

LISTA ZADAŃ 3
Macierze

1. Wykonać podane działania:

a)
$$\begin{bmatrix} -3 & 8 & 5 & 0 \\ 10 & -2 & -6 & 1 \\ 4 & 8 & 12 & -3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & -3 & 0 & -7 \\ 8 & 5 & -3 & 11 \\ -6 & -1 & 9 & 2 \end{bmatrix};$$

b)
$$\begin{bmatrix} -3 & 6 & 1 \\ 0 & -2 & 8 \\ 13 & -9 & -5 \\ 4 & -15 & 8 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -5 & 4 & 8 \\ 0 & -6 & -3 \\ 1 & 4 & 17 \\ -6 & 0 & -9 \end{bmatrix};$$

c)
$$\begin{bmatrix} 3 & -4 & 5 \\ 2 & -3 & 1 \\ 3 & -5 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 2 & -4 \\ 0 & -3 \end{bmatrix};$$

d)
$$\begin{bmatrix} 1 & 5 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & -3 & 5 \\ -1 & 4 & -2 \\ 3 & -1 & 1 \end{bmatrix};$$

e)
$$\begin{bmatrix} 3 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 2 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & -2 \\ 2 & 2 & -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2 & 0 & -3 \\ 0 & 6 & -3 \\ 5 & -2 & 8 \end{bmatrix};$$

f)
$$\begin{bmatrix} 3 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 3 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & 2 \\ 2 & -1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -4 & 6 & 1 \\ 2 & 2 & -5 & -2 \\ 2 & -2 & 6 & 4 \\ 1 & 3 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

2. Obliczyć:

a)
$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & -3 \\ 3 & -2 & -1 \end{bmatrix}^2; \quad \text{b) } \begin{bmatrix} 4 & 1 & -3 & -1 \\ 1 & -2 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & 3 \end{bmatrix}^2.$$

3. Dla wielomianu $f(X)$ i macierzy A obliczyć wartość $f(A)$:

a)
$$f(X) = X^3 + 4X^2 - 1, \quad A = \begin{bmatrix} -3 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -2 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix};$$

b)
$$f(X) = X^3 - 3X + 5, \quad A = \begin{bmatrix} -3 & 0 & -1 \\ 0 & -2 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

4. Dla danej macierzy A wyznaczyć A^T oraz stosując operacje elementarne na wierszach macierzy A wyznaczyć $\text{rank} A$:

$$\text{a) } \begin{bmatrix} 8 & 2 & 2 & -1 & 1 \\ 1 & 7 & 4 & -2 & 5 \\ -2 & 4 & 2 & -1 & 3 \end{bmatrix}; \quad \text{b) } \begin{bmatrix} 1 & -3 & 2 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & -1 & 3 & 1 \\ 4 & -5 & 3 & 5 & 6 \end{bmatrix};$$

$$\text{c) } \begin{bmatrix} 1 & 7 & 7 & 9 \\ 7 & 5 & 1 & -1 \\ 4 & 2 & -1 & -3 \\ -1 & 1 & 3 & 5 \end{bmatrix}; \quad \text{d) } \begin{bmatrix} 8 & -4 & 5 & 5 & 9 \\ 1 & -3 & -5 & 0 & -7 \\ 7 & -5 & 1 & 4 & 1 \\ 3 & -1 & 3 & 2 & 5 \end{bmatrix};$$

$$\text{e) } \begin{bmatrix} -1 & 3 & 5 & -7 & 2 \\ 3 & 2 & -2 & 1 & 0 \\ 1 & 8 & 8 & -13 & 4 \\ -2 & 6 & -10 & -14 & 4 \end{bmatrix}; \quad \text{f) } \begin{bmatrix} -2 & 1 & -3 & 2 & 4 & -1 \\ 1 & 5 & -7 & 5 & 6 & -5 \\ 5 & 3 & -1 & 1 & -2 & -3 \\ 3 & -2 & 4 & -2 & 1 & 5 \end{bmatrix}.$$

5. Dla danej macierzy A wyznaczyć $\det A$ oraz, jeżeli to możliwe, A^{-1} :

$$\text{a) } \begin{bmatrix} 2 & -4 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}; \quad \text{b) } \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 2 & -5 \end{bmatrix}; \quad \text{c) } \begin{bmatrix} -1 & 4 & 0 \\ 2 & 1 & -3 \\ 6 & -2 & -4 \end{bmatrix};$$

$$\text{d) } \begin{bmatrix} 2 & 5 & 7 \\ -1 & 3 & 4 \\ 5 & -2 & -3 \end{bmatrix}; \quad \text{e) } \begin{bmatrix} 3 & -4 & 6 \\ 2 & -3 & 1 \\ 3 & -5 & -1 \end{bmatrix}; \quad \text{f) } \begin{bmatrix} 2 & 7 & 3 \\ 3 & 9 & 4 \\ 1 & 5 & 3 \end{bmatrix};$$

$$\text{g) } \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -2 & -2 \end{bmatrix}; \quad \text{h) } \begin{bmatrix} 1 & 2 & 6 & -1 \\ -3 & 2 & -5 & 0 \\ 1 & -2 & -5 & 4 \\ -2 & 1 & -4 & 1 \end{bmatrix}; \quad \text{i) } \begin{bmatrix} -1 & 4 & 3 & -2 \\ 2 & 3 & -3 & -1 \\ 7 & -4 & -5 & -3 \\ 1 & 2 & -4 & 1 \end{bmatrix}.$$

Dokument ten stanowi utwór podlegający ochronie na mocy prawa autorskiego. Utwór ten w całości ani we fragmentach nie może być powielany ani rozpowszechniany za pomocą urządzeń elektronicznych, mechanicznych, kopiujących, nagrywających i innych. Ponadto, utwór ten nie może być umieszczany ani rozpowszechniany w postaci cyfrowej zarówno w Internecie, jak i w sieciach lokalnych, bez pisemnej zgody posiadacza praw autorskich.