Exercício 6 - Projeto Computacional PE 2022

Diogo Gaspar, 99207

Consideremos como premissas que foram fixadas uma semente em 1896, três tamanhos de amostras (respetivamente 4, 27, e 70) e um intervalo contínuo [4,8]. O objetivo deste exercício passa por gerar 500 amostras com distribuição uniforme contínua para cada tamanho supra-mencionado. De seguida, calcular a média de cada uma das amostras (obtendo, assim, os valores da distribuição da média associada às amostras de cada tamanho), e ilustrar, através de um histograma de densidade, a relação entre os valores obtidos para a distribuição das médias e a distribuição normal das mesmas, considerando valor esperado E(X) e a variância Var(X)/n.

$$E(X)=\frac{(4+8)}{2}$$

$$\forall_{n\in\{4,27,70\}},\quad \sigma^2=\frac{Var(X)}{n}\leftrightarrow\sigma=\sqrt{Var(X)/n}=\sqrt{\frac{(8-4)^2}{12n}}$$

Para tal, recorreu-se ao seguinte trecho de código R (utilizando as bibliotecas ggplot2, gridExtra e purrr):

```
set.seed(1896)
1
2
     n_{values} \leftarrow c(4, 27, 70)
3
     sample_amount <- 500</pre>
4
     a < -4
     b <- 8
5
     expected_value <- (b + a) / 2
6
7
8
     calc_sd <- function(n) {</pre>
9
       return (sqrt(((b - a)**2) / (n * 12)))
10
11
     calc_means <- function(n) {</pre>
                                                                                       Distribuição da média, n = 70
12
       means <- c()
13
       for (i in 1:sample_amount) {
          means <- c(means, mean(runif(n, 4, 8)))</pre>
14
15
       }
16
       return (means)
     }
17
18
19
     calc_plot <- function(n) {</pre>
       means <- calc_means(n)</pre>
20
21
       df <- data.frame(means)</pre>
                                                                                                    5.6 b.u Distribuição da média, n = 27
22
       ggplot(df, aes(x = means)) +
23
          geom_histogram(aes(y=..density..), color="white", fill="orange", bins=40) +
24
          stat_function(fun=dnorm, args=list(mean=expected_value, sd=calc_sd(n))) +
25
          theme_bw() +
26
          labs(x = paste("Distribuição da média, n =", n), y = "Densidade") +
27
          scale_y_continuous(breaks = seq(0, 5, .2))
28
29
30
     plots <- map(n_values, calc_plot)</pre>
31
     grid.arrange(grobs = plots, layout_matrix = matrix(c(3,1,3,2), nrow = 2))
```

Note-se, tal como esperado, que o pico da distribuição normal encontra-se, em todos os histogramas, no valor 6, decaindo suavemente para os lados. Mais, o tamanho da amostra aparenta ser inversamente proporcional ao desvio padrão.