Wärme- und Stoffübertragung I

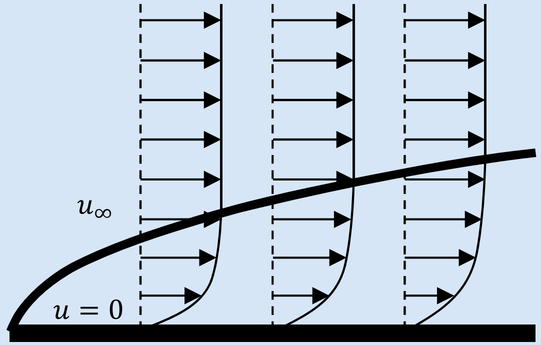
Grenzschichtgleichungen – Erzwungene Konvektion

Prof. Dr.-Ing. Reinhold Kneer
Dr.-Ing. Dr. rer. pol. Wilko Rohlfs

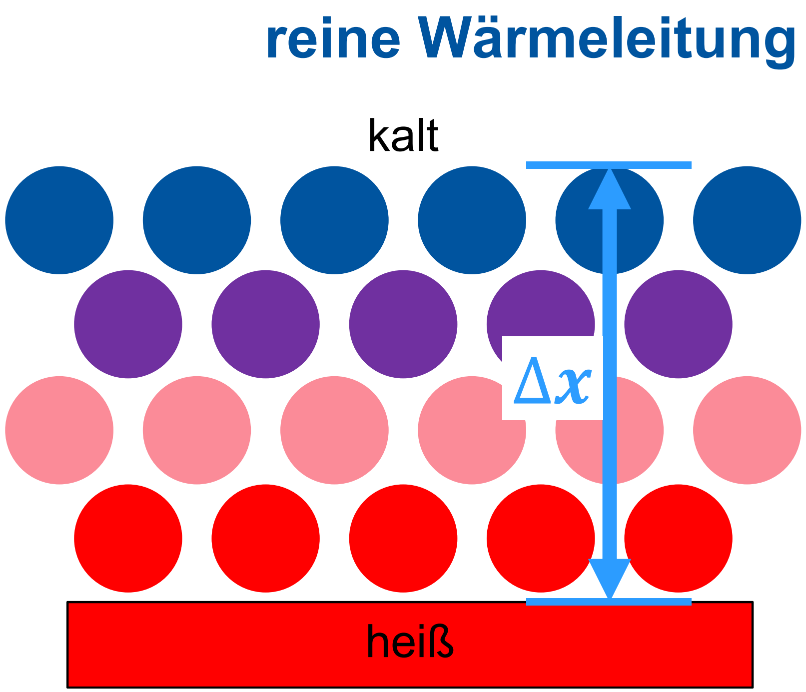
Lehrstuhl für Wärme- und Stoffübertragung
RWTH AACHEN UNIVERSITY

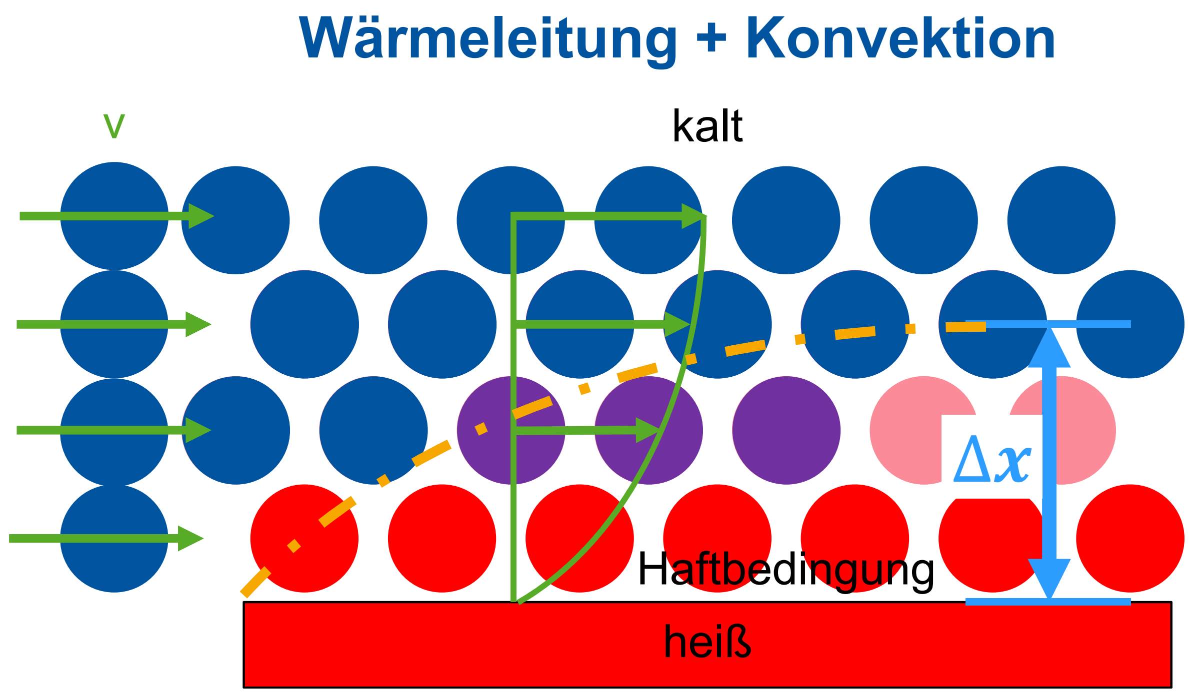
Lernziele

- Grenzschicht bei der erzwungenen Konvektion
  - ➢ Verständnis des Grenzschichtkonzepts an einer ebenen Platte in einer kontanten laminaren Strömung
  - ➢ Ähnlichkeit der Geschwindigkeits- und Temperaturprofile und die Abhängigkeit des Wärmeübergangskoeffizienten von der Scherspannung



Was ist eine Grenzschicht?





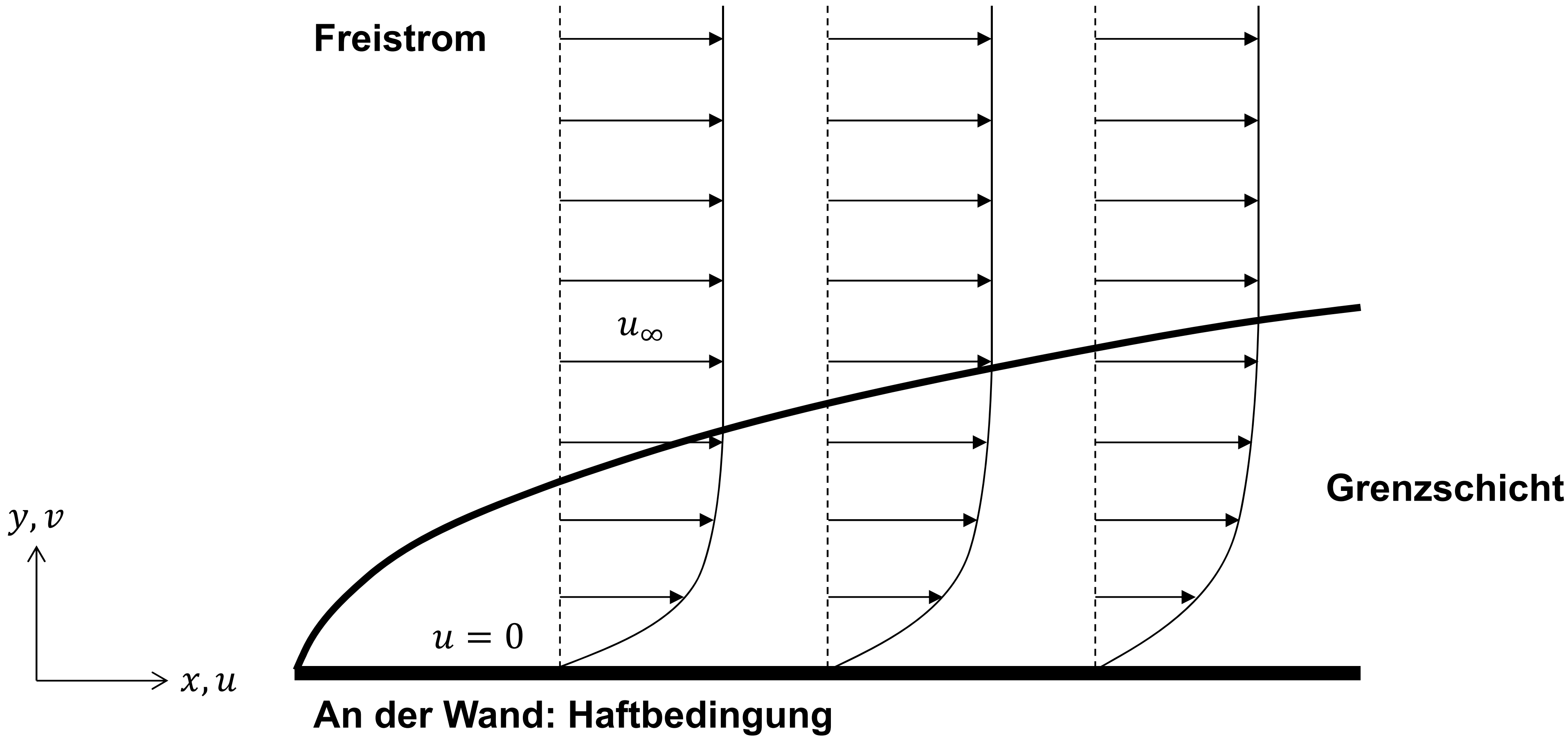
- Die „Temperaturgrenzschicht“ endet dort, wo sich die Temperatur zu 99% der Umgebungsübertemperatur angenähert hat.
- Konvektion erhöht den Wärmeübergang.

⇒ steilerer Temperaturgradient ⇒ höherer Wärmeübergang

Geschwindigkeitsgrenzschicht (Wdh. Strömungslehre)

Definition

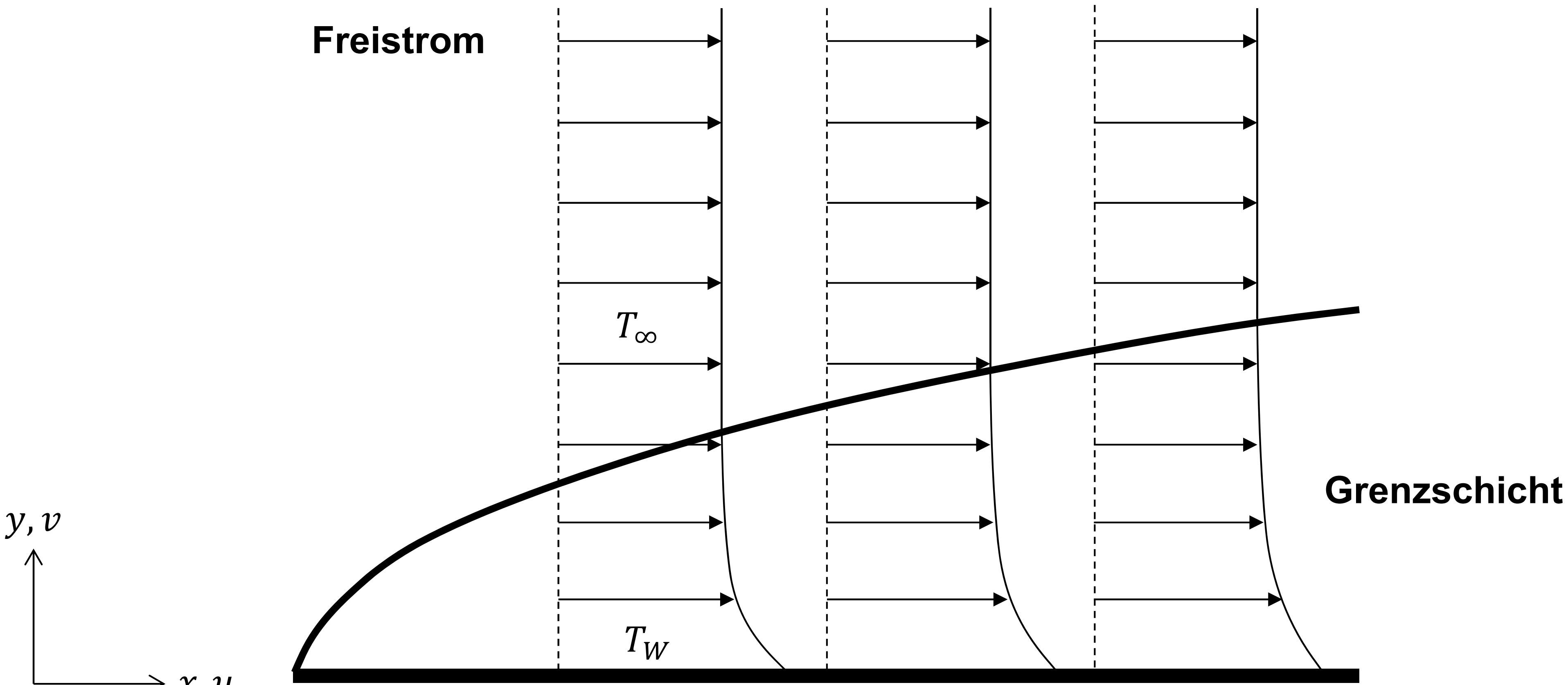
Die Ausdehnung der „Geschwindigkeitsgrenzschicht“ δ_u ist mit dem Erreichen von 99% der Umgebungsgeschwindigkeit definiert: $u(y = \delta_u) = 0{,}99 u_\infty$



Temperaturgrenzschicht

Definition

Die Ausdehnung der „Temperaturgrenzschicht“ δ_T ist mit dem Erreichen von 99% der Umgebungsübertemperatur definiert: $T(y = \delta_T) - T_\infty = 0{,}99(T_W - T_\infty)$



An der Wand: Vorgegebene Temperatur T_W, hier $T_W > T_\infty$

Rückblick: Erhaltungsgleichungen (2D, stationär, inkompressibel)

Massenströme

Kontinuitäts-
gleichung

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

$$u \gg v \rightarrow \frac{\partial}{\partial x} \ll \frac{\partial}{\partial y}$$

- In Strömungsrichtung überwiegt die absolute Geschwindigkeit.
- Senkrecht zur Oberfläche (normale Richtung) dominieren Gradienten.

Rückblick: Erhaltungsgleichungen (2D, stationär, inkompressibel)

Massenströme

Kontinuitäts-gleichung

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

$$u \gg v \rightarrow \frac{\partial}{\partial x} \ll \frac{\partial}{\partial y}$$

Impulsströme | Druck | Scherspannungen

Impuls-gleichung

$$u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = -\cancelto{0}{\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}} + \nu\left(\cancel{\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right)$$

$$\cancel{u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y} + \nu\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2}\right)}$$

vernachlässigbar

Enthalpieströme | Wärmeleitung

Energie-gleichung

$$u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\nu}{Pr}\left(\cancel{\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right)$$

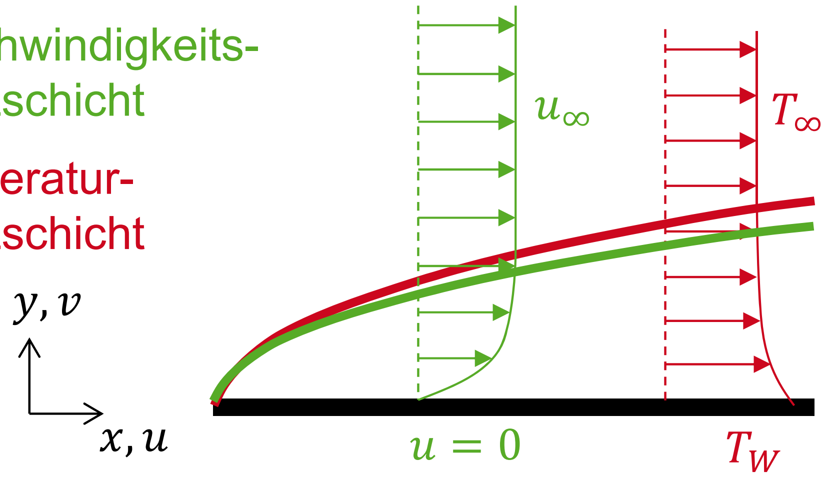
Wenn $Pr = 1$, sind Impuls- und Energiegleichung identisch.

Prandtl-Zahl

Kontinuitäts-
gleichung

Impuls-
gleichung

Energie-
gleichung



Erinnerung: Prandtl-Zahl

$$Pr = \frac{\nu}{a} = \frac{\text{Diffusiver Impulstransport}}{\text{Diffusiver Wärmetransport}} \quad \begin{array}{l} \rightarrow u \text{ relevant} \\ \rightarrow T \text{ relevant} \end{array}$$

$$Pr = 1$$
$$\Updownarrow$$

Identität zwischen der viskosen und der thermischen Grenzschicht
(Dicke $\delta_u = \delta_T$, Gradient $\left.\frac{\partial u}{\partial y}\right|_{y=0} = \left.\frac{\partial T}{\partial y}\right|_{y=0}$ usw.)

Verständnisfragen

Worin unterscheiden sich Nusselt- und Biot-Zahl?

Welche Relevanz hat die Prandtl-Zahl für die Grenzschichttheorie?