

LISTA ZADAŃ 1**Liczby zespolone**

1. Wyznaczyć część rzeczywistą, część urojoną, sprzężenie oraz moduł liczby zespolonej z :

a) $2 + 5i$; b) $12 - 5i$; c) $-4\sqrt{2} + 8i$; d) $3i - \sqrt{3}$;

e) $\sqrt{7} - \sqrt{3}i$; f) $4i - 6$; g) $1 - i$; h) $9i - 9$.

2. Obliczyć:

a) $(3 - 7i) + (6 - 2i)$; b) $(4 + 3i) - (8 - 10i)$;

c) $(\sqrt{7} - \sqrt{3}i)(\sqrt{7} + \sqrt{3}i)$; d) $(3 - 5i)(\sqrt{2}i - 1)$;

e) $|2\sqrt{3} - 2i|$; f) $|i\operatorname{Re}(6 + 7i) - \operatorname{Im}(2 - i)|$;

g) $\frac{4-i}{4-\sqrt{3}i}$; h) $\frac{(5-2i)-(3+4i)}{4-3i+1+3i}$;

i) $\frac{\overline{3-2i}}{(1-i)(3-2i)}$; j) $\frac{\operatorname{Im}(5+2i)+i\operatorname{Re}(6i-8)}{(3-2i)-(4+2i)}$.

3. Znaleźć liczby rzeczywiste x i y spełniające równanie:

a) $(2 + i)x + (1 + 2i)y = 1 - 4i$; b) $(3 + 2i)x + (1 + 3i)y = 4 - 9i$;

c) $(2 + yi)(x - 3i) = 7 - i$; d) $\frac{x+yi}{x-yi} = \frac{9-2i}{9+2i}$.

4. Zaznaczyć na płaszczyźnie zbiór punktów odpowiadający liczbom zespolonym z spełniającym warunki:

a) $|z| = 1$; b) $|z - 1 - i| < 1$; c) $-1 < \operatorname{Re} iz < 0$;

d) $|\operatorname{Re} z + \operatorname{Im} z| < 1$; e) $|z - 2| = \operatorname{Re} z + 2$; f) $\frac{4}{z} = \bar{z}$.

5. Przedstawić w postaci trygonometrycznej liczby:

a) 3 ; b) $-6i$; c) $-1 - \sqrt{3}i$; d) $1 + \frac{\sqrt{3}}{3}i$;

e) $\sqrt{2} - \sqrt{2}i$; f) $-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$ g) $-2\sqrt{3} + 2i$; h) $\sqrt{3}i - 1$.

6. Obliczyć wartości wyrażeń:

a) $(1 - i)^{12}$; b) $(1 + \sqrt{3}i)^8$; c) $(-3\sqrt{3} - 3i)^{30}$; d) $(8i - 8)^{16}$;

e) $(1 + i)^{1000}$; f) $(-\sqrt{3} + i)^{30}$; g) $(2\sqrt{3} - 2i)^{60}$; h) $(\sqrt{5}i - \sqrt{5})^{44}$.

7. Obliczyć:

a) $\sqrt[6]{i}$; b) $\sqrt[3]{1}$; c) $\sqrt[3]{1-i}$; d) $\sqrt[3]{2+2i}$;

e) $\sqrt[4]{-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i}$; f) $\sqrt[4]{-\frac{18}{1+\sqrt{3}i}}$; g) $\sqrt[4]{-8 - 8\sqrt{3}i}$; h) $\sqrt[3]{-9i}$.

Dokument ten stanowi utwór podlegający ochronie na mocy prawa autorskiego. Utwór ten w całości ani we fragmentach nie może być powielany ani rozpowszechniany za pomocą urządzeń elektronicznych, mechanicznych, kopiujących, nagrywających i innych. Ponadto, utwór ten nie może być umieszczany ani rozpowszechniany w postaci cyfrowej zarówno w Internecie, jak i w sieciach lokalnych, bez pisemnej zgody posiadacza praw autorskich.