

수학 영역

제 2 교시

1

1. 두 다항식

$$A = x^2 + xy, \quad B = x^2 + 7xy$$

에 대하여 $A+B$ 는? [2점]

- ① $x^2 + 2xy$ ② $x^2 + 4xy$ ③ $2x^2 + 4xy$
 ④ $2x^2 + 8xy$ ⑤ $3x^2 + 2xy$

2. 등식

$$x^2 + x + a = x^2 + bx + 6$$

이 x 에 대한 항등식일 때, 두 상수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값은?

[2점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

3. 복소수 $5-i$ 의 켤레복소수가 $a+bi$ 일 때, 두 실수 a, b 의 곱 $a \times b$ 의 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$) [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

4. 두 함수 $f(x)=2x, g(x)=x^2+5$ 에 대하여 $(g \circ f)(1)$ 의 값은?

[3점]

- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

5. 세 조건 p, q, r 에 대하여 두 명제 $p \rightarrow \sim r$ 와 $q \rightarrow r$ 가 모두 참일 때, 다음 명제 중에서 항상 참인 것은? [3점]

- ① $p \rightarrow \sim q$ ② $q \rightarrow p$ ③ $\sim q \rightarrow \sim r$
 ④ $r \rightarrow p$ ⑤ $r \rightarrow q$

6. $0 \leq x \leq 3$ 에서 이차함수 $y = -x^2 + 2x + 5$ 의 최솟값은? [3점]

- ① 2 ② 1 ③ 0 ④ -1 ⑤ -2

7. x, y 에 대한 연립방정식

$$\begin{cases} 2x - y = 3 \\ x^2 - y = 2 \end{cases}$$

의 해가 $x = \alpha, y = \beta$ 일 때, $\alpha + \beta$ 의 값은? [3점]

- ① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

8. 복소수 $z = 1 + i$ 에 대하여 $\frac{1}{z^2}$ 의 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$) [3점]

- ① $-\frac{i}{4}$ ② $-\frac{i}{2}$ ③ i ④ $2i$ ⑤ $4i$

9. 좌표평면 위의 세 점 A, B, C를 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC에서 점 A의 좌표가 (1, 1), 변 BC의 중점의 좌표가 (7, 4)이다. 삼각형 ABC의 무게중심의 좌표가 (a, b)일 때, $a + b$ 의 값은? [3점]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

10. 두 실수 a, b 에 대하여 $(a+b-1)\{(a+b)^2+a+b+1\}=8$ 일 때, $(a+b)^3$ 의 값은? [3점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

11. x 에 대한 다항식 $x^4 - 4x^2 + a$ 가 $x - 1$ 로 나누어떨어질 때의 몫을 $Q(x)$ 라 하자. $Q(a)$ 의 값은? (단, a 는 상수이다.) [3점]

- ① 24 ② 25 ③ 26 ④ 27 ⑤ 28

12. 실수 x 에 대한 두 조건

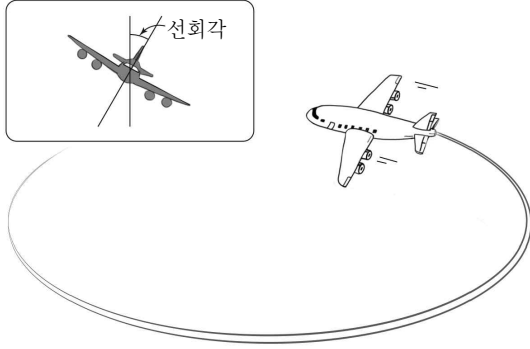
$$p: x^2 - 5x - 6 \leq 0,$$

$$q: (x - a)(x - a - 2) \leq 0$$

에 대하여 p 가 q 이기 위한 필요조건이 되도록 하는 모든 정수 a 의 개수는? [3점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

13. 항공기가 수평면에서 일정한 선회 속도와 선회각을 유지한 채 360° 회전하는 선회 비행을 할 때 생기는 원의 반지름을 선회 반경이라 한다.



항공기의 선회 속도를 V , 선회각을 θ , 선회 반경을 R 라 하면 다음과 같은 관계식이 성립한다고 한다.

$$R = \frac{V^2}{g \tan \theta}$$

(단, $0^\circ < \theta < 90^\circ$ 이고, g 는 중력 가속도이다.)

어떤 항공기가 선회 속도 V_1 , 선회각 30° 로 선회 비행할 때의 선회 반경을 R_1 이라 하고, 선회 속도 V_2 , 선회각 30° 로 선회 비행할 때의 선회 반경을 R_2 라 하자.

선회 속도 V_1 과 V_2 의 비가 2:3일 때, $\frac{R_1}{R_2}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{2}{9}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{4}{9}$ ⑤ $\frac{5}{9}$

14. x 에 대한 부등식 $|3x-1| < x+a$ 의 해가 $-1 < x < 3$ 일 때, 양수 a 의 값은? [4점]

- ① 4 ② $\frac{17}{4}$ ③ $\frac{9}{2}$ ④ $\frac{19}{4}$ ⑤ 5

15. 좌표평면에서 직선 $3x+4y+17=0$ 을 x 축의 방향으로 n 만큼
평행이동한 직선이 원 $x^2+y^2=1$ 에 접할 때, 자연수 n 의 값은?
[4점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

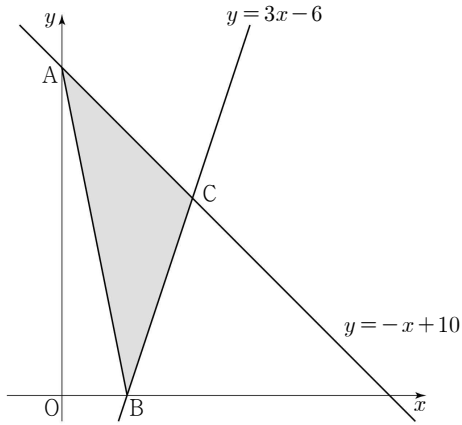
16. 2 이상의 세 자연수 p, q, r 에 대하여

$$42 \times (42-1) \times (42+6) + 5 \times 42 - 5 = p \times q \times r \text{ 일 때,}$$

$p+q+r$ 의 값은? [4점]

① 131 ② 133 ③ 135 ④ 137 ⑤ 139

17. 그림과 같이 좌표평면에서 직선 $y = -x + 10$ 과 y 축과의 교점을 A, 직선 $y = 3x - 6$ 과 x 축과의 교점을 B, 두 직선 $y = -x + 10$, $y = 3x - 6$ 의 교점을 C라 하자. x 축 위의 점 $D(a, 0)$ ($a > 2$)에 대하여 삼각형 ABD의 넓이가 삼각형 ABC의 넓이와 같도록 하는 a 의 값은? [4점]



- ① 5 ② $\frac{26}{5}$ ③ $\frac{27}{5}$ ④ $\frac{28}{5}$ ⑤ $\frac{29}{5}$

18. 최고차항의 계수가 1인 두 이차다항식 $f(x)$, $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

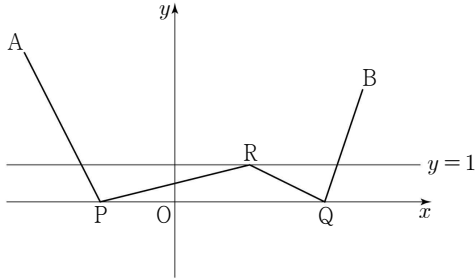
- (가) $f(x) - g(x)$ 를 $x - 2$ 로 나눈 몫과 나머지가 서로 같다.
(나) $f(x)g(x)$ 는 $x^2 - 1$ 로 나누어떨어진다.

$g(4) = 3$ 일 때, $f(2) + g(2)$ 의 값은? [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

19. 좌표평면 위에 두 점 $A(-4, 4)$, $B(5, 3)$ 이 있다.

x 축 위의 두 점 P , Q 와 직선 $y=1$ 위의 점 R 에 대하여
 $\overline{AP} + \overline{PR} + \overline{RQ} + \overline{QB}$ 의 최솟값은? [4점]



- ① 12 ② $5\sqrt{6}$ ③ $2\sqrt{39}$ ④ $9\sqrt{2}$ ⑤ $2\sqrt{42}$

20. 18 이하의 자연수 k 에 대하여 두 집합

$$A = \{x \mid x \text{는 } k \text{의 양의 약수}\}, B = \{2, 5, 6\}$$

이 있다. $n(A \cap B) = 2$ 일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

< 보 기 >

- ㄱ. $A \cap B = \{2, 5\}$ 이면 $k = 10$ 이다.
 ㄴ. $A \cap B = \{5, 6\}$ 을 만족하는 k 가 존재한다.
 ㄷ. 집합 $A - B$ 의 모든 원소의 합이 홀수가 되는
 모든 k 의 값의 합은 28이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 좌표평면에서 반지름의 길이가 r 이고

중심이 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 + \frac{7}{2}$ 의 그래프 위에 있는 원 중에서,

직선 $y = x + 7$ 에 접하는 원의 개수를 m 이라 하고

직선 $y = x$ 에 접하는 원의 개수를 n 이라 하자.

m 이 홀수일 때, $m + n + r^2$ 의 값은? (단, r 는 상수이다.) [4점]

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

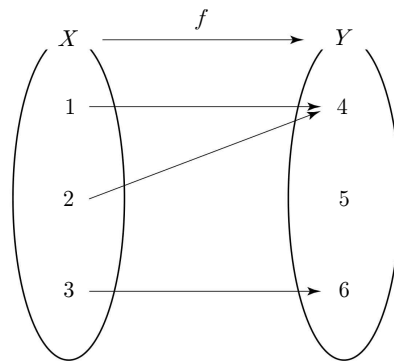
단답형

22. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4\}$ 의 부분집합 $A = \{4\}$ 에 대하여

집합 A^C 의 모든 원소의 합을 구하시오. [3점]

23. 두 집합 $X = \{1, 2, 3\}$, $Y = \{4, 5, 6\}$ 에 대하여

함수 $f: X \rightarrow Y$ 가 그림과 같을 때, 함수 f 의 치역의 모든 원소의 합을 구하시오. [3점]

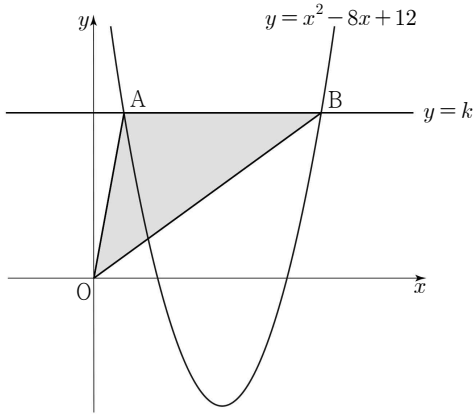


24. 좌표평면 위의 두 점 $A(-2, 0)$, $B(0, 7)$ 에 대하여
 선분 AB를 2:1로 외분하는 점의 좌표가 $(2, a)$ 일 때,
 a 의 값을 구하시오. [3점]

26. 좌표평면 위의 두 점 $A(5, 12)$, $B(a, b)$ 에 대하여
 선분 AB의 길이가 3일 때, $a^2 + b^2$ 의 최댓값을 구하시오. [4점]

25. 실수 k 에 대한 조건
 ‘모든 실수 x 에 대하여 $x^2 + 6x + k \geq 0$ 이다.’
 가 참인 명제가 되도록 하는 k 의 최솟값을 구하시오. [3점]

27. 그림과 같이 이차함수 $y = x^2 - 8x + 12$ 의 그래프와 직선 $y = k$ 가 만나는 두 점을 각각 A, B라 하자. 삼각형 AOB의 넓이가 15일 때, 양수 k 의 값을 구하시오. (단, O는 원점이다.) [4점]



28. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ 에 대하여 함수 $f: X \rightarrow X$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 함수 f 의 치역의 원소의 개수는 7이다.
 (나) $f(1) + f(2) + f(3) + f(4) + f(5) + f(6) + f(7) + f(8) = 42$
 (다) 함수 f 의 치역의 원소 중 최댓값과 최솟값의 차는 6이다.

집합 X 의 어떤 두 원소 a, b 에 대하여 $f(a) = f(b) = n$ 을 만족하는 자연수 n 의 값을 구하시오. (단, $a \neq b$) [4점]

29. 자연수 n 에 대하여 이차함수 $y = 2x^2$ 의 그래프와 직선 $y = nx$ 의 교점 중 원점이 아닌 점을 A, 이차함수 $y = 2x^2$ 의 그래프와 직선 $y = (n+2)x$ 의 교점 중 원점이 아닌 점을 B라 하자.
다음은 삼각형 OAB의 넓이를 $S(n)$ 이라 할 때, $S(n) > 100$ 을 만족시키는 n 의 최솟값을 구하는 과정이다.
(단, O는 원점이다.)

이차함수 $y = 2x^2$ 의 그래프와 직선 $y = nx$ 의 교점 A의 x 좌표를 구하면 $2x^2 = nx (x \neq 0)$ 에서 $x = \frac{n}{2}$
점 A를 지나고 x 축에 수직인 직선이 직선 $y = (n+2)x$ 와 만나는 점을 A'이라 하자.
선분 AA'의 길이는

$$\overline{AA'} = \boxed{\text{(가)}} - \frac{n^2}{2}$$

이므로 삼각형 OAB의 넓이 $S(n)$ 은

$$S(n) = \frac{1}{2} \times n \times \left(\boxed{\text{(나)}} \right)$$

따라서 $S(n) > 100$ 을 만족시키는 자연수 n 의 최솟값은 $\boxed{\text{(다)}}$ 이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$ 이라 하고,
(다)에 알맞은 수를 k 라 할 때, $f(k) + g(k)$ 의 값을 구하시오.

[4점]

30. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 에 대하여 함수 $f : X \rightarrow X$ 가 역함수가 존재하고, 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $x = 1, 2, 6$ 일 때 $(f \circ f)(x) + f^{-1}(x) = 2x$ 이다.
(나) $f(3) + f(5) = 10$

$f(6) \neq 6$ 일 때, $f(4) \times \{f(6) + f(7)\}$ 의 값을 구하시오. [4점]

※ 확인 사항

답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.