# MC602-Circuitos Lógicos e Organização de Computadores

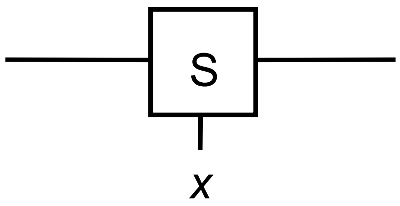
## Capítulo 2 – Introdução aos Circuitos Lógicos

Ricardo Pannain

pannain@unicamp.br

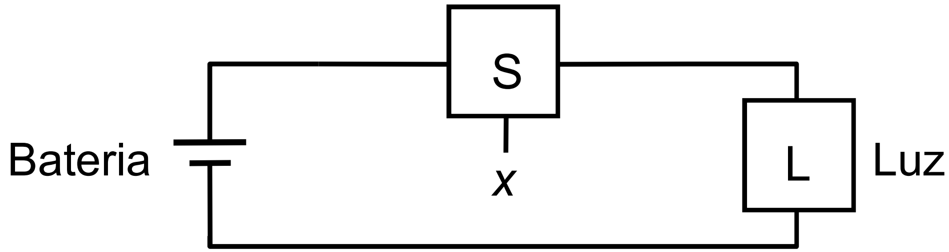
# VARIÁVEIS E FUNÇÕES – Chaves de dois estados


(a) Chave binária - dois estados

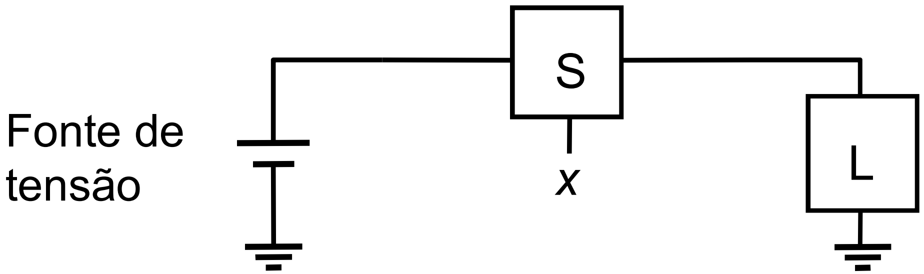



(b) Símbolo de uma chave

# VARIÁVEIS E FUNÇÕES – Uma luz controlada por uma chave



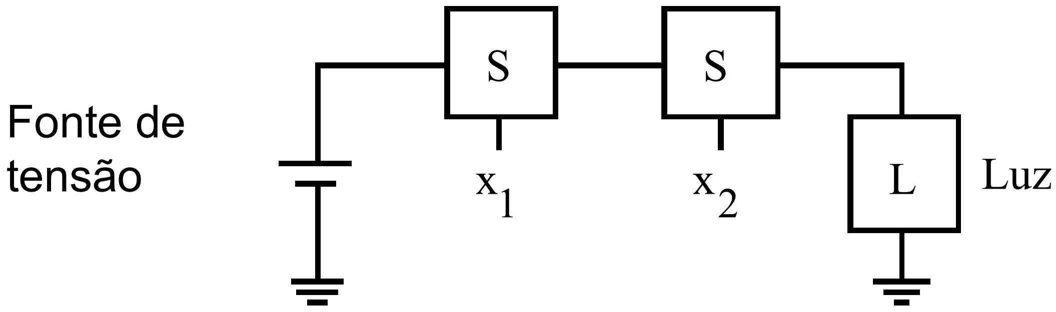

(a) Conexão de uma chave e uma luz a uma bateria




L(x) = x (função lógica onde x = variável de entrada)

(b) Usando a conexão com o terra

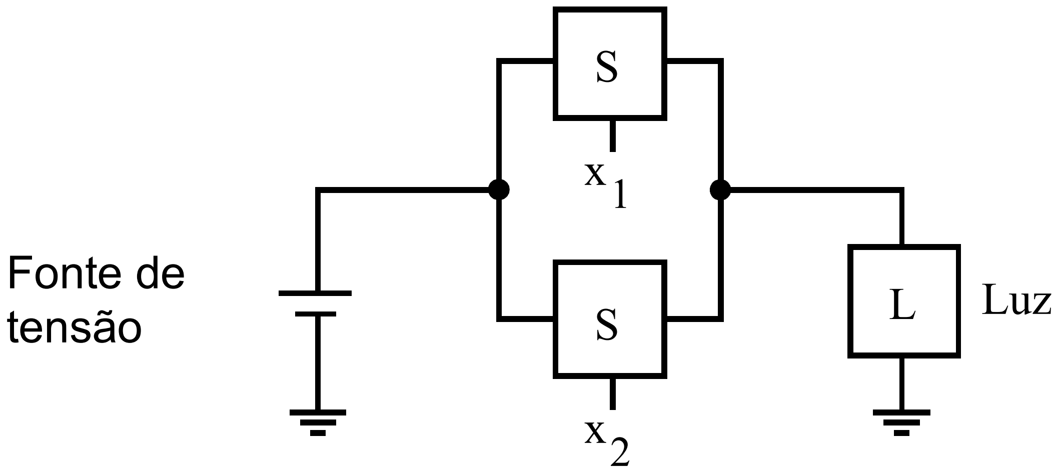
# VARIÁVEIS E FUNÇÕES – Funções Básicas




$L = x1 . x2$

$L = 1$ se $x1 = 1$ e $x2 = 1$; caso contrário $L = 0$

(a) Função Lógica **AND** (ligação em série)

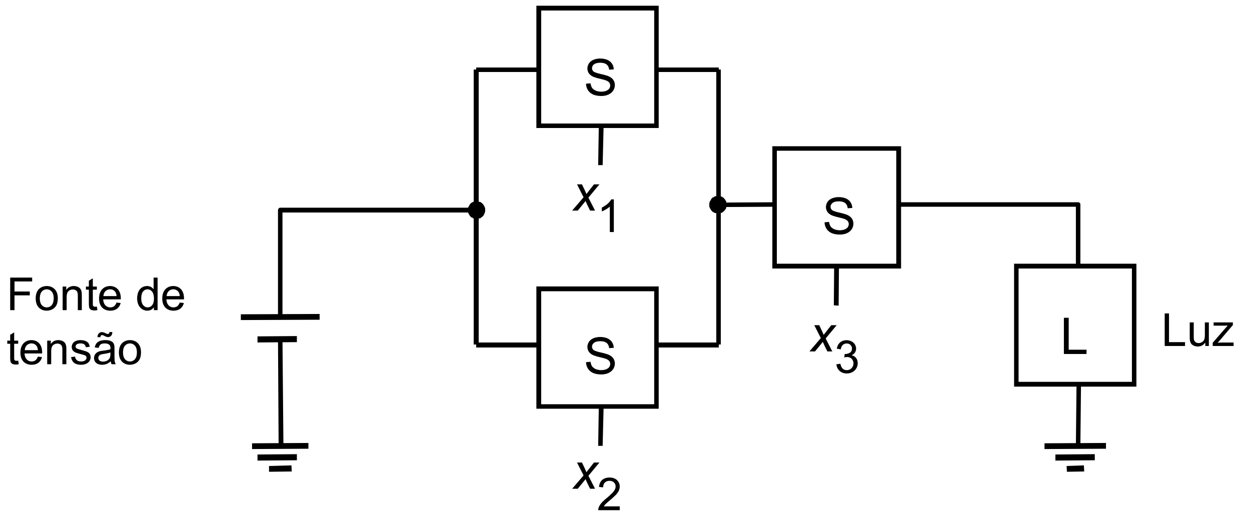



$L = x1 + x2$

$L = 0$ se $x1 = 0$ e $x2 = 0$; caso contrário $L = 1$

(b) Função Lógica **OR** (ligação paralela)

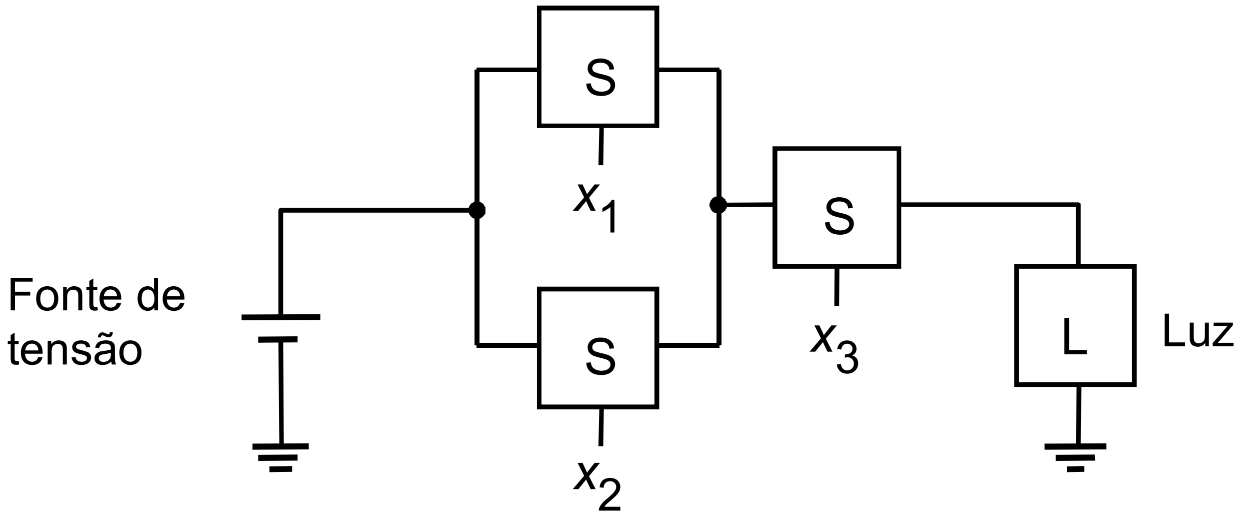
# Ligação Série-Paralela




**Exercício**

Escreva a função lógica de dê os valores de L para todas as combinações possíveis de x1, x2 e x3

# Ligação Série-Paralela




**Exercício**

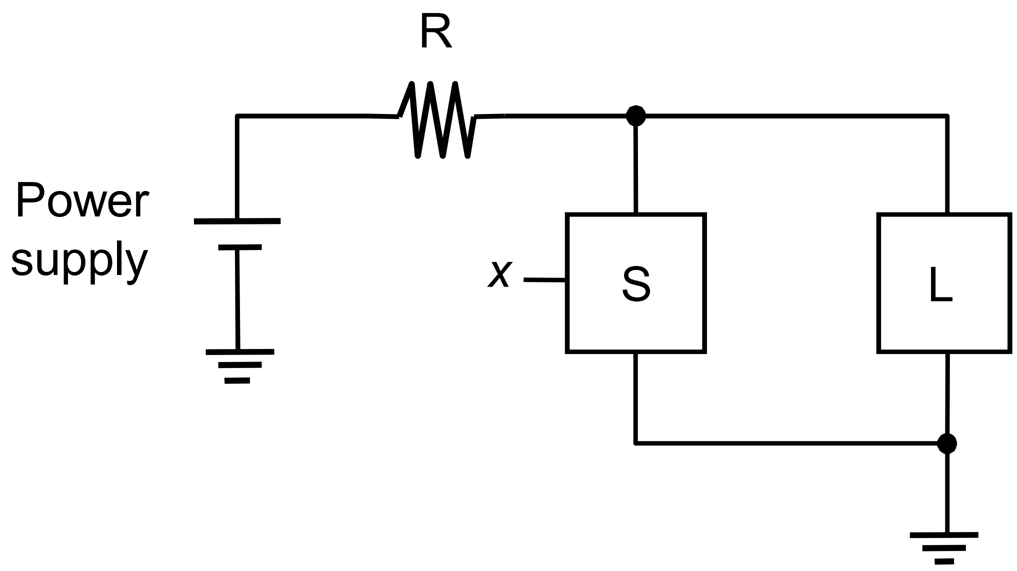
Escreva a função lógica de dê os valores de L para todas as combinações possíveis de x1, x2 e x3

$$L = (x1 + x2) \, . \, x3$$

# Função de inversão - NOT

$L(x) = \bar{x}$; $L = 1$ se $x = 0$ e $L = 0$ se $x = 1$

# Função de inversão - NOT




$L(x) = \bar{x}$;  L = 1 se x = 0 e L = 0 se x = 1

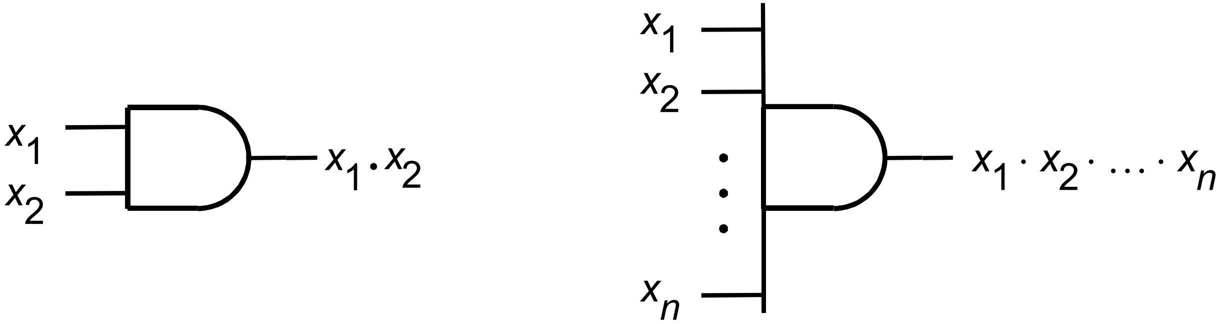
# Tabela Verdade – Funções AND e OR de duas variáveis

| $x_1$ | $x_2$ | $x_1 \cdot x_2$ | $x_1 + x_2$ |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 |
| | | AND | OR |

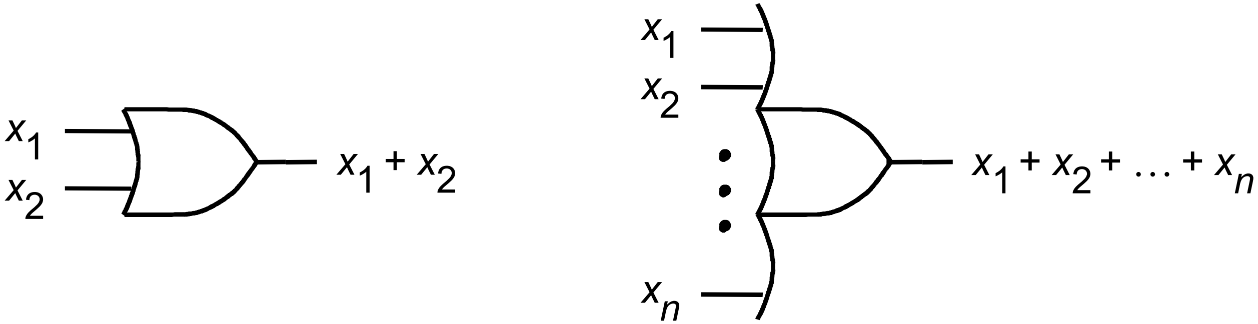
# Tabela Verdade – Funções AND e OR de tres variáveis

| $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $x_1 \cdot x_2 \cdot x_3$ | $x_1 + x_2 + x_3$ |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

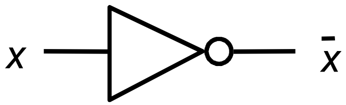
# P O R T A S L Ó G I C A S




(a) PORTAS AND




(b) PORTAS OR

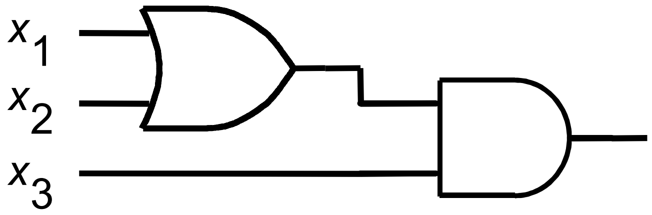



(c) PORTA NOT

# EXERCÍCIO

Desenhar o circuito e dar a tabela verdade de $L = (x1 + x2) \cdot x3$

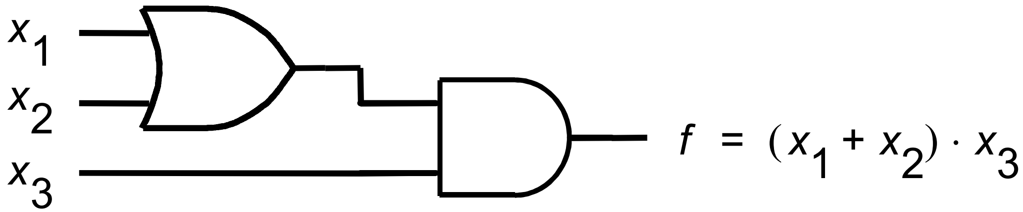
# Função OR-AND




$$f = (x_1 + x_2) \cdot x_3$$

**Exercício** – Dê a tabela verdade desta função.

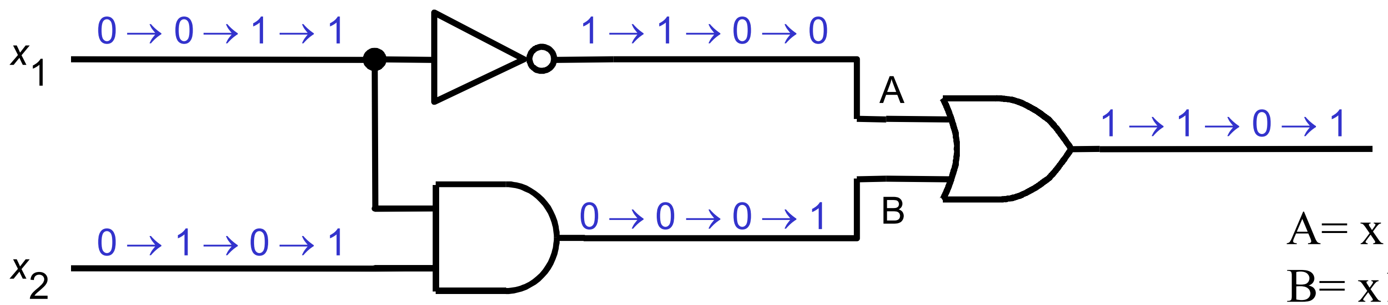
# Função OR-AND




**Exercício** – Dê a tabela verdade desta função.

| x1 | x2 | x3 | f |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 |

# Rede Lógica – Circuito Lógico



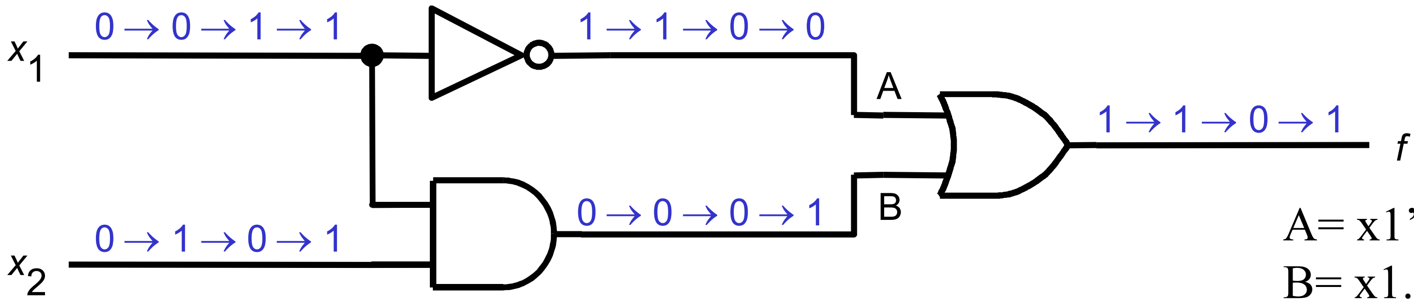

A= x1'
B= x1.x2
f = A + B

(a) Circuito que implementa $f = \bar{x}_1 + x_1 \cdot x_2$

| $x_1$ | $x_2$ | $f(x_1, x_2)$ |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |

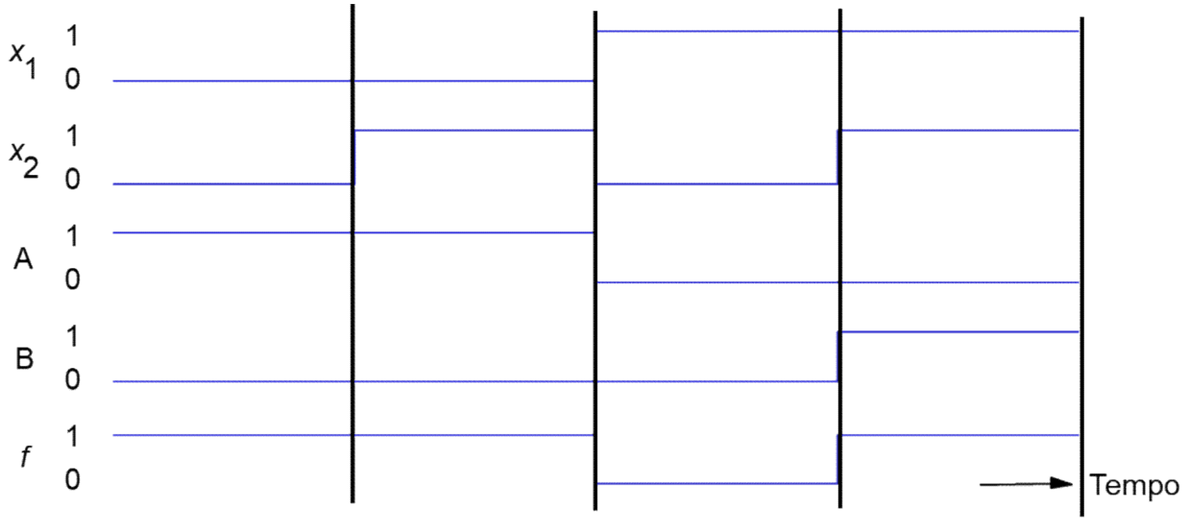
(b) Tabela verdade para f

# Rede Lógica – Circuito Lógico



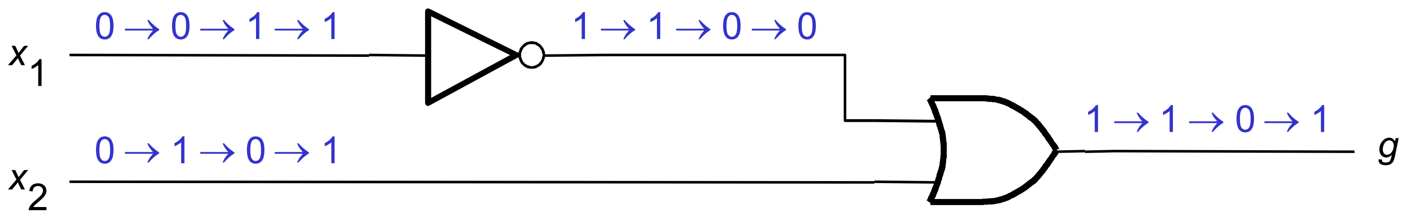

A= x1'
B= x1.x2
f = A + B

(a) Circuito que implementa $f = \bar{x}_1 + x_1 \cdot x_2$




(c) Diagrama de tempo

t0 t1 t2 t3 t4



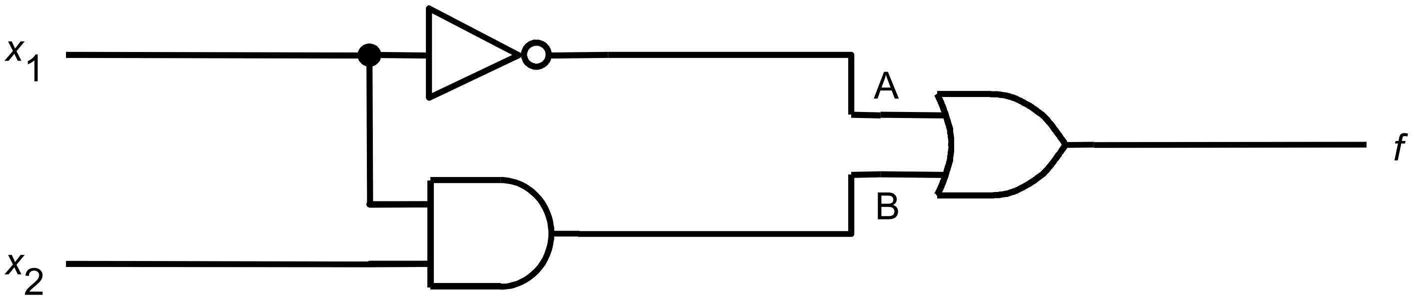

(d) Circuito que implementa $g = \bar{x}_1 + x_2$

| $x_1$ | $x_2$ | $g(x_1, x_2)$ |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |

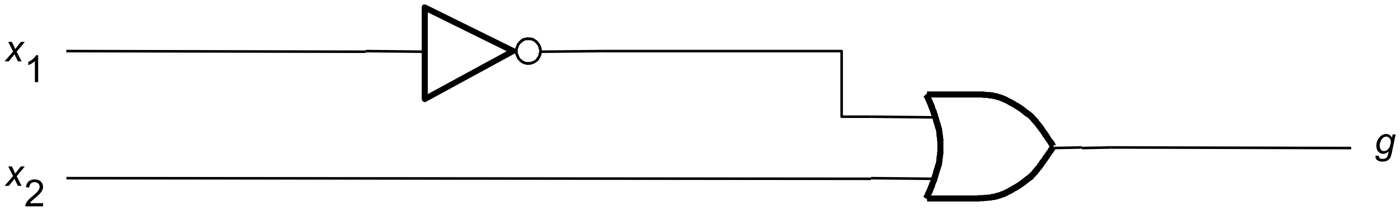
(e) Tabela verdade para g

**Exercícios** 1 - Qual a diferença dos circuitos da letra (a) e (d) ?
2 - O que são circuitos iguais ?

# Rede Lógica – Circuito Lógico




(a) Circuito que implementa $f = \bar{x}_1 + x_1 \cdot x_2$




(d) Circuito que implementa $g = \bar{x}_1 + x_2$

x1' + x1x2 = (x1'+x1). (x1'+x2) =
= x1'+x2

| $x_1$ | $x_2$ | $f(x_1, x_2)$ |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |

(b) Tabela verdade para f e g

f e g são funções equivalentes

# Álgebra Booleana

George Boole (1849) – teoria algébrica aplicada à lógica

Claude Shannon (1930) – mostrou que esta teoria poderia ser aplicada em circuitos baseados em chaves

# Álgebra Booleana

## Axiomas

1a. $0 \cdot 0 = 0$

1b $1 + 1 = 1$

2a $1 \cdot 1 = 1$

2b $0 + 0 = 0$

3a. $0 \cdot 1 = 1 \cdot 0 = 0$

3b $1 + 0 = 0 + 1 = 1$

4a Se $x = 0$ então $\overline{x} = 1$

4 b Se $x = 1$ então $\overline{x} = 0$

## Teoremas de uma variável

5a. $x \cdot 0 = 0$

5b $x + 1 = 1$

6a $x \cdot 1 = x$

6b $x + 0 = x$

7a. $x \cdot x = x$

7b $x + x = x$

8a $x \cdot \overline{x} = 0$

8b $x + \overline{x} = 1$

9 $\overline{\overline{x}} = x$

# Álgebra Booleana

Teoremas de duas e três variáveis

| | | |
|---|---|---|
| 10a. | $x . y = y . x$ | **Comutativa** |
| 10b | $x + y = y + x$ | |
| 11a | $x . (y . z) = (x . y) . z$ | **Associativa** |
| 11b | $x + (y + z) = (x + y) + z$ | |
| 12a. | $x . (y + z) = x . y + x . z$ | **Distributiva** |
| 12b | $x + (y . z) = (x + y) . (x + z)$ | |
| 13a | $x + x . y = x$ | **Absorção** |
| 13b | $x . (x + y) = x$ | |
| 14a | $x . y + x . \overline{y} = x$ | **Combinação** |
| 14b | $(x + y) . (x + \overline{y}) = x$ | |
| 15a | $\overline{x . y} = \overline{x} + \overline{y}$ | **Teorema de DeMorgan** |
| 15b | $\overline{x + y} = \overline{x} . \overline{y}$ | |
| 16a | $x + \overline{x} . y = x + y$ | |
| 16b | $x . (\overline{x} + y) = x . y$ | |

Exemplo

$f = x1' + x1 \,.\, x2 = (x1' + x1) \,.\, (x1' + x2) = 1.(x1' + x2) = x1' + x2 = g$

Provas dos teoremas

13a

$x + x \,.\, y = x \,.\, ( 1 + y) = x \,.\, 1 = x$

13b

$x \,.\, ( x + y) = x \,.\, x + x \,.\, y = x + x.\, y = x \,.\, ( 1 + y) = x \,.\, 1 = x$

14a

$x \,.\, y + x \,.\, y' = x \,.\, ( y + y') = x \,.1 = x$

14b

$(x + y) \,.\, (x + y') = x + (y \,.\, y') = x + 0 = x$

16a

$x + x' \,.\, y = (x + x') \,.\, (x + y) = 1 \,.\, (x + y) = x + y$

16b

$x \,.\, (x' + y) = (x \,.\, x') + ( x.\, y) = 0 + x.y = x.y$

# Álgebra Booleana

**Princípio da Dualidade:** Dada uma expressão lógica seu dual é obtido substituindo todos os operadores + pelo operador **.** , e vice versa, e substituindo todos os 0s por 1s, e vice versa

Prova do Teorema DeMorgan 15a

| $x$ | $y$ | $x \cdot y$ | $\overline{x \cdot y}$ | $\overline{x}$ | $\overline{y}$ | $\overline{x} + \overline{y}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |

LHS RHS

**LHS = left hand side** **RHS = right hand side**

# Prova do Teorema DeMorgan 15b

| x | y | x + y | (x + y)' | x' | y' | x' . y' |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |

## Exemplo 2.1

$$(x1 + x3) . (x1' + x3') =$$
$$= x1x1' + x1x3' + x1'x3 + x3x3'$$
$$= 0 + x1x3' + x1'x3 + 0$$
$$= x1.x3' + x1'.x3 = x1 \text{ XOR } x3$$

Exemplo 2.1

$(x1 + x3) . (x1' + x3') = x1.x3' + x1'.x3$

LHS =

$= x1.x1'+x3.x1'+x1.x3'+x3.x3' = 0 + x1'x3+ x1x3'+0 =$

$= x1'x3+x1x3'$

## Exemplo 2.2

$x1x3' + x2'x3'+x1x3+x2'x3 = x1'x2'+x1x2+x1x2'$

## Exemplo 2.2

$x1x3' + x2'x3' + x1x3 + x2'x3 = x1'x2' + x1x2 + x1x2'$

$LHS = x1x3' + x1x3 + x2'x3' + x2'x3 =$
$= x1(x3' + x3) + x2' (x3' + x3) =$
$= x1.1 + x2'.1 = x1 + x2'$

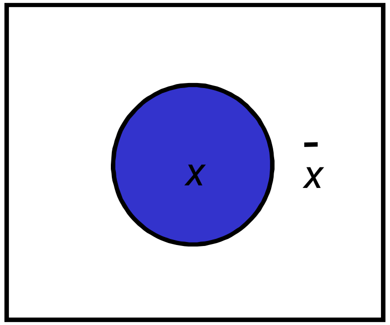
$RHS = x1'x2' + x1x2' + x1x2 + x1x2' =$
$= (x1' + x1)x2' + (x2 + x2')x1 = 1.\ x2' + 1.\ x1 = x1 + x2'$

$= x1'x2' + x1 = (x1 + x1') (x1 + x2') = x1 + x2'$

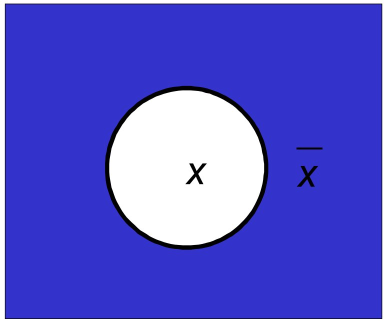
# Representação - Diagrama de Venn

(a) Constant 1

(b) Constant 0

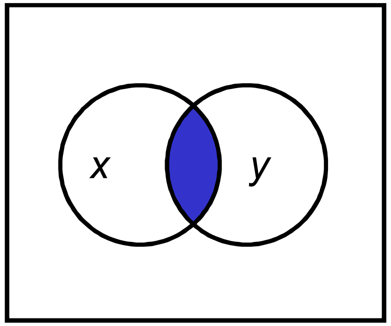



(c) Variable $x$

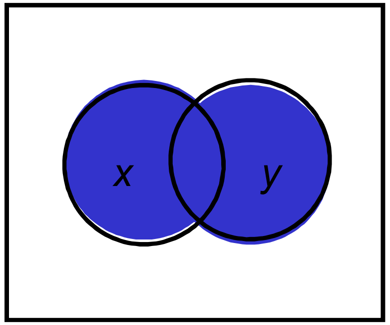



(d) $\bar{x}$

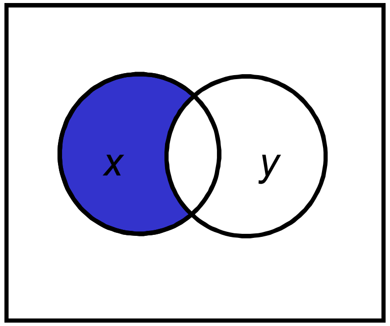
# Representação - Diagrama de Venn



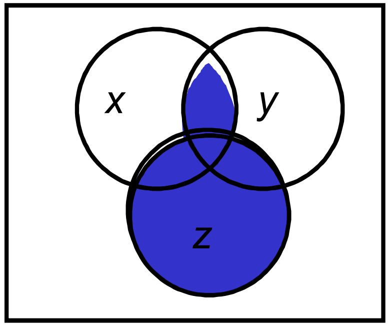

(e) $x \,.\, y$




(f) $x + y$

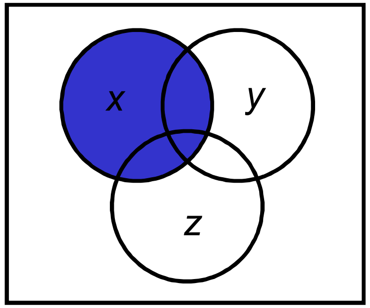



(g) $x \cdot \bar{y}$

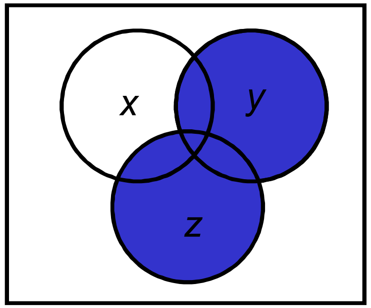



(h) $x \cdot y + z$

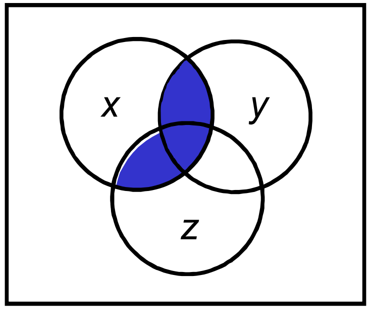
# Representação de Venn – Propriedade Distributiva



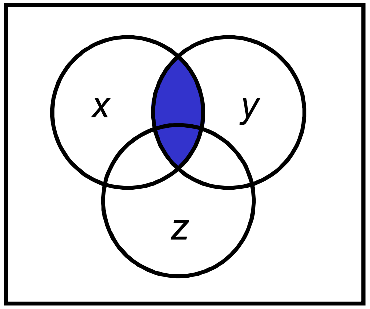

(a) $x$



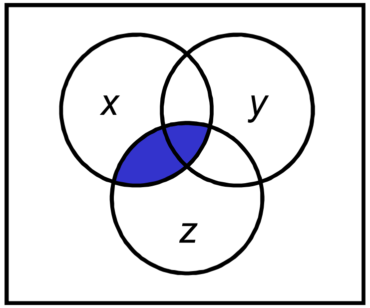

(b) $y + z$



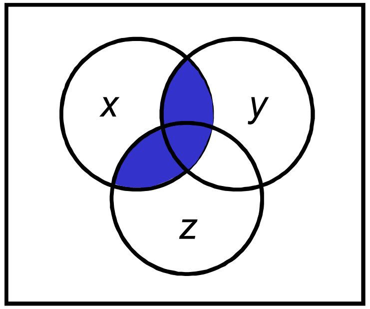

(c) $x \cdot (y + z)$




(d) $x \cdot y$




(e) $x \cdot z$




(f) $x . y + x . z$

# Álgebra Booleana

- Notações e Terminologias
  - Soma de produtos (SOP)

$$x1 . \overline{x2} . x3 + \overline{x1} . x4 + x2 . x3 . \overline{x4}$$

  - Produto de somas (POS)

$$(\overline{x1} + x2) . (x1 + \overline{x3}) . (\overline{x2} + x3 + x4)$$

*OBS - O termo produto da Soma de Produtos é chamado de mintermo e o termo Produto de Somas é chamado de maxtermo*

- Precedência de Operações
  - NOT – AND – OR

*OBS - Obedecer os parênteses*

# Síntese de funções utilizando AND, OR e NOT

Projetar um circuito com duas entradas (x1 e x2), assumindo que x1 e x2 representam o estado de duas chaves, respectivamente. (chave aberta xi = 0 e chave fechada xi = 1).

A saída f(x1,x2) será 1 quando (x1,x2) forem: (0,0) , (0,1) ou (1,1). Será 0 quando (x1,x2) = (1,0)

Tabela Verdade

| $x_1$ | $x_2$ | $f(x_1, x_2)$ |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |

POS / SOP

M0 = x1+x2 /mo = x’1.x’2
M1 = x1+x’2 /m1 = x’1.x2
M2 = x’1+x2 /m2 = x1.x’2
M3 = x’1+x’2 /m3 = x1.x2

# Síntese de funções utilizando AND, OR e NOT

Projetar um circuito com duas entradas (x1 e x2), assumindo que x1 e x2 representam o estado de duas chaves, respectivamente. (chave aberta xi = 0 e chave fechada xi = 1).

A saída f(x1,x2) será 1 quando (x1,x2) forem: (0,0) , (0,1) ou (1,1). Será 0 quando (x1,x2) = (1,0)

| $x_1$ | $x_2$ | $f(x_1, x_2)$ |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |

Tabela Verdade

SOP

f = (x1'x2').1 + (x1'x2).1 + (x1x2').0 + (x1x2).1

f = m0 .1 + m1.1 + m2.0 +m3.1 = m0+m1+0+m3 =

= x1'x2'+x1'x2+x1x2

POS

f = ((x1+x2)+1) . ((x1+x'2)+1) . ((x'1+x2)+0) . (x'1+x'2)+1

f = (M0 +1) . (M1+1) . (M2+0) . (M31+1) = 1 .1 . M2. 1= M2 =

= x'1 + x2

# Síntese – Soma de Produtos (Mintermos)

Para uma função de n variáveis, o termo produto (mintermo) é formado por xi se xi = 1 e $\overline{xi}$ se xi = 0.

m0 = $\overline{x}1\overline{x}2$ ; m1= $\overline{x}1x2$ ; m2 = $x1\overline{x}2$ ; m3 = x1x2

Para a figura anterior:

f = m0 . 1 + m1 . 1 + m2 . 0 + m3 . 1 = m0 + m1 + m3 =

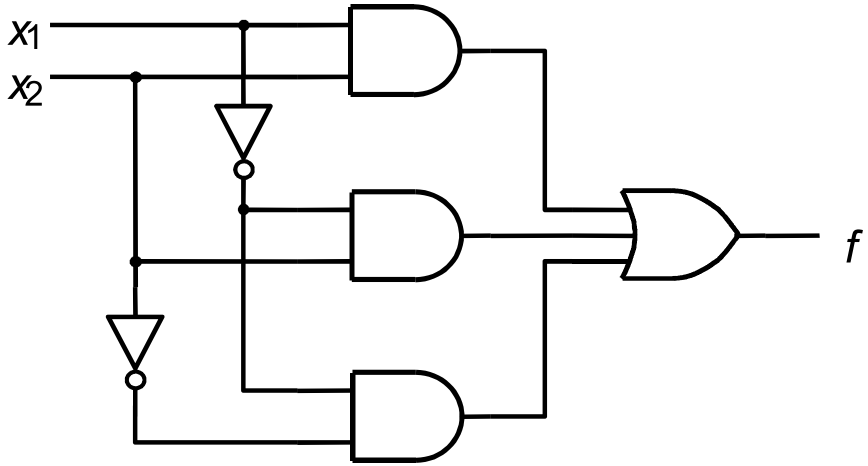
= $\overline{x}1\overline{x}2 + \overline{x}1x2 + x1x2$

OBS – x'1 (x'2 + x2) + x1x2 = x'1 + x1x2 = x'1 + x2 (custo mínimo)

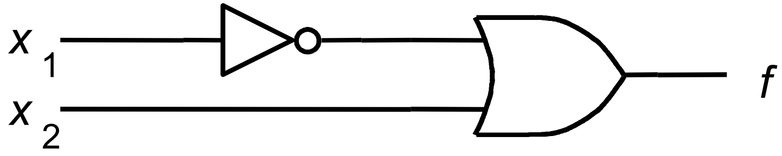
Outra forma de representação:

f(x1,x2) = Σ (m0, m1, m3) ou f(x1,x2) = Σ m(0,1,3)

# Representação com e portas lógicas




(a) Circuito que representa a Soma de Produtos




(b) Circuito de custo mínimo – mesmo circuito

Custo = n. de gates do circuito + n. de entradas de todos os gates do circuito

a) custo = 2 INV + 2 x 1 ENTRADA + 3 ANDs + 3 x 2 ENTRADAS + 1OR + 3 ENTRADAS = 17

b) custo = 1 INV + 1 ENTRADA + 1 OR + 2 ENTRADAS = 5

# Síntese – Produto de Somas (Maxtermos)

Uma função pode ser também representada como uma soma de mintermos onde $\overline{f} = 1$, ou seja $f = 0$. No exemplo anterior:

| $x_1$ | $x_2$ | $f(x_1, x_2)$ |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |

$$\overline{f(x1,x2)} = \overline{M2} = m2 = x1\overline{x2}$$

$$\overline{\overline{f(x1,x2)}} = f(x1,x2) = \overline{x1\overline{x2}} = \overline{x1} + x2 = \overline{m2} = M2$$

Mi = maxtermo

Outras formas de representação do Produto de somas:

$f(x1,x2) = \Pi\ (M2)$ ou $f(x1,x2) = \Pi\ M(2)$

Mintermos e Maxtermos de função de três variáveis

| Row number | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | Minterm | Maxterm |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | $m_0 = \overline{x}_1\overline{x}_2\overline{x}_3$ | $M_0 = x_1 + x_2 + x_3$ |
| 1 | 0 | 0 | 1 | $m_1 = \overline{x}_1\overline{x}_2x_3$ | $M_1 = x_1 + x_2 + \overline{x}_3$ |
| 2 | 0 | 1 | 0 | $m_2 = \overline{x}_1x_2\overline{x}_3$ | $M_2 = x_1 + \overline{x}_2 + x_3$ |
| 3 | 0 | 1 | 1 | $m_3 = \overline{x}_1x_2x_3$ | $M_3 = x_1 + \overline{x}_2 + \overline{x}_3$ |
| 4 | 1 | 0 | 0 | $m_4 = x_1\overline{x}_2\overline{x}_3$ | $M_4 = \overline{x}_1 + x_2 + x_3$ |
| 5 | 1 | 0 | 1 | $m_5 = x_1\overline{x}_2x_3$ | $M_5 = \overline{x}_1 + x_2 + \overline{x}_3$ |
| 6 | 1 | 1 | 0 | $m_6 = x_1x_2\overline{x}_3$ | $M_6 = \overline{x}_1 + \overline{x}_2 + x_3$ |
| 7 | 1 | 1 | 1 | $m_7 = x_1x_2x_3$ | $M_7 = \overline{x}_1 + \overline{x}_2 + \overline{x}_3$ |

**Exemplo** – Escrever a função descrita pela tabela verdade abaixo, como Soma de Produtos - SOP e Produto de Soma- POS. Minimizar as funções e desenhar os circuitos equivalentes.

| Row number | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $f(x_1, x_2, x_3)$ |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 2 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 3 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 4 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 5 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 6 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 7 | 1 | 1 | 1 | 0 |

**Exemplo** – Escrever a função descrita pela tabela verdade abaixo, como Soma de Produtos e Produto de soma. Minimiza as funções e desenhe os circuitos equivalentes.

| Row number | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $f(x_1, x_2, x_3)$ |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 2 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 3 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 4 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 5 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 6 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 7 | 1 | 1 | 1 | 0 |

SOP

f = Σ m(1,4,5,6)

f = x1’ x2’ x3 + x1 x2’ x3’ + x1 x2’ x3 + x1 x2 x3’

POS

f = Π M(0,2,3,7)

f = (x1+ x2+ x3) . (x1 + x2’ + x3) . (x1 + x2’+ x3’) . (x1’ + x2’ + x3’)

SOP

$f = x1' \, x2' \, x3 + x1 \, x2' \, x3' + x1 \, x2' \, x3 + x1 \, x2 \, x3'$

$f = (x1 \, x2' x3' + x1 \, x2 \, x3') + (x1' \, x2' \, x3 + x1 \, x2' \, x3)$ (14a)

$f = x1x3' \, (x2'+x2) + x2'x3 \, (x1'+x1)$

$f = x1.x3' + x2'.x3$ → custo = 2 inv + 2 X 1 + 2 ands + 2 X 2 entr + 1 or +1 X 2 entr = 13

POS

$f = \Pi \, M(0,2,3,7)$

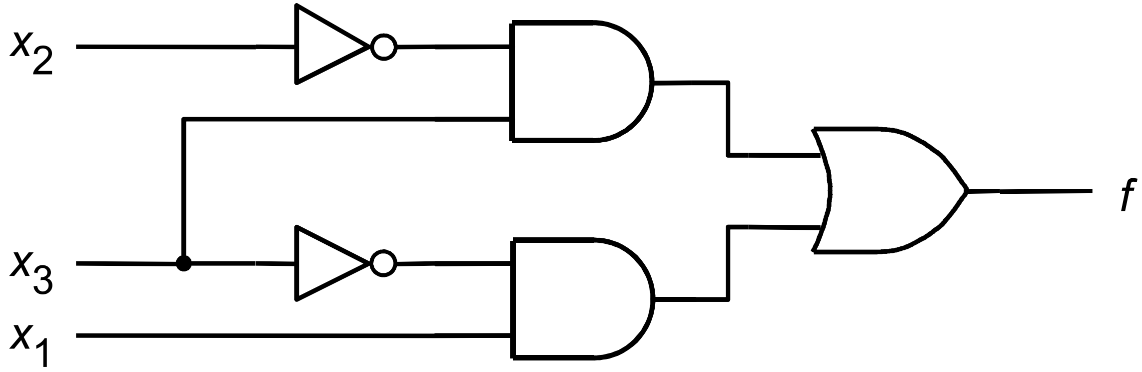
(14b)

$f = (x1+ x2+ x3) \, . \, (x1 + x2' + x3) \, . \, (x1 + x2'+ x3') \, . \, (x1' + x2' + x3')$

$f = (x1 + x3). \, (x2' + x3')$ → custo=2 inv +2 + 2 or + 4 + 1 and + 2 = 13

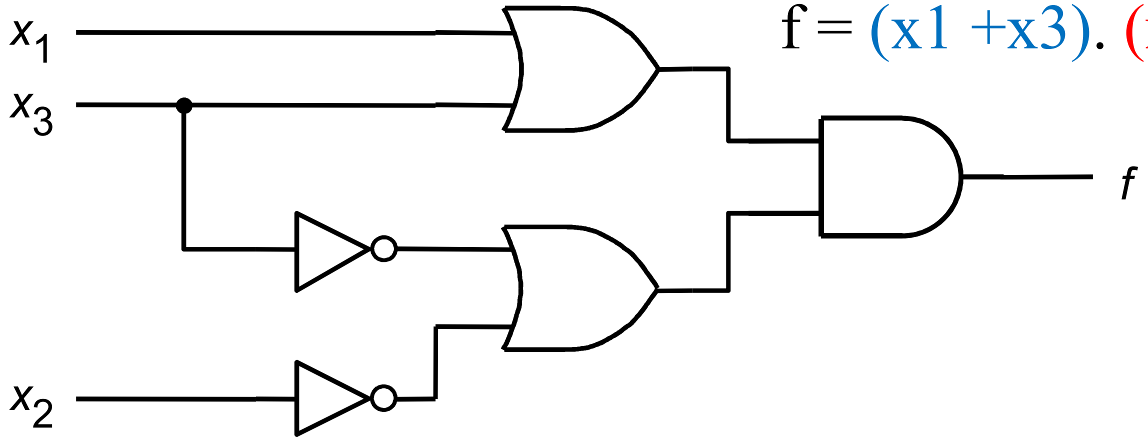
# Duas representações da função do exemplo anterior

$f = x1.x3' + x2'.x3$




(a) Circuito mínimo referente à SOP

$f = (x1 + x3).(x2' + x3')$




(b) Circuito mínimo referente ao POS

# EXEMPLOS

1. Controle de luz por 3 chaves
   - Assumir uma sala com 3 portas e perto de cada porta um interruptor de luz. Queremos projetar um circuito (SOP e POS) que controle a iluminação da sala de tal maneira que possamos acender ou apagar a lâmpada pela mudança de qualquer chave.
     - Tabela verdade
     - Função boolena minimizada
     - Custo
     - Circuito equivalente

Tabela verdade - Controle de luz por 3 chaves

| $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $f$ |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 |

# Controle de luz por 3 chaves

| $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $f$ | f’ |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |

SOP

$f = x1' x2' x3 + x1' x2 x3' + x1 x2' x3' + x1 x2 x3$

$f = x1' (x2'x3 + x2x3') + x1 (x2'x3'+x2x3)$

Obs - $(x2'x3 + x2x3')' = (x2'x3)' . (x2x3')' = (x2 + x3') . (x2'+ x3) =$

$= x2x2'+x2x3+x2'x3'+x3x3' = x2x3 + x2'x3'$

$a = x2'x3 + x2 x3' = x2 \text{ XOR } x3$

$a' = x2'x3'+x2x3 = x2 \text{ XNOR } x3$

$f = x1'a + x1 a' = x1 \text{ XOR } a = x1 \text{ XOR } x2 \text{ XOR } x3$

# Controle de luz por 3 chaves

| $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $f$ |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 |

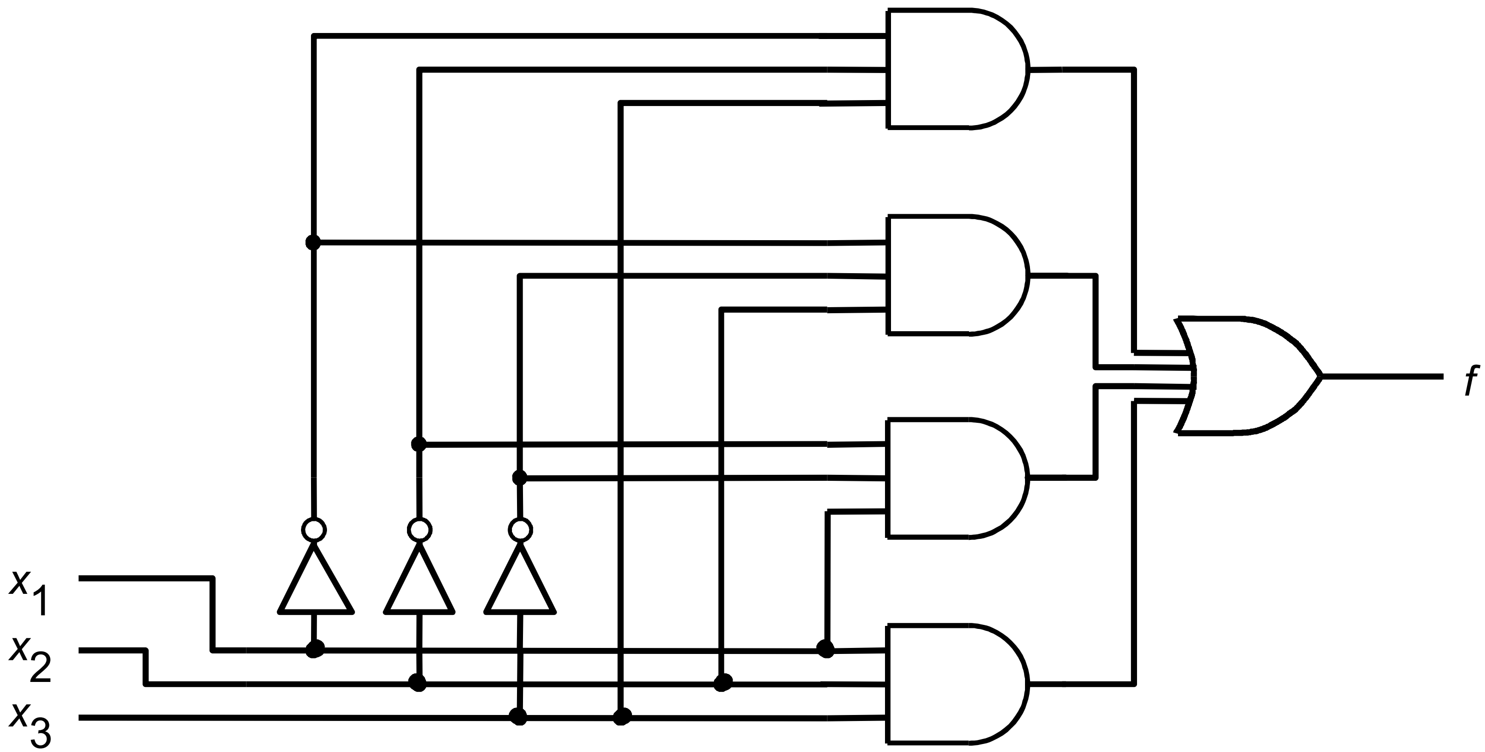
POS

f = (x1+ x2+ x3) . (x1 + x2' + x3') . (x1' + x2+ x3') . (x1' + x2' + x3)

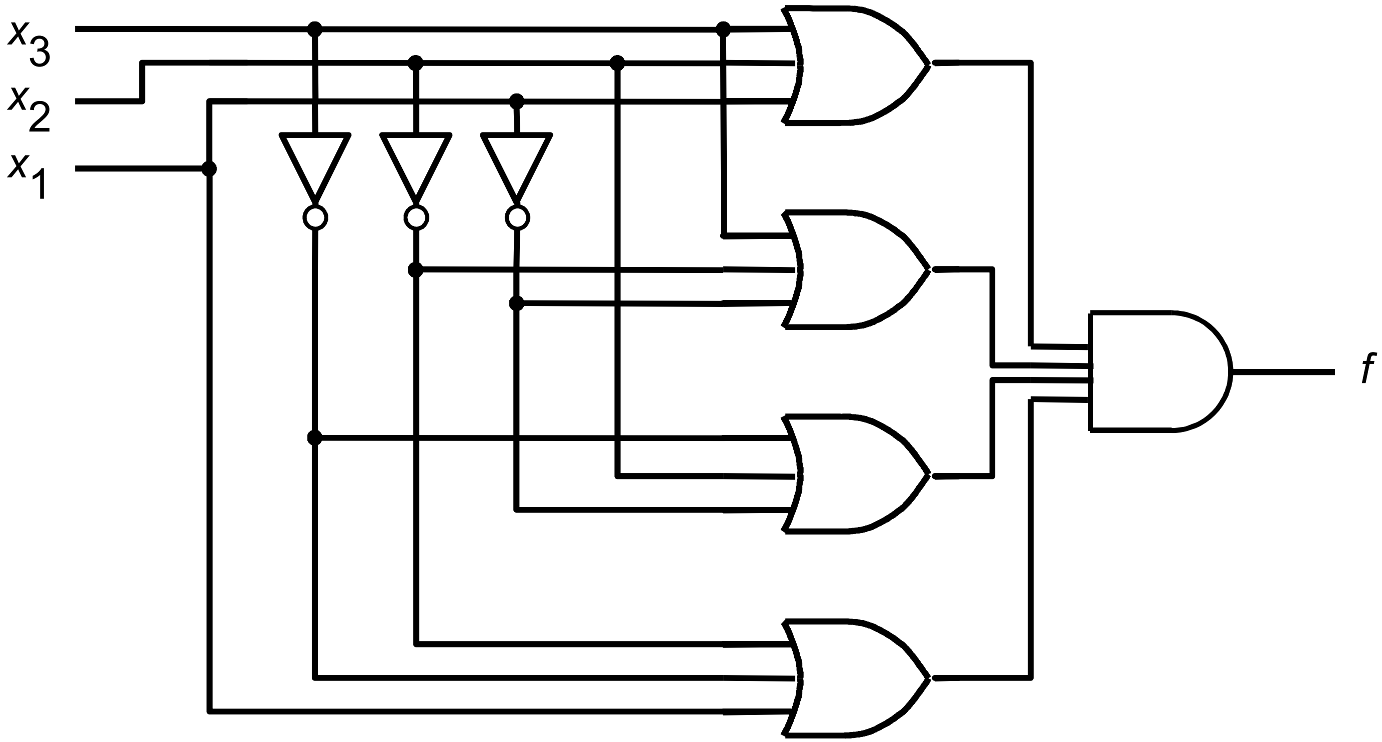
f = (x1+( (x2+x3).(x2'+x3') )) .(x1'+( (x2+x3')(x2'+x3) ))

f = x1 XOR x2 XOR x3

# Circuito de Controle de luz por 3 chaves - SOP



# Circuito de Controle de luz por 3 chaves - POS



# EXEMPLOS

## 2. XOR

| x1 | x2 | f |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 |

SOP

f = x1’ x2 + x1 x2’

POS

f = (x1+ x2) . (x1’ + x2’)

## XNOR

| x1 | x2 | f |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |

SOP

f = x1’ x2’ + x1 x2

POS

f = (x1 + x2’) . (x1’+ x2)

## EXEMPLOS

3. Multiplexador

- É um circuito que permite com que seja escolhida, dentre várias entradas, apenas uma
- MUX 2:1
  - f(s,x1,x2)
  - f = x1 se s = 0, caso contrário f = x2
- Mostre a tabela verdade, a função booleana correspondente e o circuito correspondente

# MULTIPLEXADOR 2:1 – TABELA VERDADE

| $s\ x_1\ x_2$ | $f(s, x_1, x_2)$ |
|---|---|
| 0 0 0 | 0 |
| 0 0 1 | 0 |
| 0 1 0 | 1 |
| 0 1 1 | 1 |
| 1 0 0 | 0 |
| 1 0 1 | 1 |
| 1 1 0 | 0 |
| 1 1 1 | 1 |

(a) Tabela Verdade

| $s$ | $f(s, x_1, x_2)$ |
|---|---|
| 0 | $x_1$ |
| 1 | $x_2$ |

(b) Representação compacta da tabela verdade

# MULTIPLEXADOR 2:1

| $s\ x_1\ x_2$ | $f(s, x_1, x_2)$ |
|---|---|
| 0 0 0 | 0 |
| 0 0 1 | 0 |
| 0 1 0 | 1 |
| 0 1 1 | 1 |
| 1 0 0 | 0 |
| 1 0 1 | 1 |
| 1 1 0 | 0 |
| 1 1 1 | 1 |

(a)Tabela Verdade

| $s$ | $f(s, x_1, x_2)$ |
|---|---|
| 0 | $x_1$ |
| 1 | $x_2$ |

(b) Representação compacta da tabela verdade

f = s’x1 + s x2

f = s’x1x2’ +s’x1x2 + s x1’ x2 + s x1 x2

# MULTIPLEXADOR 2:1 – Equação simplificada

| $s\ x_1\ x_2$ | $f(s, x_1, x_2)$ |
|---|---|
| 0 0 0 | 0 |
| 0 0 1 | 0 |
| 0 1 0 | 1 |
| 0 1 1 | 1 |
| 1 0 0 | 0 |
| 1 0 1 | 1 |
| 1 1 0 | 0 |
| 1 1 1 | 1 |

(a)Tabela Verdade

| $s$ | $f(s, x_1, x_2)$ |
|---|---|
| 0 | $x_1$ |
| 1 | $x_2$ |

(b) Representação compacta da tabela verdade

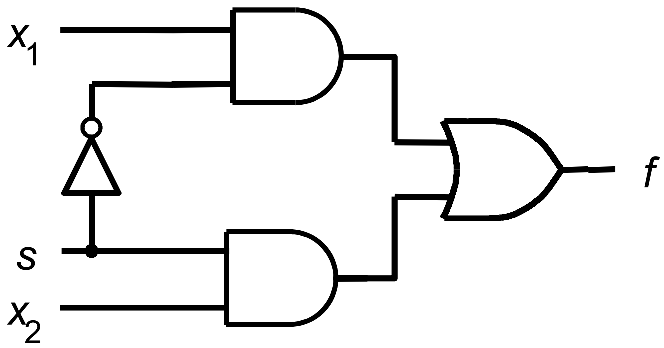
$$f = s'x1 + s\ x2$$

$$f = s'x1x2' + s'x1x2 + s\ x1'\ x2 + s\ x1\ x2$$
$$f = s'x1(x2' + x2) + s\ x2\ (x1' + x1)$$
$$f = s'x1 + s\ x2$$

# MULTIPLEXADOR 2:1

| $s\ x_1\ x_2$ | $f(s, x_1, x_2)$ |
|---|---|
| 0 0 0 | 0 |
| 0 0 1 | 0 |
| 0 1 0 | 1 |
| 0 1 1 | 1 |
| 1 0 0 | 0 |
| 1 0 1 | 1 |
| 1 1 0 | 0 |
| 1 1 1 | 1 |

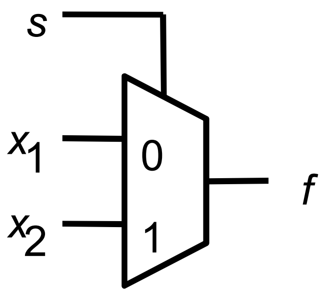
(a)Tabela Verdade




(b) Circuito

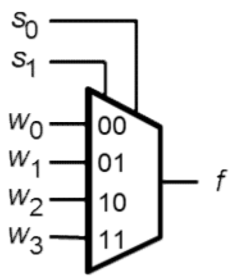
| $s$ | $f(s, x_1, x_2)$ |
|---|---|
| 0 | $x_1$ |
| 1 | $x_2$ |

(d) Representação compacta da tabela verdade




(c) Símbolo Gráfico

# EXEMPLO - MUX 4:1

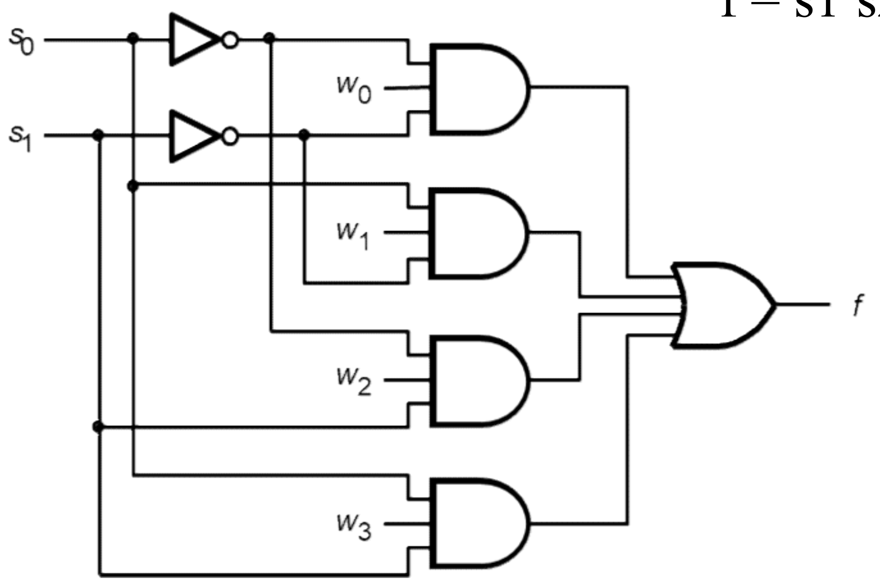



(a) Símbolo Gráfico

| $s_1$ | $s_0$ | $f$ |
|---|---|---|
| 0 | 0 | $w_0$ |
| 0 | 1 | $w_1$ |
| 1 | 0 | $w_2$ |
| 1 | 1 | $w_3$ |

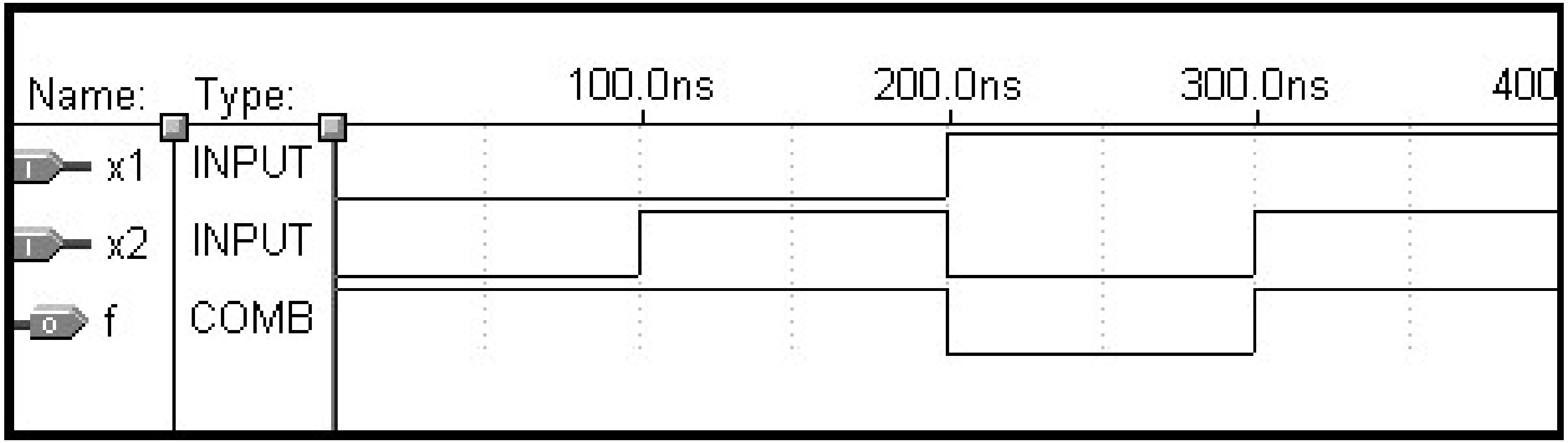
(b) Tabela Verdade

f = s1’s2’w0 + s1’s2w1+s1s’2w2+ s1s2w3



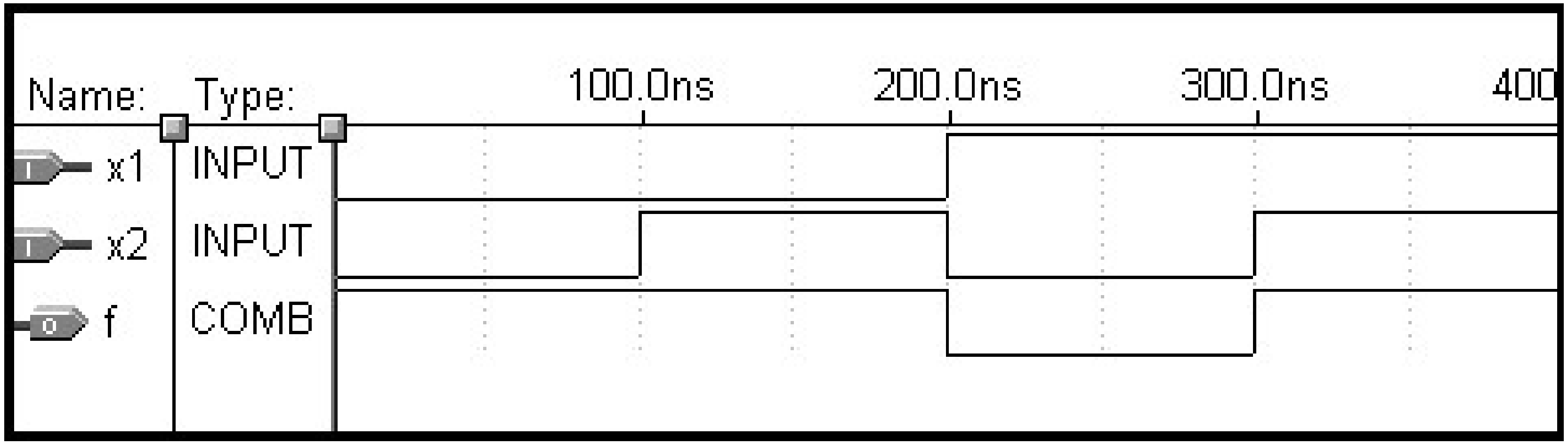
# Ferramentas de Auxílio ao Projeto de Circutos – Editor de Forma de Ondas

EXEMPLO 4




Escreva a função f(x1,x2)

# Ferramentas de Auxílio ao Projeto de Circutos – Editor de Forma de Ondas




SOP: $f = x1'x2' + x1'x2 + x1\,x2$

Simplifique

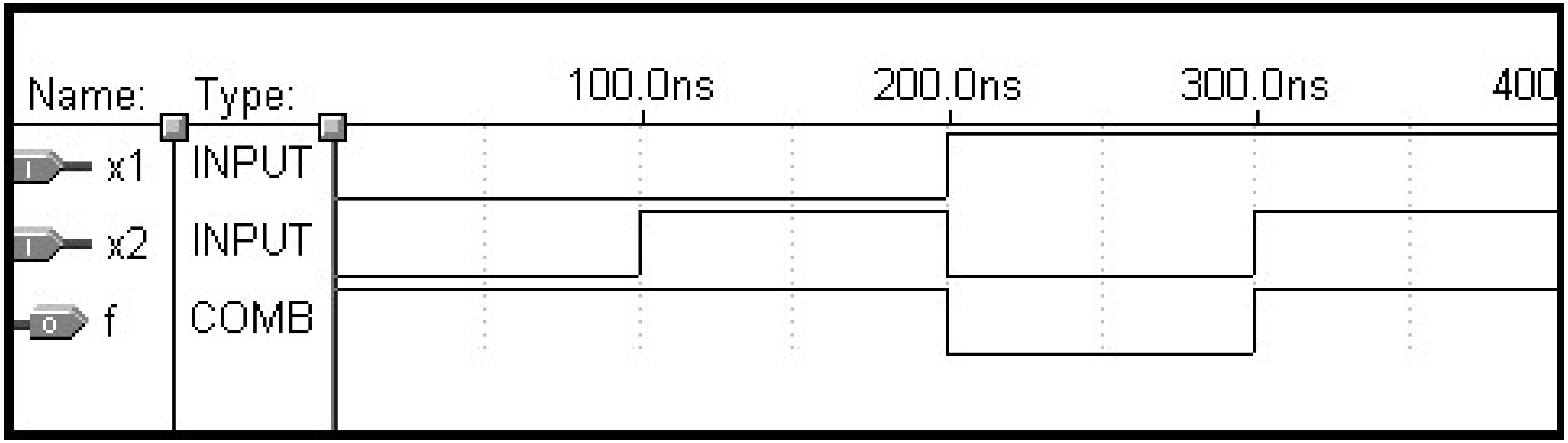
$f = x1'\,(x2' + x2) + x2\,(x1' + x1)$

$f = x'1 + x2$

POS: $f = x'1 + x2$

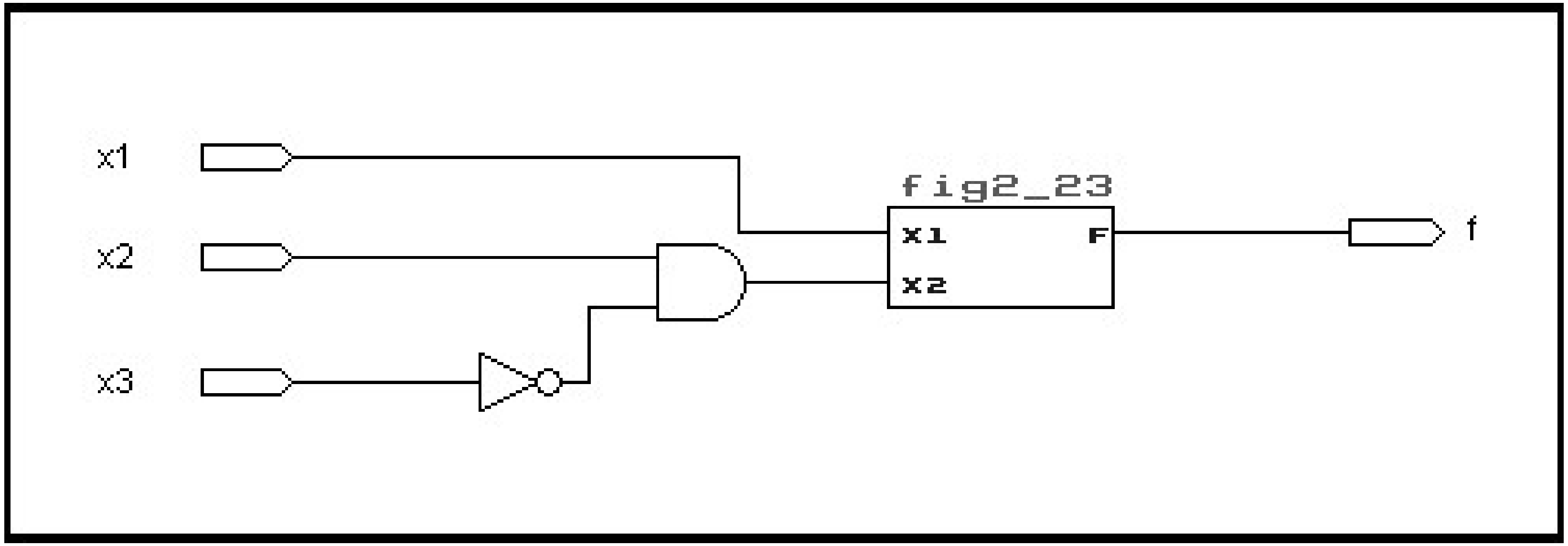
| x1 | x2 | f |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |

# Ferramentas de Auxílio ao Projeto de Circutos – Editor de Forma de Ondas



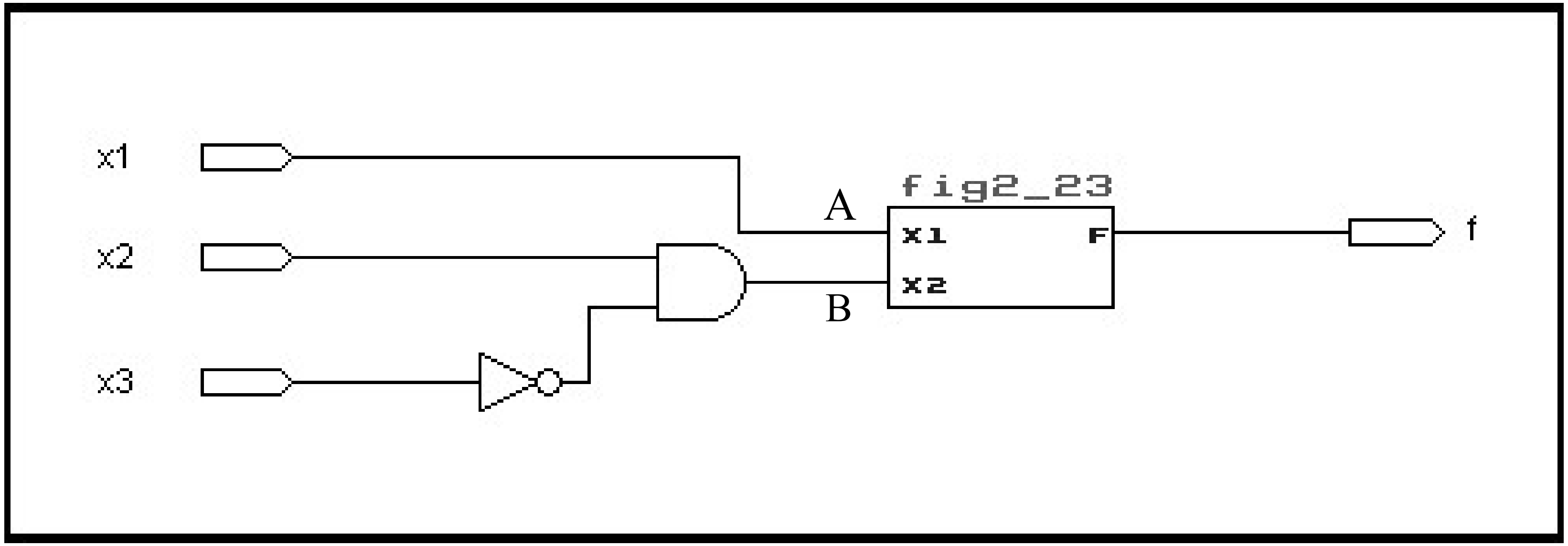

$$f(x1,x2) = x1'x2' + x1'x2 + x1\ x2$$
$$f(x1,x2) = x1'(x2' + x2) + x1\ x2$$
$$f(x1,x2) = x1' + x1\ x2 = (x1' + x1) \;.\; (x1' + x2)$$
$$f(x1,x2) = x1' + x2$$

## Ferramentas de Auxílio ao Projeto de Circutos – Captura Esquemática




Escreva a função f(x1,x2,x3), sabendo-se que o retângulo é a função anterior (x1'+ x2 )

# Ferramentas de Auxílio ao Projeto de Circutos – Captura Esquemática




$f = A' + B$

$A = x1$

$B = x2 \,.\, x3'$

$f = x1' + x2 \,.\, x3'$

# VHDL - Very High Speed Integrated Circuit Hardware Description Language - Introdução

- Linguagem para descrição de hardware
  - Representação dos sinais digitais → BIT (0 ou 1)
  - Código VHDL
    - Declaração dos sinais de entrada e saída do circuito → ENTITY / PORT /IN / OUT
    - Exemplo

**entity** *nome* **is**

**port** *(entrada1:***in** TYPE*;*

*saida1:***out** TYPE*);*

**end** *nome;*

# VHDL - Very High Speed Integrated Circuit Hardware Description Language - Introdução

- Código VHDL - continuação
  - Descrição da funcionabilidade → ARCHITECTURE
  - Funções → AND, OR, NOT, NAND, NOR, XOR, XNOR
  - Exemplo

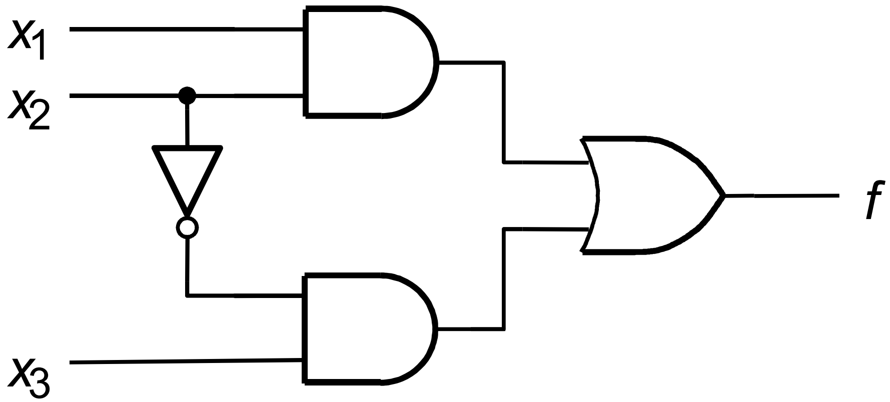
**architecture** *nome_da_entidade* **is**

**begin**

    f <= entrada1 **AND** entrada2 **;**

**end** *nome_da_entidade;*

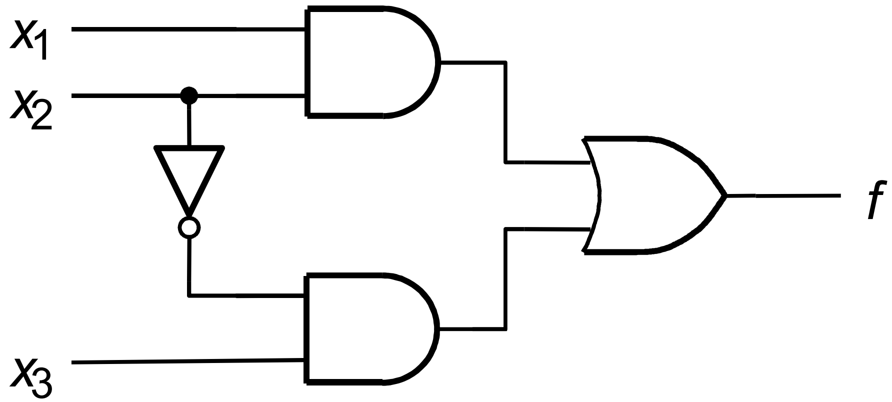
# Código VHDL de uma função simples




?

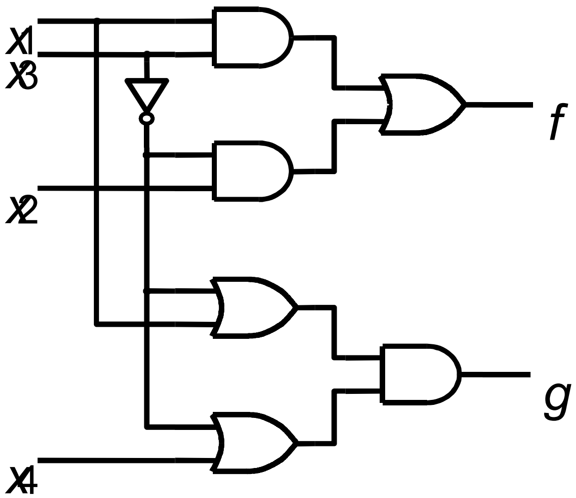
```
entity nome is
        port (entradas:in BIT;
         saidas:out BIT);
end nome;
architecture nome_da_arquitetura of nome is
begin
        ................;
end nome_da_arquitetura;
```

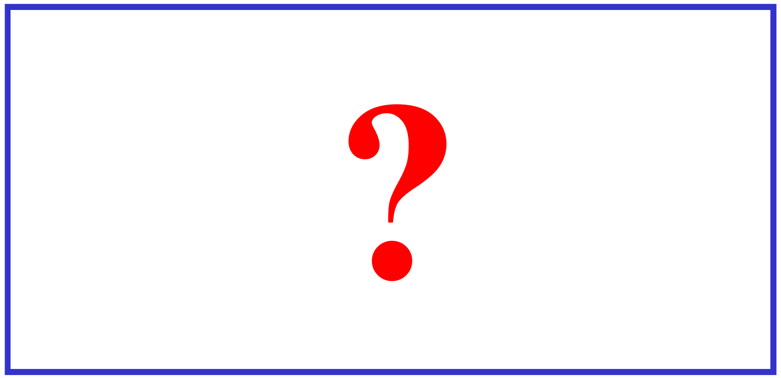
# Código VHDL de uma função simples



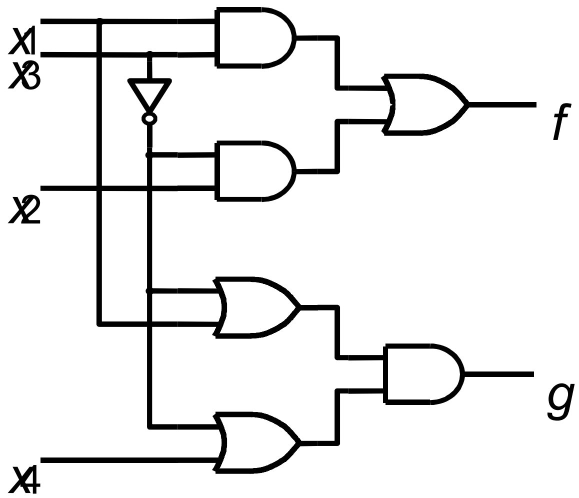

```
ENTITY example1 IS
      PORT ( x1, x2, x3  : IN     BIT ;
                  f             : OUT  BIT ) ;
END example1 ;

ARCHITECTURE LogicFunc OF example1 IS
BEGIN
      f <= (x1 AND x2) OR (NOT x2 AND x3) ;
END LogicFunc ;
```

# Circuit de uma função de quatro entradas - VHDL



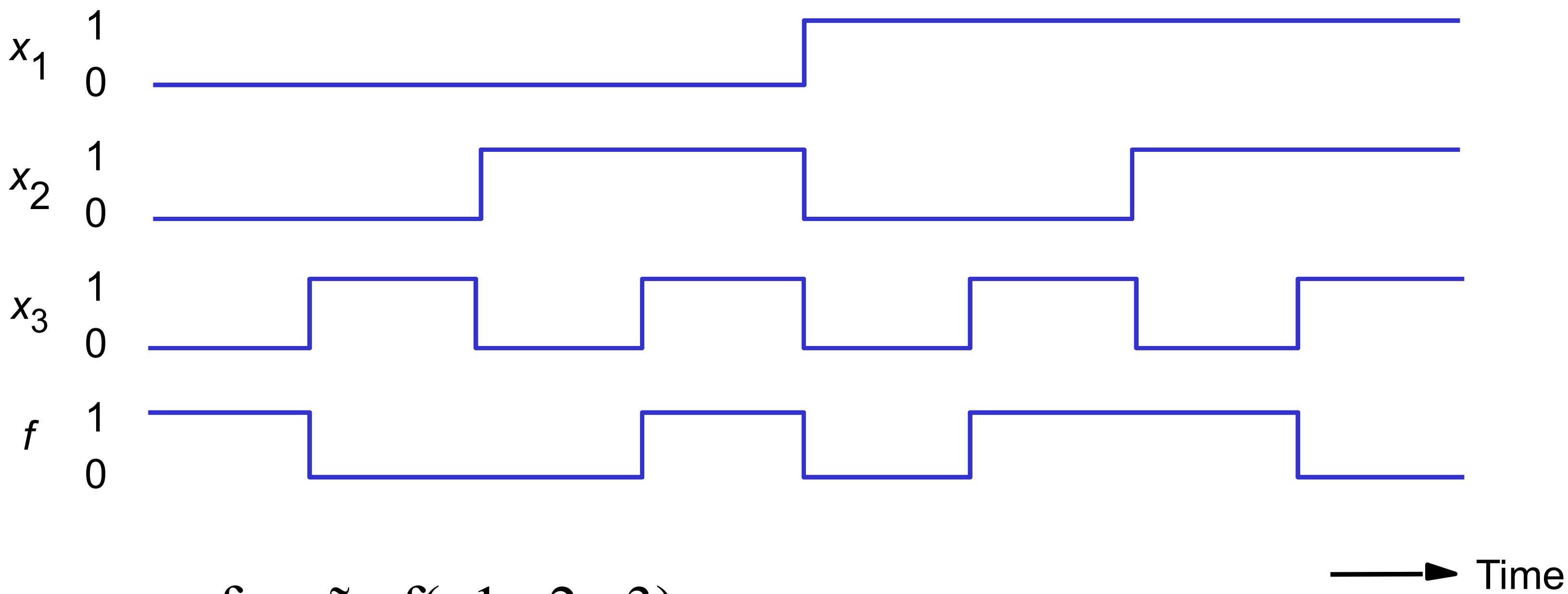



# Código VHDL de uma função de quatro entradas



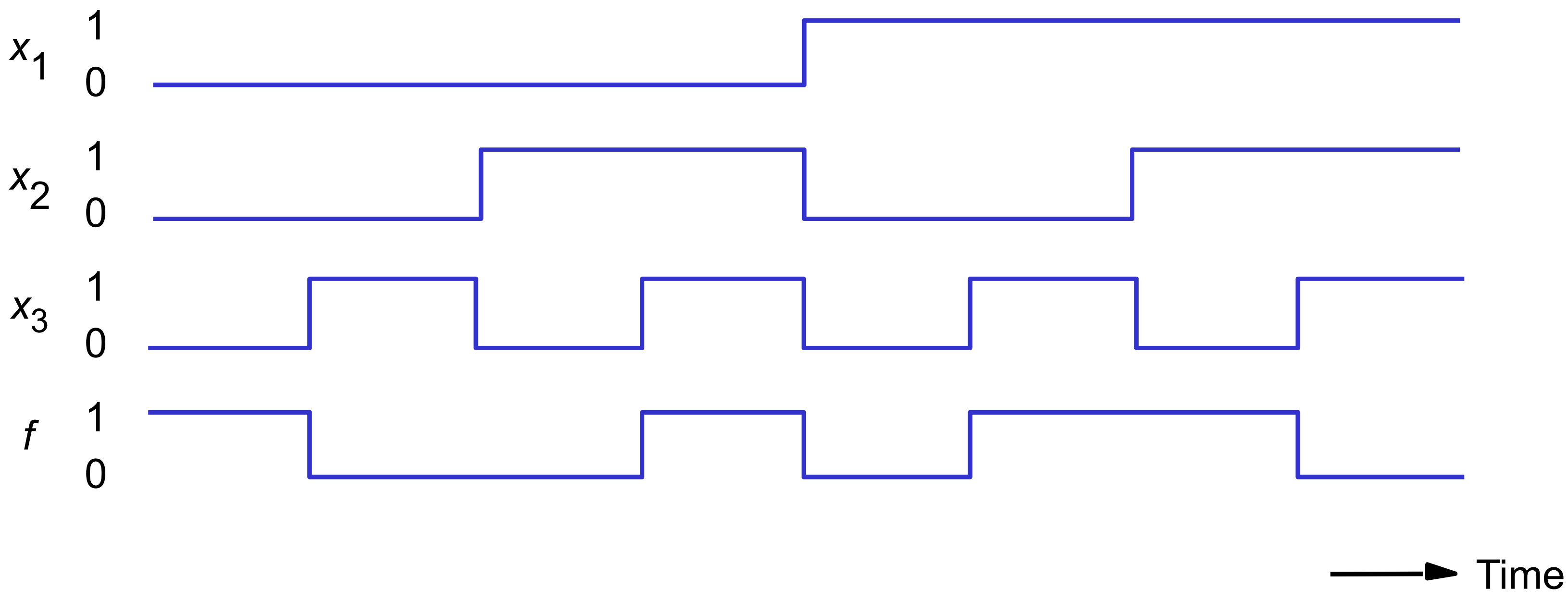

```
ENTITY example2 IS
    PORT ( x1, x2, x3, x4  : IN    BIT ;
           f, g            : OUT   BIT ) ;
END example2 ;

ARCHITECTURE LogicFunc OF example2 IS
BEGIN
    f <= (x1 AND x3) OR (NOT x3 AND x2) ;
    g <= (NOT x3 OR x1) AND (NOT x3 OR x4) ;
END LogicFunc ;
```

# Diagrama de tempo que representa uma função lógica



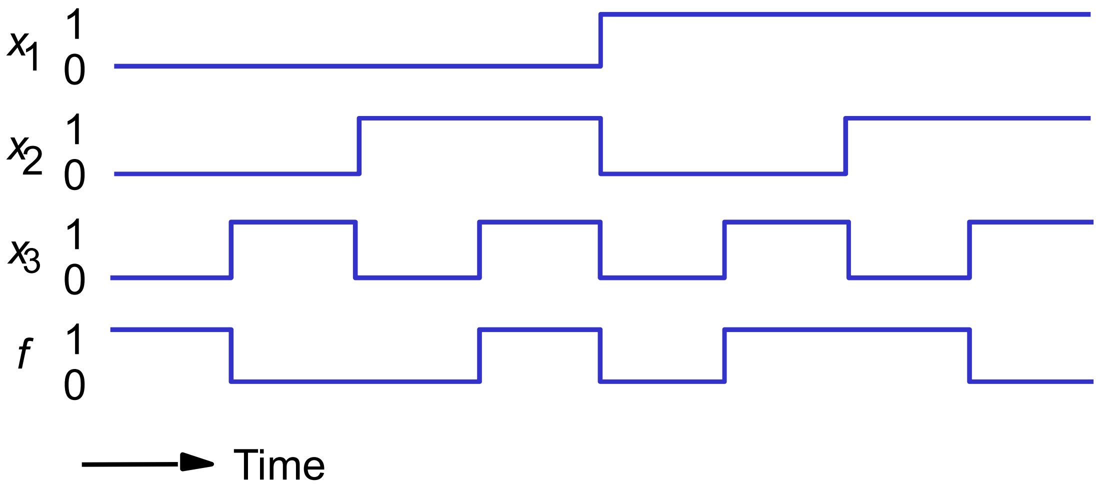

Escreva a função f(x1,x2,x3)

# Diagrama de tempo que representa uma função lógica




$$f = x1'\,x2'\,x3' + x1'\,x2\,x3 + x1\,x2'x3 + x1\,x2\,x3'$$

# Diagrama de tempo que representa uma função lógica




| x1 | x2 | x3 | f |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 0 |

f = x1’ x2’ x3’ + x1’ x2 x3 + x1 x2’x3 + x1 x2 x3’

f = x3’ (x1’x2’ + x1 x2) + x3 (x1’x2 + x1 x2’)

f = x3’ (x1 XNOR x2) + x3 ( x1 XOR x2)

f = x3’ a’ + x3 a = x3 XNOR a

f = x3 XNOR x1 XOR x2

Verifique se I e II são funções equivalentes

$I = xy + yz + x'z$

$II = xy + x'z$

Verifique se I e II são funções equivalentes

$I = xy + x'zxy + yz + x'z$

$I = xyz' + xyz + xyz + x'yz + x'yz + x'y'z$

$I = xyz' + xyz + x'yz + x'y'z$

$I = xy\,(z + z') + x'z\,(y + y') = xy + x'z = II$

$f = x1x3 + x1x2' + x1'x2x3 + x1'x2'x3'$

$f = x3( x1 + x1'x2) + x2' ( x1 + x1'x3')$

$F = x3 ( x1 +x2) + x2' (x1 + x3')$

$F = x1x3 + x2x3 + x1 x2' + x2'x3'$

$F = x1x2x3 + x1 x2'x3 + x1x2'x3 + x1x2'x3' + x1'x2x3 +$
$x1'x2'x3'$

$F = x1x2x3 + x1x2'x3 + x1'x2x3 + x1'x2'x3'$

$F = x1x3 (x2+x2') + x2x3 (x1 \_x1') + x1'x2'x3'$

$F = x1x3 + x2x3 + x1'x2'x3'$

| | | | | B'  OR ( A' AND C') OR (A' AND D') | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **A** | **B** | **C** | **D** | **O** | | |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | | |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | | |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | | |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | | |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | | |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | | |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | | |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | | (A+B'+C'+D') |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | | |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | | |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | | |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | | |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | | (A'+B'+C+D) |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | | (A'+B'+C+D') |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | | (A'+B'+C'+D) |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | | (A'+B'+C'+D') |

f = Π M (7,12,13,14,15) =

= (A+B’+C’+D’).(A’+B’+C+D).(A’+B’+C+D’).(A’+B’+C’+D).(A’+B’+C’+D’) =

= (A+B’+C’+D’).(A’+B’+C’+D’).(A’+B’+C+D).(A’+B’+C+D’).(A’+B’+C’+D).

.(A’+B’+C’+D’) =

=(B’+C’+D’). (A’+B’+C) (A’+B’+C’) = (B’+C’+D’).(A’+B’)

$$F = x'y' + x'z' = x'(y'+z')$$