

Algoritmo de Harris Corner Detection: Passo a Passo

1 Ideia do Algoritmo

O algoritmo de Harris Corner Detection é utilizado para detectar cantos em uma imagem, ou seja, pontos onde há grande variação de intensidade em duas direções ortogonais.

- **Cantos:** variação significativa em x e y .
- **Bordas:** variação em apenas uma direção.
- **Áreas planas:** pouca ou nenhuma variação.

2 Passos Matemáticos

2.1 Cálculo dos gradientes

Para uma imagem I , calculam-se as derivadas:

$$I_x = \frac{\partial I}{\partial x}, \quad I_y = \frac{\partial I}{\partial y}.$$

2.2 Matriz de Estrutura (Second Moment Matrix)

Para cada pixel (x, y) , define-se a matriz:

$$M(x, y) = \begin{bmatrix} \sum w(u, v) I_x(u, v)^2 & \sum w(u, v) I_x(u, v) I_y(u, v) \\ \sum w(u, v) I_x(u, v) I_y(u, v) & \sum w(u, v) I_y(u, v)^2 \end{bmatrix},$$

onde $w(u, v)$ é uma função janela (tipicamente Gaussiana).

2.3 Resposta de Harris

Define-se a resposta:

$$R = \det(M) - k \cdot (\text{trace}(M))^2,$$

com $0.04 \leq k \leq 0.06$.

- R grande e positivo \Rightarrow canto.
- R negativo \Rightarrow borda.
- $R \approx 0 \Rightarrow$ região plana.

3 Autovalores da Matriz 2×2

Dada a matriz

$$M = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix},$$

os autovalores satisfazem:

$$\det(M - \lambda I) = 0.$$

Isto gera o polinômio característico:

$$\lambda^2 - (a + d)\lambda + (ad - bc) = 0,$$

onde:

$$\text{trace}(M) = a + d, \quad \det(M) = ad - bc.$$

Assim:

$$\lambda_{1,2} = \frac{\text{trace}(M) \pm \sqrt{(\text{trace}(M))^2 - 4 \det(M)}}{2}.$$

4 Exemplo Numérico

Considere:

$$M = \begin{bmatrix} 800 & 100 \\ 100 & 750 \end{bmatrix}.$$

- Traço: $\text{trace}(M) = 800 + 750 = 1550$.
- Determinante: $\det(M) = 800 \cdot 750 - 100 \cdot 100 = 580000$.

Logo:

$$\lambda_{1,2} = \frac{1550 \pm \sqrt{1550^2 - 4 \cdot 580000}}{2}.$$

Calculando:

$$\lambda_{1,2} = \frac{1550 \pm \sqrt{2.402.500 - 2.320.000}}{2} = \frac{1550 \pm \sqrt{82.500}}{2}.$$

$$\lambda_1 \approx 918.6, \quad \lambda_2 \approx 631.4.$$

4.1 Resposta R

$$R = \det(M) - k \cdot (\text{trace}(M))^2.$$

Com $k = 0.05$:

$$R = 580000 - 0.05 \cdot (1550^2) = 580000 - 120125 = 459875.$$

5 Interpretação

- Como λ_1 e λ_2 são ambos grandes, temos variação em duas direções.
- Portanto, o ponto é classificado como **canto**.
- O valor R positivo e elevado confirma a detecção.