
Wärme- und Stoffübertragung I

Rippenwirkungsgrad

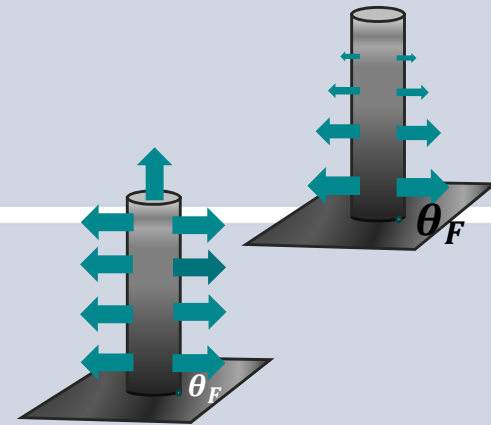
Prof. Dr.-Ing. Reinhold Kneer
Dr.-Ing. Dr. rer. pol. Wilko Rohlf

Auslegung von Rippen

- Rippenmaterial
- Geometrie

Rippenwirkungsgrad

- Bedeutung



Wiederholung: Temperaturverlauf bei Rippen

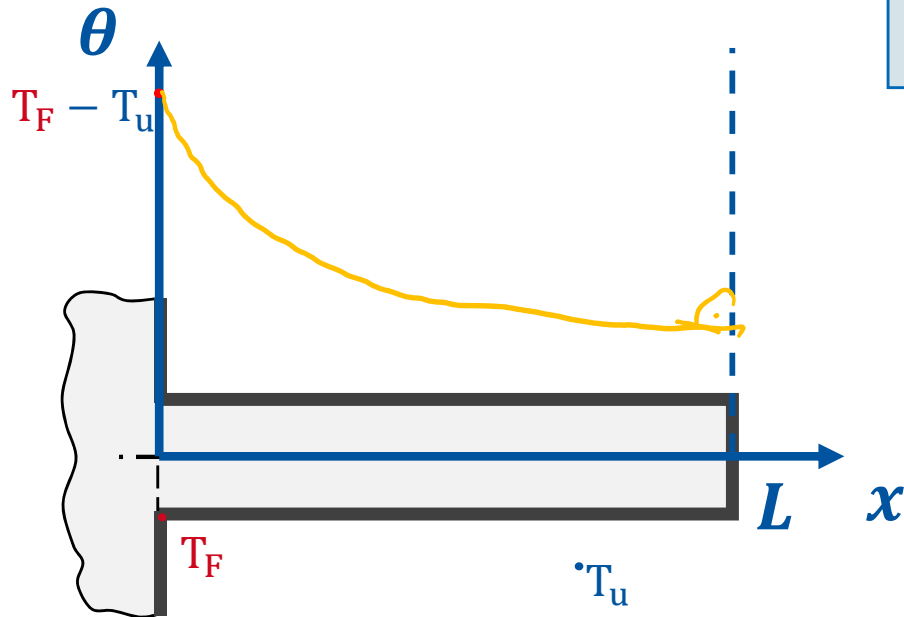
Randbedingungen

Bei $x = 0$:

$$\theta(x) = \theta_F$$

Bei $x = L$:

$$\dot{Q}_{\text{Kopf}} = 0 \quad \Rightarrow \quad \left. \frac{d\theta}{dx} \right|_{x=L} = 0$$

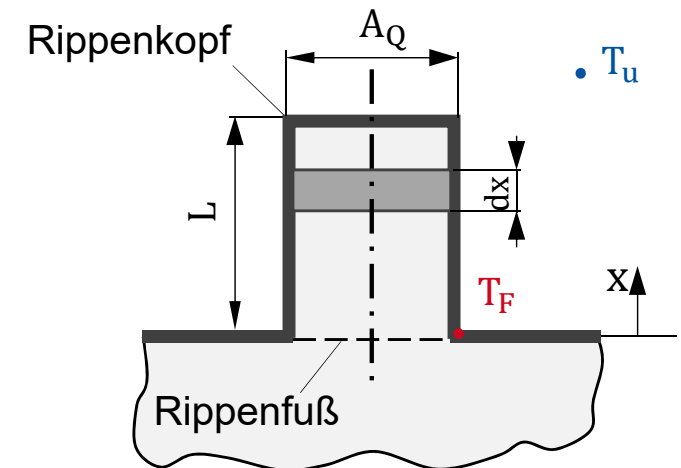


Rippen Temperaturprofil bei gegebenen Randbedingungen:

$$\theta(x) = \theta_F \cdot \left(\frac{e^{m(L-x)} + e^{-m(L-x)}}{e^{mL} + e^{-mL}} \right)$$

oder:

$$\theta(x) = \theta_F \cdot \left(\frac{\cosh(m(L-x))}{\cosh(mL)} \right)$$



Wiederholung: Temperaturverlauf bei Rippen

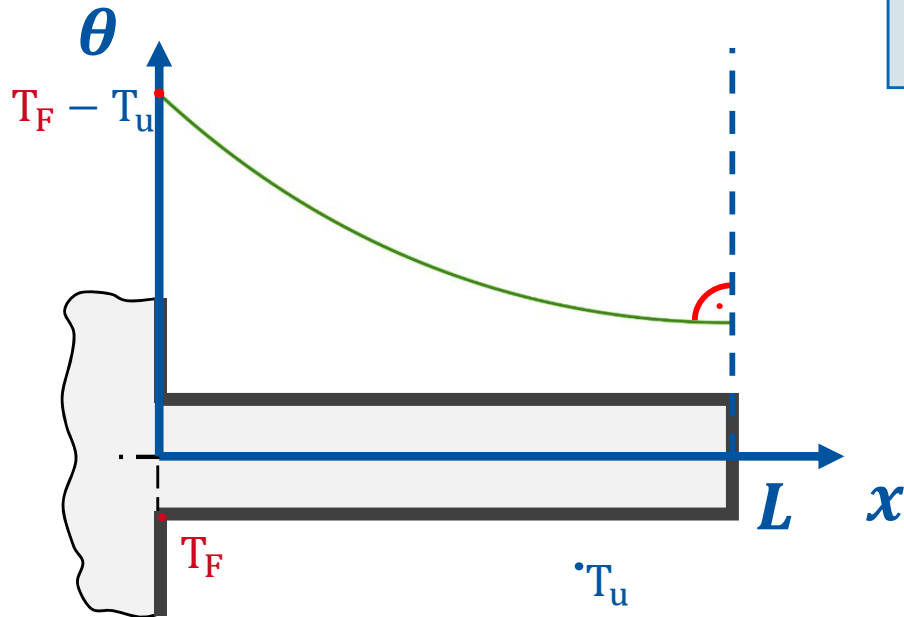
Randbedingungen

Bei $x = 0$:

$$\theta(x) = \theta_F$$

Bei $x = L$:

$$\dot{Q}_{\text{Kopf}} = 0 \quad \Rightarrow \quad \left. \frac{d\theta}{dx} \right|_{x=L} = 0$$

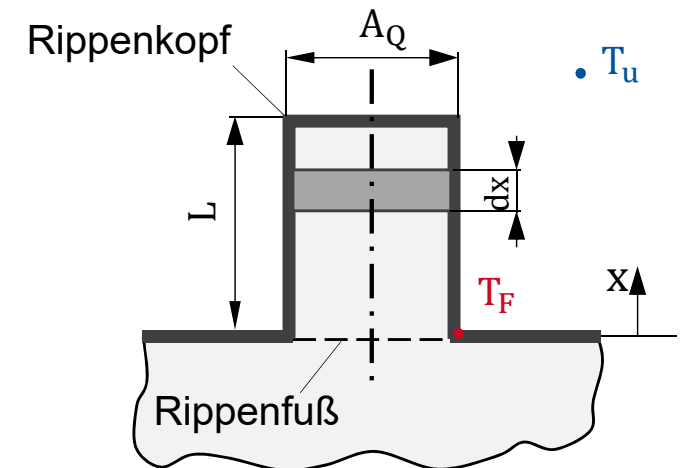


Rippen Temperaturprofil bei gegebenen Randbedingungen:

$$\theta(x) = \theta_F \cdot \left(\frac{e^{m(L-x)} + e^{-m(L-x)}}{e^{mL} + e^{-mL}} \right)$$

oder:

$$\theta(x) = \theta_F \cdot \left(\frac{\cosh(m(L-x))}{\cosh(mL)} \right)$$



Temperaturverlauf: Vergleich für verschiedene Rippenmaterialien

Materialien:

Kupfer: $\lambda_{Cu} = 385 \frac{W}{m K}$

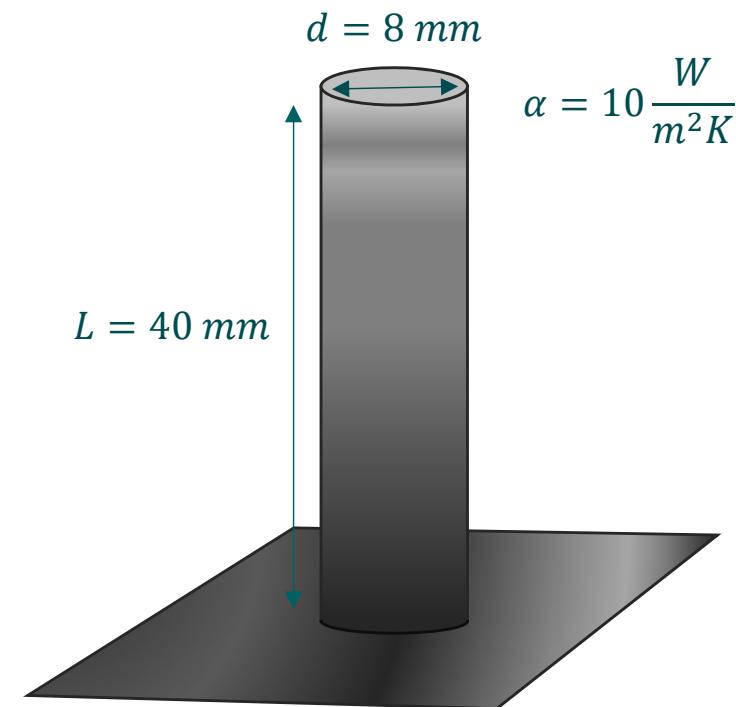
Chrom-Nickel-Stahl: $\lambda_{Cr-Ni} = 16 \frac{W}{m K}$

Glas: $\lambda_{Glas} = 0,8 \frac{W}{m K}$

Zylindrische Rippe



$$m^2 = \frac{4 \alpha}{\lambda d}$$



Temperaturverlauf: Vergleich für verschiedene Rippenmaterialien

$$\theta(x) = \theta_F \cdot \left(\frac{e^{m(L-x)} + e^{-m(L-x)}}{e^{mL} + e^{-mL}} \right)$$



$$\frac{\theta(x)}{\theta_F} = \left(\frac{e^{m(L-x)} + e^{-m(L-x)}}{e^{mL} + e^{-mL}} \right)$$

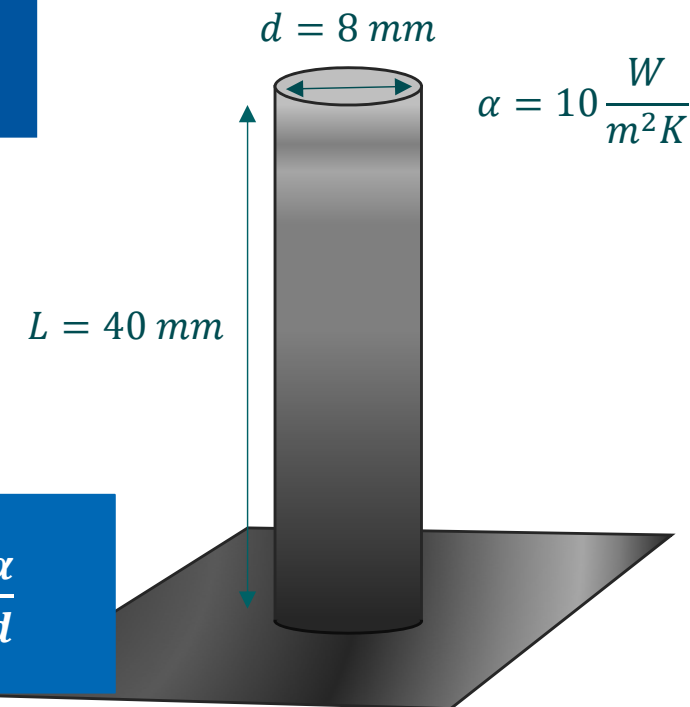
Bei $x = 0$:

$$\frac{\theta(x=0)}{\theta_F} = 1$$

Bei $x = L$:

$$\frac{\theta(x=L)}{\theta_F} = \frac{e^0 + e^0}{e^{mL} + e^{-mL}} = \frac{2}{e^{mL} + e^{-mL}}$$

$$m^2 = \frac{4\alpha}{\lambda d}$$



Temperaturverlauf: Vergleich für verschiedene Rippenmaterialien

$$\frac{\theta(L)}{\theta_F} = \frac{2}{e^{mL} + e^{-mL}}$$

$$m^2 = \frac{4\alpha}{\lambda d} \quad \left[\frac{1}{m} \right]$$

Kupfer:

$$\lambda_{Cu} = 385 \frac{W}{m K}$$

$$m_{Cu}^2 = 13 m^{-1}$$

$$(m \cdot L)_{Cu} = 0,144$$

$$\left(\frac{\theta(L)}{\theta_F} \right)_{Cu} = 0,9887$$

Chrom-Nickel-Stahl:

$$\lambda_{Cr-Ni} = 16 \frac{W}{m K}$$

$$m_{Cr-Ni}^2 = 312,5 m^{-1}$$

$$(m \cdot L)_{Cr-Ni} = 0,707$$

$$\left(\frac{\theta(L)}{\theta_F} \right)_{Cr-Ni} = 0,7939$$

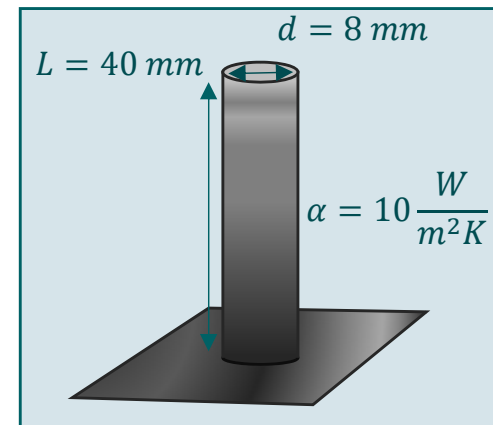
Glas:

$$\lambda_{Glas} = 0,8 \frac{W}{m K}$$

$$m_{Cr-Ni}^2 = 6250 m^{-1}$$

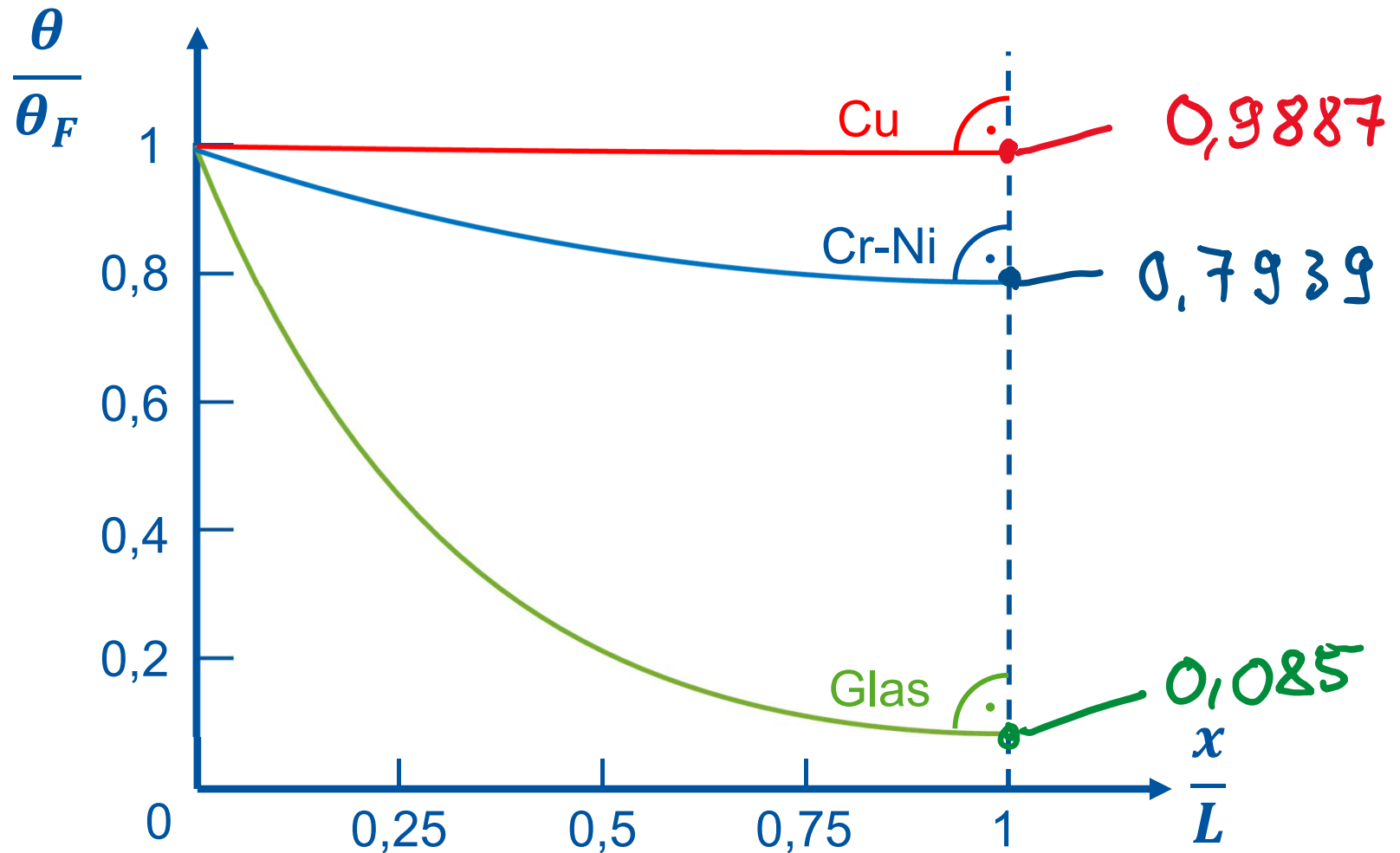
$$(m \cdot L)_{Cr-Ni} = 3,16$$

$$\left(\frac{\theta(L)}{\theta_F} \right)_{Glass} = 0,085$$



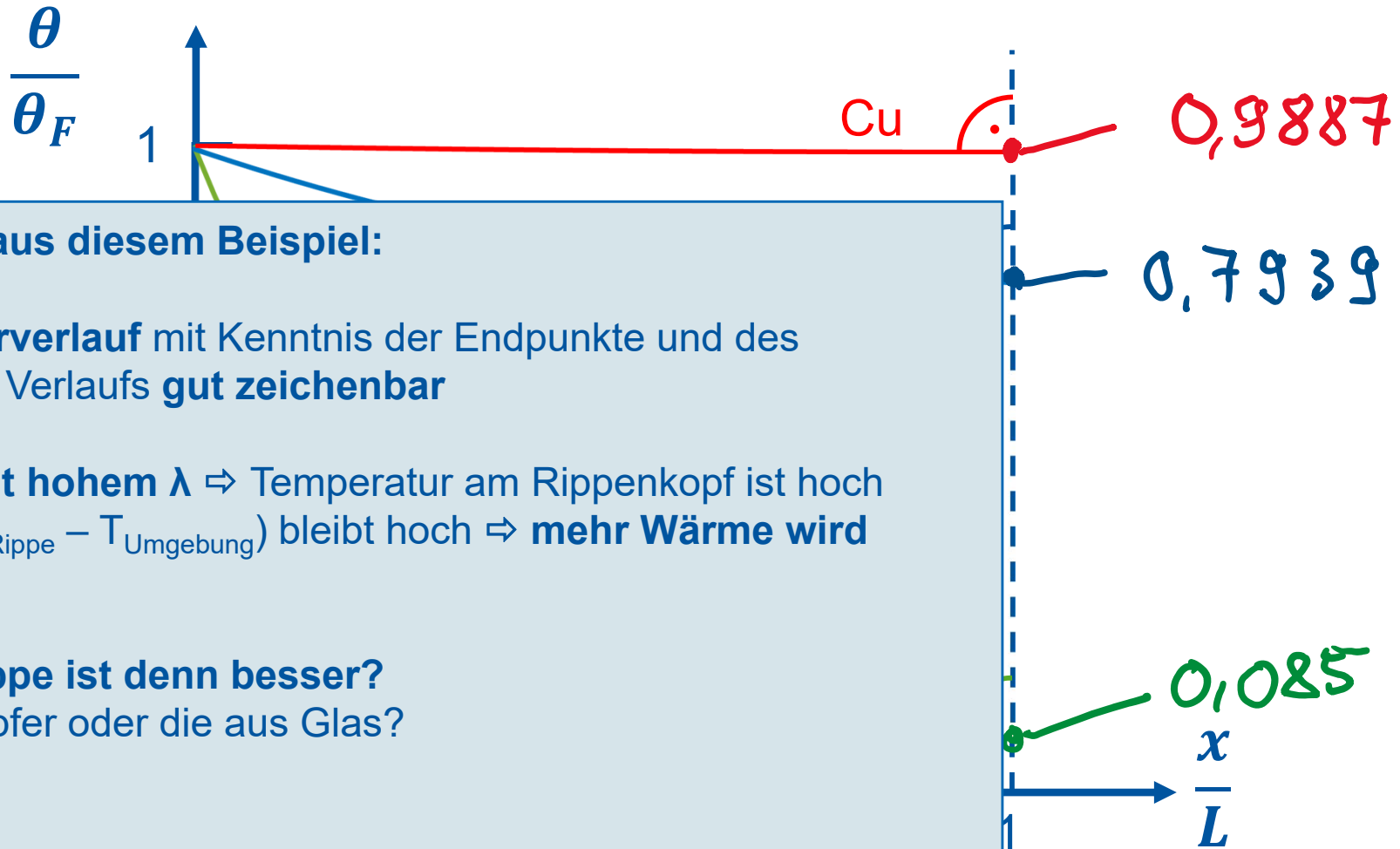
Temperaturverlauf über der Länge einer Stabrippe

Dimensionsloser Temperaturverlauf für die drei verschiedene Materialien:



Temperaturverlauf über der Länge einer Stabrippe

Dimensionsloser Temperaturverlauf für die drei verschiedene Materialien:



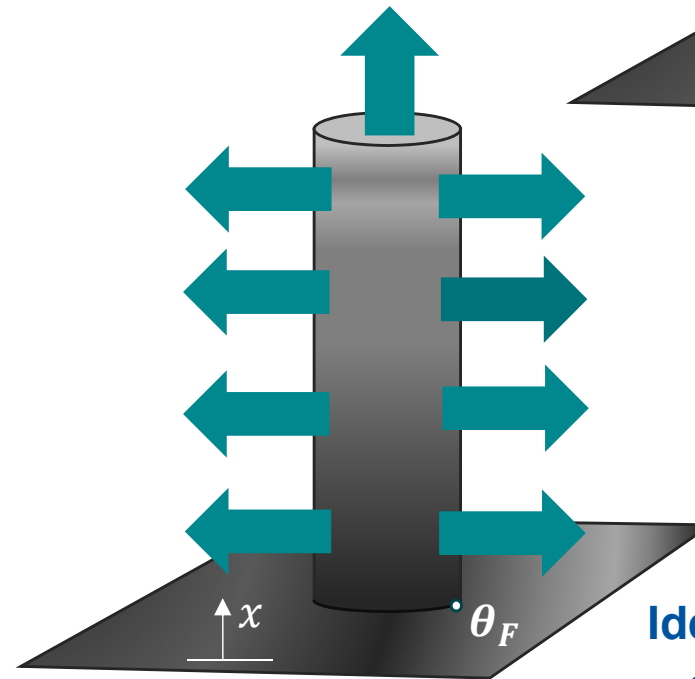
Rippenwirkungsgrad

$$\eta_R = \frac{\text{Von einer Rippe übertragene Wärme}}{\text{Maximal übertragbare Wärmemenge}}$$

Maximal übertragbarer Wärmestrom wird erreicht, wenn die Temperatur über die gesamte Länge der Rippe gleich der Fußtemperatur bleibt.

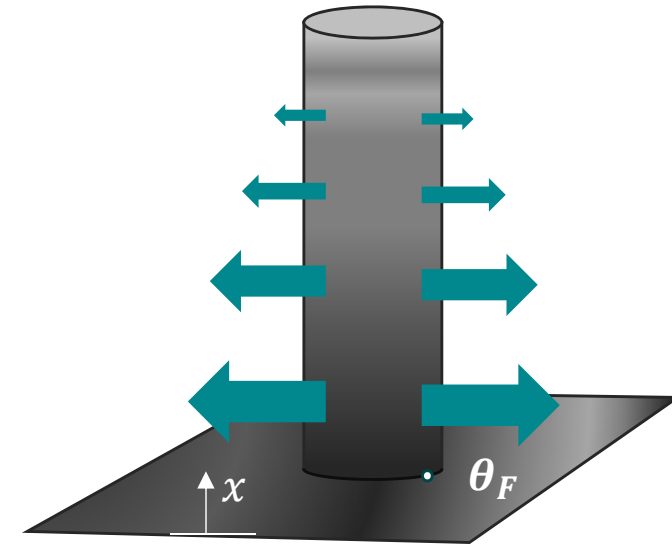


$$T = T_{\text{fuß}} \\ \neq f(x)$$



Ideale Rippe

$$\theta_F = \theta(x)$$



Reale Rippe

$$\theta_F > \theta(x)$$

Rippenwirkungsgrad

$$\eta_R = \frac{\text{Von einer Rippe übertragene Wärme}}{\text{Maximal übertragbare Wärmemenge}}$$

Von der Rippe übertragener Wärmestrom:

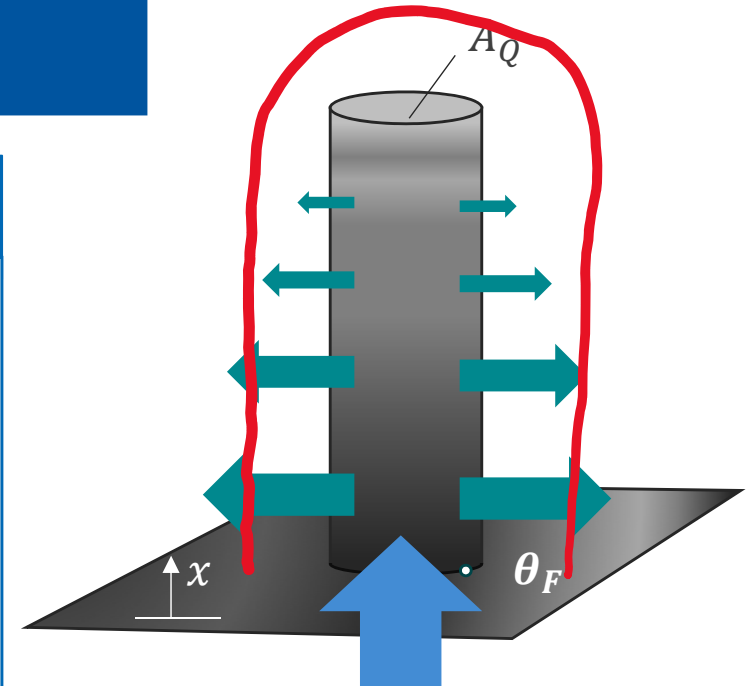
Übertragener (konvektiver) Wärmestrom auf der Mantelfläche:

$$\dot{Q}_{Konv} = \int_0^L \dot{q}_{konv} \cdot dx = \pi d \cdot \int_0^L \alpha \cdot \underbrace{(T(x) - T_u)}_{\theta(x)} dx$$

Alternative:

Wärmeleitstrom am Fuß:

$$\dot{Q}_{WL,Fuß} = -\lambda \cdot A_Q \cdot \left. \frac{dT}{dx} \right|_{x=0} = -\lambda \cdot A_Q \cdot \left. \frac{d\theta}{dx} \right|_{x=0}$$



$$\dot{Q}_{Konv} = \dot{Q}_{WL,Fuß}$$

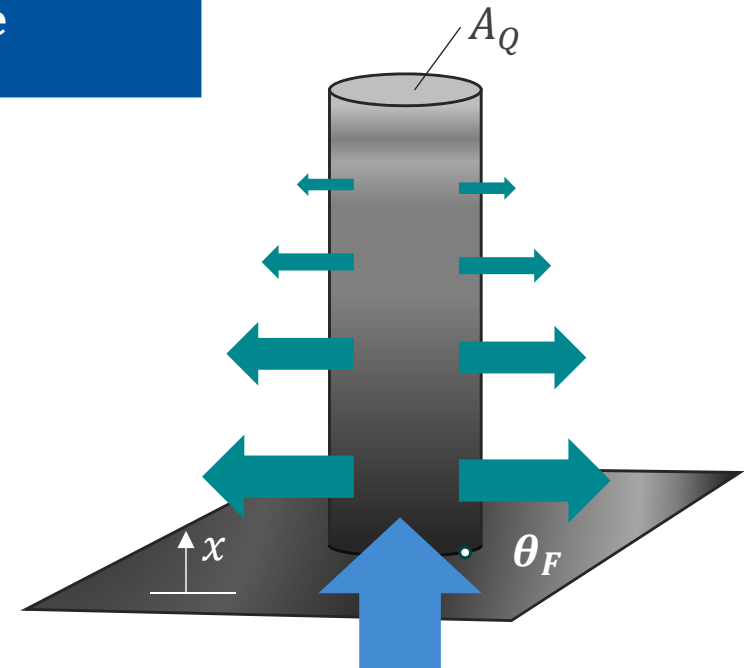
Rippenwirkungsgrad

$$\eta_R = \frac{\text{Von einer Rippe übertragene Wärme}}{\text{Maximal übertragbare Wärmemenge}}$$

Von der Rippe übertragener Wärmestrom:

$$\dot{Q}_{WL,Fuß} = -\lambda \cdot A_Q \cdot \left. \frac{dT}{dx} \right|_{x=0} = -\lambda \cdot A_Q \cdot \left. \frac{d\theta}{dx} \right|_{x=0}$$

$$\dot{Q}_{WL,Fuß} = -\lambda \cdot A_Q \cdot m \cdot \theta_F \cdot \tanh(mL)$$



$$\dot{Q}_{Konv} = \dot{Q}_{WL,Fuß}$$

Rippenwirkungsgrad

$$\eta_R = \frac{\text{Von einer Rippe übertragene Wärme}}{\text{Maximal übertragbare Wärmemenge}}$$

Rippenwirkungsgrad

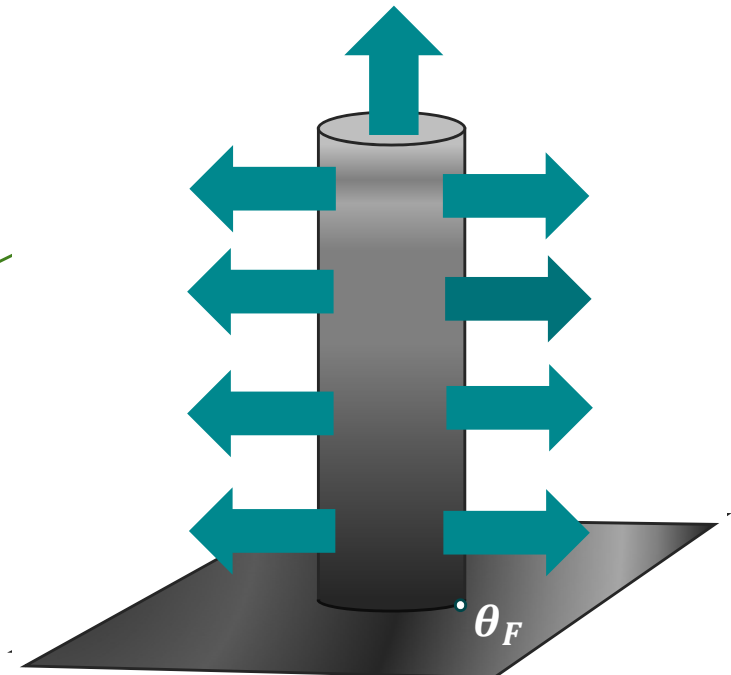
$$\eta_R = \frac{\dot{Q}_{WL,Fuß}}{\dot{Q}_{max}}$$

$$\dot{Q}_{max} = \pi \cdot d \cdot \alpha \int_0^L \theta_F dx = \underbrace{\pi \cdot d \cdot \alpha}_{u} \cdot \underbrace{\theta_F \cdot L}_{\theta_F \cdot L}$$

$$m^2 = \frac{4 \alpha}{\lambda d}$$

$\frac{1}{m^2} \cdot m$

$$\eta_R = \frac{\tanh(mL)}{mL}$$

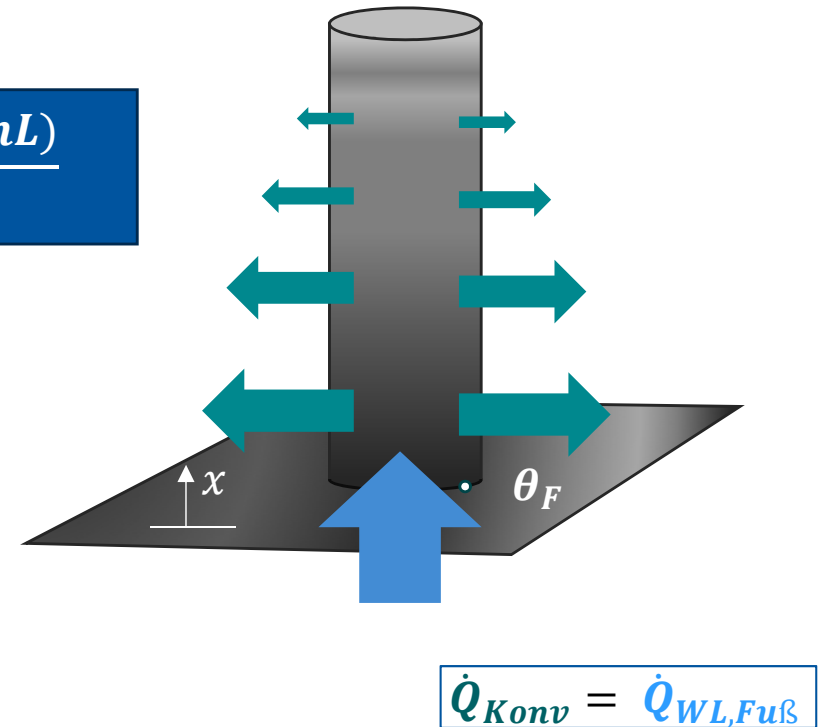
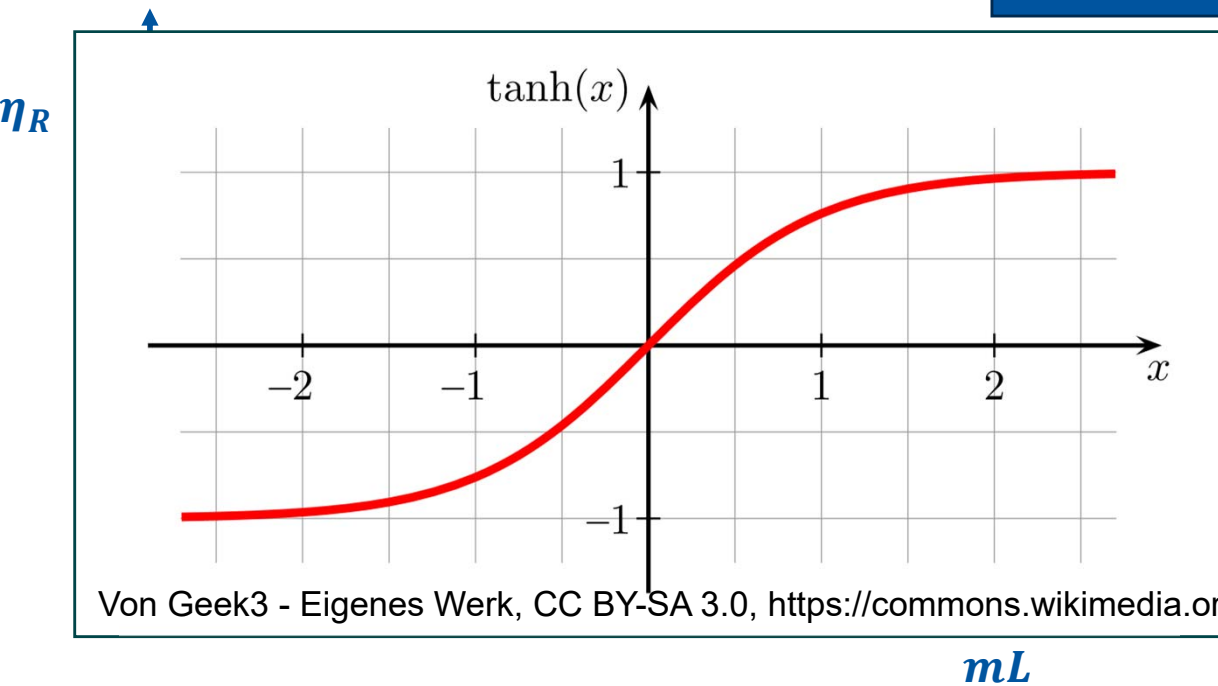


$$\dot{Q}_{Konv} = \dot{Q}_{WL,Fuß}$$

Rippenwirkungsgrad

$$\eta_R = \frac{\text{Von einer Rippe übertragene Wärme}}{\text{Maximal übertragbare Wärmemenge}}$$

$$\eta_R = \frac{\tanh(mL)}{mL}$$



Rippenwirkungsgrad

Rippenparameter m:

$$m = \left(\frac{\alpha U}{\lambda A_Q} \right)^{1/2}$$

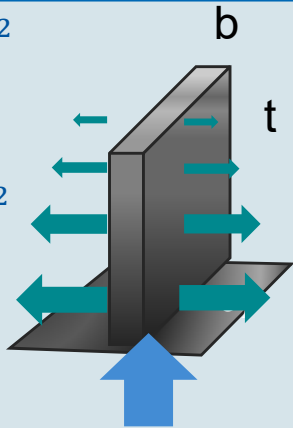
$$\eta_R = \frac{\tanh(ml)}{ml}$$

Ebene Rippe:

$$m = \left(\frac{2(b+t)\alpha}{\lambda b t} \right)^{1/2}$$

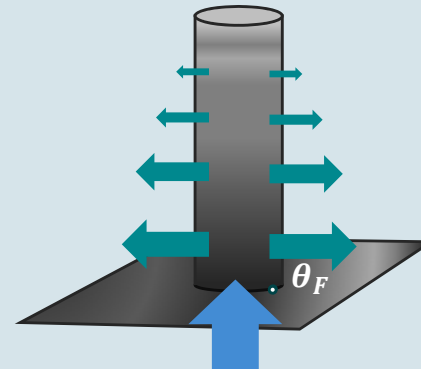
$$= \left(\frac{2\alpha}{\lambda} \left(\frac{1}{t} + \frac{1}{b} \right) \right)^{1/2}$$

$$\text{mit } \frac{1}{b} \gg \frac{1}{t} \Rightarrow m \approx \left(\frac{2\alpha}{\lambda b} \right)^{1/2}$$



Zyl. Stabrippe:

$$m = \left(\frac{\alpha \pi d}{\lambda \pi \frac{d^2}{4}} \right)^{1/2} = \left(\frac{4\alpha}{\lambda d} \right)^{1/2}$$



Rippenwirkungsgrad erhöhen?

$$\eta_R = \frac{\tanh(mL)}{mL}$$

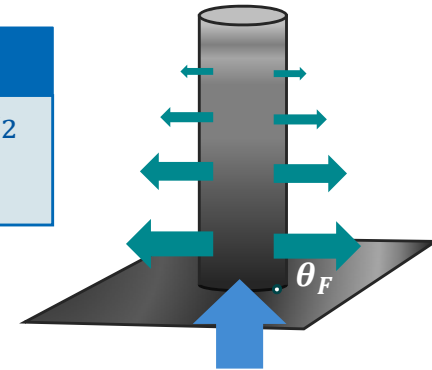
$$\eta_R \propto 1/mL$$

- Material:

$$\lambda \uparrow \Rightarrow m^2 \downarrow \Rightarrow \eta \uparrow$$

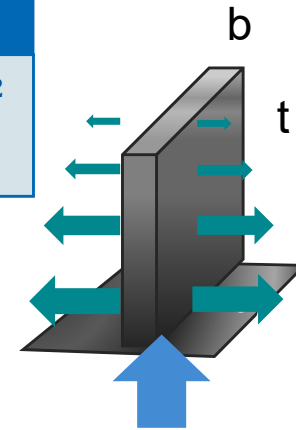
Stabrippe:

$$m = \left(\frac{4 \alpha}{\lambda d} \right)^{1/2}$$



Ebene Rippe:

$$m = \left(\frac{2 \alpha}{\lambda \delta} \right)^{1/2}$$



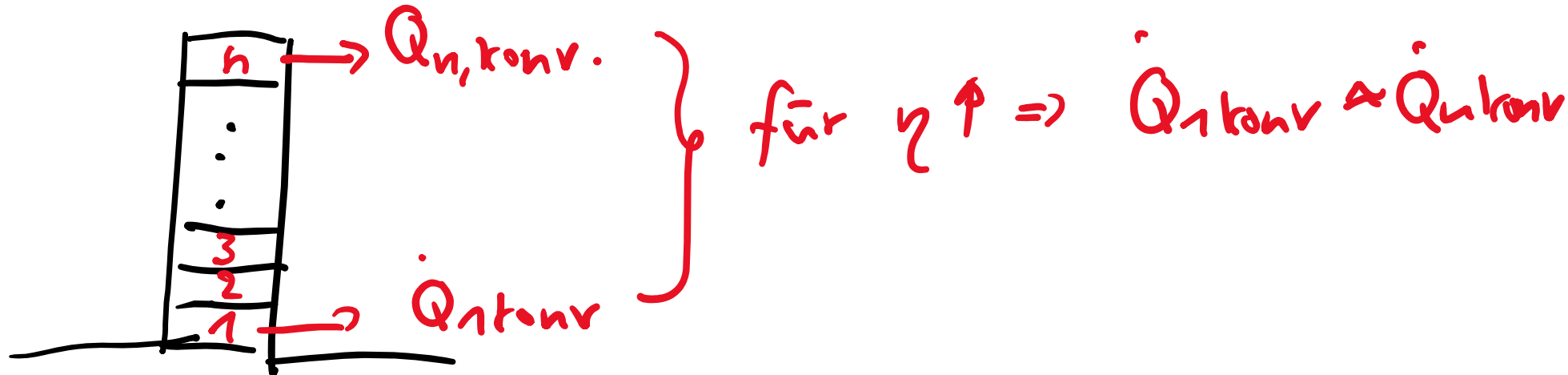
η_R

Wie kann Wirkungsgrad erhöht werden?

mL

Rippenwirkungsgrad

Rippenwirkungsgrad gibt lediglich an wie gut einzelne Abschnitte einer Rippe ausgenutzt werden!



Rippenwirkungsgrad gibt lediglich an wie gut einzelne Abschnitte einer Rippe ausgenutzt werden!

η_R macht keine Aussage über den übertragenen Wärmestrom \Rightarrow obwohl bei

Verlängerung einer Rippe η_R sinkt
 \Rightarrow $Q_{\text{übertragen}}$ steigt!

Verständnisfragen

Welchen Zusammenhang beschreibt der Rippenwirkungsgrad?

Was ist die Annahme für die theoretisch maximal übertragbare Wärme einer Rippe?

Wie lässt sich der Rippenwirkungsgrad erhöhen?