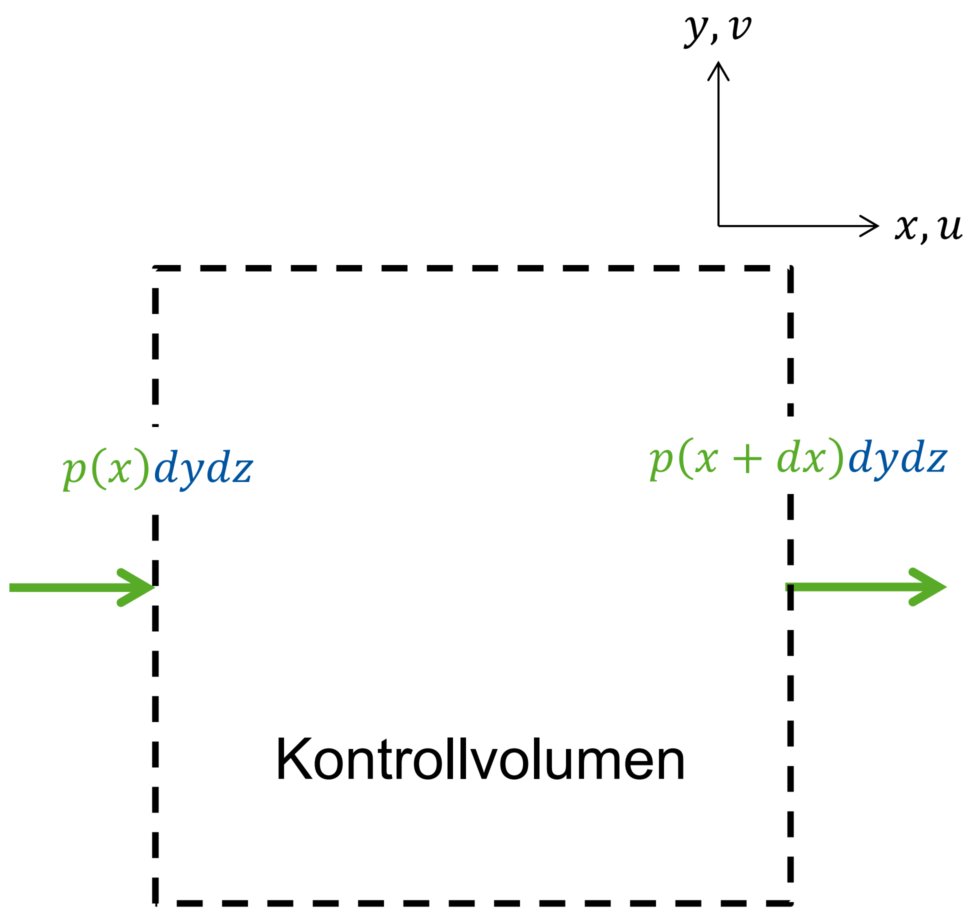
stationär $\frac{\partial I_x}{\partial t} dV = 0$

Impulsströme

$$-\left(\rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y}\right) dxdydz$$

Impulsgleichung: x-Richtung

Bilanz aufstellen



Zeitliche Änderung

stationär $\quad \frac{\partial I_x}{\partial t} dV = 0$

Impulsströme

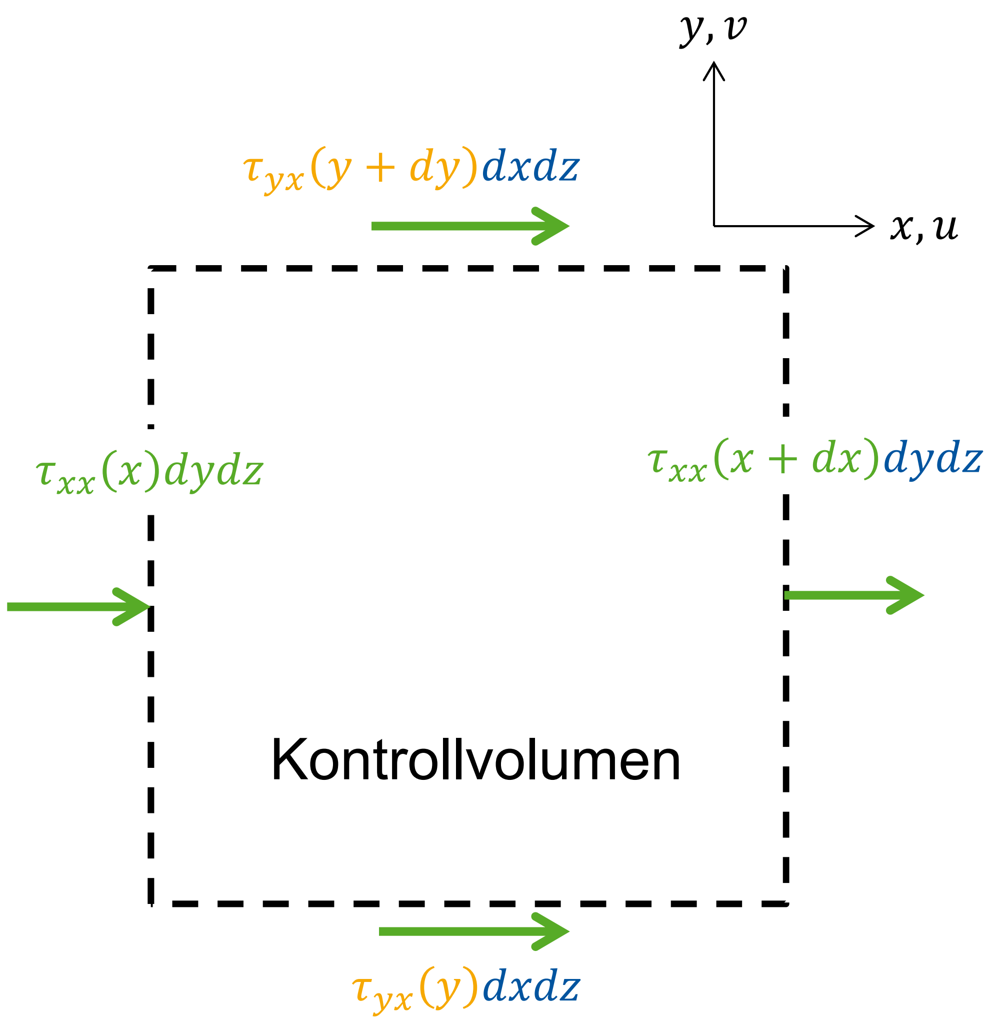
$$-\left(\rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y}\right) dxdydz$$

Äußere Kräfte

Druckänderung $\quad -\frac{\partial p}{\partial x} dxdydz$

Impulsgleichung: x-Richtung

Bilanz aufstellen



Zeitliche Änderung

stationär $\quad \frac{\partial I_x}{\partial t} dV = 0$

Impulsströme

$$-\left(\rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y}\right) dxdydz$$

Äußere Kräfte

Druckänderung $\quad -\frac{\partial p}{\partial x} dxdydz$

Scherspannungen

(wenn inkompressibel)

$$\eta \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2}\right) dxdydz$$

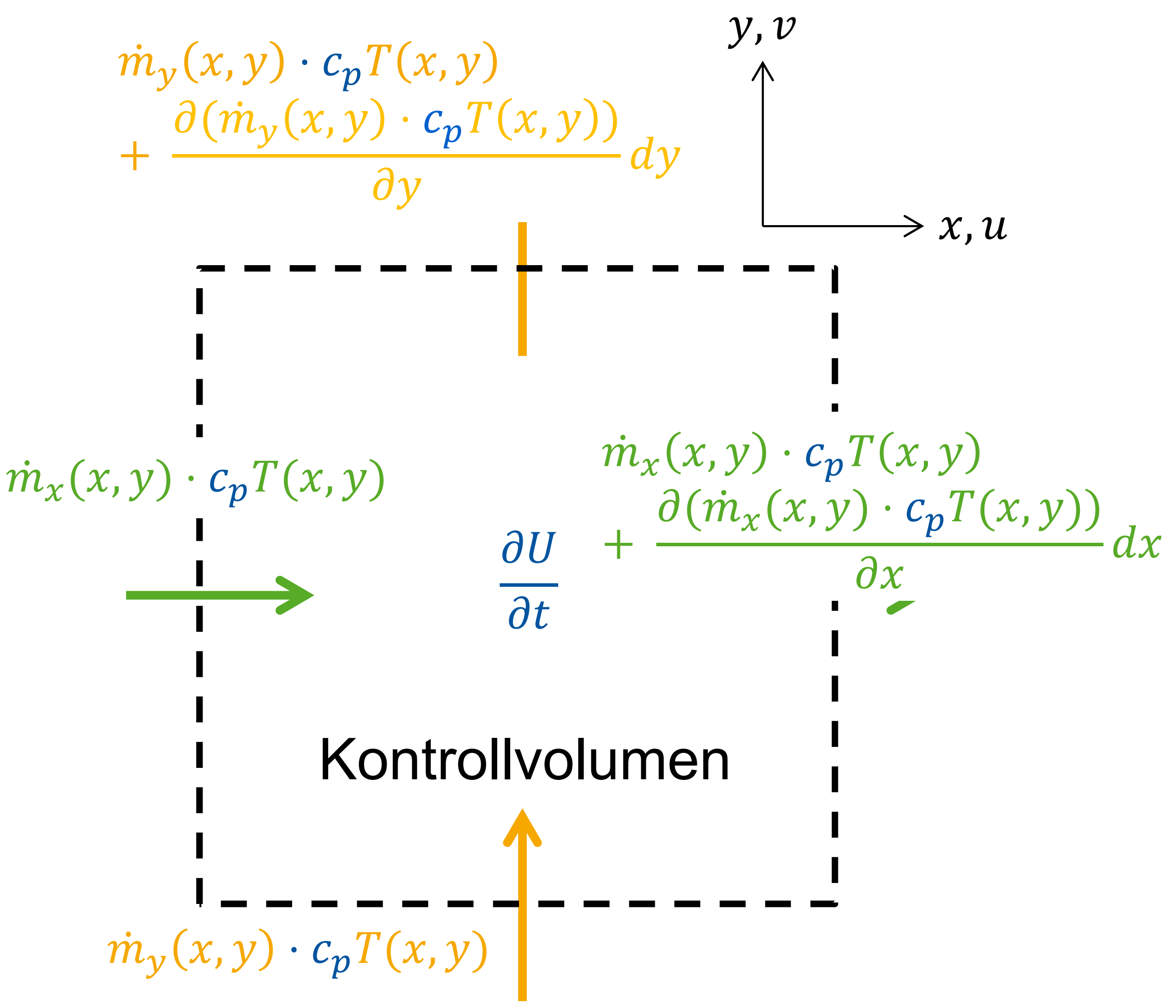
Impulsgleichung (stationär, inkompressibel)

	Impulsströme	Druck	Scherspannungen
x-Richtung	$\rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} + \rho w \frac{\partial u}{\partial z} =$	$- \frac{\partial p}{\partial x}$	$+ \eta \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right)$
y-Richtung	$\rho u \frac{\partial v}{\partial x} + \rho v \frac{\partial v}{\partial y} + \rho w \frac{\partial v}{\partial z} =$	$- \frac{\partial p}{\partial y}$	$+ \eta \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right)$
z-Richtung	$\rho u \frac{\partial w}{\partial x} + \rho v \frac{\partial w}{\partial y} + \rho w \frac{\partial w}{\partial z} =$	$- \frac{\partial p}{\partial z}$	$+ \eta \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right)$

+ Volumenkräfte (z.B. Gravitation)

Energieerhaltung: Enthalpieströme

Bilanz aufstellen



Zeitliche Änderung

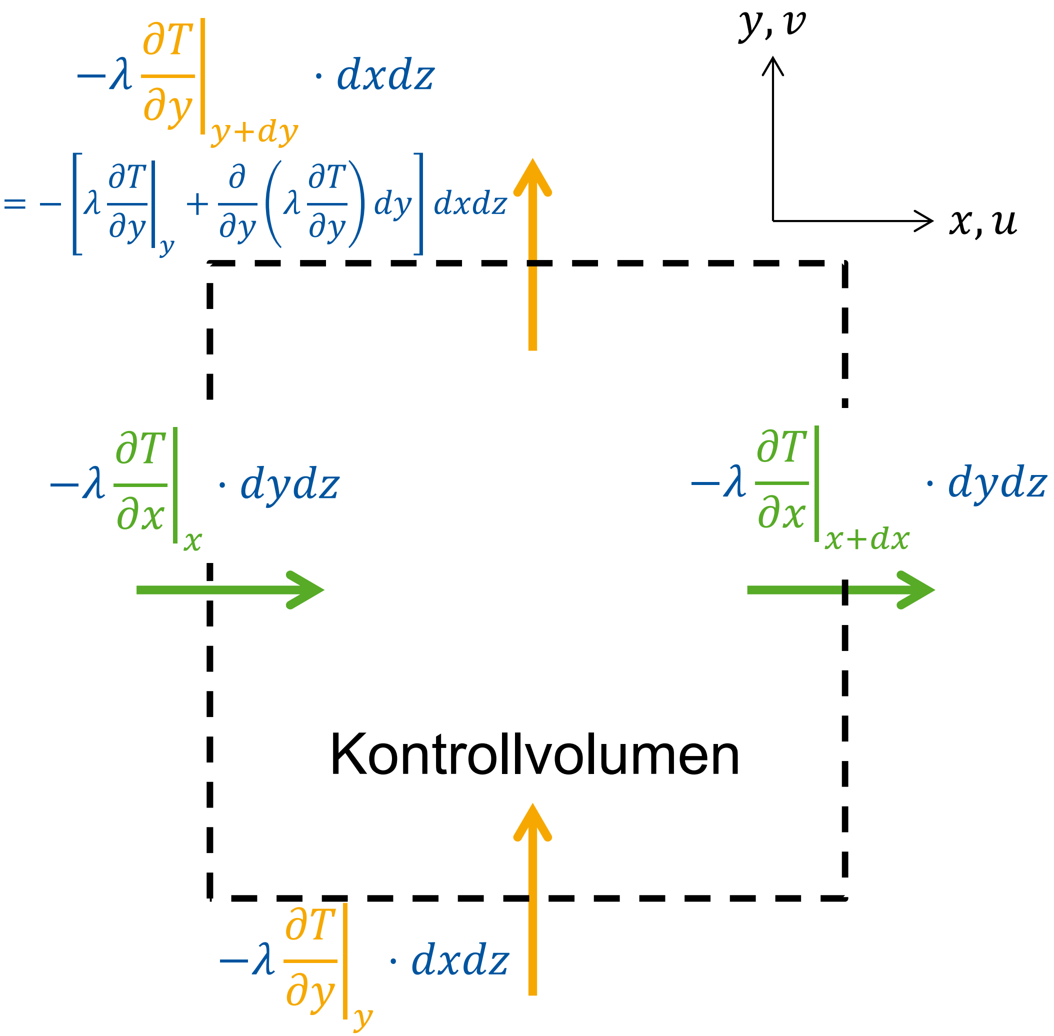
$$\frac{\partial U}{\partial t} = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} dV \quad \left(\text{stationär } \frac{\partial U}{\partial t} = 0\right)$$

Enthalpieströme

$$-\left(\rho u \frac{\partial T}{\partial x} + \rho v \frac{\partial T}{\partial y}\right) dxdydz$$

Energieerhaltung: Wärmeleitung / Diffusion

Bilanz aufstellen



Zeitliche Änderung

$$\frac{\partial U}{\partial t} = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} dV \quad \left(\text{stationär } \frac{\partial U}{\partial t} = 0\right)$$

Enthalpieströme

$$-\left(\rho u \frac{\partial T}{\partial x} + \rho v \frac{\partial T}{\partial y} \right) dxdydz$$

Wärmeleitung

(wenn λ homogen)

$$\lambda \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) dxdydz$$

Energieerhaltung (stationär, inkompressibel, λ homogen)

Enthalpieströme | Wärmeleitung

$$\cancel{\rho} u \cancel{c_p} \frac{\partial T}{\partial x} + \cancel{\rho} v \cancel{c_p} \frac{\partial T}{\partial y} + \cancel{\rho} w \cancel{c_p} \frac{\partial T}{\partial z} = \cancel{\lambda} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right)$$

+ Arbeit gegen Druck, Scherspannungen, Volumenkräfte

$$a = \frac{\lambda}{\rho c_p}$$

Im Vergleich zu Impulserhaltung

Impulsströme | Druck | Scherspannungen

$$\cancel{\rho} u \frac{\partial u}{\partial x} + \cancel{\rho} v \frac{\partial u}{\partial y} + \cancel{\rho} w \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \cancel{\eta} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right)$$

+ Volumenkräfte (z.B. Gravitation)

$$\nu = \frac{\eta}{\rho}$$

Ähnlichkeit zwischen Impuls- und Energietransport

Impulsströme | Druck | Scherspannungen

$$u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} + w\frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} + \nu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right)$$

$$u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial y} + w\frac{\partial T}{\partial z} = \frac{\nu}{Pr}\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}\right)$$

Enthalpieströme (advektiver Transport) | Wärmeleitung

Prandtl-Zahl

$$Pr = \frac{\nu}{a} = \frac{\text{Diffusiver Impulstransport}}{\text{Diffusiver Wärmetransport}}$$

Verständnisfragen

Was ist unter einem Wärmeübergangskoeffizienten zu verstehen und was beschreibt dieser?

Warum gilt in unmittelbarer Wandnähe auch auf der Fluidseite das Fourier'sche Wärmeleitungsgesetz?

Was besagt die dimensionslose Nusselt-Zahl?

Worin besteht der Unterschied zwischen natürlicher und erzwungener Konvektion?