

## 수학 영역

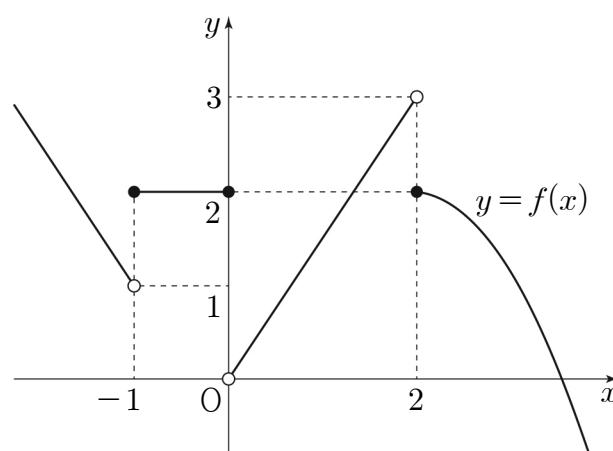
1

## 제 2 교시

## 5지선다형

1.  $\log_6 4 + \frac{2}{\log_3 6}$ 의 값은? [2점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

3. 함수  $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다. $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

2. 모든 항이 양수인 등비수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $a_1 = 3$ ,  $\frac{a_5}{a_3} = 4$ 일 때,  
 $a_4$ 의 값은? [2점]

- ① 15      ② 18      ③ 21      ④ 24      ⑤ 27

4. 함수  $f(x) = 2x^3 - 6x + a$ 의 극솟값이 2일 때, 상수  $a$ 의 값은?

[3점]

- ① 6      ② 7      ③ 8      ④ 9      ⑤ 10

## 2

## 수학 영역

5. 0이 아닌 모든 실수  $h$ 에 대하여 다항함수  $f(x)$ 에서  $x$ 의 값이 1에서  $1+h$ 까지 변할 때의 평균변화율이  $h^2 + 2h + 3$ 일 때,  $f'(1)$ 의 값은? [3점]

- ① 1      ②  $\frac{3}{2}$       ③ 2      ④  $\frac{5}{2}$       ⑤ 3

7. 다항함수  $f(x)$ 에 대하여 곡선  $y = f(x)$  위의 점  $(0, f(0))$ 에서의 접선의 방정식이  $y = 3x - 1$ 이다. 함수  $g(x) = (x+2)f(x)$ 에 대하여  $g'(0)$ 의 값은? [3점]

- ① 5      ② 6      ③ 7      ④ 8      ⑤ 9

6. 함수  $y = \log_{\frac{1}{2}}(x-a)+b$ 가 닫힌구간  $[2, 5]$ 에서

최댓값 3, 최솟값 1을 갖는다.  $a+b$ 의 값은?

(단,  $a, b$ 는 상수이다.) [3점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

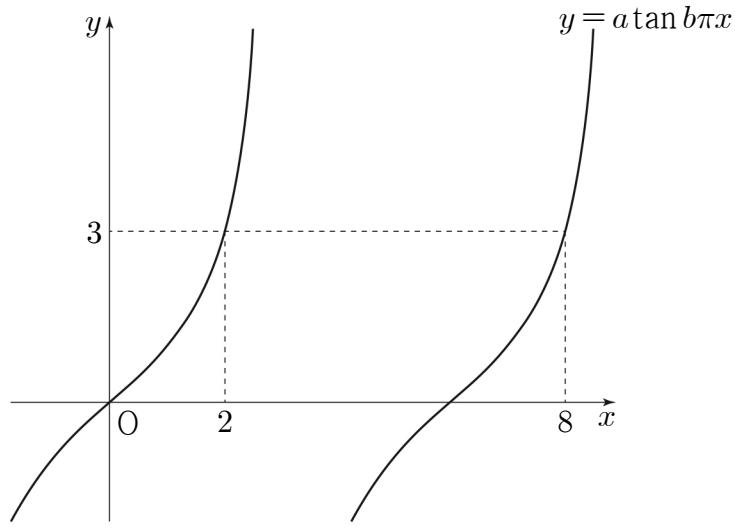
# 수학 영역

3

8. 그림과 같이 함수  $y = a \tan b\pi x$ 의 그래프가

두 점  $(2, 3), (8, 3)$ 을 지날 때,  $a^2 \times b$ 의 값은?

(단,  $a, b$ 는 양수이다.) [3점]



- ①  $\frac{1}{6}$     ②  $\frac{1}{3}$     ③  $\frac{1}{2}$     ④  $\frac{2}{3}$     ⑤  $\frac{5}{6}$

9. 함수  $f(x)$ 에 대하여  $f'(x) = 3x^2 - 4x + 1$ 이고

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \int_0^x f(t) dt = 1$  일 때,  $f(2)$ 의 값은? [4점]

- ① 3    ② 4    ③ 5    ④ 6    ⑤ 7

10. 상수  $a(a > 1)$ 에 대하여 곡선  $y = a^x - 1$ 과

곡선  $y = \log_a(x+1)$ 이 원점 O를 포함한 서로 다른 두 점에서 만난다. 이 두 점 중 O가 아닌 점을 P라 하고, 점 P에서  $x$ 축에 내린 수선의 발을 H라 하자. 삼각형 OHP의 넓이가 2일 때,  $a$ 의 값은? [4점]

- ①  $\sqrt{2}$     ②  $\sqrt{3}$     ③ 2    ④  $\sqrt{5}$     ⑤  $\sqrt{6}$

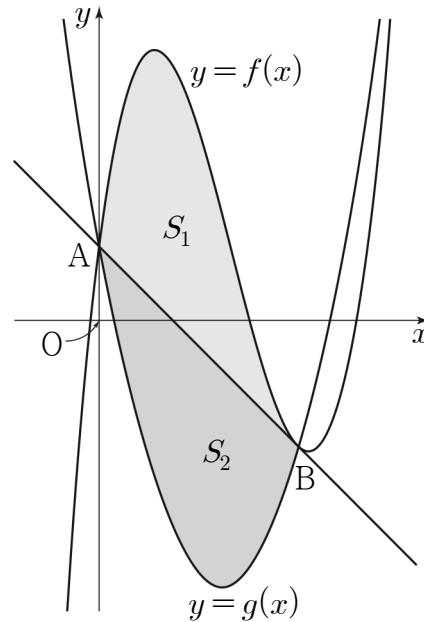
11.  $0 \leq x \leq 2\pi$  일 때, 방정식  $2\sin^2 x - 3\cos x = k$ 의 서로 다른 실근의 개수가 3이다. 이 세 실근 중 가장 큰 실근을  $\alpha$ 라 할 때,  $k \times \alpha$ 의 값은? (단,  $k$ 는 상수이다.) [4점]

- ①  $\frac{7}{2}\pi$     ②  $4\pi$     ③  $\frac{9}{2}\pi$     ④  $5\pi$     ⑤  $\frac{11}{2}\pi$

12. 그림과 같이 삼차함수  $f(x) = x^3 - 6x^2 + 8x + 1$ 의 그래프와 최고차항의 계수가 양수인 이차함수  $y = g(x)$ 의 그래프가 점 A(0, 1), 점 B( $k$ ,  $f(k)$ )에서 만나고, 곡선  $y = f(x)$  위의 점 B에서의 접선이 점 A를 지난다.

곡선  $y = f(x)$ 와 직선 AB로 둘러싸인 부분의 넓이를  $S_1$ ,  
곡선  $y = g(x)$ 와 직선 AB로 둘러싸인 부분의 넓이를  $S_2$ 라 하자.

$S_1 = S_2$  일 때,  $\int_0^k g(x)dx$ 의 값은? (단,  $k$ 는 양수이다.) [4점]



- ①  $-\frac{17}{2}$     ②  $-\frac{33}{4}$     ③  $-8$     ④  $-\frac{31}{4}$     ⑤  $-\frac{15}{2}$

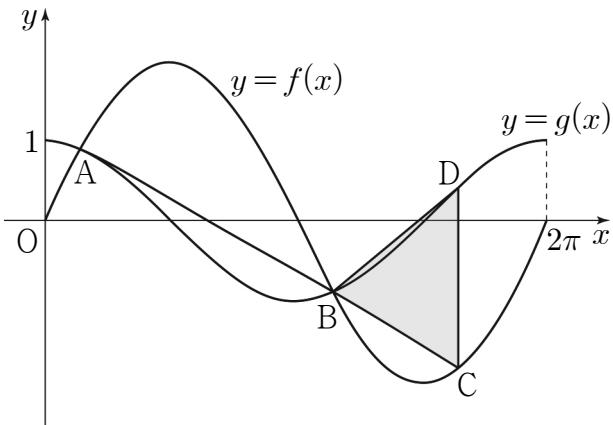
# 수학 영역

5

13. 그림과 같이 단한구간  $[0, 2\pi]$ 에서 정의된 두 함수

$f(x) = k \sin x$ ,  $g(x) = \cos x$ 에 대하여 곡선  $y = f(x)$ 와 곡선  $y = g(x)$ 가 만나는 서로 다른 두 점을 A, B라 하자. 선분 AB를 3:1로 외분하는 점을 C라 할 때, 점 C는 곡선  $y = f(x)$  위에 있다. 점 C를 지나고  $y$ 축에 평행한 직선이 곡선  $y = g(x)$ 와 만나는 점을 D라 할 때, 삼각형 BCD의 넓이는? (단,  $k$ 는 양수이고, 점 B의  $x$ 좌표는 점 A의  $x$ 좌표보다 크다.)

[4점]



- ①  $\frac{\sqrt{15}}{8}\pi$       ②  $\frac{9\sqrt{5}}{40}\pi$       ③  $\frac{\sqrt{5}}{4}\pi$   
 ④  $\frac{3\sqrt{10}}{16}\pi$       ⑤  $\frac{3\sqrt{5}}{10}\pi$

14. 양의 실수  $t$ 에 대하여 함수  $f(x)$ 를

$$f(x) = x^3 - 3t^2x$$

라 할 때, 단한구간  $[-2, 1]$ 에서 두 함수  $f(x)$ ,  $|f(x)|$ 의 최댓값을 각각  $M_1(t)$ ,  $M_2(t)$ 라 하자. 함수

$$g(t) = M_1(t) + M_2(t)$$

에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

Ⓐ  $g(2) = 32$

Ⓑ  $g(t) = 2f(-t)$ 를 만족시키는  $t$ 의 최댓값과 최솟값의 합은 3이다.

$$\text{Ⓒ } \lim_{h \rightarrow 0+} \frac{g\left(\frac{1}{2}+h\right) - g\left(\frac{1}{2}\right)}{h} - \lim_{h \rightarrow 0-} \frac{g\left(\frac{1}{2}+h\right) - g\left(\frac{1}{2}\right)}{h} = 5$$

Ⓐ Ⓑ

Ⓑ Ⓒ

Ⓐ Ⓓ

Ⓐ Ⓑ, Ⓒ

Ⓐ Ⓑ, Ⓓ

15. 다음 조건을 만족시키는 모든 수열  $\{a_n\}$ 에 대하여

$a_1$ 의 최댓값을  $M$ , 최솟값을  $m$ 이라 할 때,  $\log_2 \frac{M}{m}$ 의 값은?  
[4점]

(가) 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} 2^{n-2} & (a_n < 1) \\ \log_2 a_n & (a_n \geq 1) \end{cases}$$

이다.

(나)  $a_5 + a_6 = 1$

단답형

16.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + x - 6}{x - 2}$ 의 값을 구하시오. [3점]

- ① 12      ② 13      ③ 14      ④ 15      ⑤ 16

17. 함수  $y = 4^x$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로 1만큼,  $y$ 축의 방향으로  $a$ 만큼 평행이동한 그래프가 점  $\left(\frac{3}{2}, 5\right)$ 를 지날 때, 상수  $a$ 의 값을 구하시오. [3점]

# 수학 영역

7

18. 다항함수  $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{xf(x) - 2x^3 + 1}{x^2} = 5, f(0) = 1$$

을 만족시킬 때,  $f(1)$ 의 값을 구하시오. [3점]

20. 등차수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제  $n$  항까지의 합을  $S_n$ 이라 하자.

$S_n$ 이 다음 조건을 만족시킬 때,  $a_{13}$ 의 값을 구하시오. [4점]

(가)  $S_n$ 은  $n = 7, n = 8$ 에서 최솟값을 갖는다.

(나)  $|S_m| = |S_{2m}| = 162$ 인 자연수  $m (m > 8)$ 이 존재한다.

19. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각  $t (t > 0)$ 에서의 위치  $x(t)$ 가

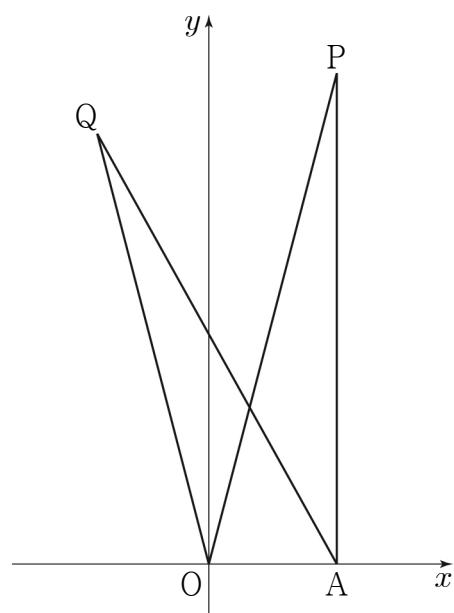
$$x(t) = \frac{3}{2}t^4 - 8t^3 + 15t^2 - 12t$$

이다. 점 P의 운동 방향이 바뀌는 순간 점 P의 가속도를  
구하시오. [3점]

21. 좌표평면 위의 두 점  $O(0, 0)$ ,  $A(2, 0)$ 과  $y$ 좌표가 양수인 서로 다른 두 점  $P$ ,  $Q$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가)  $\overline{AP} = \overline{AQ} = 2\sqrt{15}$ 이고  $\overline{OP} > \overline{OQ}$ 이다.  
 (나)  $\cos(\angle OPA) = \cos(\angle OQA) = \frac{\sqrt{15}}{4}$

사각형  $OAPQ$ 의 넓이가  $\frac{q}{p}\sqrt{15}$  일 때,  $p \times q$ 의 값을 구하시오.  
 (단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



22. 두 상수  $a, b$  ( $b \neq 1$ )과 이차함수  $f(x)$ 에 대하여 함수  $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 함수  $g(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 미분가능하고, 도함수  $g'(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 연속이다.  
 (나)  $|x| < 2$  일 때,  $g(x) = \int_0^x (-t + a) dt$  이고  
 $|x| \geq 2$  일 때,  $|g'(x)| = f(x)$  이다.  
 (다) 함수  $g(x)$ 는  $x = 1, x = b$ 에서 극값을 갖는다.

$g(k) = 0$ 을 만족시키는 모든 실수  $k$ 의 값의 합이  $p + q\sqrt{3}$  일 때,  $p \times q$ 의 값을 구하시오. (단,  $p$ 와  $q$ 는 유리수이다.) [4점]

#### ※ 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인 하시오.
- 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

## 2023학년도 4월 고3 전국연합학력평가 문제지

## 수학 영역(확률과 통계)

5지선다형

23.  $_3\text{II}_2 + _2\text{H}_3$ 의 값은? [2점]

- ① 13      ② 14      ③ 15      ④ 16      ⑤ 17

24. 전체집합  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 의 두 부분집합  $A, B$ 에 대하여

$$n(A \cup B) = 5, A \cap B = \emptyset$$

을 만족시키는 집합  $A, B$ 의 모든 순서쌍  $(A, B)$ 의 개수는?

[3점]

- ① 168      ② 174      ③ 180      ④ 186      ⑤ 192

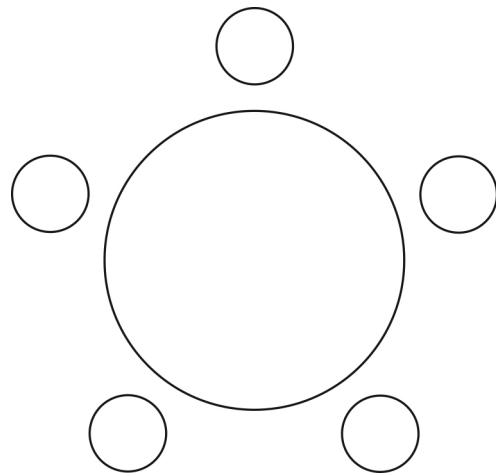
## 2

## 수학 영역(확률과 통계)

25. 세 학생 A, B, C를 포함한 7명의 학생이 있다. 이 7명의 학생 중에서 A, B, C를 포함하여 5명을 선택하고, 이 5명의 학생 모두를 일정한 간격으로 원 모양의 탁자에 둘러앉게 하는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.)

[3점]

- ① 120    ② 132    ③ 144    ④ 156    ⑤ 168



26. 방정식  $3x + y + z + w = 11$ 을 만족시키는 자연수  $x, y, z, w$ 의 모든 순서쌍  $(x, y, z, w)$ 의 개수는? [3점]

- ① 24    ② 27    ③ 30    ④ 33    ⑤ 36

## 수학 영역(확률과 통계)

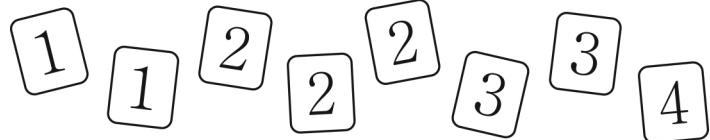
3

27. 양수  $a$ 에 대하여  $\left(ax - \frac{2}{ax}\right)^7$ 의 전개식에서 각 항의 계수의 총합이 1일 때,  $\frac{1}{x}$ 의 계수는? [3점]

- ① 70      ② 140      ③ 210      ④ 280      ⑤ 350

28. 숫자 1, 1, 2, 2, 2, 3, 3, 4가 하나씩 적혀 있는 8장의 카드가 있다. 이 8장의 카드 중에서 7장을 택하여 이 7장의 카드 모두를 일렬로 나열할 때, 서로 이웃한 2장의 카드에 적혀 있는 수의 곱 모두가 짝수가 되도록 나열하는 경우의 수는? (단, 같은 숫자가 적힌 카드끼리는 서로 구별하지 않는다.) [4점]

- ① 264      ② 268      ③ 272      ④ 276      ⑤ 280



## 단답형

## 29. 두 집합

$$X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}, Y = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

에 대하여 다음 조건을 만족시키는  $X$ 에서  $Y$ 로의  
함수  $f$ 의 개수를 구하시오. [4점]

- (가)  $f(4) = f(1) + f(2) + f(3)$   
(나)  $2f(4) = f(5) + f(6) + f(7) + f(8)$

30. 세 문자  $a, b, c$  중에서 중복을 허락하여 각각 5개 이하씩  
모두 7개를 택해 다음 조건을 만족시키는 7자리의 문자열을  
만들려고 한다.

- (가) 한 문자가 연달아 3개 이어지고 그 문자는  $a$ 뿐이다.  
(나) 어느 한 문자도 연달아 4개 이상 이어지지 않는다.

예를 들어,  $baaacca, ccbbaaa$ 는 조건을 만족시키는 문자열이고  
 $aabbcca, aaabccc, ccbaaaa$ 는 조건을 만족시키지 않는  
문자열이다. 만들 수 있는 모든 문자열의 개수를 구하시오. [4점]

## ※ 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인  
하시오.
- 이어서, 「선택과목(미적분)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한  
과목인지 확인하시오.

# 수학 영역(미적분)

## 제 2 교시

1

5지선다형

23.  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{4n^2 + 3n} - \sqrt{4n^2 + 1})$ 의 값은? [2점]

- ①  $\frac{1}{2}$       ②  $\frac{3}{4}$       ③ 1      ④  $\frac{5}{4}$       ⑤  $\frac{3}{2}$

24. 함수  $f(x) = e^x(2 \sin x + \cos x)$ 에 대하여  $f'(0)$ 의 값은? [3점]

- ① 3      ② 4      ③ 5      ④ 6      ⑤ 7

## 2

## 수학 영역(미적분)

25. 수열  $\{a_n\}$ 에 대하여 급수  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( a_n - \frac{2^{n+1}}{2^n + 1} \right)$ 이 수렴할 때,  
 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n \times a_n + 5 \times 2^{n+1}}{2^n + 3}$ 의 값은? [3점]

- ① 6      ② 8      ③ 10      ④ 12      ⑤ 14

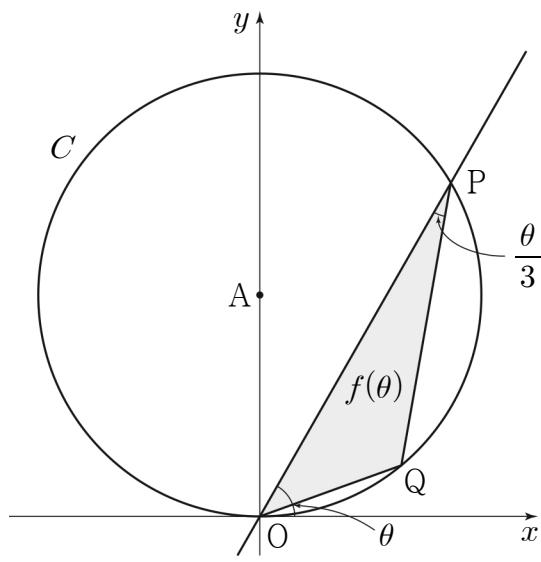
26. 두 함수  $f(x) = a^x$ ,  $g(x) = 2 \log_b x$ 에 대하여  
 $\lim_{x \rightarrow e} \frac{f(x) - g(x)}{x - e} = 0$   
 일 때,  $a \times b$ 의 값은? (단,  $a$ 와  $b$ 는 1보다 큰 상수이다.) [3점]

- ①  $e^{\frac{1}{e}}$       ②  $e^{\frac{2}{e}}$       ③  $e^{\frac{3}{e}}$       ④  $e^{\frac{4}{e}}$       ⑤  $e^{\frac{5}{e}}$

# 수학 영역(미적분)

3

27. 그림과 같이 좌표평면 위에 점  $A(0, 1)$ 을 중심으로 하고 반지름의 길이가 1인 원  $C$ 가 있다. 원점  $O$ 를 지나고  $x$ 축의 양의 방향과 이루는 각의 크기가  $\theta$ 인 직선이 원  $C$ 와 만나는 점 중  $O$ 가 아닌 점을  $P$ 라 하고, 호  $OP$  위에 점  $Q$ 를  $\angle OPQ = \frac{\theta}{3}$ 가 되도록 잡는다. 삼각형  $POQ$ 의 넓이를  $f(\theta)$ 라 할 때,  $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{f(\theta)}{\theta^3}$ 의 값은? (단, 점  $Q$ 는 제1사분면 위의 점이고,  $0 < \theta < \pi$ 이다.) [3점]



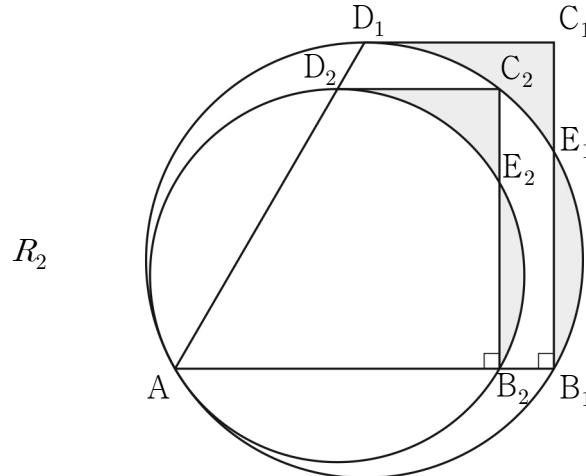
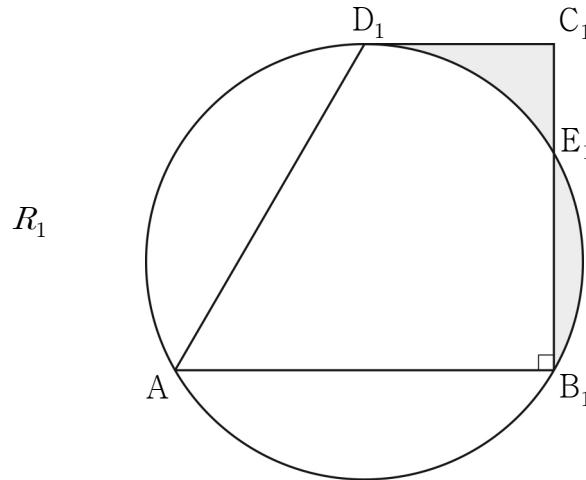
- ①  $\frac{2}{9}$     ②  $\frac{1}{3}$     ③  $\frac{4}{9}$     ④  $\frac{5}{9}$     ⑤  $\frac{2}{3}$

28. 그림과 같이  $\overline{AB_1} = 2$ ,  $\overline{B_1C_1} = \sqrt{3}$ ,  $\overline{C_1D_1} = 1$ 이고  $\angle C_1B_1A = \frac{\pi}{2}$ 인 사다리꼴  $AB_1C_1D_1$ 이 있다. 세 점  $A$ ,  $B_1$ ,  $D_1$ 을 지나는 원이 선분  $B_1C_1$ 과 만나는 점 중  $B_1$ 이 아닌 점을  $E_1$ 이라 할 때, 두 선분  $C_1D_1$ ,  $C_1E_1$ 과 호  $E_1D_1$ 로 둘러싸인 부분과 선분  $B_1E_1$ 과 호  $B_1E_1$ 로 둘러싸인 부분인 ▶ 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을  $R_1$ 이라 하자.

그림  $R_1$ 에서 선분  $AB_1$  위의 점  $B_2$ , 호  $E_1D_1$  위의 점  $C_2$ , 선분  $AD_1$  위의 점  $D_2$ 와 점  $A$ 를 꼭짓점으로 하고

$\overline{B_2C_2} : \overline{C_2D_2} = \sqrt{3} : 1$ 이고  $\angle C_2B_2A = \frac{\pi}{2}$ 인 사다리꼴  $AB_2C_2D_2$ 를 그린다. 그림  $R_1$ 을 얻은 것과 같은 방법으로 점  $E_2$ 를 잡고, 사다리꼴  $AB_2C_2D_2$ 에 ▶ 모양의 도형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을  $R_2$ 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여  $n$ 번째 얻은 그림  $R_n$ 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를  $S_n$ 이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



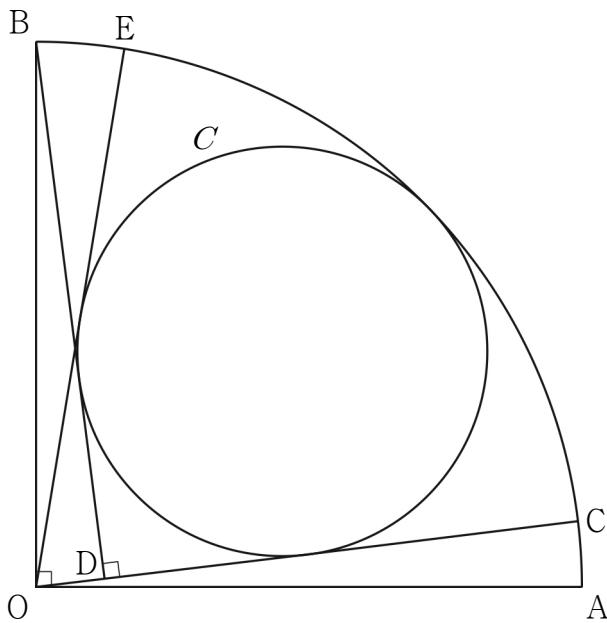
⋮ ⋮

- ①  $\frac{49}{144}\sqrt{3}$     ②  $\frac{49}{122}\sqrt{3}$     ③  $\frac{49}{100}\sqrt{3}$   
④  $\frac{49}{78}\sqrt{3}$     ⑤  $\frac{7}{8}\sqrt{3}$

## 단답형

29. 그림과 같이 중심이 O, 반지름의 길이가 8이고 중심각의 크기가  $\frac{\pi}{2}$ 인 부채꼴 OAB가 있다. 호 AB 위의 점 C에 대하여 점 B에서 선분 OC에 내린 수선의 발을 D라 하고, 두 선분 BD, CD와 호 BC에 동시에 접하는 원을 C라 하자. 점 O에서 원 C에 그은 접선 중 점 C를 지나지 않는 직선이 호 AB와 만나는 점을 E라 할 때,  $\cos(\angle COE) = \frac{7}{25}$ 이다.

$\sin(\angle AOE) = p + q\sqrt{7}$  일 때,  $200 \times (p+q)$ 의 값을 구하시오.  
(단,  $p$ 와  $q$ 는 유리수이고, 점 C는 점 B가 아니다.) [4점]



30.  $x \geq 0$ 에서 정의된 함수  $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) f(x) = \begin{cases} 2^x - 1 & (0 \leq x \leq 1) \\ 4 \times \left(\frac{1}{2}\right)^x - 1 & (1 < x \leq 2) \end{cases}$$

(나) 모든 양의 실수  $x$ 에 대하여  $f(x+2) = -\frac{1}{2}f(x)$ 이다.

$x > 0$ 에서 정의된 함수  $g(x)$ 를

$$g(x) = \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(x+h) - f(x-h)}{h}$$

라 할 때,

$$\lim_{t \rightarrow 0^+} \{g(n+t) - g(n-t)\} + 2g(n) = \frac{\ln 2}{2^{24}}$$

를 만족시키는 모든 자연수  $n$ 의 값을 구하시오. [4점]

## ※ 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인 하시오.
- 이어서, 「선택과목(기하)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

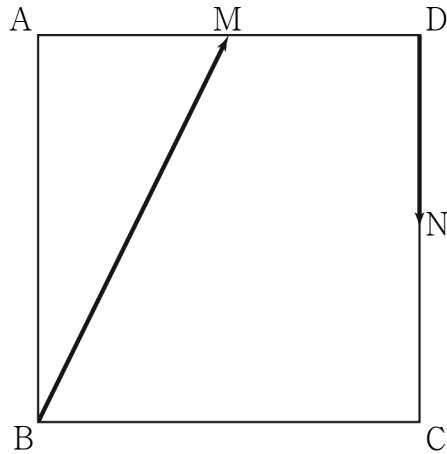
## 수학 영역(기하)

## 제 2 교시

1

## 5지선다형

23. 그림과 같이 한 변의 길이가 2인 정사각형 ABCD에서  
두 선분 AD, CD의 중점을 각각 M, N이라 할 때,  
 $|\overrightarrow{BM} + \overrightarrow{DN}|$ 의 값은? [2점]



- ①  $\frac{\sqrt{2}}{2}$     ② 1    ③  $\sqrt{2}$     ④ 2    ⑤  $2\sqrt{2}$

24. 쌍곡선  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{8} = 1$ 의 한 점근선의 방정식이  $y = \sqrt{2}x$ 일 때,

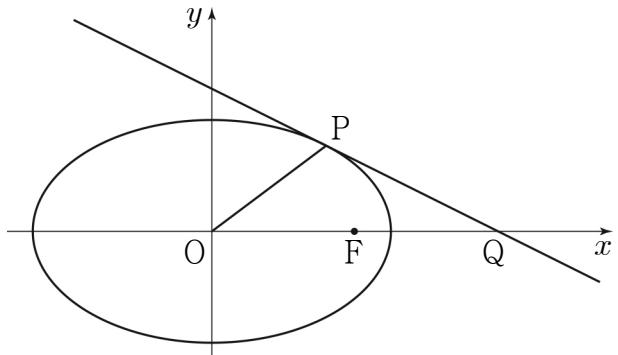
이 쌍곡선의 두 초점 사이의 거리는? (단,  $a$ 는 양수이다.) [3점]

- ①  $4\sqrt{2}$     ② 6    ③  $2\sqrt{10}$     ④  $2\sqrt{11}$     ⑤  $4\sqrt{3}$

## 2

## 수학 영역(기하)

25. 그림과 같이 타원  $\frac{x^2}{40} + \frac{y^2}{15} = 1$ 의 두 초점 중  $x$ 좌표가 양수인 점을 F라 하고, 타원 위의 점 중 제1사분면에 있는 점 P에서의 접선이  $x$ 축과 만나는 점을 Q라 하자.  $\overline{OF} = \overline{FQ}$ 일 때, 삼각형 POQ의 넓이는? (단, O는 원점이다.) [3점]



- ① 11      ② 12      ③ 13      ④ 14      ⑤ 15

26. 두 초점이  $F(3\sqrt{3}, 0), F'(-3\sqrt{3}, 0)$ 인 쌍곡선 위의 점 중 제1사분면에 있는 점 P에 대하여 직선  $PF'$ 이  $y$ 축과 만나는 점을 Q라 하자. 삼각형 PQF가 정삼각형일 때, 이 쌍곡선의 주축의 길이는? [3점]

- ① 6      ② 7      ③ 8      ④ 9      ⑤ 10

# 수학 영역(기하)

3

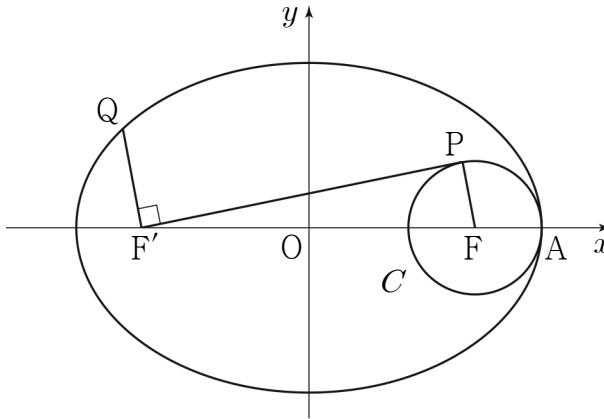
27. 그림과 같이 두 점  $F(5, 0), F'(-5, 0)$ 을 초점으로 하는 타원이  $x$ 축과 만나는 점 중  $x$ 좌표가 양수인 점을 A라 하자. 점 F를 중심으로 하고 점 A를 지나는 원을 C라 할 때, 원 C 위의 점 중  $y$ 좌표가 양수인 점 P와 타원 위의 점 중 제2사분면에 있는 점 Q가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 직선  $PF'$ 은 원 C에 접한다.  
 (나) 두 직선  $PF'$ ,  $QF'$ 은 서로 수직이다.

$$\overline{QF'} = \frac{3}{2} \overline{PF}$$

일 때, 이 타원의 장축의 길이는? (단,  $\overline{AF} < \overline{FF'}$ )

[3점]



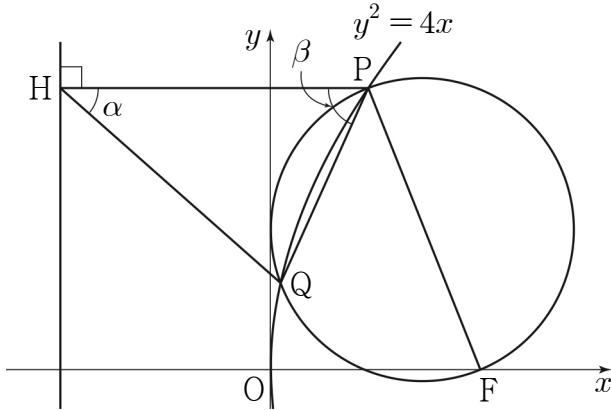
- ①  $\frac{25}{2}$     ② 13    ③  $\frac{27}{2}$     ④ 14    ⑤  $\frac{29}{2}$

28. 초점이 F인 포물선  $C: y^2 = 4x$  위의 점 중 제1사분면에 있는 점 P가 있다. 선분 PF를 지름으로 하는 원을 O라 할 때, 원 O는 포물선 C와 서로 다른 두 점에서 만난다. 원 O가 포물선 C와 만나는 점 중 P가 아닌 점을 Q, 점 P에서 포물선 C의 준선에 내린 수선의 발을 H라 하자.

$$\angle QHP = \alpha, \angle HPQ = \beta \text{라 할 때, } \frac{\tan \beta}{\tan \alpha} = 3 \text{이다.}$$

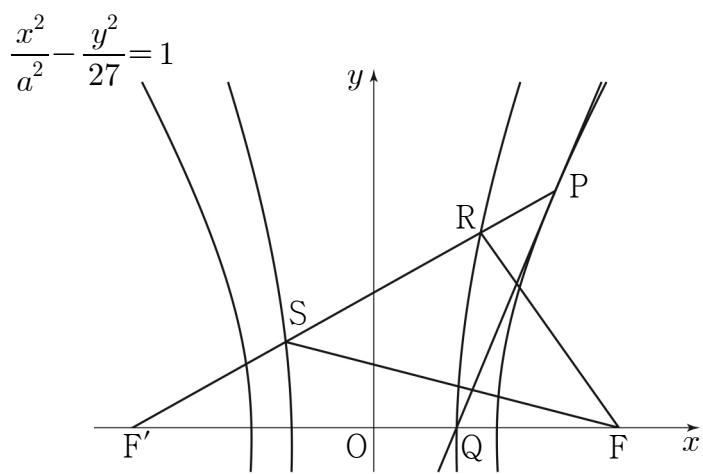
$\frac{\overline{QH}}{\overline{PQ}}$ 의 값은? [4점]

- ①  $\frac{4\sqrt{6}}{7}$     ②  $\frac{3\sqrt{11}}{7}$     ③  $\frac{\sqrt{102}}{7}$   
 ④  $\frac{\sqrt{105}}{7}$     ⑤  $\frac{6\sqrt{3}}{7}$



## 단답형

29. 그림과 같이 두 초점이  $F(c, 0), F'(-c, 0)$  ( $c > 0$ )인 쌍곡선  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{27} = 1$  위의 점  $P\left(\frac{9}{2}, k\right)$  ( $k > 0$ )에서의 접선이  $x$ 축과 만나는 점을  $Q$ 라 하자. 두 점  $F, F'$ 을 초점으로 하고 점  $Q$ 를 한 꼭짓점으로 하는 쌍곡선이 선분  $PF'$ 과 만나는 두 점을  $R, S$ 라 하자.  $\overline{RS} + \overline{SF} = \overline{RF} + 8$ 일 때,  $4 \times (a^2 + k^2)$ 의 값을 구하시오. (단,  $a$ 는 양수이고, 점  $R$ 의  $x$ 좌표는 점  $S$ 의  $x$ 좌표보다 크다.) [4점]

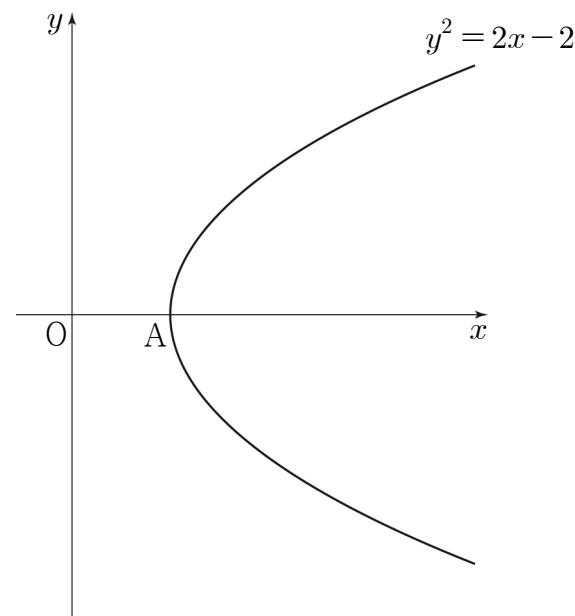


30. 좌표평면에서 포물선  $y^2 = 2x - 2$ 의 꼭짓점을  $A$ 라 하자. 이 포물선 위를 움직이는 점  $P$ 와 양의 실수  $k$ 에 대하여

$$\overrightarrow{OX} = \overrightarrow{OA} + \frac{k}{|\overrightarrow{OP}|} \overrightarrow{OP}$$

를 만족시키는 점  $X$ 가 나타내는 도형을  $C$ 라 하자.

도형  $C$ 가 포물선  $y^2 = 2x - 2$ 와 서로 다른 두 점에서 만나도록 하는 실수  $k$ 의 최솟값을  $m$ 이라 할 때,  $m^2$ 의 값을 구하시오. (단,  $O$ 는 원점이다.) [4점]



## ※ 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인 하시오.