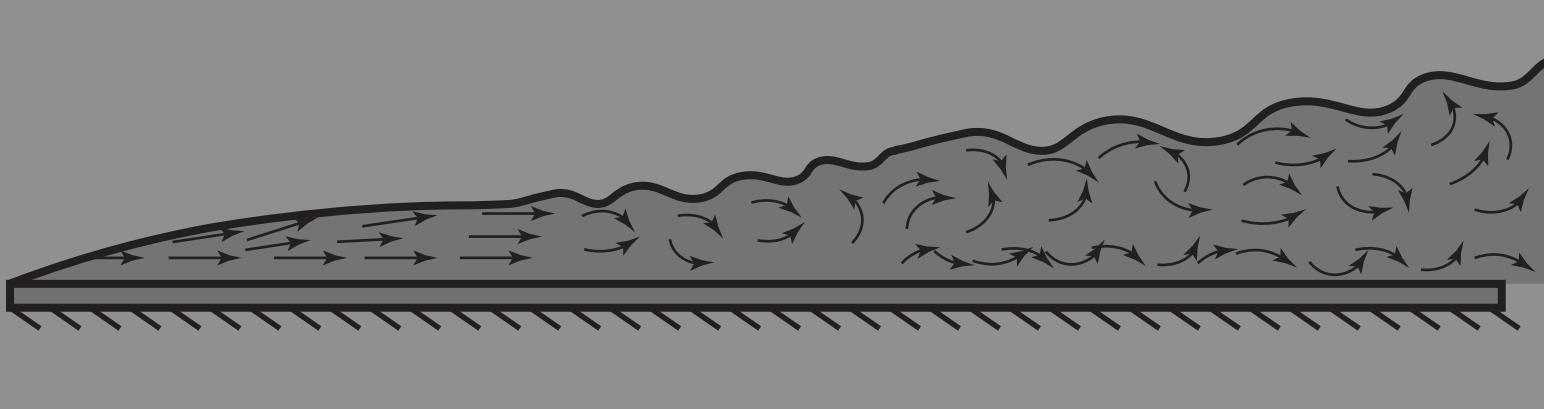


# Wärme- und Stoffübertragung

## Formelsammlung





# Inhaltsverzeichnis

D	Dimensionslose Kennzahlen	1
D.1	Strömungsmechanik	1
D.2	Wärmeübertragung	2
D.3	Stoffübertragung	2
WL	Leitung	3
WL.1	Grundlagen der Wärmeleitung	3
WL.2	Erhaltungsgleichungen	3
WL.3	Mehrschichtige Wand	3
WL.4	Rippen	4
WL.5	Instationäre Wärmeleitung	5
WK	Konvektion	11
WK.1	Grundlagen der Konvektion	11
WK.2	Erhaltungsgleichungen	11
WK.3	Grenzschichtgleichungen, laminare Strömung	12
WK.4	Innere erzwungene Konvektion	13
WÜ	Wärmeübergangskorrelationen (WÜK)	14
WÜ.1	Äußere erzwungene Konvektion	14
WÜ.2	Innere erzwungene Konvektion	19
WÜ.3	Äußere natürliche Konvektion	21
WÜ.4	Innere natürliche Konvektion	24
WS	Strahlung	27
WS.1	Grundlagen	27
WS.2	Sichtfaktoren	29
WS.3	Strahlungswärmetransport	30
S	Stoffübertragung	31
S.1	Grundlagen	31
S.2	Diffusiver Stofftransport	32
S.3	Advektiver Stofftransport	33
S.4	Stoffübergang an einer Phasengrenze	33
E	Eigenschaften verschiedener Materialien: Stoffwerte	35
E.1	Metalle bei 20°C	35
E.2	Nichtmetallische Festkörper bei 20°C	35
E.3	Flüssigkeiten bei 1 bar	36
E.4	Gase bei 1 bar	36
E.5	Emissionsgrad von Festkörpern	37
M	Mathematischer Anhang	38
M.1	Gaußsche Fehlerfunktion (error function)	38



## ABSCHNITT D

## Dimensionslose Kennzahlen

### D.1 Strömungsmechanik

**Definition****Reynoldszahl:**

$$\text{Re} = \frac{\text{Trägheitskräfte}}{\text{Viskose Kräfte}} = \frac{\rho u L}{\eta} = \frac{u L}{\nu} \ (-), \quad (\text{D.1})$$

wobei  $L$  die charakteristische Länge ist.**Definition****Grashofzahl:**

$$\text{Gr} = \frac{\text{Auftriebskräfte}}{\text{Viskose Kräfte}} = \frac{\beta g \rho^2 (T_w - T_\infty) L^3}{\eta^2} = \frac{\beta g (T_w - T_\infty) L^3}{\nu^2} \ (-), \quad (\text{D.2})$$

wobei  $L$  die charakteristische Länge ist.**Definition****Archimedeszahl:**

$$\text{Ar} = \frac{\text{Gr}}{\text{Re}^2} = \frac{\text{Auftriebskräfte}}{\text{Trägheitskräfte}} = \frac{g_x \beta L (T_w - T_\infty)}{u_\infty^2} \ (-), \quad (\text{D.3})$$

wobei  $L$  die charakteristische Länge ist.

## D.2 Wärmeübertragung

**Definition**

**Biotzahl:**

$$Bi = \frac{\text{Wärmeleitwiderstand des Körpers}}{\text{Konvektiver Widerstand an der Oberfläche}} = \frac{\alpha L}{\lambda_F} \quad (-), \quad (D.4)$$

wobei  $\lambda_F$  die thermische Leitfähigkeit des Festkörpers ist und sich die charakteristische Länge  $L$  aus dem Verhältnis von Volumen und Oberfläche ergibt,  $L = V/A$ .

**Definition**

**Fourierzahl:**

$$Fo = \frac{\text{Diffusionsrate}}{\text{Einspeicherungsrate}} = \frac{a t}{L^2} \quad (-), \quad (D.5)$$

wobei  $L$  die charakteristische Länge ist.

**Definition**

**Nußelt-Zahl:**

$$Nu = \text{Dimensionsloser Wärmeübergangskoeffizient} = \frac{\alpha L}{\lambda_f} \quad (-), \quad (D.6)$$

wobei  $\lambda_f$  die thermische Leitfähigkeit des Fluids ist und  $L$  die charakteristische Länge.

**Definition**

**Prandtlzahl:**

$$Pr = \frac{\text{Molekulare Diffusion des Impulses}}{\text{Diffusion von Wärme}} = \frac{\eta}{\lambda/c_p} \quad (-). \quad (D.7)$$

**Definition**

**Pecletzahl:**

$$Pe = Re Pr = \frac{\text{Konvektive Ströme}}{\text{Diffusive Ströme}} = \frac{\rho c_p u L}{\lambda} \quad (-), \quad (D.8)$$

wobei  $L$  die charakteristische Länge ist.

## D.3 Stoffübertragung

**Definition**

**Schmidtzahl:**

$$Sc = \frac{\text{Molekulare Impulsdiffusion}}{\text{Molekulare Stoffdiffusion}} = \frac{\eta}{\rho D} = \frac{\nu}{D} \quad (-). \quad (D.9)$$

**Definition**

**Sherwoodzahl:**

$$Sh = \text{Dimensionsloser Stofftransportkoeffizient} = \frac{g L}{\rho D} \quad (-), \quad (D.10)$$

wobei  $L$  die charakteristische Länge ist.

**Theorem**

**Lewissches Gesetz:**

$$g = \frac{\alpha}{c_p}, \quad (D.11)$$

für  $Le \approx 1$ .



**HEATQUIZ**

UNIVERSITY  
OF TWENTE.



Institute  
of Heat  
and Mass  
Transfer

**RWTHAACHEN**  
UNIVERSITY

## ABSCHNITT WL

**Leitung****WL.1 Grundlagen der Wärmeleitung**

Grundgleichung

**Fouriersches Gesetz:**

$$\dot{q}'' = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x}. \quad (\text{WL.1})$$

**WL.2 Erhaltungsgleichungen**

Grundgleichung

**Energieerhaltungsgleichung für Festkörper in kartesischen Koordinaten  $(x,y,z,t)$ :**

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \dot{\Phi}'''. \quad (\text{WL.2})$$

Grundgleichung

**Energieerhaltungsgleichung für Festkörper in Zylinderkoordinaten  $(r,\theta,z,t)$ :**

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \lambda \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \dot{\Phi}'''. \quad (\text{WL.3})$$

Grundgleichung

**Energieerhaltungsgleichung für Festkörper in Kugelkoordinaten  $(r,\theta,\phi,t)$ :**

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \lambda \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \lambda \sin \theta \frac{\partial T}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial}{\partial \phi} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial \phi} \right) + \dot{\Phi}'''. \quad (\text{WL.4})$$

Definition

**Temperaturleitfähigkeit:**

$$a = \frac{\lambda}{\rho c} \left( \frac{m^2}{s} \right). \quad (\text{WL.5})$$

**WL.3 Mehrschichtige Wand**

Grundgleichung

**Wärmestrom durch eine mehrschichtige Wand ohne Konvektion:**

$$\dot{Q} = \frac{1}{\sum_{i=1}^n W_{\text{Leit},i}} (T_1 - T_{n+1}). \quad (\text{WL.6})$$

Definition

**Wärmeleitwiderstand einer festen ebenen Schicht  $i$ :**

$$W_{\text{Leit},i} = \frac{\delta_i}{A \lambda_i} \left( \frac{\text{K}}{\text{W}} \right). \quad (\text{WL.7})$$

Definition

**Wärmeleitwiderstand einer festen zylindrischen Schicht  $i$ :**

$$W_{\text{Leit.,}i} = \frac{1}{2 \pi L \lambda_i} \ln \frac{r_{i+1}}{r_i} \left( \frac{\text{K}}{\text{W}} \right). \quad (\text{WL.8})$$

**Grundgleichung****Wärmestrom durch eine mehrschichtige Wand mit Konvektion:**

$$\dot{Q} = \frac{1}{W_{\text{konv},A} + \sum_{i=1}^n W_{\text{Leit},i} + W_{\text{konv},B}} (T_A - T_B). \quad (\text{WL.9})$$

**Definition****Konvektiver Widerstand einer festen ebenen Schicht  $j$ :**

$$W_{\text{konv},j} = \frac{1}{A \alpha_j} \left( \frac{\text{K}}{\text{W}} \right). \quad (\text{WL.10})$$

**Definition****Konvektiver Widerstand am Übergang zu einer Zylinderschicht  $j$ :**

$$W_{\text{konv},j} = \frac{1}{A_j \alpha_j} \left( \frac{\text{K}}{\text{W}} \right), \quad (\text{WL.11})$$

mit  $A_A = 2\pi r_1 L$  für Konvektion im Inneren und  $A_B = 2\pi r_{n+1} L$  für Konvektion außen.**Grundgleichung****Wärmestrom durch eine mehrschichtige Wand mit Konvektion:**

$$\dot{Q} = k A (T_A - T_B). \quad (\text{WL.12})$$

**Definition****Wärmedurchgangskoeffizient einer mehrschichtigen ebenen Wand:**

$$k = \left( \frac{1}{\alpha_A} + \sum_{i=1}^n \frac{\delta_i}{\lambda_i} + \frac{1}{\alpha_B} \right)^{-1} \left( \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}} \right). \quad (\text{WL.13})$$

**Definition****Gesamtwärmeübergangskoeffizient eines mehrschichtigen zylindrischen Systems:**

$$k = \left( \frac{1}{\alpha_A} \frac{r}{r_1} + r \sum_{i=1}^n \frac{1}{\lambda_i} \ln \frac{r_{i+1}}{r_i} + \frac{1}{\alpha_B} \frac{r}{r_{n+1}} \right)^{-1} \left( \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}} \right), \quad (\text{WL.14})$$

wobei als Referenzradius jeder Radius  $r$  verwendet werden kann.**WL.4 Rippen****Definition****Rippenparameter:**

$$m = \sqrt{\frac{\alpha U}{\lambda A_c}} \left( \frac{1}{\text{m}} \right), \quad (\text{WL.15})$$

wobei für eine Stabrippe  $m = \sqrt{\frac{4\alpha}{\lambda d}}$  und für eine ebene Rippe  $m = \sqrt{\frac{2\alpha}{\lambda \delta}}$ .**Grundgleichung****Homogene Rippengleichung:**

$$\frac{d^2\theta}{dx^2} - m^2 \theta = 0, \quad (\text{WL.16})$$

mit  $\theta = T(x) - T_U$ .

Grundgleichung

Allgemeine Lösung der Rippengleichung:

$$\theta = A e^{mx} + B e^{-mx} = A^* \sinh(mx) + B^* \cosh(mx). \quad (\text{WL.17})$$

Grundgleichung

Temperaturprofil einer Rippe mit Fußtemperatur  $T_b$  und adiabatem Kopf:

$$\theta = \theta_F \frac{\cosh [m(L-x)]}{\cosh (mL)}. \quad (\text{WL.18})$$

Grundgleichung

Wärmestrom einer Rippe mit Fußtemperatur  $T_F$  und adiabatem Kopf:

$$\dot{Q} = \lambda A_Q m \theta_F \tanh(mL). \quad (\text{WL.19})$$

Definition

Rippenwirkungsgrad:

$$\eta_F = \frac{\text{Übertragener Wärmestrom}}{\text{Maximal übertragbarer Wärmestrom}} = \frac{\dot{Q}}{\dot{Q}_{\max}} \quad (-). \quad (\text{WL.20})$$

## WL.5 Instationäre Wärmeleitung

Grundgleichung

Blockkapazitätsmodell:

$$\theta^* = 1 - \exp\left(-\frac{\alpha}{\rho c} \frac{A}{V} t\right), \quad (\text{WL.21})$$

welches für  $\text{Bi} \ll 1$  gilt, wobei  $\theta^* = \frac{T-T_0}{T_U-T_0}$ .

Grundgleichung

Dimensionsloses Temperaturprofil innerhalb eines halbunendlichen Körpers mit vernachlässigbarem Wärmeübergangswiderstand:

$$\theta^* = 1 - \operatorname{erf}\left(\frac{1}{\sqrt{4\text{Fo}}}\right), \quad (\text{WL.22})$$

für  $\text{Bi} \gg 1$ , wobei  $\theta^* = \frac{T-T_0}{T_a-T_0}$ , und  $\text{Fo} = \frac{a t}{x^2}$ .

Grundgleichung

Eindringtiefe einer halbunendlichen Platte bei vernachlässigbarem Wärmeübergangswiderstand:

$$\delta(t) = 3,6 \sqrt{at}, \quad (\text{WL.23})$$

für  $\text{Bi} \gg 1$ .

Grundgleichung

Wärmestromdichte in eine halbunendliche Platte bei vernachlässigbarem Wärmeübergangswiderstand:

$$\dot{q}''|_{x=0} = \frac{\lambda}{\sqrt{\pi a t}} (T_a - T_0), \quad (\text{WL.24})$$

für  $\text{Bi} \gg 1$ .

## Grundgleichung

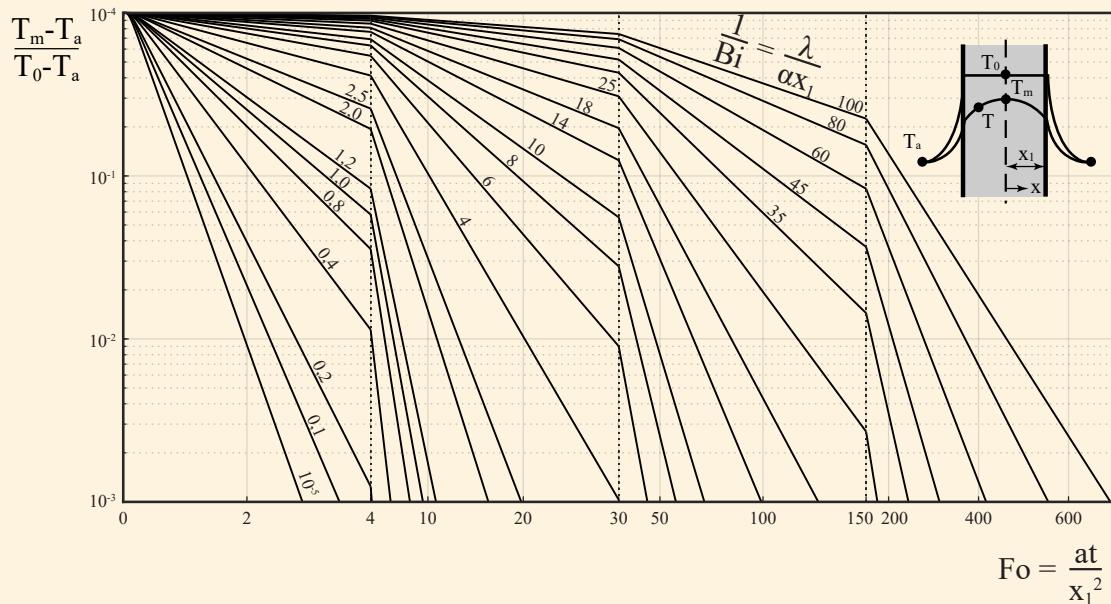
Temperaturprofile in einer halbunendlichen Platte mit nicht-vernachlässigbarem Wärmeübergangswiderstand:

$$\theta^* = 1 - \operatorname{erf}\left(\frac{1}{\sqrt{4Fo}}\right) - [\exp(Bi + Fo Bi^2)] \left[1 - \operatorname{erf}\left(\frac{1}{\sqrt{4Fo}} + \sqrt{Fo} \cdot Bi\right)\right] \quad (\text{WL.25})$$

wobei  $\theta^* = \frac{T-T_0}{T_U-T_0}$ ,  $Fo = \frac{at}{x^2}$  und  $Bi = \frac{\alpha x}{\lambda}$ .

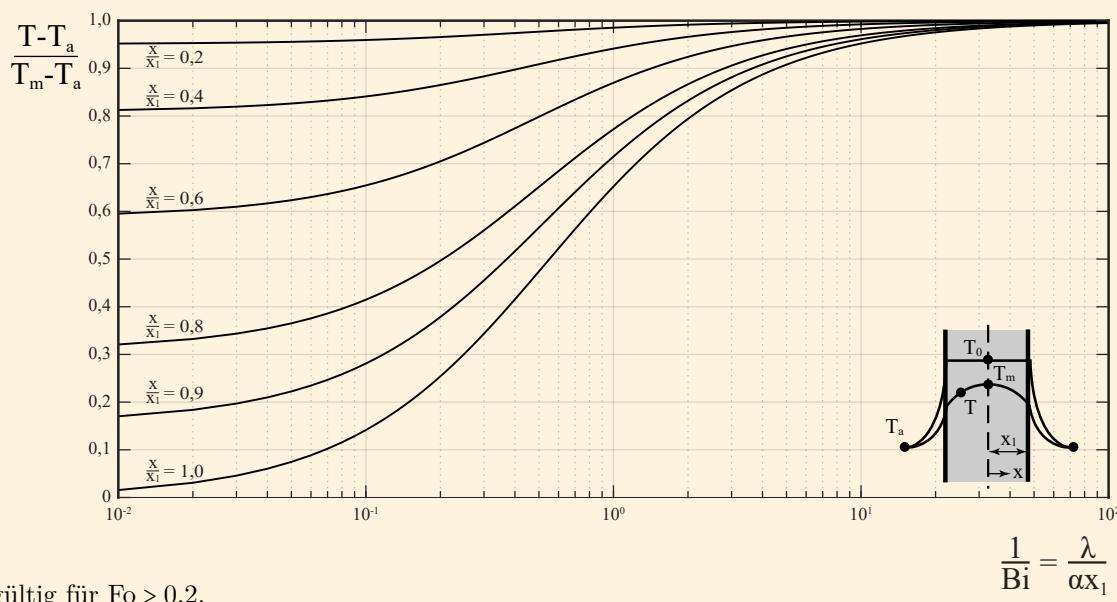
## Grundgleichung

Temperatur in der Mitte einer Platte der Dicke  $2x_1$  [?]:



## Grundgleichung

Temperaturverteilung innerhalb einer Platte der Dicke  $2x_1$  [?]:

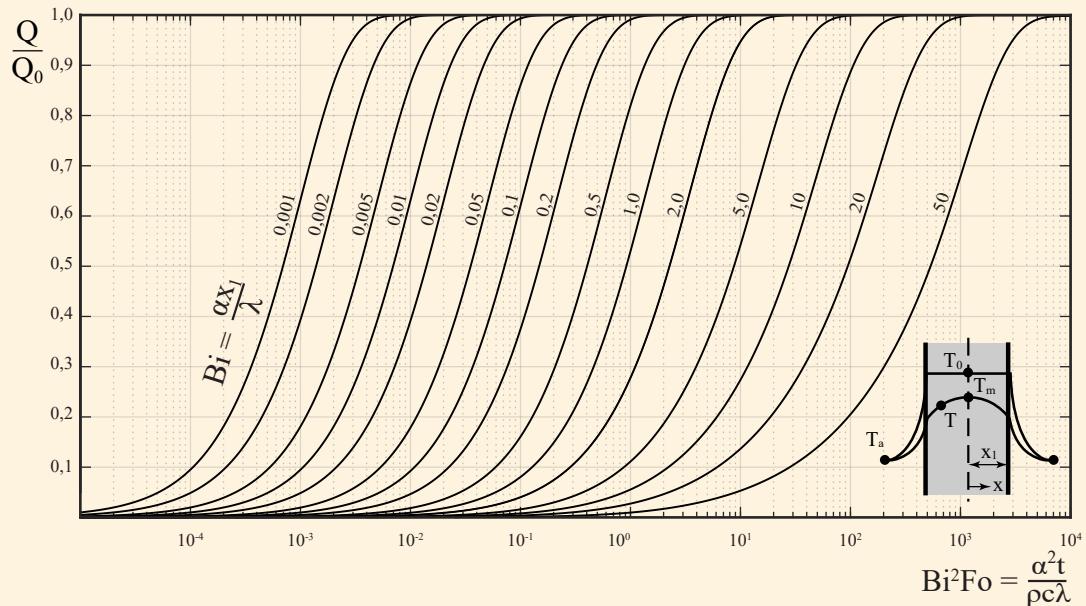


gültig für  $Fo > 0,2$ .

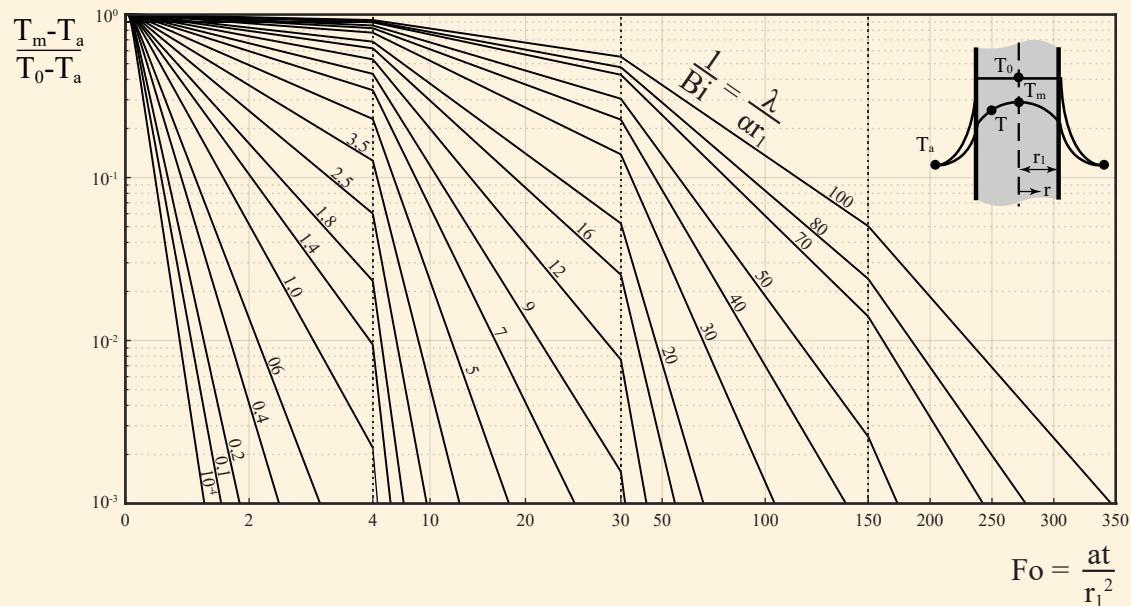
$$\frac{1}{Bi} = \frac{\lambda}{\alpha x_1}$$

## Grundgleichung

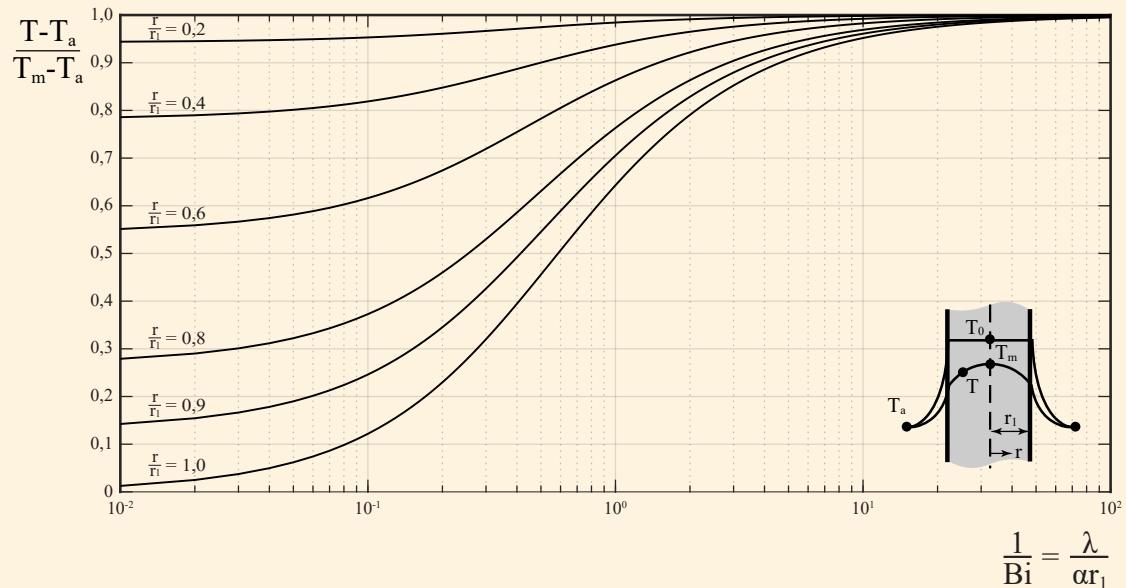
Wärmeverlust einer Platte [?]:

wobei  $Q = mc(T(t) - T_a)$  und  $Q_0 = mc(T_0 - T_a)$ .

## Grundgleichung

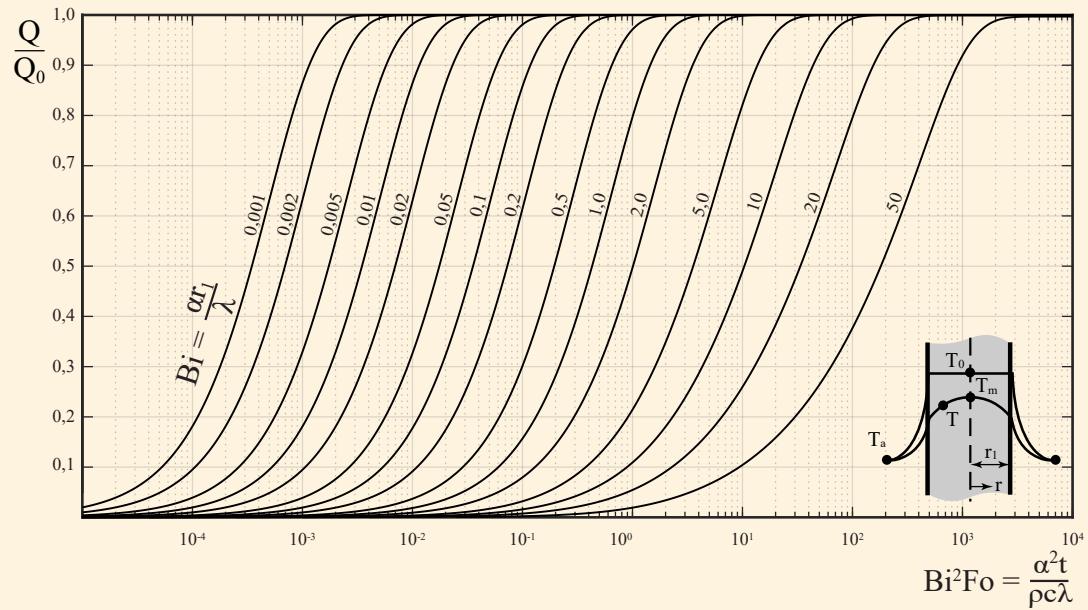
Temperatur entlang der Achse eines Zylinders mit Radius  $r_1$  [?]:

## Grundgleichung

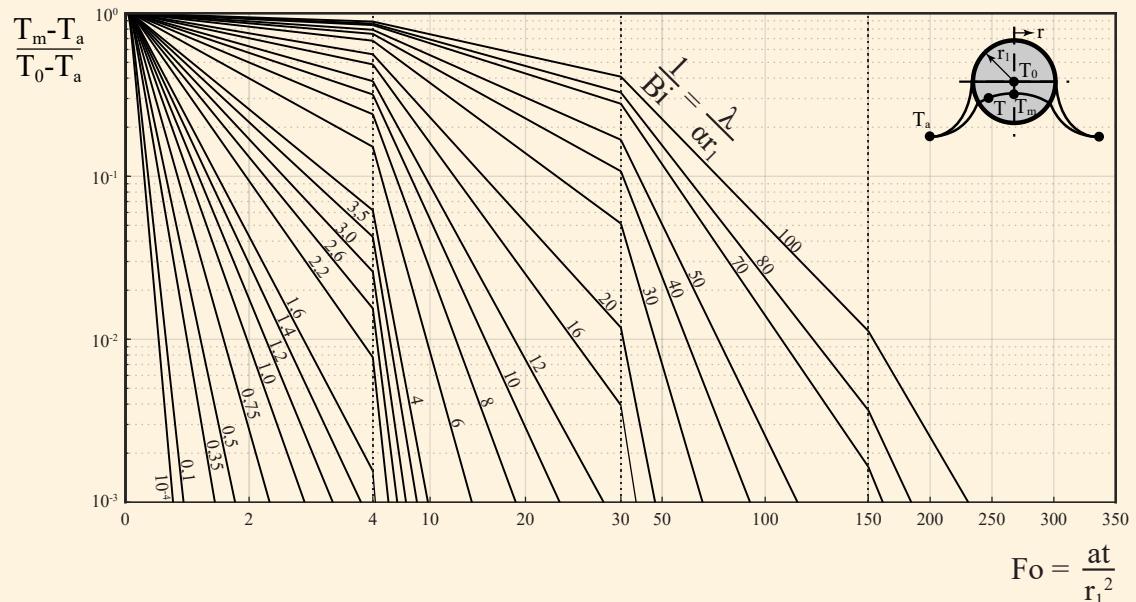
Temperaturverteilung innerhalb eines Zylinders mit Radius  $r_1$  [?]:gültig für  $Fo > 0.2$ .

## Grundgleichung

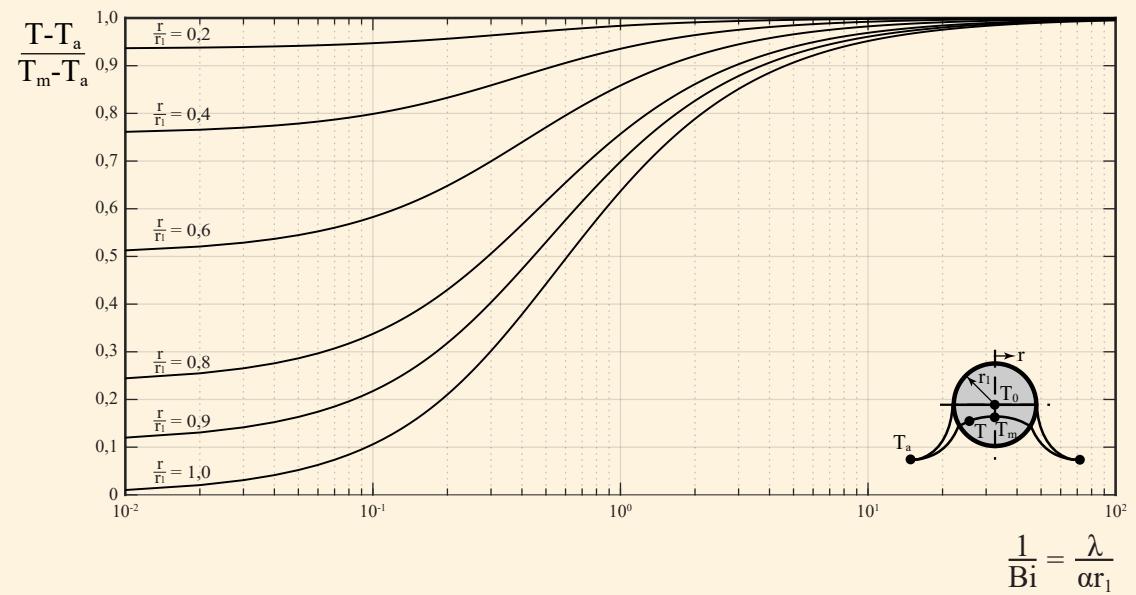
Wärmeverlust eines Zylinders [?]:

wobei  $Q = mc(T(t) - T_a)$  und  $Q_0 = mc(T_0 - T_a)$ .

## Grundgleichung

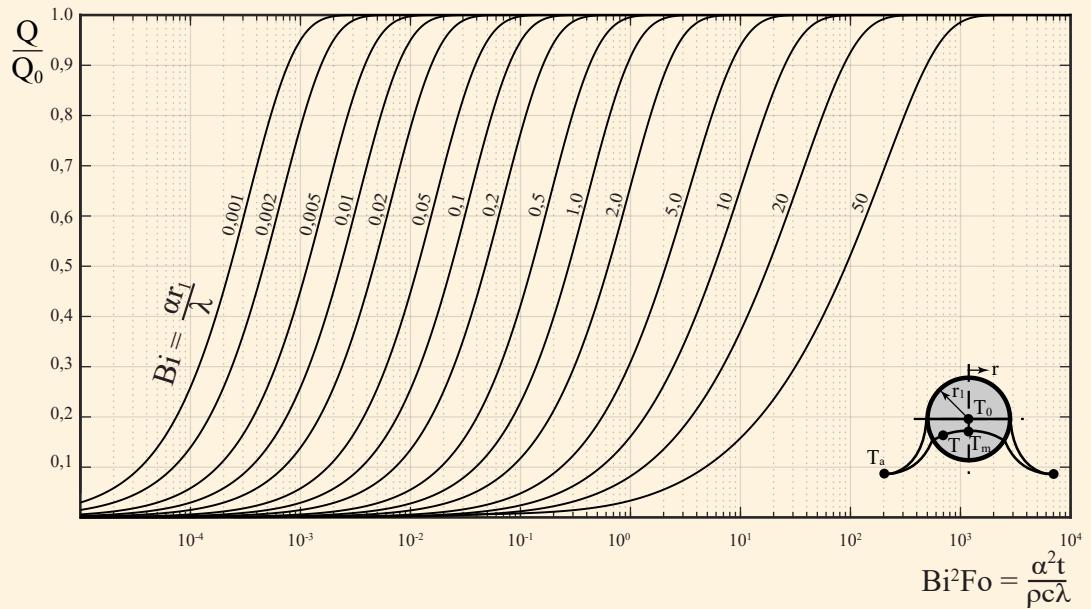
Temperatur im Zentrum einer Kugel mit Radius  $r_1$  [?]:

## Grundgleichung

Temperaturverteilung innerhalb einer Kugel mit Radius  $r_1$  [?]:gültig für  $Fo > 0,2$ .

## Grundgleichung

Wärmeverlust einer Kugel [?]:



## Konvektion

### WK.1 Grundlagen der Konvektion

Grundgleichung

**Newtonsches Abkühlungsgesetz:**

$$\dot{Q} = \alpha A (T_W - T_U). \quad (\text{WK.1})$$

Definition

**Konvektiver Wärmeübergangskoeffizient:**

$$\alpha = \frac{-\left(\lambda_f \frac{\partial T_f}{\partial y}\right)_W}{T_W - T_U} = \frac{-\left(\lambda_s \frac{\partial T_s}{\partial y}\right)_W}{T_W - T_U} \left( \frac{W}{m^2 K} \right). \quad (\text{WK.2})$$

Definition

**Volumetrischer Ausdehnungskoeffizient:**

$$\beta = \frac{1}{V} \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_p = -\frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p = \frac{\rho_\infty - \rho}{\rho(T - T_\infty)} \left( \frac{1}{K} \right). \quad (\text{WK.3})$$

Definition

**Volumetrischer Ausdehnungskoeffizient für ideale Gase:**

$$\beta = \frac{1}{T} \left( \frac{1}{K} \right). \quad (\text{WK.4})$$

### WK.2 Erhaltungsgleichungen

Grundgleichung

**Kontinuitätsgleichung:**

$$\frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} + \frac{\partial \rho w}{\partial z} = 0. \quad (\text{WK.5})$$

Grundgleichung

**Impulserhaltungsgleichung:**

$$\rho \left( \vec{u} \cdot \nabla \right) \vec{u} = -\nabla p + \eta \nabla^2 \vec{u} + \rho \vec{g}. \quad (\text{WK.6})$$

Grundgleichung

**Energierhaltungsgleichung:**

$$\rho \left( u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + w \frac{\partial T}{\partial z} \right) = \frac{\lambda}{c_p} \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + \dot{\Phi}''. \quad (\text{WK.7})$$

### WK.3 Grenzschichtgleichungen, laminare Strömung

Grundgleichung

**Dicke der Geschwindigkeitsgrenzschicht für ein lineares Geschwindigkeitsprofil:**

$$\frac{\delta_u}{x} \approx \sqrt{\frac{12}{Re_x}}, \quad (\text{WK.8})$$

for  $Re_x < 2 \cdot 10^5$ .

Grundgleichung

**Dicke der Geschwindigkeitsgrenzschicht für ein lineares Geschwindigkeitsprofil:**

$$\frac{\delta_T}{x} \approx \left( \frac{\lambda}{\eta c_p} \right)^{1/3} \sqrt{\frac{12\eta}{\rho u_\infty x}} = \frac{1}{Pr^{1/3}} \sqrt{\frac{12}{Re_x}}, \quad (\text{WK.9})$$

for  $Re_x < 2 \cdot 10^5$ , and  $0.6 < Pr < 10$ .

Grundgleichung

**Dicke der Geschwindigkeitsgrenzschicht für eine Strömung über einer ebenen Platte:**

$$\frac{\delta_u}{x} = \frac{4.91}{\sqrt{Re_x}}, \quad (\text{WK.10})$$

für  $Re_x < 2 \cdot 10^5$ .

Grundgleichung

**Dicke der thermischen Grenzschicht für eine Strömung über eine ebene Platte:**

$$\frac{\delta_T}{x} = \frac{4.91}{\sqrt{Re_x} Pr^{1/3}}, \quad (\text{WK.11})$$

for  $Re_x < 2 \cdot 10^5$ , and  $0.6 < Pr < 10$ .

#### WK.4 Innere erzwungene Konvektion

Grundgleichung

**Wärmestrom in Rohren:**

$$\dot{Q} = \overline{\alpha} A \Delta T_m, \quad (\text{WK.12})$$

where  $\Delta T_m$  is a representative temperature difference between the temperature at the wall  $T_w$  and the energetically averaged caloric mean temperature of the fluid  $T_{fl}$ .

Definition

**Logarithmische Mitteltemperaturdifferenz für Rohrströmungen mit isothermer Oberfläche:**

$$\Delta T_m = \Delta T_{ln} = \frac{\Delta T_{in} - \Delta T_{out}}{\ln \frac{\Delta T_{in}}{\Delta T_{out}}} \text{ (K)}, \quad (\text{WK.13})$$

wobei  $\Delta T_{in} = T_{in} - T_w$  und  $\Delta T_{out} = T_{out} - T_w$ .

Definition

**Mittlere Temperaturdifferenz für Rohrströmungen mit konstant aufgeprägter Wärmestromdichte:**

$$\Delta T_m = (T_w - T_{fl})_m \text{ (K).} \quad (\text{WK.14})$$

Definition

**Mittlere Strömungsgeschwindigkeit:**

$$u_m = \frac{\int \rho u dA_c}{\int \rho dA_c} \left( \frac{\text{m}}{\text{s}} \right). \quad (\text{WK.15})$$

Definition

**Kalorische Mitteltemperatur:**

$$T_m = \frac{\int \rho u c_p T dA_c}{\int \rho u c_p dA_c} \text{ (K).} \quad (\text{WK.16})$$

Grundgleichung

**Laminare hydrodynamische Einlauflänge:**

$$L_h \approx 0,05 \text{ Re}_d d. \quad (\text{WK.17})$$

Grundgleichung

**Laminar thermodynamische Einlauflänge:**

$$L_{th} \approx 0,05 \text{ Re}_d \text{Pr} d. \quad (\text{WK.18})$$

Grundgleichung

**Turbulente hydrodynamische Einlauflänge:**

$$L_h \approx 10 d. \quad (\text{WK.19})$$

Grundgleichung

**Turbulent thermodynamische Einlauflänge:**

$$L_{th} \approx 10 d. \quad (\text{WK.20})$$

ABSCHNITT WÜ

## Wärmeübergangskorrelationen (WÜK)

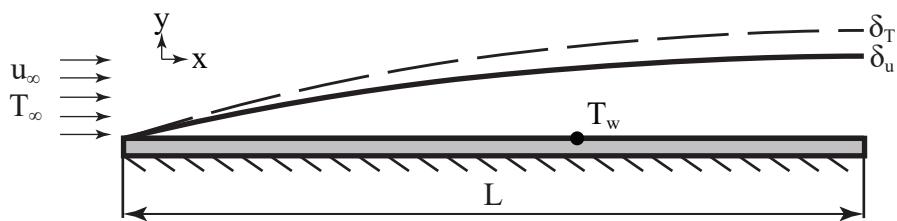
### WÜ.1 Äußere erzwungene Konvektion

Definition

**Stoffwerttemperatur für externe erzwungene Konvektion:**

$$T_{\text{Stoff}} = \frac{T_w + T_\infty}{2} \text{ (K)}, \quad (\text{WÜ.1})$$

wenn nicht anders angegeben.



**WÜK Lokale Nusseltzahl für erzwungene Konvektion mit laminarer Strömung über eine ebene Platte mit isothermer Oberfläche:**

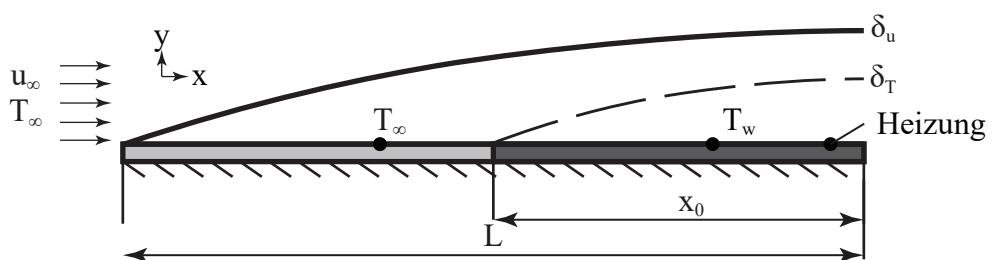
$$\text{Nu}_x = 0,332 \text{Re}_x^{\frac{1}{2}} \text{Pr}^{\frac{1}{3}}, \quad (\text{WÜK.1})$$

für  $\text{Re}_x < 2 \cdot 10^5$ ,  $0.6 < \text{Pr} < 10$  und mit  $\text{Re}_{x,\text{krit}} \approx 2 \cdot 10^5$ .

**WÜK Mittlere Nusseltzahl für erzwungene Konvektion mit laminarer Strömung über eine ebene Platte mit isothermer Oberfläche:**

$$\overline{\text{Nu}}_L = 0,664 \text{Re}_L^{\frac{1}{2}} \text{Pr}^{\frac{1}{3}}, \quad (\text{WÜK.2})$$

für  $\text{Re}_L < 2 \cdot 10^5$ ,  $0.6 < \text{Pr} < 10$  und mit  $\text{Re}_{x,\text{krit}} \approx 2 \cdot 10^5$ .



**WÜK Lokale Nusseltzahl für erzwungene Konvektion mit laminarer Strömung über eine**

**ebene Platte mit isothermer Oberfläche und zunächst hydrodynamischem Einlauf:**

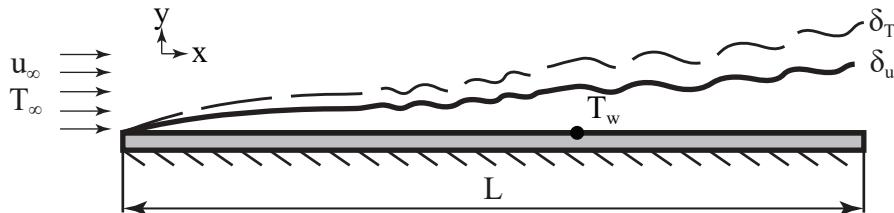
$$\text{Nu}_x = 0,332 \text{ Re}_x^{\frac{1}{2}} \text{ Pr}^{\frac{1}{3}} \left[ 1 - \left( \frac{x_0}{x} \right)^{\frac{3}{4}} \right]^{-\frac{1}{3}}, \quad (\text{WÜK.3})$$

für  $\text{Re}_x < 2 \cdot 10^5$ ,  $0,6 < \text{Pr} < 10$  und mit  $\text{Re}_{x,\text{crit}} \approx 2 \cdot 10^5$ .

**WÜK Mittlere Nusseltzahl für erzwungene Konvektion mit laminarer Strömung über eine ebene Platte mit isothermer Oberfläche und zunächst hydrodynamischem Einlauf:**

$$\overline{\text{Nu}}_L = \frac{L}{L - x_0} \frac{1}{\lambda} \int_{x_0}^L \alpha(x) dx = 0,664 \text{ Re}_L^{\frac{1}{2}} \text{ Pr}^{\frac{1}{3}} \frac{\left[ 1 - \left( \frac{x_0}{L} \right)^{\frac{3}{4}} \right]^{\frac{2}{3}}}{\left[ 1 - \frac{x_0}{L} \right]}, \quad (\text{WÜK.4})$$

für  $\text{Re}_L < 2 \cdot 10^5$ ,  $0,6 < \text{Pr} < 10$ , und mit  $\text{Re}_{x,\text{crit}} \approx 2 \cdot 10^5$ .



**WÜK Lokale Nusseltzahl für erzwungene Konvektion mit turbulenter Strömung über eine ebene Platte mit isothermer Oberfläche:**

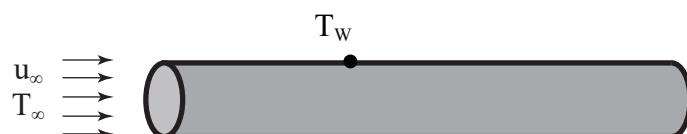
$$\text{Nu}_x = 0,0296 \text{ Re}_x^{0,8} \text{ Pr}^{0,43} \quad (\text{WÜK.5})$$

für  $5 \cdot 10^5 < \text{Re}_x < 10^7$ , mit  $\text{Re}_{x,\text{crit}} \approx 2 \cdot 10^5$ .

**WÜK Mittlere Nusseltzahl für erzwungene Konvektion mit turbulenter Strömung über eine ebene Platte mit isothermer Oberfläche:**

$$\overline{\text{Nu}}_L \approx 0,036 \text{ Pr}^{0,43} \left( \text{Re}_L^{0,8} - 9400 \right), \quad (\text{WÜK.6})$$

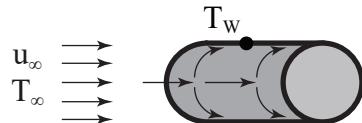
für  $5 \cdot 10^5 < \text{Re}_L < 10^7$ , mit  $\text{Re}_{x,\text{crit}} \approx 2 \cdot 10^5$ .



**Voraussetzung** Kriterium für die Annäherung einer Strömung parallel zur Achse eines Zylinders als Strömung über eine ebene Platte:

$$d \gg \delta.$$

Wenn erfüllt, dann sind WÜK.1 bis WÜK.6 anwendbar.



**WÜK** Mittlere Nusseltzahl für erzwungene Konvektion eines quer angeströmten Rohres mit isothermer Oberfläche:

$$\overline{Nu}_d = C \text{Re}_d^m \text{Pr}^{1/3}, \quad (\text{WÜK.7})$$

for  $\text{Pr} > 0,7$ , wobei:

$\text{Re}_d$	$C$	$m$
0,4 - 4	0,989	0,330
4 - 40	0,911	0,385
40 - 4000	0,683	0,466
4.000 - 40.000	0,193	0,618
40.000 - 400.000	0,0266	0,805

**WÜK** Mittlere Nusseltzahl für erzwungene Konvektion eines quer angeströmten Rohres mit isothermer Oberfläche:

$$\overline{Nu}_d = \left( 0,4 \text{Re}_d^{\frac{1}{2}} + 0,06 \text{Re}_d^{\frac{2}{3}} \right) \text{Pr}^{0,4} \left( \frac{\eta_\infty}{\eta_w} \right)^{\frac{1}{4}}, \quad (\text{WÜK.8})$$

für  $1.0 < \text{Re} \cdot 10^5$ ,  $0.67 < \text{Pr} < 300$ ,  $0.25 < \frac{\eta_\infty}{\eta_w} < 5.2$ , und mit  $T_{\text{Stoff}} = T_\infty$ .

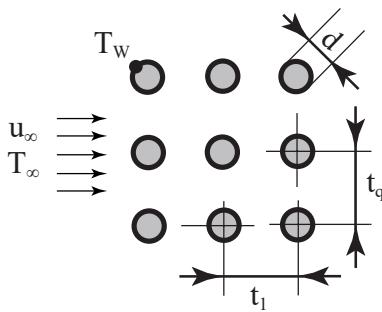
WÜK

Mittlere Nusseltzahl für erzwungene Konvektion für quer angeströmte nicht kreisförmige Zylinder mit isothermer Oberfläche:

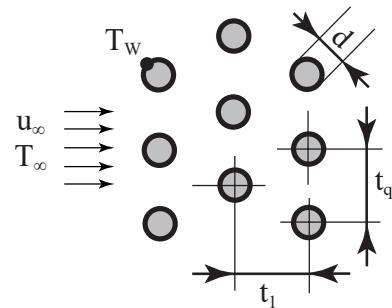
$$\overline{Nu}_d = C \text{Re}_d^m \text{Pr}^{1/3}, \quad (\text{WÜK.9})$$

mit:

Querschnitt	$\text{Re}_d$	$C$	$m$	Medium
 $\overrightarrow{u_\infty}$  d	5.000-100.000	0,246	0,588	Gas
 $\overrightarrow{u_\infty}$  d	5.000-100.000	0,102	0,675	Gas
 $\overrightarrow{u_\infty}$  d	5.000-19.500 19.500-100.000	0,160 0,0385	0,638 0,782	Gas
 $\overrightarrow{u_\infty}$  d	5.000-100.000	0,153	0,638	Gas
 $\overrightarrow{u_\infty}$  d	4.000-15.000	0,228	0,731	Gas
 $\overrightarrow{u_\infty}$  d	2.500-15.000	0,248	0,612	Gas



(a) Fluchtende Anordnung bzw. Reihenanordnung



(b) Versetzte Anordnung

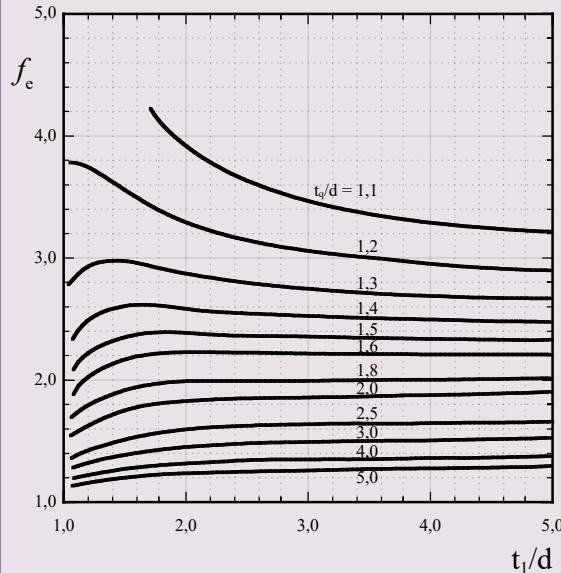
WÜK

**Mittlere Nusseltzahl für erzwungene Konvektion eines quer angestromten Glattrohrbündels:**

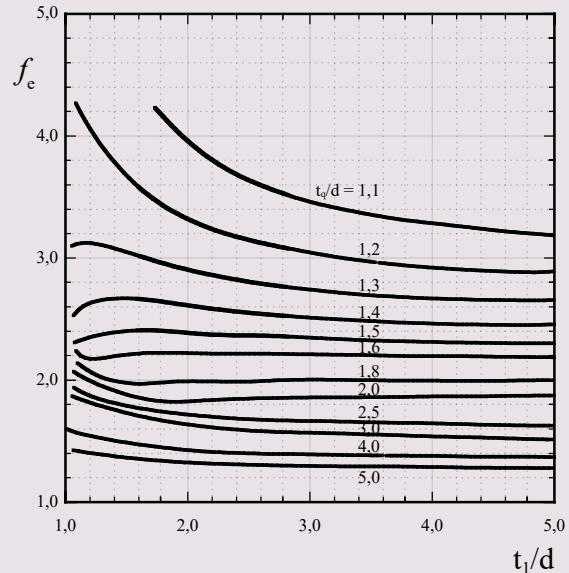
$$\overline{Nu}_d = 0.287 \text{ } Re_d^{0.6} \text{ } Pr^{0.36} \cdot f_e, \quad (\text{WÜK.10})$$

where  $T_{\text{Stoff}} = \frac{T_{\text{aus}} + T_{\text{ein}}}{2}$ .

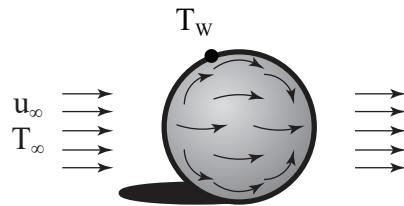
Der Rohranordnungsfaktor  $f_e$  hängt vom relativen Längsabstands-/Durchmesserverhältnis  $t_l/d$ , dem relativen Querabstands-/Durchmesserverhältnis  $t_q/d$  der Rohre sowie von der Rohranordnung ab. Dieser Faktor kann entnommen werden aus:



(a) Fluchtende Anordnung bzw. Reihenanordnung



(b) Versetzte Anordnung.



**WÜK** Mittlere Nusseltzahl für erzwungene Konvektion um eine Kugel mit isothermer Oberfläche:

$$\overline{Nu}_d = 2 + \left( 0,4 \text{ Re}_d^{1/2} + 0,06 \text{ Re}_d^{2/3} \right) \text{Pr}^{0.4} \left( \frac{\eta_\infty}{\eta_w} \right)^{1/4}, \quad (\text{WÜK.11})$$

für  $3,5 < \text{Re}_d < 7,6 \cdot 10^4$ ,  $0,7 < \text{Pr} < 380$ ,  $1,0 < \frac{\eta_\infty}{\eta_w} < 3,2$  und wobei  $T_{\text{Stoff}} = T_\infty$ .

## WÜ.2 Innere erzwungene Konvektion

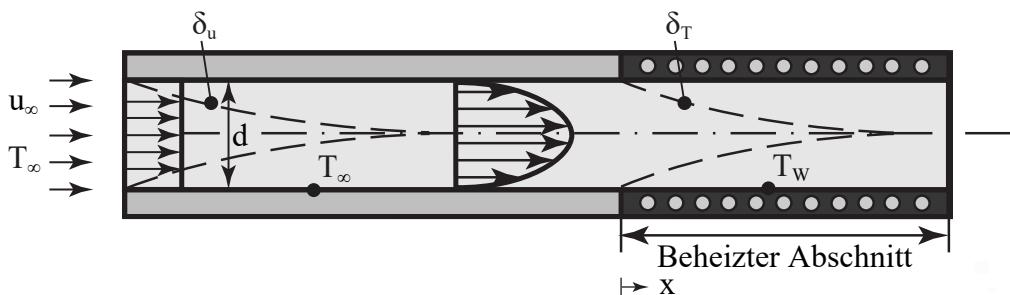
**Definition** Stoffwerttemperatur für interne erzwungene Konvektion:

$$T_{\text{Stoff}} = \frac{T_{\text{aus}} + T_{\text{ein}}}{2} \text{ (K)}, \quad (\text{WÜ.2})$$

wenn nicht anders angegeben.

**Definition** Charakteristische Länge von Rohren

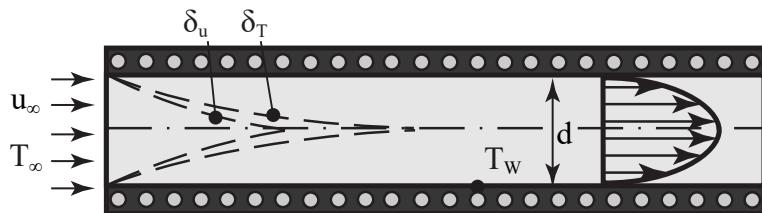
$$d_h = 4 \frac{\text{Querschnittsfläche}}{\text{benetzter Umfang}} = 4 \frac{A_Q}{U} \text{ (m)}. \quad (\text{WÜ.3})$$



**WÜK** Mittlere Nusseltzahl für erzwungene Konvektion mit hydrodynamisch ausgebildeter laminarer Rohrströmung in einem Rohr, Strömung hydrodynamisch ausgebildet zu Beginn des beheizten/gekühlten Rohrabschnittes:

$$\overline{Nu}_d = \left( 3,66 + \frac{0,19 \left( \text{Re}_d \text{Pr} \frac{d}{L} \right)^{0,8}}{1 + 0,117 \left( \text{Re}_d \text{Pr} \frac{d}{L} \right)^{0,467}} \right) \left( \frac{\eta}{\eta_w} \right)^{0,14}, \quad (\text{WÜK.12})$$

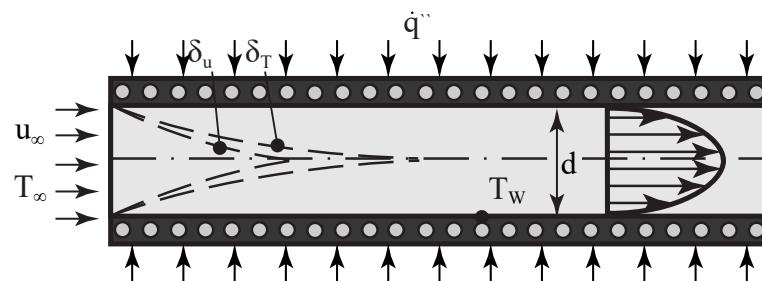
für  $\text{Re}_d < 2300$ , wobei  $\text{Re}_{d,\text{krit}} \approx 2300$ .



**WÜK** Mittlere Nusseltzahl für erzwungene Konvektion mit laminarer Strömung innerhalb eines isothermen Rohres mit gleichzeitigem hydrodynamischem und thermischem Einlauf:

$$\overline{Nu}_d = \left( 3,66 + \frac{0,0677 (\text{Re}_d \text{Pr} \frac{d}{L})^{1,33}}{1 + 0,1 \text{Pr} (\text{Re}_d \frac{d}{L})^{0,83}} \right) \left( \frac{\eta}{\eta_w} \right)^{0,14}, \quad (\text{WÜK.13a})$$

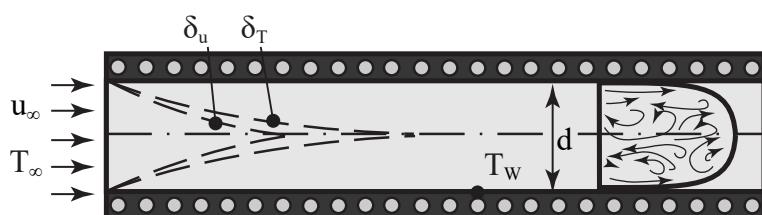
für  $\text{Re}_d < 2300$ , wobei  $\text{Re}_{d,\text{krit}} \approx 2300$ .



**WÜK** Mittlere Nusseltzahl für erzwungene Konvektion mit voll ausgebildeter laminarer Rohrströmung in einem zylindrischen Rohr mit aufgeprägtem Wärmestrom:

$$\overline{Nu}_d = 4,36, \quad (\text{WÜK.13b})$$

für  $\text{Re}_d < 2300$  und  $L_{\text{th}} \ll L$ , wobei  $\text{Re}_{d,\text{krit}} \approx 2300$ .



**WÜK** Mittlere Nusseltzahl für erzwungene Konvektion einer turbulenten Rohrströmung mit gleichzeitigem hydrodynamischen und thermischen Einlauf:

$$\overline{Nu}_d = 0,0235 (\text{Re}_d^{0,8} - 230) (1,8 \text{Pr}^{0,3} - 0,8) \left( 1 + \left( \frac{d}{L} \right)^{\frac{2}{3}} \right) \left( \frac{\eta}{\eta_w} \right)^{0,14}, \quad (\text{WÜK.14})$$

für  $\text{Re}_d > 2300$ ,  $0,6 < \text{Pr} < 500$  und  $\frac{L}{d} > 1$ , wobei  $\text{Re}_{d,\text{krit}} \approx 2300$ .

WÜK

**Mittlere Nusseltzahl für erzwungene Konvektion für eine vollausgebildete turbulente Rohrströmung:**

$$\overline{Nu}_d = 0,027 Re_d^{0,8} Pr^{\frac{1}{3}} \left( \frac{\eta}{\eta_w} \right)^{0,14}, \quad (\text{WÜK.15})$$

für  $3000 < Re_d < 10^5$  und  $\frac{L}{d} > 40$ , wobei  $Re_{d,krit} \approx 2300$ .

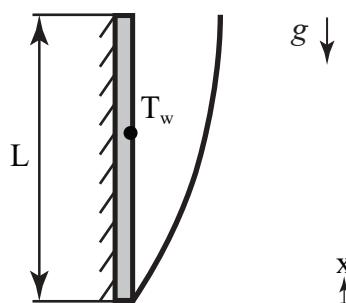
### WÜ.3 Äußere natürliche Konvektion

Definition

**Stoffwerttemperatur für äußere natürliche Konvektion:**

$$T_{\text{Stoff}} = \frac{T_w + T_\infty}{2} \text{ (K)}, \quad (\text{WÜ.4})$$

if not stated otherwise.



WÜK

**Lokale Nusseltzahl für natürliche Konvektion mit laminarer Strömung entlang einer vertikalen Platte mit isothermer Oberfläche:**

$$Nu_x = 0,508 \left( \frac{Pr}{0,952 + Pr} \right)^{\frac{1}{4}} (Gr_x Pr)^{\frac{1}{4}}, \quad (\text{WÜK.16})$$

for  $Gr_x \cdot Pr < 4 \cdot 10^9$ .

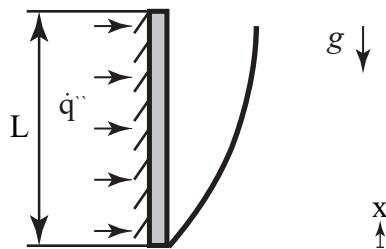
WÜK

**Mittlere Nusseltzahl für natürliche Konvektion mit laminarer Strömung entlang einer vertikalen Platte mit isothermer Oberfläche:**

$$\overline{Nu}_L = C (Gr_L Pr)^{\frac{1}{4}}, \quad (\text{WÜK.17})$$

für  $Gr_L \cdot Pr < 4 \cdot 10^9$  und:

Pr	0,003	0,01	0,03	0,72	1	2	10	100	1000	$\infty$
C	0,182	0,242	0,305	0,516	0,535	0,568	0,620	0,653	0,665	0,670



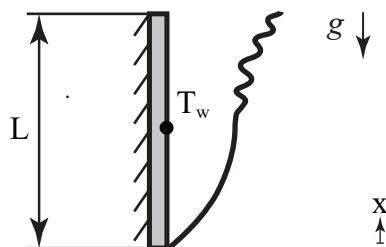
**Definition** Modifizierte Grashofzahl für natürliche Konvektion entlang einer vertikalen Platte mit aufgeprägtem Wärmestrom:

$$\text{Gr}_x^* = \text{Gr}_x \text{Nu}_x = \frac{\rho^2 g \beta \dot{q}_w'' x^4}{\lambda \eta^2} \quad (-) \quad (\text{WÜK.5})$$

**WÜK** Mittlere Nusseltzahl für natürliche Konvektion einer laminaren Strömung entlang einer vertikalen Platte mit aufgeprägtem Wärmestrom:

$$\text{Nu}_x = 0,60 (\text{Gr}_x^* \text{Pr})^{\frac{1}{5}}, \quad (\text{WÜK.18})$$

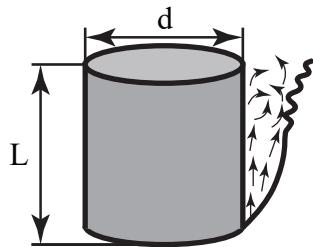
für  $10^5 < \text{Gr}_x^* < 10^{11}$ .



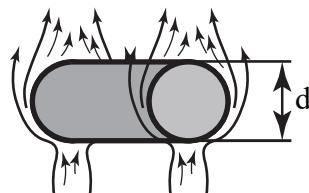
**WÜK** Mittlere Nusseltzahl für natürliche Konvektion einer turbulenten Strömung entlang einer vertikalen Platte mit aufgeprägtem Wärmestrom:

$$\overline{\text{Nu}}_L = 0,13 (\text{Gr}_L \text{Pr})^{\frac{1}{3}}, \quad (\text{WÜK.19})$$

for  $10^9 < \text{Gr}_L \cdot \text{Pr} < 10^{12}$

**Voraussetzung****Kriterium zur Annäherung eines Zylinders als vertikale Platte:**

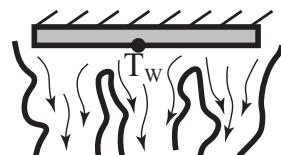
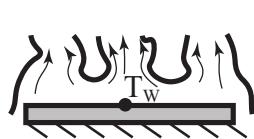
$$\frac{d}{L} > 35 \cdot Gr_L^{-\frac{1}{4}}.$$

Wenn, dann sind, **WÜK.16** bis **WÜK.19** anwendbar.**WÜK****Mittlere Nusseltzahl für natürliche Konvektion eines laminar umströmten horizontalen Zylinders mit isothermer Oberfläche:**

$$\overline{Nu}_d = 0,53 (Gr_d Pr)^{\frac{1}{4}}, \quad (\text{WÜK.20})$$

für  $10^4 < Gr_d Pr < 10^9$ .**WÜK****Mittlere Nusseltzahl für natürliche Konvektion eines turbulent umströmten horizontalen Zylinders mit isothermer Oberfläche:**

$$\overline{Nu}_d = 0,13 (Gr_d Pr)^{\frac{1}{3}}, \quad (\text{WÜK.21})$$

für  $10^9 < Gr_d Pr < 10^{12}$ .**Definition****Charakteristische Länge horizontale Platte:**

$$L = \frac{\text{Oberfläche}}{\text{Umfang}} = \frac{A}{U} \text{ (m).} \quad (\text{WÜ.6})$$

**WÜK** Mittlere Nusseltzahl für natürliche Konvektion, laminare Strömung ober-/unterhalb einer horizontalen heißen/kalten Platte:

Isothermal surface:

$$\overline{Nu}_L = 0,54 (\text{Gr}_L \text{Pr})^{\frac{1}{4}}, \quad (\text{WÜK.22a})$$

für  $2 \cdot 10^4 < \text{Gr}_L \text{Pr} < 8 \cdot 10^6$ .

Impressed heat flow:

$$\overline{Nu}_L = 0,13 (\text{Gr}_L \text{Pr})^{\frac{1}{3}}, \quad (\text{WÜK.22b})$$

für  $\text{Gr}_L \text{Pr} < 2 \cdot 10^8$ .

**WÜK** Mittlere Nusseltzahl für natürliche Konvektion, turbulente Strömung ober-/unterhalb einer horizontalen heißen/kalten Platte:

Isothermal surface:

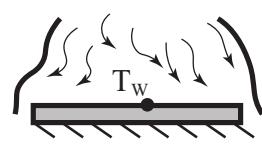
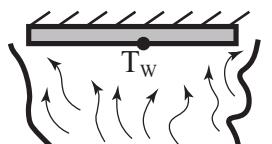
$$\overline{Nu}_L = 0,15 (\text{Gr}_L \text{Pr})^{\frac{1}{3}}, \quad (\text{WÜK.23a})$$

für  $8 \cdot 10^6 < \text{Gr}_L \text{Pr} < 10^{11}$ .

Impressed heat flow:

$$\overline{Nu}_L = 0,16 (\text{Gr}_L \text{Pr})^{\frac{1}{3}}, \quad (\text{WÜK.23b})$$

für  $2 \cdot 10^8 < \text{Gr}_L \text{Pr} < 10^{11}$ .



**WÜK** Mittlere Nusseltzahl für natürliche Konvektion, laminare Strömung ober-/unterhalb einer horizontalen kalten/heissen Platte :

Isotherme Oberfläche:

$$\overline{Nu}_L = 0,27 (\text{Gr}_L \text{Pr})^{\frac{1}{4}}, \quad (\text{WÜK.24a})$$

für  $10^5 < \text{Gr}_L \text{Pr} < 10^{10}$ .

Aufgeprägter Wärmestrom:

$$\overline{Nu}_L = 0,58 (\text{Gr}_L \text{Pr})^{\frac{1}{5}}, \quad (\text{WÜK.24b})$$

für  $10^6 < \text{Gr}_L \text{Pr} < 10^{11}$ .

## WÜ.4 Innere natürliche Konvektion

**Definition**

Stoffwerttemperatur für interne natürliche Konvektion:

$$T_{\text{prop}} = \frac{T_1 + T_2}{2} \text{ (K)}, \quad (\text{WÜ.7})$$

if not stated otherwise.

**Definition****Characteristische Länge für geschlossene Anordnungen:**

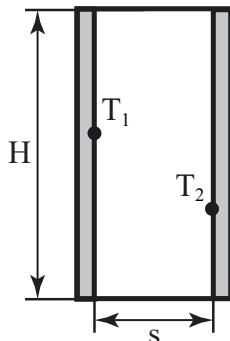
$$L = s \text{ (m).}$$

(WÜ.8)

**Definition****Grashofzahl für geschlossene Anordnungen:**

$$Gr_s = \frac{\beta g \rho^2 (T_{\max} - T_{\min}) s^3}{\eta^2} (-).$$

(WÜ.9)

**WÜK****Mittlere Nusseltzahl für natürliche Konvektion mit laminarer Strömung in einer geschlossenen, vertikalen Anordnung mit isothermen Wänden:**Vernachlässigbare Strömung:

$$\overline{Nu}_s = 1, \quad (\text{WÜK.25a})$$

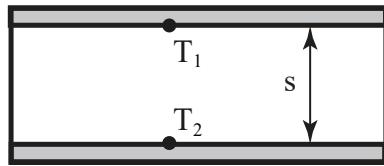
für  $Gr_s < 2 \cdot 10^3$ , and  $3,1 < H/s < 42,2$ .Laminare Strömung:

$$\overline{Nu}_s = 0,20 \left( \frac{H}{s} \right)^{-\frac{1}{9}} (Gr_s Pr)^{\frac{1}{4}}, \quad (\text{WÜK.25b})$$

für  $2 \cdot 10^3 < Gr_s < 2 \cdot 10^4$ , and  $3,1 < H/s < 42,2$ .**WÜK****Mittlere Nusseltzahl für natürliche Konvektion mit turbulenter Strömung in einer geschlossenen, vertikalen Anordnung mit isothermen Wänden:**

$$\overline{Nu}_s = 0,071 \left( \frac{H}{s} \right)^{-\frac{1}{9}} (Gr_s Pr)^{\frac{1}{3}}, \quad (\text{WÜK.26})$$

für  $2 \cdot 10^5 < Gr_s < 10^7$ , und  $3,1 < H/s < 42,2$ .**HEATQUIZ****UNIVERSITY  
OF TWENTE.**Institute  
of Heat  
and Mass  
Transfer**RWTHAACHEN  
UNIVERSITY**



**WÜK** Mittlere Nusseltzahl für natürliche Konvektion mit laminarer Strömung innerhalb einer abgeschlossenen horizontalen Anordnung isotherer Wände:

Vernachlässigbare Strömung:

$$\text{Nu}_s = 1, \quad (\text{WÜK.27a})$$

für  $\text{Gr}_s < 2 \cdot 10^3$ , or  $T_1 > T_2$ .

Laminare Strömung:

$$\overline{\text{Nu}}_s = 0,21 (\text{Gr}_s \text{Pr})^{\frac{1}{4}}, \quad (\text{WÜK.27b})$$

für  $10^4 < \text{Gr}_s < 3,2 \cdot 10^5$ .

**WÜK** Mittlere Nusseltzahl für natürliche turbulente Strömung innerhalb einer geschlossenen horizontalen Anordnung mit isothermen Wänden:

$$\overline{\text{Nu}}_s = 0,075 (\text{Gr}_s \text{Pr})^{\frac{1}{3}}, \quad (\text{WÜK.28})$$

für  $3,2 \cdot 10^5 < \text{Gr}_s < 10^7$ .

Bei der Beheizung von oben gilt stets die Beziehung für reine Wärmeleitung.

ABSCHNITT WS

## Strahlung

### WS.1 Grundlagen

Definition

**Wellenlänge in einem Medium:**

$$\lambda = \frac{c}{\nu} \text{ (m).} \quad (\text{WS.1})$$

Grundgleichung

**Photonenenergie:**

$$E = h \nu = \frac{hc}{\lambda}, \quad (\text{WS.2})$$

mit der Planck-Konstante  $h = 6,626 \cdot 10^{-34}$  J ts.

Definition

**Wellenzahl:**

$$\eta = \frac{1}{\lambda} \left( \frac{1}{\text{m}} \right). \quad (\text{WS.3})$$

Grundgleichung

**Plancksches Verteilungsgesetz:**

$$\dot{q}_{S\lambda}'' = \frac{c_1 \lambda^{-5}}{\exp\left(\frac{c_2}{\lambda T}\right) - 1} \left( \frac{W}{\text{m}^2 \text{ m}} \right), \quad (\text{WS.4})$$

wobei S den Schwarzkörper und  $\lambda$  die Wellenlängigkeit anzeigt. Die Konstanten haben einen Wert von  $c_1 = 3,741 \cdot 10^{-16} \text{ W m}^2$  und  $c_2 = 1,439 \cdot 10^{-2} \text{ m K}$ .

Grundgleichung

**Wiensches Verschiebungsgesetz:**

$$\lambda_{\max} = \frac{2898 \mu\text{mK}}{T}. \quad (\text{WS.5})$$

Grundgleichung

**Stefan-Boltzmann Gesetz:**

$$\dot{q}_b'' = \int_0^\infty \dot{q}_b'' d\lambda = \sigma T^4, \quad (\text{WS.6})$$

wobei  $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{ K}^4}$  die Stefan-Boltzmann Konstante ist.

Grundgleichung

**Schwarzkörperstrahlung im Spektralbereich zwischen 0 und  $\lambda$ :**

$$\dot{q}_{b,0 \rightarrow \lambda}'' = F_{0 \rightarrow \lambda T} \cdot \sigma T^4, \quad (\text{WS.7})$$

where:

$\lambda T$	( $\mu\text{mK}$ )	1000	1250	1500	1750	2000	2500
$F_{0 \rightarrow \lambda T}$	(-)	0,00031	0,00308	0,01283	0,03363	0,06663	0,16115
$\lambda T$	( $\mu\text{mK}$ )	3000	3500	4000	5000	6000	8000
$F_{0 \rightarrow \lambda T}$	(-)	0,27322	0,38250	0,48085	0,63315	0,73715	0,85556

**Grundgleichung**

Schwarzkörperstrahlung im Spektralbereich  $\lambda_1$  bis  $\lambda_2$ :

$$\dot{q}_{b,\lambda_1 \rightarrow \lambda_2}'' = (F_{0 \rightarrow \lambda_2 T} - F_{0 \rightarrow \lambda_1 T}) \cdot \sigma T^4. \quad (\text{WS.8})$$

**Definition**

**Gesamtreflexionsgrad:**

$$\rho = \frac{\text{Gesamte reflektierte Strahlung}}{\text{Gesamte einfallende Strahlung}} = \frac{\int_0^\infty \dot{q}_{\lambda\rho}'' d\lambda}{\int_0^\infty \dot{q}_{\lambda 0}'' d\lambda} = \frac{\int_0^\infty \rho_\lambda \dot{q}_{\lambda 0}'' d\lambda}{\int_0^\infty \dot{q}_{\lambda 0}'' d\lambda} (-). \quad (\text{WS.9})$$

**Definition**

**Gesamtabsorptionsgrad:**

$$\alpha = \frac{\text{Gesamte absorbierte Strahlung}}{\text{Gesamte einfallende Strahlung}} = \frac{\int_0^\infty \dot{q}_{\lambda\alpha}'' d\lambda}{\int_0^\infty \dot{q}_{\lambda 0}'' d\lambda} = \frac{\int_0^\infty \alpha_\lambda \dot{q}_{\lambda 0}'' d\lambda}{\int_0^\infty \dot{q}_{\lambda 0}'' d\lambda} (-). \quad (\text{WS.10})$$

**Definition**

**Gesamttransmissionsgrad:**

$$\tau = \frac{\text{Emittierte Gesamtstrahlung}}{\text{Gesamte einfallende Strahlung}} = \frac{\int_0^\infty \dot{q}_{\lambda\tau}'' d\lambda}{\int_0^\infty \dot{q}_{\lambda 0}'' d\lambda} = \frac{\int_0^\infty \tau_\lambda \dot{q}_{\lambda 0}'' d\lambda}{\int_0^\infty \dot{q}_{\lambda 0}'' d\lambda} (-). \quad (\text{WS.11})$$

**Definition**

**Gesamtemissionsgrad:**

$$\varepsilon = \frac{\text{Gesamte emittierte Strahlung}}{\text{Gesamte Schwarzkörperstrahlung}} = \frac{\int_0^\infty \dot{q}_{\lambda\varepsilon}'' d\lambda}{\int_0^\infty \dot{q}_{\lambda S}'' d\lambda} = \frac{\int_0^\infty \varepsilon_\lambda \dot{q}_{\lambda S}'' d\lambda}{\int_0^\infty \dot{q}_{\lambda S}'' d\lambda} (-). \quad (\text{WS.12})$$

**Grundgleichung**

**Zusammenhang zwischen  $\rho_\lambda$ ,  $\alpha_\lambda$ , und  $\tau_\lambda$  für reale Körper:**

$$\rho_\lambda + \alpha_\lambda + \tau_\lambda = 1. \quad (\text{WS.13})$$

**Grundgleichung**

**Zusammenhang zwischen  $\rho$ ,  $\alpha$ , und  $\tau$  für ideale Körper:**

$$\rho + \alpha + \tau = 1. \quad (\text{WS.14})$$

**Grundgleichung**

**Kirchoffsches Strahlungsgesetz:**

$$\alpha_\lambda = \varepsilon_\lambda. \quad (\text{WS.15})$$

**Grundgleichung**

**Kirchoffsches Strahlungsgesetz für den Gesamtabsorptionsgrad und die Emissivität:**

$$\alpha = \varepsilon, \quad (\text{WS.16})$$

wenn  $T_{\text{Str}} = T_{\text{Körper}}$  oder die Oberflächen graue Körper sind.

**WS.2 Sichtfaktoren****Definition**

**Sichtfaktor factor:**

$$\Phi_{ij} = \frac{\text{Vom Körper } i \text{ ausgehende Strahlung } j \text{ empfangen durch Körper } j}{\text{Strahlung die vom Körper } i \text{ ausgeht}} = \frac{\dot{Q}_{ij}}{\dot{Q}_i} (-). \quad (\text{WS.17})$$

**Definition**

**Strahldichte**

$$L = \frac{\text{Leistung des Strahlers}}{\text{Projizierte Fläche} \times \text{Raumwinkel}} = \frac{\dot{q}''}{\Omega} \left( \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \right). \quad (\text{WS.18})$$

**Grundgleichung**

**Reziprozitätsregel:**

$$A_i \Phi_{ij} = A_j \Phi_{ji}. \quad (\text{WS.19})$$

**Grundgleichung**

**Summenregel:**

$$\sum_{j=1}^n \Phi_{ij} = \Phi_{i1} + \Phi_{i2} + \Phi_{i3} + \dots + \Phi_{in} = 1. \quad (\text{WS.20})$$

**Grundgleichung**

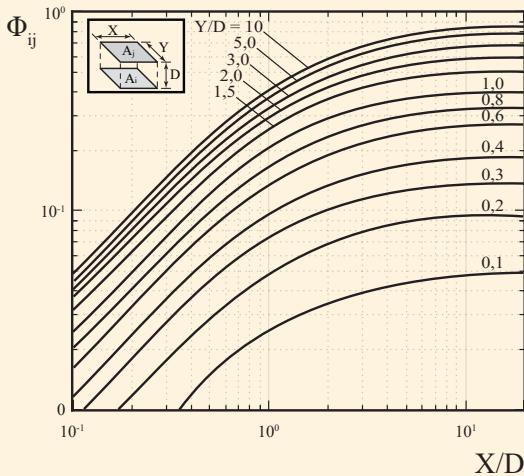
**Symmetrieregel:**

$$\Phi_{ij} = \Phi_{ik}, \quad (\text{WS.21})$$

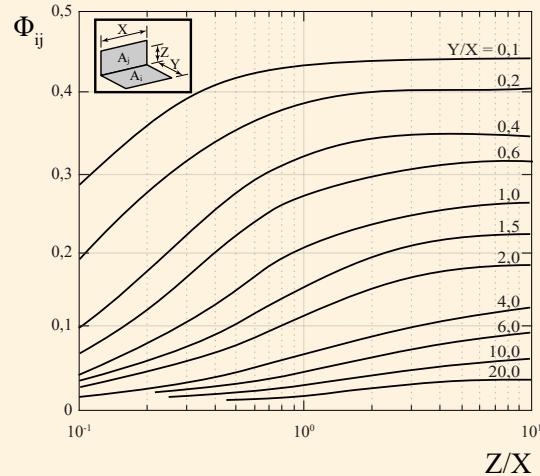
wenn zwei (oder mehr) Oberflächen  $j$  und  $k$  eine Symmetrie gegenüber einer weiteren Fläche ( $i$ ) aufweisen, sind ihre Sichtfaktoren bezüglich dieser Fläche identisch.

**Grundgleichung**

**Sichtfaktordiagramm:**



(a) Strahlungswärmeaustausch zwischen parallelen, rechteckigen Platten.



(b) Strahlungswärmeaustausch zwischen senkrecht aufeinanderstehenden, rechteckigen Platten.

### WS.3 Strahlungswärmetransport

Definition

**Flächenhelligkeit der Fläche  $i$ :**

$$\dot{Q} = \dot{Q}_{i,\rho} + \dot{Q}_{i,\tau} + \dot{Q}_{i,\varepsilon} \text{ (W).} \quad (\text{WS.22})$$

Grundgleichung

**Innere Energiebilanz eines geschlossenen Systems ohne Wärmeerzeugung:**

$$\frac{\partial U}{\partial t} = \alpha \sum \dot{Q}_{\text{ein}} - \sum \dot{Q}_{\varepsilon}. \quad (\text{WS.23})$$

Grundgleichung

**Äußere Energiebilanz eines geschlossenen Systems ohne Wärmequelle:**

$$\frac{\partial U}{\partial t} = \sum \dot{Q}_{\text{ein}} - \sum \dot{Q}_{\text{out}}. \quad (\text{WS.24})$$

Grundgleichung

**Nettostrahlungswärmestrom von Körper  $i$  zu  $n$  bodies:**

$$\dot{Q}_{i,\text{net}} = \dot{Q}_i - \sum_{j=1}^n \dot{Q}_{j \rightarrow i}. \quad (\text{WS.25})$$

Grundgleichung

**Strahlungswärmeaustausch zwischen Körper  $i$  und  $j$ :**

$$\dot{Q}_{i \leftrightarrow j} = \dot{Q}_{i \rightarrow j} - \dot{Q}_{j \rightarrow i}. \quad (\text{WS.26})$$

Grundgleichung

**Strahlungswärmeaustausch zwischen zwei Schwarzkörpern  $i$  und  $j$ :**

$$\dot{Q}_{i \leftrightarrow j} = A_i \Phi_{ij} \sigma (T_i^4 - T_j^4) = A_j \Phi_{ji} \sigma (T_i^4 - T_j^4). \quad (\text{WS.27})$$

Grundgleichung

**Strahlungswärmeaustausch zwischen zwei grauen Platten  $i$  und  $j$ :**

$$\dot{q}_{i \leftrightarrow j}'' = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_i} + \frac{1}{\varepsilon_j} - 1} \sigma (T_i^4 - T_j^4), \quad (\text{WS.28})$$

für ebene, parallele unendlich ausgedehnte Platten.

Grundgleichung

**Strahlungswärmeaustausch zwischen zwei grauen Körpern  $i$  und  $j$ :**

$$\dot{Q}_{i \leftrightarrow j} = \frac{A_i}{\frac{1}{\varepsilon_i} + \frac{A_i}{A_j} \left( \frac{1}{\varepsilon_j} - 1 \right)} \sigma (T_i^4 - T_j^4), \quad (\text{WS.29})$$

wenn Körper  $j$  Körper  $i$  umschließt mit ( $A_j > A_i$ ) und Körper  $i$  sich nicht selbst sieht ( $\Phi_{ii} = 0$ ).

ABSCHNITT S

## Stoffübertragung

### S.1 Grundlagen

Definition

**Partialdichte des Stoffes  $i$ :**

$$\rho_i = \frac{\text{Gesamtmasse des Stoffes } i}{\text{Volumen des Mediums}} = \frac{m_i}{V} \left( \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right). \quad (\text{S.1})$$

Definition

**Gesamtdichte:**

$$\rho = \frac{\text{Gesamtmasse des Gemischs } i}{\text{Volumen des Mediums}} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i}{V} \left( \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right). \quad (\text{S.2})$$

Definition

**Massenanteil des Stoffes  $i$ :**

$$\xi_i = \frac{\text{Gesamtmasse des Stoffes } i}{\text{Gesamtmasse des Mediums}} = \frac{m_i}{\sum_{j=1}^n m_j} = \frac{\rho_i \cdot V}{\sum_{j=1}^n \rho_j \cdot V} \quad (-). \quad (\text{S.3})$$

Definition

**Stoffmenge  $i$ :**

$$n_i = \frac{\text{Anzahl der Teilchen } i}{\text{Avogadrokonstante}} = \frac{N_i}{N_A} \quad (\text{mol}), \quad (\text{S.4})$$

wobei die Avogadrokonstante  $N_A = 6.022 \cdot 10^{23} \left( \frac{1}{\text{mol}} \right)$  ist.

Definition

**Molare Konzentration des Stoffes  $i$ :**

$$C_i = \frac{\text{Number of moles of substance } i}{\text{Unit volume}} = \frac{n_i}{V} \left( \frac{\text{mol}}{\text{m}^3} \right). \quad (\text{S.5})$$

Definition

**Absolute molare Konzentration:**

$$C = \frac{\text{Anzahl der Mole aller Gemischkomponenten}}{\text{Einheitsvolumen}} = \frac{\sum_{i=1}^n n_i}{V} \left( \frac{\text{mol}}{\text{m}^3} \right). \quad (\text{S.6})$$

Definition

**Molenbruch des Stoffes  $i$ :**

$$\psi_i = \frac{\text{Anzahl der Mole des Stoffes } i}{\text{Gesamtzahl der Mole des Mediums}} = \frac{n_i}{\sum_{j=1}^n n_j} = \frac{C_i}{C} \quad (-). \quad (\text{S.7})$$

Definition

**Molare Masse des Stoffes  $i$ :**

$$M_i = \frac{\text{Masse des Stoffes } i}{\text{Anzahl der Mole des Stoffes } i} = \frac{m_i}{n_i} \left( \frac{\text{kg}}{\text{mol}} \right). \quad (\text{S.8})$$

**Definition****Mittlere Molmasse:**

$$\bar{M} = \frac{\text{Absolute Masse des Gemischs}}{\text{Molzahl des Gemischs}} = \frac{m_1 + m_2}{n_1 + n_2} = \frac{\rho}{C} \left( \frac{\text{kg}}{\text{mol}} \right). \quad (\text{S.9})$$

**Definition****Stoffmenge  $i$ :**

$$n_i = \frac{\text{Anzahl der Teilchen } i}{\text{Avogadrokonstante}} = \frac{N_i}{N_A} \text{ (mol)}, \quad (\text{S.10})$$

wobei die Avogadrokonstante  $N_A = 6.022 \cdot 10^{23} \left( \frac{1}{\text{mol}} \right)$  ist.**Definition****Zusammenhang zwischen molarem Anteil und Stoffanteil:**

$$\psi_1 = \frac{\frac{\rho_1}{M_1} \frac{1}{\rho}}{\left( \frac{\rho_1}{M_1} + \frac{\rho_2}{M_2} \right) \frac{1}{\rho}} = \frac{\xi_1}{\frac{\xi_1}{M_1} + \frac{\xi_2}{M_2}} \text{ (-)}. \quad (\text{S.11})$$

**Theorem****Partialdruckgesetz nach Dalton:**

$$p = \sum_{i=1}^n p_i = p_1 + p_2 + p_3 + \dots + p_n. \quad (\text{S.12})$$

**Definition****Partialdruck der Komponente  $i$ :**

(S.13)

**Theorem****Ideales Gasgesetz:**

$$p = R_m C T. \quad (\text{S.14})$$

**Theorem****Antoine-Gleichung:**

$$\log p^* = A - \frac{B}{T + C}, \quad (\text{S.15})$$

mit  $p^*$  in mbar und  $T$  in °C.

## S.2 Diffusiver Stofftransport

**Grundgleichung****Molares Ficksches Gesetz:**

$$\dot{n}_A'' = -CD_{AB} \frac{\partial \psi_A}{\partial x}. \quad (\text{S.16})$$

**Grundgleichung****Massebasiertes Ficksches Gesetz:**

$$j_A'' = -\rho D_{AB} \frac{\partial \xi_A}{\partial x}. \quad (\text{S.17})$$

**Definition****Diffusionskoeffizient, hergeleitet aus der kinetischen Gastheorie:**

$$D_{AB} = 2\eta(\bar{u}l) \left( \frac{\text{m}^2}{\text{s}} \right). \quad (\text{S.18})$$

**Definition** Diffusionskoeffizient, hergeleitet aus der Stokes-Einstein Gleichung:

$$D = \frac{k_B T}{6\pi\eta r} \left( \frac{\text{m}^2}{\text{s}} \right). \quad (\text{S.19})$$

**Theorem** Transportgleichung mit advektivem Stofftransport:

$$\rho \frac{\partial \xi_i}{\partial t} = \rho D \left( \frac{\partial^2 \xi_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \xi_i}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \xi_i}{\partial z^2} \right) + \dot{m}_i''' . \quad (\text{S.20})$$

### S.3 Advektiver Stofftransport

**Theorem** Transportgleichung:

$$\rho \frac{\partial \xi_i}{\partial t} + \rho u \frac{\partial \xi_i}{\partial x} + \rho v \frac{\partial \xi_i}{\partial y} + \rho w \frac{\partial \xi_i}{\partial z} = \rho D \left( \frac{\partial^2 \xi_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \xi_i}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \xi_i}{\partial z^2} \right) + \dot{m}_i''' .$$

**Theorem** Konvektive Stoffstromdichte:

$$j_A'' = g (\xi_W - \xi_\infty) . \quad (\text{S.21})$$

**Definition** Konvektiver Stoffübergangskoeffizient:

$$g = \frac{-\left(\rho D \frac{\partial \xi_i}{\partial y}\right)_W}{\xi_W - \xi_A} \left( \frac{\text{kg}}{\text{m}^2\text{s}} \right). \quad (\text{S.22})$$

**Theorem** Lewissches Gesetz:

$$g = \frac{\alpha}{c_p}, \quad (\text{S.23})$$

für  $Le \approx 1$ .

### S.4 Stoffübergang an einer Phasengrenze

**Definition** Molarer Henrykoeffizient:

$$H_i^{cc} = \frac{C_{i,\text{Fl}}}{C_{i,\text{Gas}}} (-) . \quad (\text{S.24})$$

**Definition** Massenbasierter Henrykoeffizient:

$$H_i^* = H_i^{cc} \frac{\rho_{\text{tot, Gas}}}{\rho_{\text{tot, Fl}}} = \frac{\xi_{i,\text{Fl}}}{\xi_{i,\text{Gas}}} (-) . \quad (\text{S.25})$$

**Definition** Nernstscher Verteilungskoeffizient:

$$K_N = \frac{\xi_{i,1}}{\xi_{i,2}} (-) . \quad (\text{S.26})$$

**Theorem****Massenstromdichte mit Stefanstrom:**

$$\dot{m}_A'' = g \cdot \frac{\xi_{A,S} - \xi_{A,\infty}}{1 - \xi_{A,S}}. \quad (\text{S.27})$$

## ABSCHNITT E

**Eigenschaften verschiedener Materialien: Stoffwerte****E.1 Metalle bei 20°C**

	$\rho$ $10^3 \text{ kg/m}^3$	$c$ $\text{kJ/kg K}$	$\lambda$ $\text{W/m K}$	$a$ $10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$
Aluminium	2,70	0,888	237	98,80
Blei	11,34	0,129	35	23,90
Chrom	6,92	0,440	91	29,90
Eisen	7,86	0,452	81	22,80
Gold	19,26	0,129	316	127,20
Kupfer	8,93	0,382	399	117,00
Magnesium	1,74	1,020	156	87,90
Mangan	7,42	0,473	21	6,00
Molybdän	10,20	0,251	138	53,90
Natrium	9,71	1,220	133	11,20
Nickel	8,85	0,448	91	23,00
Platin	21,37	0,133	71	25,00
Silber	10,50	0,235	427	173,00
Titan	4,50	0,522	22	9,40
Wolfram	19,00	0,134	173	67,90
Zink	7,10	0,387	121	44,00
Zinn, weiß	7,29	0,225	67	40,80
Bronze	8,80	0,377	62	18,70
Gusseisen	7,80	0,540	42...50	10...12
Kohlenstoffstahl (<0,4% C)	7,85	0,465	42...50	12...15
Cr-Ni-Stahl (X12CrNi 18,8)	7,80	0,500	15	3,80

**E.2 Nichtmetallische Festkörper bei 20°C**

	$\rho$ $10^3 \text{ kg/m}^3$	$c$ $\text{kJ/kg K}$	$\lambda$ $\text{W/m K}$	$a$ $10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$
Acrylglas (Plexiglas)	1,18	1,44	0,184	0,108
Asphalt	2,12	0,92	0,7	0,36
Beton	2,1	0,88	1	0,54
Eis (0°C)	0,917	2,04	2,25	1,203
Erdreich, grobkiesig	2,04	1,84	0,52	0,14
Sandboden, trocken	1,65	0,8	0,27	0,2
Sandboden, feucht	1,75	1	0,58	0,33
Tonboden	1,45	0,88	1,28	1
Glas,				
Fensterglas	2,48	0,7	0,87	0,5
Spiegelglas	2,7	0,8	0,76	0,35
Quarzglas	2,21	0,73	1,4	0,87
Glaswolle	1,2	0,66	0,046	0,58
Gips	1	1,09	0,51	0,47
Granit	2,75	0,89	2,9	1,18
Korkplatten	0,19	1,88	0,041	0,115
Marmor	2,6	0,8	2,8	1,35
Mörtel	1,9	0,8	0,93	0,61
Papier	0,7	1,2	0,12	0,14
Polyethylen	0,92	2,3	0,35	0,17
Polytetrafluoräthylen	2,2	1,04	0,23	0,1
PVC	1,38	0,96	0,15	0,11
Porzellan (95°C)	2,4	1,08	1,03	0,4
Steinkohle	1,35	1,26	0,26	0,15
Tannenholz (radial)	0,415	2,72	0,14	0,12
Verputz	1,69	0,8	0,79	0,58
Ziegelstein	1,6...1,8	0,84	0,38...0,52	0,28...0,34

### E.3 Flüssigkeiten bei 1 bar

	$T$ °C	$\rho$ $10^3 \text{ kg/m}^3$	$c$ kJ/kg K	$\lambda$ W/m K	$\nu$ $10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$	$a$ $10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$	Pr
							1
Stickstoff	-190	0,861	1,988	0,161	0,321	0,0939	3,42
Wasser	0	0,9998	4,218	0,561	1,793	0,133	13,48
	20	0,9982	4,181	0,598	1,004	0,1434	7,001
	40	0,9922	4,177	0,631	0,658	0,1521	4,3280
	60	0,9832	4,184	0,654	0,475	0,1591	2,983
	80	0,9718	4,197	0,67	0,365	0,1643	2,221
	99,63	0,9586	4,216	0,679	0,295	0,168	1,757
wässrige Lösung							
21% NaCl	-10	1,187	3,312	0,528	4,02	0,136	29,5
Benzol	20	0,879	1,738	0,154	0,74	0,101	7,33
Methanol	20	0,792	2,495	0,22	0,737	0,111	6,57
Heizöl	20	0,819	2	0,116	1,82	0,0709	25,7
	100	0,766	2,38	0,104	0,711	0,0572	12,4
Quecksilber	20	13,55	0,139	9,3	0,115	4,9	0,023

### E.4 Gase bei 1 bar

	$T$ °C	$\rho$ $\text{kg/m}^3$	$c$ kJ/kg K	$\lambda$ $10^{-3} \text{ W/m K}$	$\nu$ $10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$	$a$ $10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$	Pr
							1
Luft	-200	5,106	1,186	6,886	0,979	1,137	0,8606
	-100	2,019	1,011	16,2	5,829	7,851	0,7423
	0	1,275	1,006	24,18	13,52	18,83	0,7179
	20	1,188	1,007	25,69	15,35	21,47	0,7148
	40	1,112	1,007	27,16	17,26	24,24	0,7122
	80	0,9859	1,01	30,01	21,35	30,14	0,7083
	100	0,9329	1,012	31,39	23,51	33,26	0,707
	200	0,7356	1,026	37,95	35,47	50,3	0,7051
	400	0,517	1,069	49,96	64,51	90,38	0,7137
	600	0,3986	1,116	61,14	99,63	137,5	0,7247
	800	0,3243	1,155	71,54	140,2	191	0,7342
	1000	0,2734	1,185	80,77	185,9	249,2	0,7458
Wasserdampf	100	0,5896	2,042	25,08	20,81	20,83	0,999
	200	0,4604	1,975	33,28	35,14	36,6	0,96
	400	0,3223	2,07	54,76	75,86	82,07	0,9243
	600	0,2483	2,203	79,89	131,4	146,1	0,8993
	800	0,2019	2,343	107,3	199,9	226,8	0,8816
	1000	0,1702	2,478	163,3	280	323,2	0,8665
Wasserstoff	0	0,0886	14,24	176	95	139	0,68
	50	0,0748	14,36	202	126	188	0,67
	100	0,0649	14,44	229	159	244	0,65
Kohlendioxid	0	1,95	0,829	14,3	7,1	8,86	0,8
	50	1,648	0,875	17,8	9,8	12,3	0,8
	100	1,428	0,925	21,3	12,4	16,1	0,8
Helium	27	0,1625	5,193	155,7	122,6	184,5	0,655

## E.5 Emissionsgrad von Festkörpern

Oberfläche	T K	$\varepsilon_n$	$\varepsilon$	Oberfläche	T K	$\varepsilon_n$	$\varepsilon$
<b>Metalle</b>				Zink, rein poliert	500		0,045
Aluminium, walzblank	443	0,039	0,049		600		0,055
... poliert	373	0,095		verzinktes Eisenblech			
... stark oxidiert	366	0,2		... blank	301	0,228	
	777	0,31		... grau oxidiert	297	0,276	
Aluminumoxid	550	0,63		Zinn, nicht oxidiert	298		0,043
	1100	0,26			373	0,05	
	1089	0,052		<b>Nichtmetalle</b>			
Chrom, poliert	423	423	423	Asbest, Pappe	296	0,96	
				... Papier	311	0,93	
Gold, hochglanzpoliert	500	0,018			644	0,94	
	900	900		Beton, rau	273 – 366		0,94
Kupfer, poliert	293	0,03		Dachpappe	294	0,91	
... leicht angelaufen	293	0,037		Gips	293	0,8 – 0,9	
... schwarz oxidiert	293	0,78		Glas	293	0,94	
... oxidiert	403	0,76		Quarzglas (7 mm dick)	555	0,93	
Inconel, gewalzt	1089		0,69		1111	0,47	
... sandgestrahlt	1089		0,79	Gummi	293	0,92	
Eisen und Stahl, ... hochglanzpoliert	450	0,052		Holz,			
... poliert	700	0,144		Eiche, gehobelt	273 – 366		0,9
	1300	0,377		... Buche	343	0,94	0,91
... geschmiedigt	293	0,242		Keramik, feuerfest			
Gusseisen, poliert	473	0,21		weißes $Al_2O_3$	366		0,9
Stahlguss, poliert	1044	0,52		nicht oxidiert	298		0,81
	1311	0,56			773		0,79
Eisenblech				... Fasern	533		0,95
... stark verrostet	292	0,685		... graphitisch	373		0,76
... Walzhaut	294	0,657		Korund, Schmirgel rau	353	0,85	0,84
Gusseisen, ... oxidiert bei 866 K	472	0,64		Lacke, Farben:			
	872	0,78		Ölfarbe schwarz	366		0,92
Stahl, ... oxidiert bei 866 K	472	0,79		... grün	366		0,95
	872	0,79		... rot	366		0,97
Messing, nicht oxidiert	298	0,035		... weiß	373		0,94
	373	0,035		Lack, weiß	373	0,925	
... oxidiert	473	0,61		... matt schwarz	353		0,97
	873	0,59					
Nickel, nicht oxidiert	1673	0,17		Bakelitlack	353	0,935	
	298	0,045		Menniganstrich	373	0,93	
	373	0,06		Heizkörper (VDI-74)	373	0,925	
... oxidiert	473	0,478		Emaille, weiß auf Eisen	292	0,897	
	873	0,37		Marmor			
Platin	422	0,022		hellgrau poliert	273 – 366		0,9
	1089	0,123		Papier	273		0,92
Quecksilber, ... nicht oxidiert	298	0,1			366		0,94
	373	0,12		Porzellan, weiß	295		0,924
Silber, poliert	311	0,022		Ton, glasiert	298		0,9
	644	0,031		... matt	298		0,93
Wolfram	298	0,024		Wasser	273	0,95	
	1273	0,15		Eis, glatt mit Wasser	373	0,96	
	1773	0,23		... rauer Reifbelag	273	0,985	
				Ziegelstein rot	273 – 366		0,93

## ABSCHNITT M

# Mathematischer Anhang

## M.1 Gaußsche Fehlerfunktion (error function)

**Definition**

### Gaußsche Fehlerfunktion (error function)

$$\operatorname{erf}(\eta) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{\xi=0}^{\xi=\eta} \exp(-\xi^2) d\xi, \quad (\text{M.1})$$

mit der Eigenschaft  $\operatorname{erf}(\infty) = 1$     $\operatorname{erf}(-\eta) = -\operatorname{erf}(\eta)$     $\frac{d}{d\eta} [\operatorname{erf}(\eta)] = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \exp(-\eta^2)$ .

**Definition**

### Komplementäre Gaußsche Fehlerfunktion

$$\operatorname{erfc}(\eta) = 1 - \operatorname{erf}(\eta) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{\xi=\eta}^{\xi=\infty} \exp(-\xi^2) d\xi. \quad (\text{M.2})$$

Auswertung der Gaußschen Fehlerfunktion (error function).

$\eta$	$\operatorname{erf}(\eta)$	$\operatorname{erfc}(\eta)$	$2/\sqrt{\pi} \exp(-\eta^2)$
0	0	1	1,128
0,05	0,056	0,944	1,126
0,1	0,112	0,888	1,117
0,15	0,168	0,832	1,103
0,2	0,223	0,777	1,084
0,25	0,276	0,724	1,060
0,3	0,329	0,671	1,031
0,35	0,379	0,621	0,998
0,4	0,428	0,572	0,962
0,45	0,475	0,525	0,922
0,5	0,520	0,480	0,879
0,55	0,563	0,437	0,834
0,6	0,604	0,396	0,787
0,65	0,642	0,378	0,740
0,7	0,678	0,322	0,691
0,75	0,711	0,289	0,643
0,8	0,742	0,258	0,595
0,85	0,771	0,229	0,548
0,9	0,797	0,203	0,502
0,95	0,821	0,179	0,458
1	0,843	0,157	0,415
1,1	0,880	0,120	0,337
1,2	0,910	0,090	0,267
1,3	0,934	0,066	0,208
1,4	0,952	0,048	0,159
1,5	0,966	0,034	0,119
1,6	0,976	0,024	0,087
1,7	0,984	0,016	0,063
1,8	0,989	0,011	0,044
1,9	0,993	0,007	0,030
2	0,995	0,005	0,021