

수학 영역

제2교시

1

5지선다형

1. 두 다항식

$A = 2x^2 + xy - 2y, \quad B = x^2 + xy + y$

에 대하여 $A - B$ 는? [2점]

- ① $-x^2 - xy$
- ② $-x^2 - 3y$
- ③ $x^2 - xy$
- ④ $x^2 - 3y$
- ⑤ $x^2 + y$

2. 좌표평면 위의 두 점 $(1, 0), (2, -3)$ 사이의 거리는? [2점]

- ① 3
- ② $\sqrt{10}$
- ③ $\sqrt{11}$
- ④ $2\sqrt{3}$
- ⑤ $\sqrt{13}$

3. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 $A + 2B$ 의 모든 성분의 합은? [2점]

- ① 10
- ② 12
- ③ 14
- ④ 16
- ⑤ 18

4. 등식

$x^2 + ax - 1 = (x - 1)(x + b) + 3x$

가 x 에 대한 항등식일 때, $a + b$ 의 값은? (단, a 와 b 는 상수이다.) [3점]

- ① 4
- ② 5
- ③ 6
- ④ 7
- ⑤ 8

5. 좌표평면 위의 점 $(3, a)$ 를 점 $(8, 8)$ 로 옮기는 평행이동에 의하여 점 $(5, 5)$ 가 점 $(b, 2)$ 로 옮겨질 때, $a+b$ 의 값은? [3점]

- ① 21 ② 23 ③ 25 ④ 27 ⑤ 29

6. 다항식 $(4x - ay + 2)^2$ 의 전개식에서 x^2 의 계수와 y 의 계수가 같을 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① -6 ② -4 ③ -2 ④ 0 ⑤ 2

7. 두 이차정사각행렬 A, B 의 (i, j) 성분을 각각 a_{ij}, b_{ij} 라 할 때,

$$a_{ij} = i + 2j \quad (i = 1, 2, j = 1, 2),$$

$$b_{ij} = i \times j \quad (i = 1, 2, j = 1, 2)$$

이다. 행렬 AB 의 $(2, 1)$ 성분은? [3점]

- ① 4 ② 7 ③ 10 ④ 13 ⑤ 16

8. 연립방정식

$$\begin{cases} x-y=-3 \\ x^2-6x+4y=11 \end{cases}$$

의 해를 $x=\alpha, y=\beta$ 라 할 때, $\alpha+\beta$ 의 값은? [3점]

- ① 3
- ② 4
- ③ 5
- ④ 6
- ⑤ 7

10. 한 개의 주사위를 두 번 던져서 나오는 눈의 수를 차례로 a, b 라 하자. $a\times b$ 가 4의 약수 또는 12의 배수가 되는 모든 순서쌍 (a, b) 의 개수는? [3점]

- ① 7
- ② 9
- ③ 11
- ④ 13
- ⑤ 15

9. x 에 대한 다항식 $x^3-(a+1)x^2+(a-3)x+8$ 을 $x-a$ 로 나누었을 때의 나머지가 a 일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① -2
- ② -1
- ③ 0
- ④ 1
- ⑤ 2

11. 점 $(m, -m)$ 과 직선 $3x + y + 3 = 0$ 사이의 거리를 d_1 ,
점 $(0, 5)$ 와 직선 $3x + y + 3 = 0$ 사이의 거리를 d_2 라 하자.
 $d_1 < d_2$ 가 되도록 하는 정수 m 의 개수는? [3점]

- ① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

12. 실수 a 에 대하여 복소수 z 를 $z = a^2 + (1+i)a - 6(2+i)$ 라
하자. z^2 이 실수가 되도록 하는 모든 a 의 값의 합은?
(단, $i = \sqrt{-1}$) [3점]

- ① -4 ② -1 ③ 2 ④ 5 ⑤ 8

13. x 에 대한 연립부등식

$$\begin{cases} x^2 \geq 4n^2 \\ x^2 - nx - 6n^2 \leq 0 \end{cases}$$

을 만족시키는 정수 x 의 개수가 10이 되도록 하는 자연수 n 의 값은? [3점]

- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

14. 좌표평면 위에 두 점 $A(-3, 2)$, $B(2, 6)$ 이 있다. $\overline{PQ}=1$ 인 x 축 위의 두 점 P , Q 에 대하여 $\overline{AP}+\overline{QB}$ 의 최솟값은?
(단, 점 P 의 x 좌표는 점 Q 의 x 좌표보다 작다.) [4점]

- ① $2\sqrt{17}$ ② $6\sqrt{2}$ ③ $2\sqrt{19}$ ④ $4\sqrt{5}$ ⑤ $2\sqrt{21}$

15. 세 이차정사각행렬 $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 6 & 0 \end{pmatrix}$, B , C 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $AB = CA = O$
 (나) 행렬 B 의 모든 성분의 합이 3이고,
 행렬 C 의 $(1, 1)$ 성분과 $(2, 1)$ 성분이 같다.

$BC = A$ 일 때, 행렬 C 의 모든 성분의 합은?
 (단, O 는 영행렬이다.) [4점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

16. 1학년 학생 3명, 2학년 학생 2명, 3학년 학생 1명이 있다.
 이 6명의 학생 중에서 5명의 학생을 선택하고 이 5명의 학생이
 모두 한 번씩 발표하도록 순서를 정하려고 할 때, 1학년 학생끼리는
 연속해서 발표하지 않도록 순서를 정하는 경우의 수는?
 (단, 발표는 한 명씩 한다.) [4점]

- ① 228 ② 234 ③ 240 ④ 246 ⑤ 252

17. 양수 a 에 대하여 $0 \leq x \leq a$ 에서
이차함수 $f(x) = -2x^2 + 16x - 7$ 의 최댓값과 최솟값의 합이 0이
되도록 하는 모든 a 의 값의 합은? [4점]

- ① $\frac{17}{2}$
- ② 9
- ③ $\frac{19}{2}$
- ④ 10
- ⑤ $\frac{21}{2}$

18. x 에 대한 다항식 $x^3 + (2a + 3)x^2 + (3a + 5)x + a + 3$ 이
 $(x + b)(x + c)^2$ 으로 인수분해되도록 하는 세 실수 a, b, c 에 대하여
 $a + b + c$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M + m$ 의 값은?
[4점]

- ① 5
- ② 6
- ③ 7
- ④ 8
- ⑤ 9

19. 최고차항의 계수가 1인 삼차다항식 $f(x)$ 와 모든 항의 계수가 실수인 두 다항식 $P(x)$, $Q(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $f(x)$ 를 $P(x)$ 로 나누었을 때의 몫은 $Q(x)$ 이고 나머지는 $P(x) + \{Q(x)\}^2$ 이다.
 (나) $f(x)$ 를 $Q(x)$ 로 나누었을 때의 몫은 $P(x)$ 이고 나머지는 $P(x) + \{Q(x)\}^2$ 이다.

$P(0) = -2$, $Q(0) = 1$ 일 때, $f(2)$ 의 값은? [4점]

- ① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

20. 0이 아닌 실수 a 에 대하여 좌표평면 위의 서로 다른 세 점 $A(2a, 0)$, B , C 가 다음 조건을 만족시킨다.

- 삼각형 ABC 의 무게중심의 좌표는 $(0, 2)$ 이다.
- $\overline{AB} = \overline{AC}$

다음은 $\overline{BC} = 2\sqrt{a^2 + 1}$ 일 때, 점 B 의 x 좌표와 y 좌표의 합을 구하는 과정이다. (단, 점 B 의 x 좌표는 점 C 의 x 좌표보다 크다.)

선분 BC 의 중점을 $M(b, c)$, 삼각형 ABC 의 무게중심을 G 라 하면, 점 $G(0, 2)$ 는 선분 AM 을 $2:1$ 로 내분하는 점이므로 $b = -a$, $c = \boxed{\text{가}}$ 이다.

$\overline{AB} = \overline{AC}$ 이고 직선 AM 의 기울기가 $-\frac{1}{a}$ 이므로

직선 BC 의 방정식은

$$y = \boxed{\text{나}} \times \{x - (-a)\} + \boxed{\text{가}}$$

이다.

점 B 의 x 좌표를 k 라 하면

점 B 의 y 좌표는 $\boxed{\text{나}} \times (k + a) + \boxed{\text{가}}$ 이다.

$\overline{BM} = \frac{1}{2}\overline{BC}$ 이고 점 B 의 x 좌표가 점 C 의 x 좌표보다 크므로

$k = \boxed{\text{다}}$ 이다.

따라서 점 B 의 x 좌표와 y 좌표의 합은 $\boxed{\text{라}}$ 이다.

위의 (가), (라)에 알맞은 수를 각각 p , q 라 하고, (나), (다)에 알맞은 식을 각각 $f(a)$, $g(a)$ 라 할 때, $f(p) \times g(q)$ 의 값은? [4점]

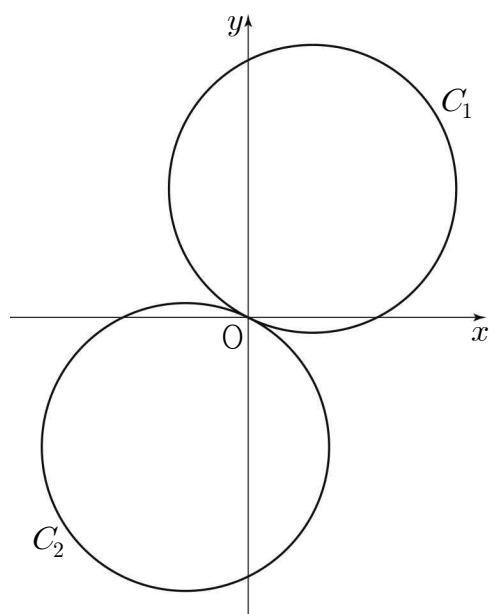
- ① -10 ② $-\frac{19}{2}$ ③ -9 ④ $-\frac{17}{2}$ ⑤ -8

21. 좌표평면 위의 제1사분면에 있는 점 A를 중심으로 하고 원점 O를 지나는 원 C_1 이 있다. 원 C_1 을 원점 O에 대하여 대칭이동한 원을 C_2 라 할 때, 두 원 C_1, C_2 가 다음 조건을 만족시킨다.

삼각형 OPQ의 외접원의 중심이 선분 PQ 위에 있도록 하는 원 C_1 위의 점 P와 원 C_2 위의 점 Q에 대하여 $\overline{PQ}=6$ 이다.

원 C_2 가 x 축과 만나는 점 중 O가 아닌 점을 B라 할 때, 원 C_2 위의 점 B에서의 접선을 l 이라 하자. 직선 l 의 기울기가 $\frac{1}{2}$ 일 때, 점 A와 직선 l 사이의 거리는? [4점]

- ① $\frac{3}{5}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{11}{15}$ ④ $\frac{4}{5}$ ⑤ $\frac{13}{15}$



단답형

22. 직선 $y = (5 - 2k)x + 2$ 와 직선 $y = x + 3$ 이 서로 평행할 때, 상수 k 의 값을 구하시오. [3점]

23. 등식 ${}_nC_2 = {}_3P_2 \times n$ 을 만족시키는 자연수 n 의 값을 구하시오.

[3점]

24. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 8 & 2 \\ 2 & 8 \end{pmatrix}$ 에 대하여

$pA - B = q \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ 일 때, $p + q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 상수이다.) [3점]

26. x 에 대한 사차방정식 $(2x^2 + kx)^2 + 10(2x^2 + kx) + 16 = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수가 2가 되도록 하는 모든 자연수 k 의 값의 합을 구하시오. [4점]

25. 1부터 6까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 6장의 카드가 있다.

이 6장의 카드를 모두 한 번씩 사용하여 일렬로 나열할 때,
양 끝에 놓인 카드에 적힌 두 수의 곱이 홀수가 되도록 나열하는
경우의 수를 구하시오. [3점]



27. 상수 k 에 대하여 x 에 대한 이차방정식

$$x^2 + kx - \frac{1}{2}k^2 + 3k = 0$$
이 서로 다른 두 실근 α, β 를 갖는다.

$\alpha^2 - k\beta = 12$ 일 때, $\alpha^2 + \beta^2$ 의 값을 구하시오. [4점]

28. 원 O 가 x 축과 두 점 A, B에서 만나고, y 축과 두 점 C, D에서 만난다. 네 점 A, B, C, D와 원 O 가 다음 조건을 만족시킬 때, 사각형 ACBD의 넓이를 구하시오. (단, 점 A의 x 좌표는 점 B의 x 좌표보다 작고, 점 C의 y 좌표는 점 D의 y 좌표보다 작다.) [4점]

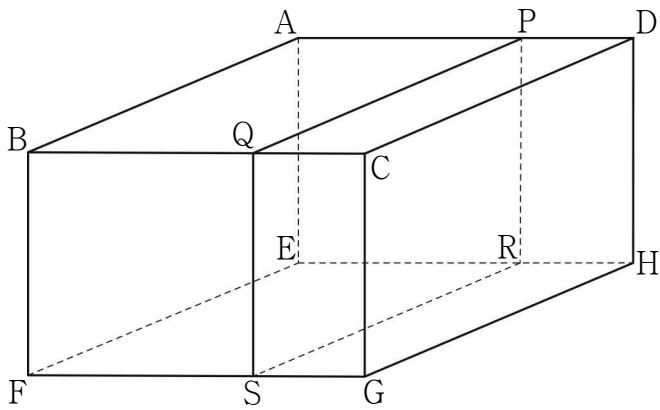
- (가) 선분 AB를 1:4로 내분하는 점은 선분 CD의 중점이다.
(나) 원 O 가 직선 $4x - 3y + 13 = 0$ 에 접한다.

29. 그림과 같이 정사각형 ABCD를 밑면으로 하는 직육면체 ABCD-EFGH가 있다. 선분 AD 위의 점 P와 선분 BC 위의 점 Q를 $\overline{AP} = \overline{BQ} = \overline{BF}$ 가 되도록 잡고, 점 P에서 선분 EH에 내린 수선의 발을 R, 점 Q에서 선분 FG에 내린 수선의 발을 S라 하자. 직육면체 ABCD-EFGH의 부피를 V_1 , 직육면체 ABQP-EFSR의 부피를 V_2 라 하자.

$$(\overline{AB} + \overline{BF}) \times \overline{SD}^2 = \frac{35}{4}, \quad V_1 + V_2 = \frac{15}{4}$$

일 때, $(\overline{AB} + \overline{BF})^3 = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, $\overline{AB} > \overline{BF}$ 이고, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



30. 두 상수 $p(p > 0)$, q 에 대하여

이차함수 $f(x) = \frac{1}{2}(x-p)^2 + q$ 가 있다.

함수 $f(x)$ 와 양수 m 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = -f(x-m)$$

이라 할 때, 방정식 $f(x) = g(x)$ 가 서로 다른 두 실근

$\alpha, \beta (\alpha < \beta)$ 를 갖는다. 함수 $h(x)$ 를

$$h(x) = \begin{cases} f(x) & (x \leq \alpha \text{ 또는 } x \geq \beta) \\ g(x) & (\alpha < x < \beta) \end{cases}$$

라 할 때, 함수 $h(x)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

x 에 대한 방정식 $h(x) = t$ 의 서로 다른 실근의 개수가 2 이상이면서 서로 다른 모든 실근의 합이 $4p + 2m$ 이 되도록 하는 모든 실수 t 의 값의 범위는 $g(p) < t < 5$ 이다.

$f(m) + g(m) = -4$ 일 때, $m \times (p-q)$ 의 값을 구하시오. [4점]

※ 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.