

제 2 교시

## 수학 영역 (나형)

## 5지선 다형

1.  $27 \times 3^{-2}$ 의 값은? [2점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

3.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x+2)}{x-3}$ 의 값은? [2점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

2.  $\log_2 2 + \log_3 9$ 의 값은? [2점]

- ① 1      ② 3      ③ 5      ④ 7      ⑤ 9

4. 두 수열  $\{a_n\}$ ,  $\{b_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^{10} a_k = 2, \quad \sum_{k=1}^{10} b_k = 3$$

일 때,  $\sum_{k=1}^{10} (2a_k + b_k)$ 의 값은? [3점]

- ① 4      ② 5      ③ 6      ④ 7      ⑤ 8

5. 두 사건  $A$ ,  $B$ 가 서로 독립이고

$$P(A) = \frac{1}{2}, P(A \cap B) = \frac{1}{6}$$

일 때,  $P(B)$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{1}{6}$       ②  $\frac{1}{4}$       ③  $\frac{1}{3}$       ④  $\frac{5}{12}$       ⑤  $\frac{1}{2}$

7. 두 집합

$$A = \{2, 2a+3\}, B = \{5, 7, a^2-2\}$$

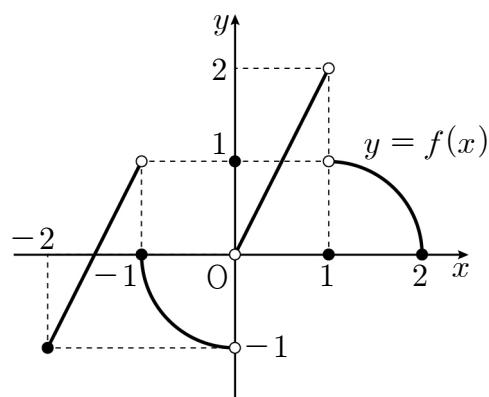
에 대하여  $A \cap B = A$ 를 만족시키는 실수  $a$ 의 값은? [3점]

- ① -4      ② -2      ③ 0      ④ 2      ⑤ 4

6. 함수  $f(x) = x^2 - 2x + 3$ 에 대하여  $f'(2)$ 의 값은? [3점]

- ① 2      ② 4      ③ 6      ④ 8      ⑤ 10

8. 단한 구간  $[-2, 2]$ 에서 정의된 함수  $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) \text{의 값은? } [3\text{점}]$$

- ① -1    ② 0    ③ 1    ④ 2    ⑤ 3

10. 함수  $y = \frac{2}{x-1}$ 의 그래프를  $x$  축의 방향으로  $a$ 만큼,

$y$  축의 방향으로 4만큼 평행이동한 그래프의 점근선은 두 직선  $x=3$ ,  $y=b$ 이다. 두 상수  $a$ ,  $b$ 에 대하여  $a+b$ 의 값은?

[3점]

- ① 6    ② 7    ③ 8    ④ 9    ⑤ 10

9.  $\int_{-2}^2 (3x^2 + 2x + 1) dx$ 의 값은? [3점]

- ① 12    ② 14    ③ 16    ④ 18    ⑤ 20

11. 실수  $x$ 에 대한 두 조건  $p$ ,  $q$ 가

$$p : -4 \leq x \leq 6,$$

$$q : |x-2| \leq a$$

일 때, 명제  $p \rightarrow q$ 가 참이 되도록 하는 자연수  $a$ 의 최솟값은?  
[3점]

- ① 5      ② 6      ③ 7      ④ 8      ⑤ 9

12. 함수

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x + 2 & (x < 0) \\ x^2 + 2 & (x \geq 0) \end{cases}$$

에 대하여  $(f \circ f)(-2)$ 의 값은? [3점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

13. 흰 공 6개와 빨간 공 4개가 들어 있는 주머니가 있다.  
이 주머니에서 임의로 4개의 공을 동시에 꺼낼 때,  
꺼낸 4개의 공 중 흰 공의 개수가 3 이상일 확률은? [3점]

①  $\frac{17}{42}$     ②  $\frac{19}{42}$     ③  $\frac{1}{2}$     ④  $\frac{23}{42}$     ⑤  $\frac{25}{42}$

14. 어느 고등학교의 전체 학생은 300명이고, 진로 체험 행사에  
참가한 학생 수와 참가하지 않은 학생 수는 다음과 같다.

구분	남학생	여학생
참가한 학생 수	125	75
참가하지 않은 학생 수	50	50

이 고등학교 학생 중 임의로 선택한 1명의 학생이 진로 체험  
행사에 참가한 학생일 때, 이 학생이 여학생일 확률은? [4점]

①  $\frac{1}{8}$     ②  $\frac{3}{16}$     ③  $\frac{1}{4}$     ④  $\frac{5}{16}$     ⑤  $\frac{3}{8}$

15. 어느 양계장에서 생산하는 계란 1 개의 무게는 평균이 52g, 표준편차가 8g인 정규분포를 따른다고 한다. 이 양계장에서 생산하는 계란 중 임의로 1 개를 선택할 때, 이 계란의 무게가 60g 이상이고 68g 이하일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [4점]

$z$	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938
3.0	0.4987

- ① 0.0440      ② 0.0655      ③ 0.0919  
 ④ 0.1359      ⑤ 0.1525

16. 수열  $\{a_n\}$ 의 각 항이

$$\begin{aligned}a_1 &= 1 \\a_2 &= 1 + 3 \\a_3 &= 1 + 3 + 5 \\\vdots & \\a_n &= 1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) \\\vdots &\end{aligned}$$

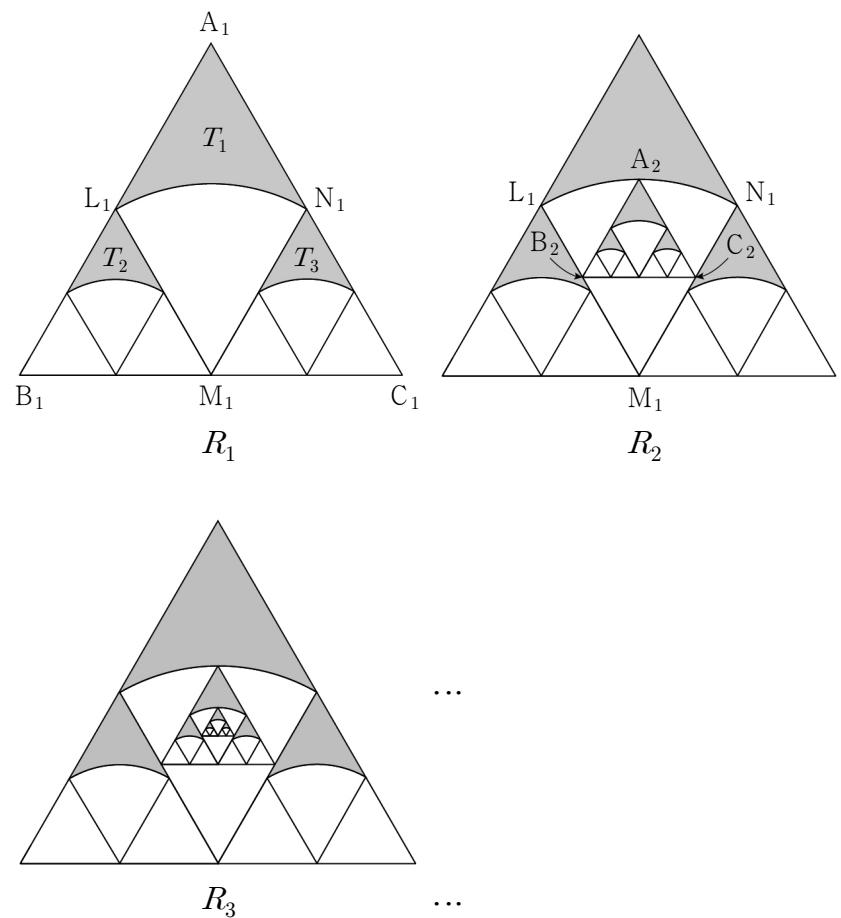
일 때,  $\log_4(2^{a_1} \times 2^{a_2} \times 2^{a_3} \times \dots \times 2^{a_{12}})$ 의 값은? [4점]

- ① 315      ② 320      ③ 325      ④ 330      ⑤ 335

17. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수  $f(x)$ 에 대하여  
곡선  $y=f(x)$  위의 점  $(2, 4)$ 에서의 접선이  
점  $(-1, 1)$ 에서 이 곡선과 만날 때,  $f'(3)$ 의 값은? [4점]

① 10    ② 11    ③ 12    ④ 13    ⑤ 14

18. 그림과 같이 한 변의 길이가 2인 정삼각형  $A_1B_1C_1$ 이 있다.  
세 선분  $A_1B_1$ ,  $B_1C_1$ ,  $C_1A_1$ 의 중점을 각각  $L_1$ ,  $M_1$ ,  $N_1$ 이라  
하고, 중심이  $M_1$ , 반지름의 길이가  $\overline{M_1N_1}$ 이고 중심각의 크기  
가  $60^\circ$ 인 부채꼴  $M_1N_1L_1$ 을 그린 후 부채꼴  $M_1N_1L_1$ 의  
호  $N_1L_1$ 과 두 선분  $A_1L_1$ ,  $A_1N_1$ 로 둘러싸인 부분인  $\triangle$  모양  
의 도형을  $T_1$ 이라 하자. 두 정삼각형  $L_1B_1M_1$ 과  $N_1M_1C_1$ 에  
도형  $T_1$ 을 얻은 것과 같은 방법으로 만들어지는 각각의  
부채꼴의 호와 두 선분으로 둘러싸인 부분인  $\triangle$  모양의 도형을  
각각  $T_2$ ,  $T_3$ 이라 하자. 정삼각형  $A_1B_1C_1$ 에서  
세 도형  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $T_3$ 으로 이루어진  $\triangle$  모양의 도형에  
색칠하여 얻은 그림을  $R_1$ 이라 하자.  
그림  $R_1$ 에서 부채꼴  $M_1N_1L_1$ 의 호  $N_1L_1$ 을 이등분하는 점을  
 $A_2$ 라 할 때, 부채꼴  $M_1N_1L_1$ 에 내접하는 정삼각형  $A_2B_2C_2$ 를  
그리고 그림  $R_1$ 을 얻은 것과 같은 방법으로 만들어지는  
 $\triangle$  모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을  $R_2$ 라 하자.  
이와 같은 과정을 계속하여  $n$  번째 얻은 그림  $R_n$ 에 색칠되어  
있는 부분의 넓이를  $S_n$ 이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ①  $\frac{3(3\sqrt{3}-\pi)}{11}$     ②  $\frac{13(3\sqrt{3}-\pi)}{44}$     ③  $\frac{7(3\sqrt{3}-\pi)}{22}$   
④  $\frac{15(3\sqrt{3}-\pi)}{44}$     ⑤  $\frac{4(3\sqrt{3}-\pi)}{11}$

19. 1부터 6까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 6개의 공이 주머니에 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 1개의 공을 꺼내어 공에 적혀 있는 수를 확인한 후 다시 넣는다. 이와 같은 시행을 3번 반복할 때, 꺼낸 공에 적혀 있는 수를 차례로  $x_1, x_2, x_3$ 이라 하고, 이 세 수  $x_1, x_2, x_3$  중에서 최댓값과 최솟값의 차를 확률변수  $X$ 라 하자. 예를 들어  $P(X=1) = \frac{5}{36}$ 이다. 다음은 확률변수  $X$ 의 평균  $E(X)$ 를 구하는 과정의 일부이다.

세 수  $x_1, x_2, x_3$ 을 순서쌍  $(x_1, x_2, x_3)$ 과 같이 나타내자.  
세 수  $x_1, x_2, x_3$  중에서 최댓값을  $p$ , 최솟값을  $q$ 라 하고  $p-q=k$ 라 하자.

(1)  $k=0$  일 때

순서쌍  $(x_1, x_2, x_3)$ 의 개수는 (가)이고,

$$P(X=0) = \frac{1}{6^3} \times \boxed{\text{(가)}}$$

(2)  $k \neq 0$  일 때

i)  $k=1$  을 만족시키는 순서쌍  $(x_1, x_2, x_3)$ 의 개수는

$$5 \times \left( \frac{3!}{2!} + \frac{3!}{2!} \right)$$

이다.

ii)  $k=2$  를 만족시키는 순서쌍  $(x_1, x_2, x_3)$ 의 개수는

$$4 \times \left( \frac{3!}{2!} + \frac{3!}{2!} + 3! \right)$$

이다.

⋮

그러므로  $1 \leq k \leq 5$  일 때, 순서쌍  $(x_1, x_2, x_3)$ 의 개수는

$$(6-k) \times \left\{ \frac{3!}{2!} + \frac{3!}{2!} + (\boxed{\text{(나)}}) \times 3! \right\}$$

이고

$$P(X=k) = \frac{1}{6^3} \times (6-k) \times \left\{ \frac{3!}{2!} + \frac{3!}{2!} + (\boxed{\text{(나)}}) \times 3! \right\}$$

(1), (2)에 의하여 확률변수  $X$ 의 평균  $E(X)$ 는 다음과 같다.

$$E(X) = \sum_{k=0}^5 \{k \times P(X=k)\} = \frac{1}{6^2} \sum_{k=1}^5 (\boxed{\text{(다)}}) = \frac{35}{12}$$

위의 (가)에 알맞은 수를  $a$  라 하고, (나), (다)에 알맞은 식을 각각  $f(k)$ ,  $g(k)$  라 할 때,  $\frac{f(5) \times g(3)}{a}$  의 값은? [4점]

- ① 15    ② 18    ③ 21    ④ 24    ⑤ 27

20. 최고차항의 계수가 양수인 이차함수  $f(x)$ 에 대하여

$$g(x) = \int_0^x t f(t) dt$$

라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

[4점]

—<보기>—

ㄱ.  $g'(0)=0$

ㄴ. 양수  $\alpha$ 에 대하여  $g(\alpha)=0$  이면 방정식  $f(x)=0$  은 열린 구간  $(0, \alpha)$ 에서 적어도 하나의 실근을 갖는다.

ㄷ. 양수  $\beta$ 에 대하여  $f(\beta)=g(\beta)=0$  이면

모든 실수  $x$ 에 대하여  $\int_{\beta}^x t f(t) dt \geq 0$  이다.

① ㄱ

② ㄷ

③ ㄱ, ㄷ

④ ㄴ, ㄷ

⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 실수  $t$ 에 대하여  $x$ 에 대한 사차방정식

$$(x-1)\{x^2(x-3)-t\} = 0$$

의 서로 다른 실근의 개수를  $f(t)$ 라 하자. 다항함수  $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{g(x)}{x^4} = 0$   
 (나)  $g(-3) = 6$

함수  $f(t)g(t)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속일 때,  
 $g(1)$ 의 값은? [4점]

- ① 22      ② 24      ③ 26      ④ 28      ⑤ 30

단답형

22. 공비가 2인 등비수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $a_3 = 8$  일 때,  
 $a_5$ 의 값을 구하시오. [3점]

23.  ${}_5\text{P}_2 + {}_4\text{C}_3$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 함수

$$f(x) = \begin{cases} 3x+6 & (x < 2) \\ x^2+ax-4 & (x \geq 2) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수  $a$ 의 값을 구하시오.

[3점]

25. 함수  $f(x) = \int_0^x (3t^2 + 5) dt$ 에 대하여

$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 첫째항이 2, 공차가 4인 등차수열  $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n a_k b_k = 4n^3 + 3n^2 - n \text{ 일 때, } b_5 \text{의 값을 구하시오. [4점]}$$

27. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수  $f(x)$ 가 있다. 양수  $t$ 에 대하여 곡선  $y = f(x)$  와  $x$  축이 만나는 서로 다른 세 점의  $x$  좌표가  $-2t, 0, t$  일 때,  $f'(4)$ 의 최댓값을 구하시오.

[4점]

28. 다음 조건을 만족시키는 모든 자연수의 개수를 구하시오.

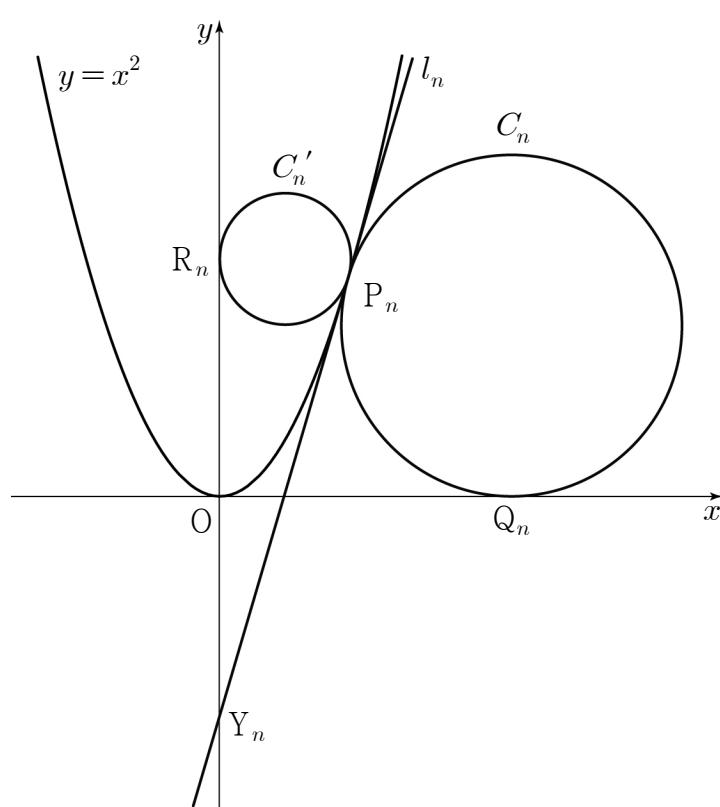
[4점]

- (가) 네 자리의 홀수이다.  
(나) 각 자리의 수의 합이 8 보다 작다.

29. 그림과 같이 자연수  $n$ 에 대하여 곡선  $y = x^2$  위의 점  $P_n(n, n^2)$ 에서의 접선을  $l_n$ 이라 하고, 직선  $l_n$ 이  $y$ 축과 만나는 점을  $Y_n$ 이라 하자.  $x$ 축에 접하고 점  $P_n$ 에서 직선  $l_n$ 에 접하는 원을  $C_n$ ,  $y$ 축에 접하고 점  $P_n$ 에서 직선  $l_n$ 에 접하는 원을  $C'_n$ 이라 할 때, 원  $C_n$ 과  $x$ 축과의 교점을  $Q_n$ , 원  $C'_n$ 과  $y$ 축과의 교점을  $R_n$ 이라 하자.

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\overline{OQ}_n}{\overline{Y_nR}_n} = \alpha$ 라 할 때,  $100\alpha$ 의 값을 구하시오. (단,  $O$ 는 원점이고, 점  $Q_n$ 의  $x$ 좌표와 점  $R_n$ 의  $y$ 좌표는 양수이다.)

[4점]



30. 좌표평면에서 2이상의 자연수  $n$ 에 대하여 영역

$$\{(x, y) \mid 0 \leq x \leq n, 0 \leq y \leq \sqrt{x}\}$$

에 속하는 점 중에서 다음 조건을 만족시키는 서로 다른 두 점을 동시에 선택하는 경우의 수를  $f(n)$ 이라 하자.

- (가) 두 점의  $x$ 좌표와  $y$ 좌표가 모두 정수이다.  
(나) 두 점의 중점의  $x$ 좌표와  $y$ 좌표가 모두 정수이다.

예를 들어  $f(4) = 9$ 이다.  $f(n) \leq 100$ 을 만족시키는 자연수  $n$ 의 최댓값을 구하시오. [4점]

\* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인 하시오.