



## 2020학년도 경찰대학 1차 시험 (수학)

\* 총 8쪽 25문항(3점 5문항, 4점 15문항, 5점 5문항)입니다.

[1~20] 각 문항의 답을 하나만 고르시오.

1. 실수  $x$ 에 대하여  $2^{3x} = 9$ 일 때,  $3^{\frac{2}{x}}$ 의 값은? [3점]

- ① 4      ② 8      ③ 16      ④ 32      ⑤ 64

2.  $x > 1$ 일 때,  $\log_x 1000 + \log_{100} x^4$  일 때,  $x = a$ 에서 최솟값  $m$ 을 갖는다.  $\log_{10} a^m$ 의 값은? [3점]

- ① 6      ② 7      ③ 8      ④ 9      ⑤ 10

3. 실수  $x$ 에 대하여  $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x^{2n+1} - 2x^{2n} + 1}{x^{2n+2} + x^{2n} + 1}$  일 때,

$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = a$ ,  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = b$ 라 하자.  $\frac{b}{a+2}$ 의 값은? [3점]

- ①  $-\frac{1}{4}$       ②  $-\frac{1}{2}$       ③  $\frac{1}{2}$       ④ 2      ⑤ 4

4.  $\sum_{k=308}^{400} {}_{400}C_k \left(\frac{4}{5}\right)^k \left(\frac{1}{5}\right)^{400-k}$ 의 값을 아래 표준정규분포표를

이용하여 구한 것은? [3점]

$z$	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

- ① 0.6826      ② 0.7745      ③ 0.8664      ④ 0.9332      ⑤ 0.9772

5. 자연수  $k$ 에 대하여  $a_k = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5^{n+1}}{5^n k + 4k^{n+1}}$  이라 할 때,

$$\sum_{k=1}^{10} ka_k$$
의 값은? [4점]

- ① 16      ② 20      ③ 21      ④ 25      ⑤ 50

7. 실수  $t$ 에 대하여  $f(x) = x+t$ 라 할 때, 직선  $y=f(x)$ 가

곡선  $y=|x^2 - 4|$ 와 만나는 점의 개수를  $g(t)$ 라 하자.

함수  $y=g(x)$ 의 그래프와 직선  $y=\frac{x}{2}+2$ 가 만나는 점의 개수는? [4점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

6. 집합  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에서  $A$ 로의 함수 중에서

$$f(1)-1 = f(2)-2 = f(3)-3$$

을 만족하는 함수  $f$ 의 개수는? [4점]

- ① 25      ② 50      ③ 75      ④ 100      ⑤ 125

8. 전체집합  $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 두 부분집합  $A, B$ 에 대하여

$A - B = \{1\}$ 을 만족하는 모든 순서쌍  $(A, B)$ 의 개수는?

[4점]

- ① 81      ② 87      ③ 93      ④ 99      ⑤ 105

9. 다항함수  $f(x)$ 가 모든 실수  $x$ 에 대하여

$$\int_0^x (x-t)^2 f'(t) dt = \frac{3}{4}x^4 - 2x^3$$

을 만족한다.  $f(0)=1$ 일 때,  $\int_0^1 f(x) dx$ 의 값은? [4점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④  $-\frac{1}{2}$       ⑤  $-\frac{1}{3}$

10. 네 정수  $a, b, c, d$ 에 대하여  $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = 17$ 을 만족하는  $a, b, c, d$ 의 모든 순서쌍  $(a, b, c, d)$ 의 개수는? [4점]

- ① 124      ② 144      ③ 164      ④ 184      ⑤ 204

11. 삼차함수  $P(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ 가  $0 \leq x \leq 1$ 인 모든 실수  $x$ 에 대하여  $|P'(x)| \leq 1$ 을 만족할 때,  $a$ 의 최댓값은?  
(단,  $a, b, c, d$ 는 실수이다.) [4점]

- ①  $\frac{4}{3}$       ②  $\frac{5}{3}$       ③ 2      ④  $\frac{7}{3}$       ⑤  $\frac{8}{3}$

12. 두 실수  $a, b$ 와 최고차항의 계수가 1인 삼차함수  $f(x)$ 에 대하여 함수  $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} a & (x < -1) \\ |f(x)| & (-1 \leq x \leq 5) \\ b & (x > 5) \end{cases}$$

라 하자.  $g(x)$ 가  $x = -1, x = 5$ 에서 미분가능할 때,  
<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

- <보기>
- ㄱ.  $f(x)$ 는  $x = -1$ 에서 극댓값을 갖는다.
  - ㄴ.  $f'(9) = 0$ 이면  $a > b$ 이다.
  - ㄷ.  $a = b$ 이면  $f(0) = 46$ 이다.

- ① ㄱ      ② ㄴ      ③ ㄱ, ㄷ  
④ ㄴ, ㄷ      ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

13. 한 개의 주사위를 세 번 던질 때, 나온 눈의 수를 차례로  $a, b, c$ 라 하고, 함수  $f(x)$ 를

$$f(x) = (a-3)(x^2 + 2bx + c)$$

로 정의하자. 함수  $g(x) = \begin{cases} 1 & (x > 0) \\ 0 & (x \leq 0) \end{cases}$ 에 대하여 합성함수

$(g \circ f)(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속일 확률은? [4점]

- ①  $\frac{17}{72}$     ②  $\frac{7}{24}$     ③  $\frac{25}{72}$     ④  $\frac{29}{72}$     ⑤  $\frac{11}{24}$

14. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수  $f(x)$ 와 양수  $a$ 가 다음 조건을 만족할 때,  $a$ 의 값은? [4점]

(가) 모든 실수  $t$ 에 대하여  $\int_{a-t}^{a+t} f(x) dx = 0$ 이다.

(나)  $f(a) = f(0)$

(다)  $\int_0^a f(x) dx = 144$

- ①  $2\sqrt{6}$     ②  $3\sqrt{6}$     ③  $4\sqrt{6}$     ④  $5\sqrt{6}$     ⑤  $6\sqrt{6}$

15. 두 곡선  $y = x^3 + 4x^2 - 6x + 5$ ,  $y = x^3 + 5x^2 - 9x + 6$ 이 만나는 점의  $x$ 좌표를  $\alpha, \beta (\alpha < \beta)$ 라 할 때, 곡선  $y = 6x^5 + 4x^3 + 1$ 과 두 직선  $x = \alpha$ ,  $x = \beta$ 와  $x$ 축으로 둘러싸인 부분의 넓이는  $a\sqrt{5}$ 이다. 자연수  $a$ 의 값은? [4점]

- ① 160    ② 162    ③ 164    ④ 166    ⑤ 168

16. 사차함수  $f(x) = k(x-1)(x-a)(x-a+1)(x-a+2)$  ( $k > 0$ )에  
다음 조건을 만족시킨다.

(가) 사차방정식  $f(x) = 0$ 은 서로 다른 세 실근을 갖는다.  
(나) 함수  $f(x)$ 의 두 극솟값의 곱은 25이다.

두 상수  $a, k$ 에 대하여  $ak$ 의 값은? [4점]

- ① 30      ② 40      ③ 45      ④ 50      ⑤ 60

17. 임의의 두 실수  $x, y$ 에 대하여

$$f(x-y) = f(x) - f(y) + 3xy(x-y)$$

를 만족시키는 다항함수  $f(x)$ 가  $x=2$ 에서 극댓값  $a$ 를 가진다.

$f'(0) = b$ 일 때,  $a-b$ 의 값은? [5점]

- ① 2      ② 4      ③ 6      ④ 8      ⑤ 10

18. 1부터 12까지의 모든 자연수를 임의로 나열하여

$a_1, a_2, a_3, \dots, a_{12}$ 라 할 때,

$$|a_1 - a_2| + |a_2 - a_3| + |a_3 - a_4| + \dots + |a_{11} - a_{12}|$$

의 최댓값은? [5점]

- ① 67      ② 68      ③ 69      ④ 70      ⑤ 71

19. 두 실수  $x, y$ 가

$$\log_2(x + \sqrt{2}y) + \log_2(x - \sqrt{2}y) = 2$$

를 만족할 때,  $|x| - |y|$ 의 최솟값은? [5점]

- ①  $\frac{\sqrt{2}}{4}$     ②  $\frac{1}{2}$     ③  $\frac{\sqrt{2}}{2}$     ④ 1    ⑤  $\sqrt{2}$

20. 두 양수  $a, b$ 가

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \leq 4, \quad (a-b)^2 = 16(ab)^3$$

을 만족할 때,  $a+b$ 의 값은? [5점]

- ① 1    ②  $\sqrt{2}$     ③ 2    ④  $2\sqrt{2}$     ⑤ 4

[21~25] 각 문항의 답을 답안지에 기재하시오.

21. 삼차방정식  $x^3 + ax - 1 = 0$  ( $a > 0$ )의 실근을  $r$ 라 하자.

$$\sum_{n=1}^{\infty} r^{3n-2} = \frac{1}{2} \text{ 일 때, 양수 } a \text{의 값을 구하시오. [3점]}$$

22. 상자  $A$ 에 검은 공 2개와 흰 공 2개가 들어 있고,

상자  $B$ 에 검은 공 1개와 흰 공 3개가 들어 있다.

두 상자  $A, B$  중 임의로 선택한 하나의 상자에서

공을 1개 꺼냈더니 검은 공이 나왔을 때, 그 상자에

남은 공이 모두 흰 공일 확률을  $\frac{q}{p}$ 라 하자.

$p+q$ 의 값을 구하시오. (단, 모든 공의 크기와 모양은 같고,

$p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

23. 자연수  $n$ 에 대하여  $\left| n - \sqrt{m - \frac{1}{2}} \right| < 1$ 을 만족하는

자연수  $m$ 의 개수를  $a_n$ 이라 하자.  $\frac{1}{100} \sum_{n=1}^{100} a_n$ 의 값을 구하시오. [4점]

24. 자연수  $n$ 에 대하여  $S_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{\sqrt{2k+1}}$  이라 할 때,  
 $S_{180}$ 의 정수 부분을 구하시오. [4점]

25. 함수  $f(x)$ 를

$$f(x) = \begin{cases} \frac{[x]^2 + x}{[x]} & (1 \leq x < 3) \\ \frac{7}{2} & (x \geq 3) \end{cases}$$

이라 하자. 함수  $f(x)$ 와  $a \geq 3$ 인 실수  $a$ 에 대하여

$$g(a) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f(a) + f\left(a - \frac{2}{n}\right) + f\left(a - \frac{4}{n}\right) + \dots + f\left(a - \frac{2(n-1)}{n}\right)}{n}$$

이라 할 때,  $8 \times g(3)$ 의 값을 구하시오.

(단,  $[x]$ 는  $x$ 보다 크지 않은 최대 정수이다.) [5점]

※ 확인사항

▷ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입 · 표기 했는지 확인하시오.