

제 3 교 시

2019학년도 사관학교 1차 선발시험 문제지

수 학 영 역

나 형

성명		수험번호							
----	--	------	--	--	--	--	--	--	--

- 자신이 선택한 유형(가형/나형)의 문제지인지 확인하십시오.
- 먼저 문제지의 해당란에 성명과 수험번호를 기입하십시오.
- 답안지의 해당란에 성명과 수험번호를 정확하게 표기하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오.
- 주관식 답의 숫자는 자리에 맞추어 표기하며, '0'이 포함된 경우에는 '0'을 OMR 답안지에 반드시 표기하십시오.

※ 시험 시작 전까지 표지를 넘기지 마시오.

1. 함수 $f(x) = (x^2 + 2x)(2x + 1)$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값은? [2점]

① 14

② 15

③ 16

④ 17

⑤ 18

2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{an^2 + 2}{3n(2n - 1) - n^2} = 3$ 을 만족시키는 상수 a 의 값은? [2점]

① 15

② 16

③ 17

④ 18

⑤ 19

3. 자연수 7을 3개의 자연수로 분할하는 방법의 수는? [2점]

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

4. 다항함수 $f(x)$ 가

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+2h)-3}{h} = 3$$

을 만족시킬 때, $f(1)+f'(1)$ 의 값은? [3점]

① $\frac{5}{2}$

② 3

③ $\frac{7}{2}$

④ 4

⑤ $\frac{9}{2}$

5. 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_2 a_4 = 2a_5, \quad a_5 = a_4 + 12a_3$$

일 때, $\log_2 a_{10}$ 의 값은? [3점]

① 15

② 16

③ 17

④ 18

⑤ 19

6. 두 사건 A, B 에 대하여

$$P(A) = \frac{1}{2}, \quad P(B) = \frac{2}{5}, \quad P(A \cup B) = \frac{4}{5}$$

일 때, $P(B|A)$ 의 값은? [3점]

① $\frac{1}{10}$

② $\frac{1}{5}$

③ $\frac{3}{10}$

④ $\frac{2}{5}$

⑤ $\frac{1}{2}$

7. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} \frac{a_n+2}{2} & (a_n \text{ 은 짝수}) \\ \frac{a_n-1}{2} & (a_n \text{ 은 홀수}) \end{cases}$$

를 만족시킨다. $a_1 = 20$ 일 때, $\sum_{k=1}^{10} a_k$ 의 값은? [3점]

① 38

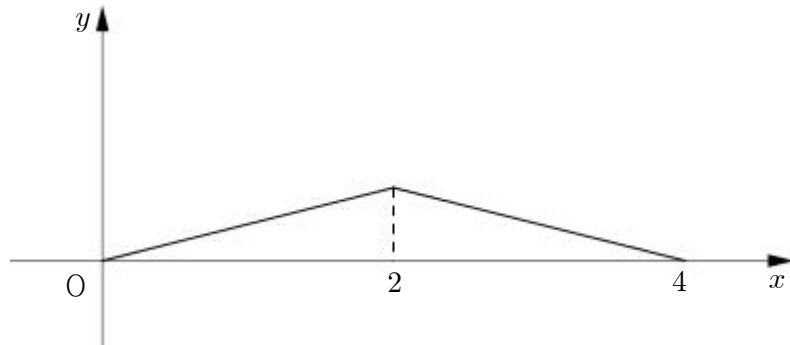
② 42

③ 46

④ 50

⑤ 54

8. 연속확률변수 X 가 갖는 값의 범위가 $0 \leq X \leq 4$ 이고, X 의 확률밀도함수의 그래프가 그림과 같을 때, $P\left(\frac{1}{2} \leq X \leq 3\right)$ 의 값은? [3점]



- ① $\frac{25}{32}$ ② $\frac{13}{16}$ ③ $\frac{27}{32}$ ④ $\frac{7}{8}$ ⑤ $\frac{29}{32}$

9. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자. $S_5 = a_1$, $S_{10} = 40$ 일 때, a_{10} 의 값은? [3점]

① 10

② 13

③ 16

④ 19

⑤ 22

10. 모평균이 85, 모표준편차가 6인 정규분포를 따르는 모집단에서 크기가 16인 표본을 임의추출하여 구한 표본평균을 \bar{X} 라 할 때,

$$P(\bar{X} \geq k) = 0.0228$$

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

을 만족시키는 상수 k 의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [3점]

① 86

② 87

③ 88

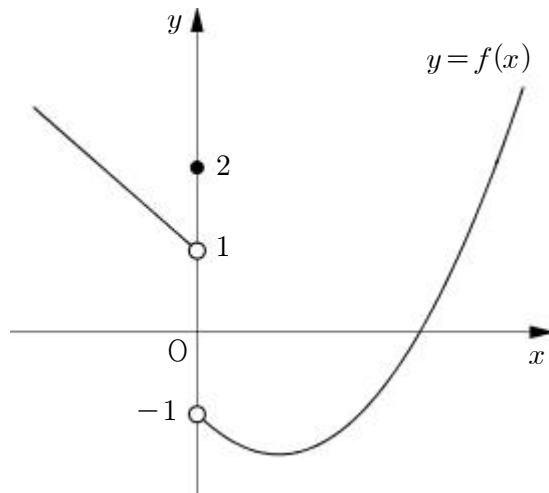
④ 89

⑤ 90

11. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $g(x)$ 에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow 0+} \frac{g(x)}{f(x)} = 1, \quad \lim_{x \rightarrow 1-} f(x-1)g(x) = 3$$

일 때, $g(2)$ 의 값은? [3점]



① 3

② 5

③ 7

④ 9

⑤ 11

12. 일차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $y = \frac{f(x)+5}{2-f(x)}$ 의 그래프의 점근선은 두 직선 $x=4$, $y=-1$ 이다.

$f(1)=5$ 일 때, $f(2)$ 의 값은? [3점]

① 4

② 6

③ 8

④ 10

⑤ 12

13. 실수 x 에 대한 두 조건

$$p: x^2 + ax - 8 > 0,$$

$$q: |x - 1| \leq b$$

가 있다. $\sim p$ 가 q 이기 위한 필요충분조건이 되도록 하는 두 상수 a, b 에 대하여 $b - a$ 의 값은?

[3점]

① -1

② 1

③ 3

④ 5

⑤ 7

14. 다항함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$f(x) = \frac{3}{4}x^2 + \left(\int_0^1 f(x) dx \right)^2$$

을 만족시킬 때, $\int_0^2 f(x) dx$ 의 값은? [4점]

① $\frac{9}{4}$

② $\frac{5}{2}$

③ $\frac{11}{4}$

④ 3

⑤ $\frac{13}{4}$

15. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ 의 두 부분집합 $A = \{3, 4\}$, $B = \{4, 5, 6\}$ 에 대하여 U 의 부분집합 X 가

$$A \cup X = X, \quad (B - A) \cap X = \{6\}$$

을 만족시킨다. $n(X) = 5$ 일 때, 모든 X 의 개수는? [4점]

① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

16. 자연수 n 에 대하여 삼차함수 $y = n(x^3 - 3x^2) + k$ 의 그래프가 x 축과 만나는 점의 개수가 3이 되도록 하는 정수 k 의 개수를 a_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{10} a_n$ 의 값은? [4점]

① 195

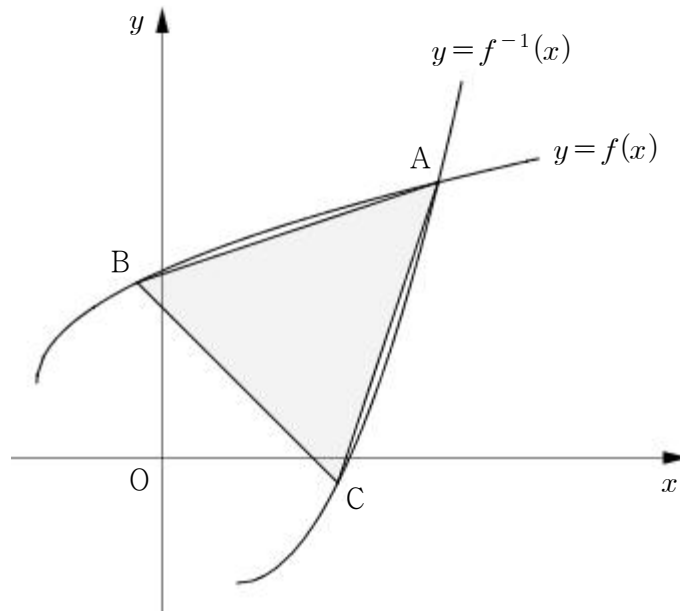
② 200

③ 205

④ 210

⑤ 215

17. 그림과 같이 두 양수 a, b 에 대하여 함수 $f(x) = a\sqrt{x+5} + b$ 의 그래프와 역함수 $f^{-1}(x)$ 의 그래프가 만나는 점을 A라 하자. 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $B(-1, 7)$ 과 곡선 $y = f^{-1}(x)$ 위의 점 C에 대하여 삼각형 ABC는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이다. 삼각형 ABC의 넓이가 64일 때, ab 의 값은? (단, 점 C의 x 좌표는 점 A의 x 좌표보다 작다.) [4점]



- ① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

18. 흰색 탁구공 3개와 주황색 탁구공 4개를 서로 다른 3개의 비어 있는 상자 A, B, C에 남김없이 넣으려고 할 때, 다음 조건을 만족시키도록 넣는 경우의 수는? (단, 탁구공을 하나도 넣지 않은 상자가 있을 수 있다.) [4점]

(가) 상자 A에는 흰색 탁구공을 1개 이상 넣는다.
 (나) 흰색 탁구공만 들어 있는 상자는 없도록 넣는다.

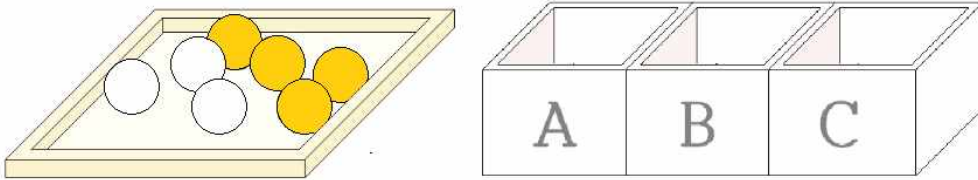
① 35

② 37

③ 39

④ 41

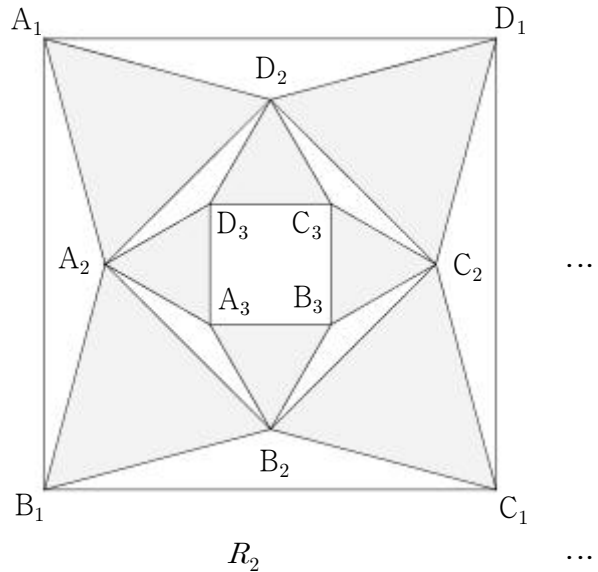
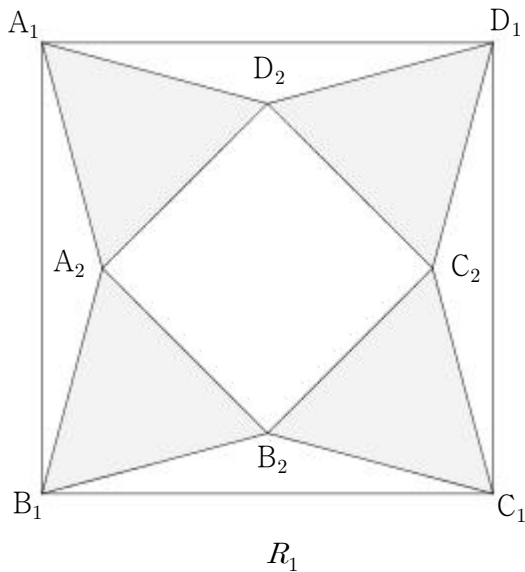
⑤ 43



19. 그림과 같이 한 변의 길이가 2인 정사각형 $A_1B_1C_1D_1$ 의 내부에 네 점 A_2, B_2, C_2, D_2 를 네 삼각형 $A_2A_1B_1, B_2B_1C_1, C_2C_1D_1, D_2D_1A_1$ 이 모두 한 내각의 크기가 150° 인 이등변삼각형이 되도록 잡는다. 네 삼각형 $A_1A_2D_2, B_1B_2A_2, C_1C_2B_2, D_1D_2C_2$ 의 내부를 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에서 정사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 의 내부에 네 점 A_3, B_3, C_3, D_3 을 네 삼각형 $A_3A_2B_2, B_3B_2C_2, C_3C_2D_2, D_3D_2A_2$ 가 모두 한 내각의 크기가 150° 인 이등변삼각형이 되도록 잡는다. 네 삼각형 $A_2A_3D_3, B_2B_3A_3, C_2C_3B_3, D_2D_3C_3$ 의 내부를 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]





① $5 - \frac{3}{2}\sqrt{3}$

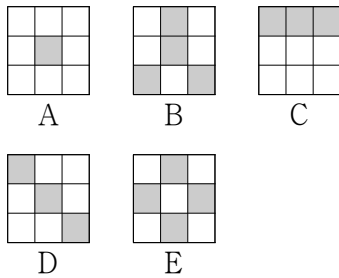
② $6 - 2\sqrt{3}$

③ $7 - \frac{5}{2}\sqrt{3}$

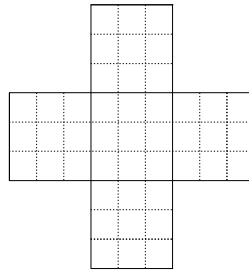
④ $8 - 3\sqrt{3}$

⑤ $9 - \frac{7}{2}\sqrt{3}$

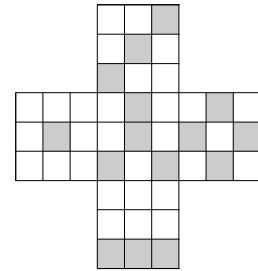
20. [그림 1]과 같이 5개의 스티커 A, B, C, D, E는 각각 흰색 또는 회색으로 칠해진 9개의 정사각형으로 이루어져 있다. 이 5개의 스티커를 모두 사용하여 [그림 2]의 45개의 정사각형으로 이루어진  모양의 판에 빈틈없이 붙여 문양을 만들려고 한다. [그림 3]은 스티커 B를  모양의 판의 중앙에 붙여 만든 문양의 한 예이다.




[그림 1]




[그림 2]



[그림 3]

다음은 5개의 스티커를 모두 사용하여 만들 수 있는 서로 다른 문양의 개수를 구하는 과정의 일부이다. (단,  모양의 판을 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.)

 모양의 판의 중앙에 붙이는 스티커에 따라 다음과 같이 3가지 경우로 나눌 수 있다.

(i) A 또는 E를 붙이는 경우

나머지 4개의 스티커를 붙일 위치를 정하는 경우의 수는 3!

이 각각에 대하여 4개의 스티커를 붙이는 경우의 수는 $1 \times 2 \times 4 \times 4$

그러므로 이 경우의 수는 $2 \times 3! \times 32$

(ii) B 또는 C를 붙이는 경우

나머지 4개의 스티커를 붙일 위치를 정하는 경우의 수는 (가)

이 각각에 대하여 4개의 스티커를 붙이는 경우의 수는 $1 \times 1 \times 2 \times 4$

그러므로 이 경우의 수는 $2 \times$ (가) $\times 8$

(iii) D를 붙이는 경우

나머지 4개의 스티커를 붙일 위치를 정하는 경우의 수는 (나)

이 각각에 대하여 4개의 스티커를 붙이는 경우의 수는 (다)

그러므로 이 경우의 수는 (나) \times (다)

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 a , b , c 라 할 때, $a+b+c$ 의 값은? [4점]

① 52

② 54

③ 56

④ 58

⑤ 60

21. 실수 k 에 대하여 함수 $f(x)$ 가

$$f(x) = x|x-k|$$

이다. 함수 $g(x) = x^2 - 3x - 4$ 에 대하여 합성함수 $y = (g \circ f)(x)$ 의 그래프가 x 축과 만나는 점의 개수를 $h(k)$ 라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

— <보 기> —

㉠. $h(2) = 2$

㉡. $h(k) = 4$ 를 만족시키는 자연수 k 의 최솟값은 6이다.

㉢. $h(k) = 3$ 을 만족시키는 모든 실수 k 의 값의 합은 2이다.

① ㉠

② ㉠, ㉡

③ ㉠, ㉢

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

22. $\sqrt{3^4\sqrt{27}} = 3^{\frac{q}{p}}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [3점]

23. $\left(3x^2 + \frac{1}{x}\right)^6$ 의 전개식에서 상수항을 구하시오. [3점]

24. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^{10} (2k+1)^2 a_k = 100, \quad \sum_{k=1}^{10} k(k+1) a_k = 23$$

일 때, $\sum_{k=1}^{10} a_k$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. 함수

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 8x + a}{x - 6} & (x \neq 6) \\ b & (x = 6) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 연속일 때, $a+b$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 상수이다.) [3점]

26. 확률변수 X 가 가지는 값이 0부터 25까지의 정수이고, $0 < p < \frac{1}{2}$ 인 실수 p 에 대하여 X 의 확률질량함수는

$$P(X=x) = {}_{25}C_x p^x (1-p)^{25-x} \quad (x=0, 1, 2, \dots, 25)$$

이다. $V(X)=4$ 일 때, $E(X^2)$ 의 값을 구하시오. [4점]

27. 곡선 $y = x^3 + x - 3$ 과 이 곡선 위의 점 $(1, -1)$ 에서의 접선으로 둘러싸인 부분의 넓이가 $\frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

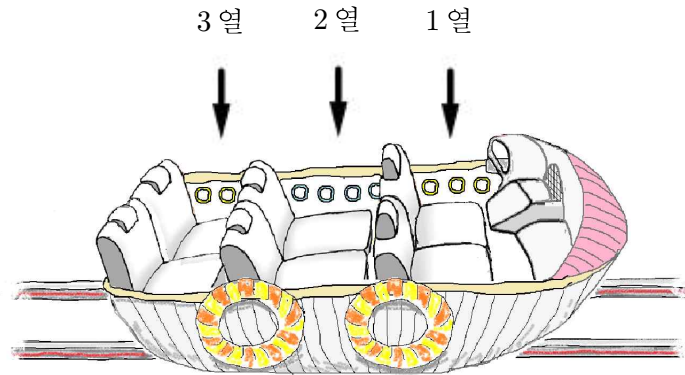
28. 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(3)$ 의 값을 구하시오. [4점]

$$(가) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{1}{x+2} \int_{-2}^x f(t) dt = 12$$

$$(나) \lim_{x \rightarrow \infty} x f\left(\frac{1}{x}\right) + \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x+1)}{x} = 1$$

29. 그림과 같이 1열, 2열, 3열에 각각 2개씩 모두 6개의 좌석이 있는 놀이기구가 있다. 이 놀이기구의 6개의 좌석에 6명의 학생 A, B, C, D, E, F가 각각 한 명씩 임의로 앉을 때, 다음 조건을 만족시키도록 앉을 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

- (가) 두 학생 A, B는 같은 열에 앉는다.
 (나) 두 학생 C, D는 서로 다른 열에 앉는다.
 (다) 학생 E는 1열에 앉지 않는다.



30. 최고차항의 계수가 1이고 $f'(0)=0$ 인 사차함수 $f(x)$ 가 있다. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $g(t)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 방정식 $f(x)=t$ 의 실근이 존재하지 않을 때, $g(t)=0$ 이다.

(나) 방정식 $f(x)=t$ 의 실근이 존재할 때, $g(t)$ 는 $f(x)=t$ 의 실근의 최댓값이다.

함수 $g(t)$ 가 $t=k$, $t=30$ 에서 불연속이고

$$\lim_{t \rightarrow k+} g(t) = -2, \quad \lim_{t \rightarrow 30+} g(t) = 1$$

일 때, 실수 k 의 값을 구하시오. (단, $k < 30$) [4점]