

# 수학 영역(나형)

## 제 2 교시

1

1.  $3^{\frac{3}{2}} \times \sqrt{3}$ 의 값은? [2점]

- ① 6      ② 7      ③ 8      ④ 9      ⑤ 10

2. 두 집합  $A = \{1, 3, 5\}$ ,  $B = \{2, 3, 4\}$ 에 대하여  
집합  $A - B$ 의 모든 원소의 합은? [2점]

- ① 6      ② 7      ③ 8      ④ 9      ⑤ 10

3. 등차수열  $\{a_n\}$ 에 대하여

$a_2 = 3$ ,  $a_4 = 9$ 일 때, 수열  $\{a_n\}$ 의 공차는? [2점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

4. 함수  $y = \sqrt{2x}$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로  $a$ 만큼 평행이동하면  
함수  $y = \sqrt{2x-4}$ 의 그래프와 일치한다. 상수  $a$ 의 값은? [3점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

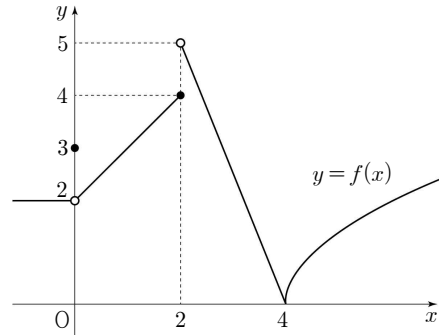
5.  $\log_2 3 + \log_2 \frac{8}{3}$ 의 값은? [3점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

6.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a + \left(\frac{1}{4}\right)^n}{5 + \left(\frac{1}{2}\right)^n} = 3$ 일 때, 상수  $a$ 의 값은? [3점]

- ① 11      ② 12      ③ 13      ④ 14      ⑤ 15

7. 함수  $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$f(0) + \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① 5      ② 6      ③ 7      ④ 8      ⑤ 9

8. 함수  $f(x)$ 가  $\lim_{x \rightarrow 1} (x-1)f(x) = 3$ 을 만족시킬 때,

$\lim_{x \rightarrow 1} (x^2-1)f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① 5      ② 6      ③ 7      ④ 8      ⑤ 9

10. 수열  $\{a_n\}$ 은  $a_1 = 1$ 이고, 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} (a_n)^2 + 1 & (a_n \text{이 짝수인 경우}) \\ 3a_n - 1 & (a_n \text{이 홀수인 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킨다.  $a_4$ 의 값은? [3점]

- ① 10      ② 11      ③ 12      ④ 13      ⑤ 14

9. 실수  $a$ 에 대한 조건

‘어떤 실수  $x$ 에 대하여  $(x-1)^2 + ax \neq x^2 + 1$ 이다.’

의 부정이 참인 명제가 되도록 하는  $a$ 의 값은? [3점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

11. 같은 종류의 상자 3개에 같은 종류의 야구공 8개를 남김없이 나누어 담을 때, 빈 상자가 없도록 담는 경우의 수는? [3점]

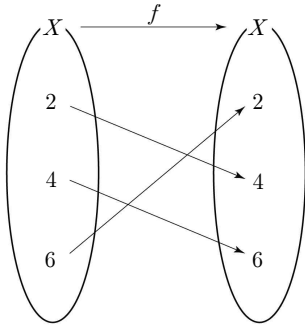
- ① 5      ② 6      ③ 7      ④ 8      ⑤ 9

12. 수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(7 - \frac{a_n}{2^n}\right) = 19$ 일 때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{2^{n+1}}$ 의 값은? [3점]

- ① 2      ②  $\frac{5}{2}$       ③ 3      ④  $\frac{7}{2}$       ⑤ 4

13. 집합  $X = \{2, 4, 6\}$ 에 대하여  $X$ 에서  $X$ 로의 일대일대응인 두 함수  $f, g$ 가 있다. 그림은 함수  $f: X \rightarrow X$ 를 나타낸 것이다.



집합  $X$ 의 모든 원소  $k$ 에 대하여  $f(k) \neq g(k)$ 이고  $g(2)=6$ 일 때,  $f^{-1}(6)+g(4)$ 의 값은? [3점]

- ① 4      ② 6      ③ 8      ④ 10      ⑤ 12

14. 공차가 양수인 등차수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제  $n$ 항까지의 합을  $S_n$ 이라 하자.  $S_9 = |S_3| = 27$ 일 때,  $a_{10}$ 의 값은? [4점]

- ① 23      ② 24      ③ 25      ④ 26      ⑤ 27

15. 전체집합  $U = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ 의 두 부분집합  $A, B$ 가

$$A^C \subset B, \quad n(A \cap B) = 2$$

를 만족시킨다. 집합  $(A \cup B) - (A \cap B)$ 의 모든 원소의 합이  
최댓값을  $M$ , 최솟값을  $m$ 이라 할 때,  $M + m$ 의 값은? [4점]

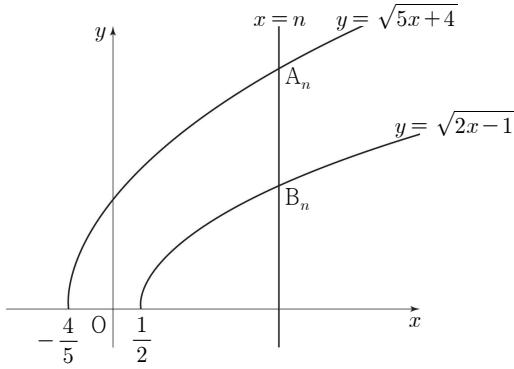
- ① 22      ② 24      ③ 26      ④ 28      ⑤ 30

16. 두 실수  $a, b$ 에 대하여  $2^a = 3, 6^b = 5$ 일 때,  $2^{ab+a+b}$ 의 값은?

[4점]

- ① 15      ② 18      ③ 21      ④ 24      ⑤ 27

17. 그림과 같이 자연수  $n$ 에 대하여 직선  $x=n$ 이 두 곡선  $y = \sqrt{5x+4}$ ,  $y = \sqrt{2x-1}$ 과 만나는 점을 각각  $A_n$ ,  $B_n$ 이라 하자. 선분  $OA_n$ 의 길이를  $a_n$ , 선분  $OB_n$ 의 길이를  $b_n$ 이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{12}{a_n - b_n}$ 의 값은? (단,  $O$ 는 원점이다.) [4점]

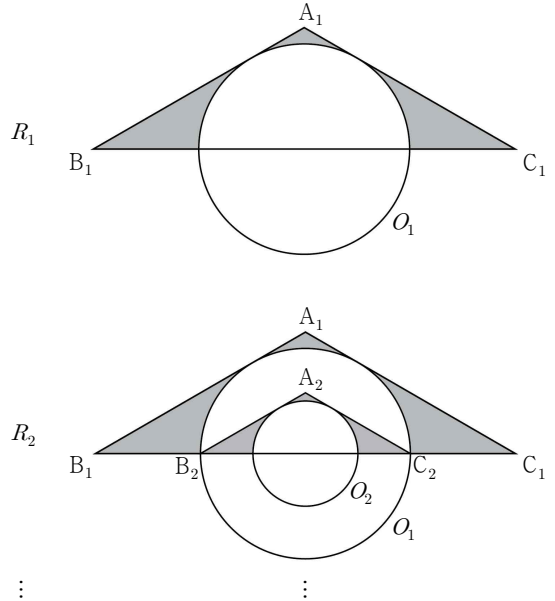


- ① 4      ② 6      ③ 8      ④ 10      ⑤ 12

18.  $\overline{B_1C_1} = 8$ 이고  $\angle B_1A_1C_1 = 120^\circ$ 인 이등변삼각형  $A_1B_1C_1$ 이 있다. 그림과 같이 중심이 선분  $B_1C_1$  위에 있고 직선  $A_1B_1$ 과 직선  $A_1C_1$ 에 동시에 접하는 원  $O_1$ 을 그리고 이등변삼각형  $A_1B_1C_1$ 의 내부와 원  $O_1$ 의 외부의 공통부분에 색칠하여 얻은 그림을  $R_1$ 이라 하자.

그림  $R_1$ 에서 원  $O_1$ 과 선분  $B_1C_1$ 이 만나는 점을 각각  $B_2$ ,  $C_2$ 라 할 때, 삼각형  $A_1B_1C_1$  내부의 점  $A_2$ 를 삼각형  $A_2B_2C_2$ 가  $\angle B_2A_2C_2 = 120^\circ$ 인 이등변삼각형이 되도록 잡는다. 중심이 선분  $B_2C_2$  위에 있고 직선  $A_2B_2$ 와 직선  $A_2C_2$ 에 동시에 접하는 원  $O_2$ 을 그리고 이등변삼각형  $A_2B_2C_2$ 의 내부와 원  $O_2$ 의 외부의 공통부분에 색칠하여 얻은 그림을  $R_2$ 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여  $n$ 번째 얻은 그림  $R_n$ 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를  $S_n$ 이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ①  $\frac{32}{3}\sqrt{3} - \frac{8}{3}\pi$       ②  $\frac{32}{3}\sqrt{3} - \frac{4}{3}\pi$       ③  $\frac{64}{9}\sqrt{3} - \frac{8}{3}\pi$   
 ④  $\frac{64}{9}\sqrt{3} - \frac{5}{3}\pi$       ⑤  $\frac{64}{9}\sqrt{3} - \frac{4}{3}\pi$

19. 좌표평면에서 두 함수  $f(x) = \frac{1}{x+1} - 5$ ,  $g(x) = \sqrt{x+1}$ 의  
그래프에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?  
[4점]

< 보 기 >

- ㄱ. 곡선  $y=f(x)$ 는 직선  $y=-5$ 와 만나지 않는다.  
 ㄴ.  $0 \leq x \leq 8$ 일 때, 곡선  $y=g(x)$  위에 있는 점 중에서  
 $y$ 좌표가 정수인 점의 개수는 3이다.  
 ㄷ. 두 곡선  $y=f(x)$ ,  $y=g(x)$ 와 두 직선  $x=0$ ,  $x=8$ 로  
 둘러싸인 영역의 내부 또는 그 경계에 포함되고  
 $x$ 좌표와  $y$ 좌표가 모두 정수인 점의 개수는 61이다.

- ① ㄱ                      ② ㄱ, ㄴ                      ③ ㄱ, ㄷ  
 ④ ㄴ, ㄷ                      ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

20. 다음은 40 이하의 서로 다른 두 자연수  $a, b$ 의 최대공약수가  
3인  $a, b$ 의 모든 순서쌍  $(a, b)$ 의 개수를 구하는 과정이다.

40 이하의 서로 다른 두 자연수  $a, b$ 의 최대공약수가 3이므로  
서로소인 두 자연수  $m, n$ 에 대하여  $a=3m, b=3n$ 이라 하면  
 $m$ 과  $n$ 은 13 이하의 자연수이다.

순서쌍  $(a, b)$ 를 선택하는 경우는

‘(i) 서로 다른 두 자연수  $m, n$ 을 선택하는 경우’에서

‘(ii) 서로 다른 두 자연수  $m$ 과  $n$ 이 서로소가 아닌 경우’를  
제외하면 된다.

(i)의 경우 :

13개의 자연수에서 서로 다른 두 자연수  $m, n$ 을 선택하는  
경우의 수는  $\boxed{\text{(가)}}$ 이다.

(ii)의 경우 :

$m$ 과  $n$ 이 2의 배수인 경우의 수는  ${}_6P_2$ 이고,

$m$ 과  $n$ 이 3의 배수인 경우의 수는  ${}_4P_2$ 이고,

$m$ 과  $n$ 이 5의 배수인 경우의 수는  ${}_2P_2$ 이다.

이 때,  $m$ 과  $n$ 이  $\boxed{\text{(나)}}$ 의 배수인 경우가 중복되므로

서로 다른 두 자연수  $m$ 과  $n$ 이 서로소가 아닌 경우의 수는

$\boxed{\text{(다)}}$ 이다.

따라서 40 이하의 서로 다른 두 자연수  $a, b$ 의 최대공약수가

3인  $a, b$ 의 모든 순서쌍  $(a, b)$ 의 개수는  $\boxed{\text{(가)}} - \boxed{\text{(다)}}$   
이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각  $p, q, r$ 라 할 때,  
 $p+q+r$ 의 값은? [4점]

- ① 192                      ② 196                      ③ 200                      ④ 204                      ⑤ 208



21. 함수

$$f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\left(\frac{x-1}{k}\right)^{2n} - 1}{\left(\frac{x-1}{k}\right)^{2n} + 1} \quad (k > 0)$$

에 대하여 함수

$$g(x) = \begin{cases} (f \circ f)(x) & (x = k) \\ (x - k)^2 & (x \neq k) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속이다. 상수  $k$ 에 대하여  $(g \circ f)(k)$ 의 값은? [4점]

- ① 1      ② 3      ③ 5      ④ 7      ⑤ 9

단답형

22. 공비가 5인 등비수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $\frac{a_5}{a_3}$ 의 값을 구하시오.

(단,  $a_3 \neq 0$ ) [3점]

23. 실수  $x$ 에 대하여 두 조건  $p, q$ 가

$$p: -5 \leq x \leq 10,$$

$$q: -6 \leq x \leq a$$

일 때,  $p$ 가  $q$ 이기 위한 충분조건이 되도록 하는 실수  $a$ 의 최솟값을 구하시오. [3점]

24. 다항식  $(ax+1)^6$ 의 전개식에서  $x$ 의 계수와  $x^3$ 의 계수가 같을 때, 양수  $a$ 에 대하여  $20a^2$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 두 상수  $a, b$ 에 대하여

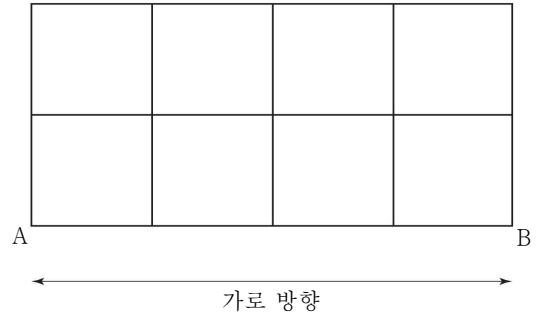
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax^2}{x^2-1} = 2, \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{a(x-1)}{x^2-1} = b$$

일 때,  $a+b$ 의 값을 구하시오. [4점]

25. 수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $\sum_{k=1}^{10} a_k = 30$ 일 때,  $\sum_{k=1}^{10} (k+a_k)$ 의 값을 구하시오. [3점]

27. 세 실수 3,  $a$ ,  $b$ 가 이 순서대로 등비수열을 이루고  
 $\log_a 3b + \log_3 b = 5$ 를 만족시킨다.  $a+b$ 의 값을 구하시오. [4점]

28. 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정사각형 8개로 이루어진  
 도로망이 있다. 이 도로망을 따라 A 지점에서 출발하여 B 지점에  
 도착할 때, 가로 방향으로 이동한 길이의 합이 4이고 전체 이동한  
 길이가 12인 경우의 수를 구하시오. (단, 한 번 지나간 도로는  
 다시 지나지 않는다.) [4점]



29. 다음 조건을 만족시키는 자연수  $a, b, c$ 의 모든 순서쌍  $(a, b, c)$ 의 개수를 구하시오. [4점]

(가)  $a, b, c$ 는 모두 짝수이다.  
(나)  $a \times b \times c = 10^5$

30. 두 실수  $a, b$ 에 대하여 두 함수

$$f(x) = ax + b,$$

$$g(x) = \frac{1}{ax + b - 2} + 3$$

이 다음 조건을 만족시키도록 하는 두 실수  $a, b$ 의 순서쌍  $(a, b)$ 를 좌표평면에 나타낸 영역을  $R$ 라 하자.

(가)  $x > 0$ 일 때,  $1 < g(x) < 3$

(나) 두 함수  $y = f(x)$ 와  $y = \frac{1}{x-2} + 3$ 의 그래프의 교점이 제4사분면 위에는 있지 않다.

영역  $R$ 에 속하는 점  $(a, b)$ 에 대하여  $a^2 + b^2$ 의 최댓값을  $M$ 이라 할 때,  $100M$ 의 값을 구하시오. (단,  $a \neq 0$ ) [4점]

※ 확인 사항

답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.