

Tes Akhir EL 5000 Kelas 01 Sem. 1 2024/2025
Kamis, 10 Oktober 2024, pukul 14:00-16:00

1. (Poin 20)

PMF gabungan peubah acak X dan Y diberikan pada tabel berikut

$P_{X,Y}(x,y)$	$Y = 0$	$Y = 1$	$Y = 2$
$X = 0$	0.08	0.08	0.04
$X = 1$	0.07	0.07	0.16
$X = 2$	0.15	0.15	0.20

- (a) Hitung dan gambarkan PMF marginal X atau $P_X(x)$
- (b) Hitung dan gambarkan CDF marginal X atau $F_X(x)$
- (c) Hitung probabilitas bersyarat $P[X = 1|Y = 2]$

2. (Poin 30)

Di berikan 2 peubah acak X and Y , dimana peubah acak X terdistribusi eksponensial $f_X(x) = e^{-x}, x \geq 0$ dan peubah acak Y terdistribusi uniform $(0, 2)$. Peubah acak $W = X + Y$, MGF dari peubah acak eksponensial $X(\lambda)$ dan uniform $Y(a, b)$, masing-masing adalah

$$\phi_X(s) = \frac{\lambda}{\lambda - s}$$

dan

$$\phi_Y(s) = \frac{e^{bs} - e^{as}}{s(b - a)}$$

- (a) Hitung PDF gabungan X dan Y atau $f_{X,Y}(x,y)$
- (b) Hitung MGF dari W
- (c) Hitung PDF dari W , $f_W(w)$
- (d) Hitung ekspektansi bersyarat $E[Y|X]$
- (e) Jelaskan apakah X dan Y uncorrelated.

3. (Poin 25)

Petenis Badu dan petenis Reno sudah sering berhadapan, dimana statistik menunjukkan peluang kemenangan Badu adalah $P[B] = 0.6$, sementara peluang kemenangan Reno adalah $P[R] = 0.4$.

- (a) Gunakan teorema central limit untuk menghitung probabilitas setidaknya Badu menang 16 kali selama 50 kali pertemuannya dengan *Reno*.

- (b) Gunakan teorema central limit untuk menghitung probabilitas Badu menang antara 15 dan 31 kali selama 50 kali pertemuannya dengan Reno.

4. (Poin 25)

Suatu rantai Markov dengan state $\{1, 2, 3\}$ memiliki matriks transisi

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 0.25 & 0.5 & 0.25 \\ 0.25 & 0.25 & 0.5 \\ 0.5 & 0.25 & 0.25 \end{bmatrix}$$

dengan probabilitas state pada kondisi awal

$$\mathbf{x}^{(0)} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

- (a) Gambarkan diagram rantai Markov
- (b) Hitung probabilitas state setelah 1 kali transisi atau $\mathbf{x}^{(1)}$
- (c) Hitung probabilitas state pada kondisi steady state $\mathbf{x}^{(n)}$ saat $n \rightarrow \infty$ atau \mathbf{p}