

# 수학 영역

## 제 2 교시

1

1. 두 다항식  $A = 2x^2 + 3xy$ ,  $B = x^2 - 2xy$ 에 대하여  $A + B$ 는?

[2점]

- ①  $x^2 + 8xy$       ②  $x^2 - 6xy$       ③  $3x^2 + xy$   
 ④  $3x^2 + 5xy$       ⑤  $4x^2 + xy$

3. 복소수  $z = 1 + 2i$ 에 대하여  $z \times \bar{z}$ 의 값은?

(단,  $i = \sqrt{-1}$  이고,  $\bar{z}$ 는  $z$ 의 켤레복소수이다.) [2점]

- ①  $-3$       ②  $-1$       ③  $1$       ④  $3$       ⑤  $5$

2. 두 집합  $A = \{1, 3\}$ ,  $B = \{2, 3, 4\}$ 에 대하여 집합  $A \cup B$ 의 원소의 개수는? [2점]

- ①  $1$       ②  $2$       ③  $3$       ④  $4$       ⑤  $5$

4. 무리함수  $f(x) = \sqrt{x+k}$ 에 대하여  $f(-1) = 2$ 일 때, 상수  $k$ 의 값은? [3점]

- ①  $5$       ②  $6$       ③  $7$       ④  $8$       ⑤  $9$

5. 함수  $f(x)=3x+1$  과 함수  $g(x)$  에 대하여  $g(f(1))=f(2)$  일 때,  $g(4)$  의 값은? [3점]

- ① 6      ② 7      ③ 8      ④ 9      ⑤ 10

7. 좌표평면 위의 두 점  $(-1, 2)$ ,  $(2, a)$  를 지나는 직선이  $y$  축과 점  $(0, 5)$  에서 만날 때, 상수  $a$  의 값은? [3점]

- ① 5      ② 7      ③ 9      ④ 11      ⑤ 13

6. 다항식  $x^3+x^2-2$  가  $(x-1)(x^2+ax+b)$  로 인수분해될 때, 두 상수  $a, b$  에 대하여  $a+b$  의 값은? [3점]

- ① -4      ② -2      ③ 0      ④ 2      ⑤ 4

8. 실수  $x$ 에 대하여 두 조건  $p, q$ 가

$$p : -3 \leq x < 4$$

$$q : x^2 = k \text{ (} k \text{는 자연수)}$$

이다.  $p$ 가  $q$ 이기 위한 필요조건이 되도록 하는  $k$ 의 개수는? [3점]

- ① 7      ② 8      ③ 9      ④ 10      ⑤ 11

10. 좌표평면 위의 두 점  $A(2, 0), B(-1, 5)$ 에 대하여 선분  $AB$ 를 1:2로 외분하는 점을  $P$ 라 할 때, 선분  $OP$ 를 3:2로 내분하는 점의 좌표는? (단,  $O$ 는 원점이다.) [3점]

- ①  $(2, -3)$       ②  $(2, 2)$       ③  $(3, -3)$   
④  $(3, -2)$       ⑤  $(3, 2)$

9. 연립부등식  $\begin{cases} |x-1| \leq 3 \\ x^2 - 8x + 15 > 0 \end{cases}$  을 만족시키는 정수  $x$ 의 개수는?

[3점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

11. 이차방정식  $x^2 - 2x + 4 = 0$ 의 두 근을  $\alpha, \beta$ 라 할 때,

$\frac{\beta^2}{\alpha} + \frac{\alpha^2}{\beta}$ 의 값은? [3점]

- ① -7      ② -4      ③ -1      ④ 2      ⑤ 5

12. 급식 인원이  $P$ (명)인 단체 급식에서 어떤 식재료의

폐기율이  $M(\%)$ , 1인 기준의 무게인 정미 중량이  $N(g)$ 일 때,  
주문하는 식재료의 총량인 발주량  $H(g)$ 은 다음과 같이 구할 수  
있다고 한다.

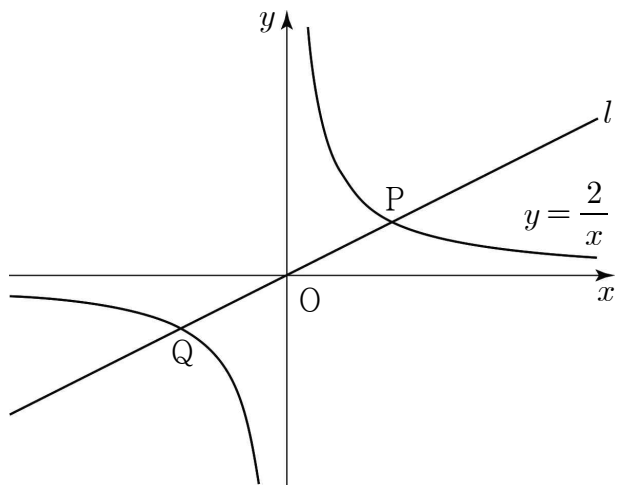
$$H = \frac{N \times 100}{100 - M} \times P$$

급식 인원이 700명인 학교에서 식재료 A의 폐기율이  $a(\%)$ ,  
정미 중량이 48(g)일 때, 발주량은  $H_A(g)$ 이고,

식재료 B의 폐기율이  $2a(\%)$ , 정미 중량이 23(g)일 때,  
발주량은  $H_B(g)$ 이다.  $H_A = 2H_B$ 일 때, 상수  $a$ 의 값은? [3점]

- ① 4      ② 5      ③ 6      ④ 7      ⑤ 8

13. 그림과 같이 원점을 지나는 직선  $l$ 과 함수  $y = \frac{2}{x}$ 의 그래프가 두 점 P, Q에서 만난다. 점 P를 지나고  $x$ 축에 수직인 직선과 점 Q를 지나고  $y$ 축에 수직인 직선이 만나는 점을 R라 할 때, 삼각형 PQR의 넓이는? [3점]



- ① 4      ②  $\frac{9}{2}$       ③ 5      ④  $\frac{11}{2}$       ⑤ 6

14. 최고차항의 계수가 1인 두 이차식  $f(x)$ ,  $g(x)$ 에 대하여

$$(x-1)f(x) = (x-2)g(x)$$

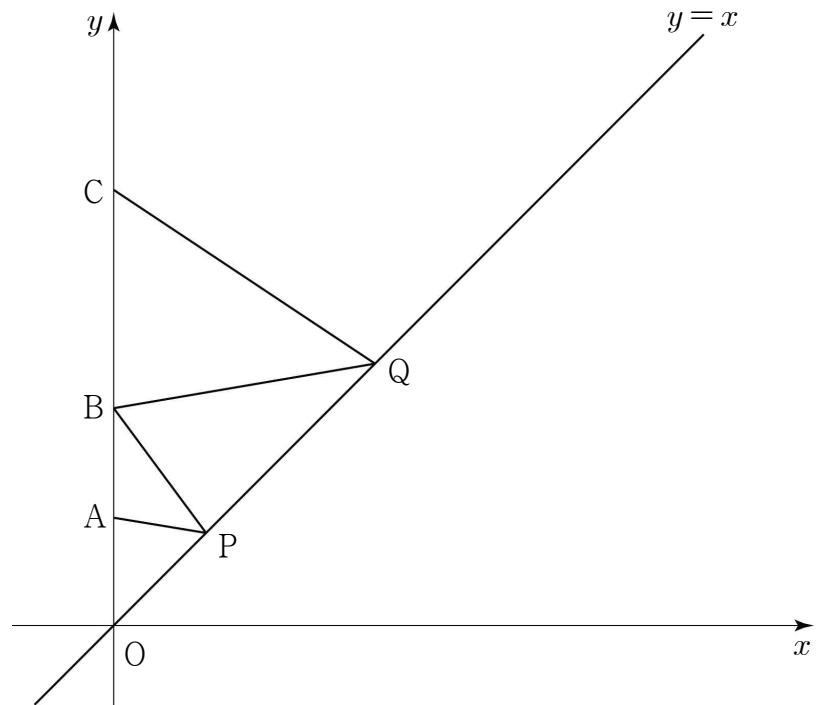
가 항상 성립한다.  $f(1) = -2$ 일 때,  $g(2)$ 의 값은? [4점]

- ① -3      ② -1      ③ 1      ④ 3      ⑤ 5

15. 연립부등식  $\begin{cases} y \geq x \\ y \leq -x^2 + 5x \end{cases}$  를 만족시키는 두 실수  $x, y$ 에 대하여  $3x - y$ 의 최댓값은? [4점]

- ①  $\frac{13}{2}$     ② 7    ③  $\frac{15}{2}$     ④ 8    ⑤  $\frac{17}{2}$

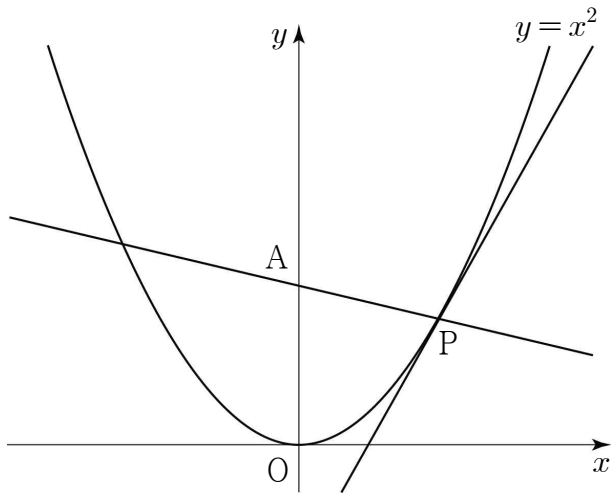
16. 좌표평면 위에 세 점  $A(0, 1)$ ,  $B(0, 2)$ ,  $C(0, 4)$ 와 직선  $y = x$  위의 두 점  $P, Q$ 가 있다.  $\overline{AP} + \overline{PB} + \overline{BQ} + \overline{QC}$ 의 값이 최소가 되도록 하는 두 점  $P, Q$ 에 대하여 선분  $PQ$ 의 길이는? [4점]



- ①  $\frac{\sqrt{2}}{2}$     ②  $\frac{2\sqrt{2}}{3}$     ③  $\frac{5\sqrt{2}}{6}$     ④  $\sqrt{2}$     ⑤  $\frac{7\sqrt{2}}{6}$

17. 그림과 같이 곡선  $y = x^2$  위의 점  $P(a, a^2)$ 에서의 접선의 기울기를  $m_1$ 이라 하고, 점 P와 점  $A(0, 1)$ 을 지나는 직선의 기울기를  $m_2$ 라 하자.

다음은  $m_1 - m_2$ 의 최솟값을 구하는 과정이다. (단,  $a > 0$ )



곡선  $y = x^2$  위의 점  $P(a, a^2)$ 에서의 접선의 방정식은  $y = m_1(x - a) + a^2$ 이므로  
 이차방정식  $x^2 = m_1(x - a) + a^2$ 이 중근을 갖는다.  
 이차방정식  $x^2 - m_1x + am_1 - a^2 = 0$ 의 판별식을  $D$ 라 하면  $D = 0$ 이므로  
 $m_1 = \boxed{\text{가}}$   
 직선  $y = m_2(x - a) + a^2$ 이 점  $A(0, 1)$ 을 지나므로  
 $m_2 = \boxed{\text{나}}$   
 따라서  $m_1 - m_2$ 의 최솟값은  $\boxed{\text{다}}$  이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각  $f(a)$ ,  $g(a)$ 라 하고  
 (다)에 알맞은 값을  $k$ 라 할 때,  $f(k) \times g(k)$ 의 값은? [4점]

- ① 5      ② 6      ③ 7      ④ 8      ⑤ 9

18. 삼차방정식  $x^3 = 1$ 의 한 허근을  $\omega$ 라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단,  $\overline{\omega}$ 는  $\omega$ 의 켤레복소수이다.)

[4점]

< 보 기 >

ㄱ.  $\overline{\omega}^3 = 1$   
 ㄴ.  $\frac{1}{\omega} + \left(\frac{1}{\omega}\right)^2 = \frac{1}{\omega} + \left(\frac{1}{\omega}\right)^2$   
 ㄷ.  $(-\omega - 1)^n = \left(\frac{\overline{\omega}}{\omega + \overline{\omega}}\right)^n$  을 만족시키는 100 이하의 자연수  $n$ 의 개수는 50이다.

- ① ㄱ                      ② ㄷ                      ③ ㄱ, ㄴ  
 ④ ㄴ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

19. 좌표평면에서  $3 < a < 7$ 인 실수  $a$ 에 대하여

이차함수  $y = x^2 - 2ax - 20$ 의 그래프 위의 점 P와  
직선  $y = 2x - 12a$  사이의 거리의 최솟값을  $f(a)$ 라 하자.  
 $f(a)$ 의 최댓값은? [4점]

- ①  $\frac{4\sqrt{5}}{5}$     ②  $\sqrt{5}$     ③  $\frac{6\sqrt{5}}{5}$     ④  $\frac{7\sqrt{5}}{5}$     ⑤  $\frac{8\sqrt{5}}{5}$

20. 최고차항의 계수가 1인 이차식  $f(x)$ 를  $x-1$ 로 나누었을 때의  
몫을  $Q_1(x)$ 라 하고,  $f(x)$ 를  $x-2$ 로 나누었을 때의  
몫을  $Q_2(x)$ 라 하면  $Q_1(x)$ ,  $Q_2(x)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

- (가)  $Q_2(1) = f(2)$   
(나)  $Q_1(1) + Q_2(1) = 6$

$f(3)$ 의 값은? [4점]

- ① 7    ② 8    ③ 9    ④ 10    ⑤ 11



21. 좌표평면 위에 원  $C: x^2 + y^2 = r^2$  ( $0 < r < 2\sqrt{2}$ )와 점  $A(2, 2)$ 가 있다. 점  $A$ 에서 원  $C$ 에 그은 접선  $l$ 이 원  $C$ 와 만나는 접점을  $P$ 라 하고, 점  $P$ 를 지나고 직선  $l$ 과 수직인 직선이 원  $C$ 와 만나는 다른 한 점을  $Q$ 라 하자. 삼각형  $APQ$ 가 이등변삼각형이 되도록 하는 점  $P$ 의 좌표를  $(a, b)$ 라 할 때,  $a \times b$ 의 값은? [4점]

- ①  $-\frac{18}{25}$     ②  $-\frac{16}{25}$     ③  $-\frac{14}{25}$     ④  $-\frac{12}{25}$     ⑤  $-\frac{2}{5}$

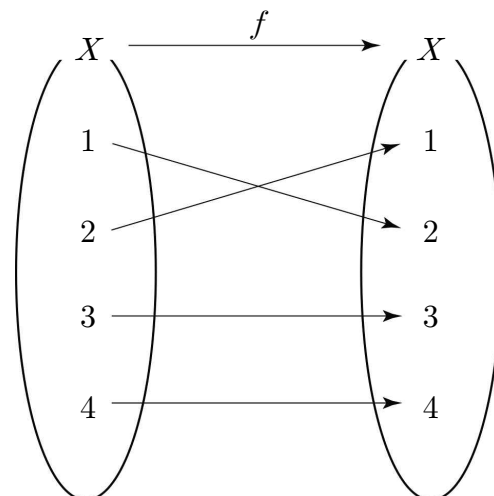
단답형

22. 첫째항이 50이고 공차가  $-2$ 인 등차수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $a_3$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 직선  $y = 3x - 5$ 를  $x$ 축의 방향으로  $a$ 만큼,  $y$ 축의 방향으로  $2a$ 만큼 평행이동한 직선이 직선  $y = 3x - 10$ 과 일치할 때, 상수  $a$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 등차수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $a_3 + a_5 = 14$ ,  $a_4 + a_6 = 18$ 일 때,  
수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제10항까지의 합을 구하시오. [3점]

26. 집합  $X = \{1, 2, 3, 4\}$ 에 대하여 함수  $f: X \rightarrow X$ 가 그림과 같다.



함수  $g: X \rightarrow X$ 의 역함수가 존재하고,

$$g(2)=3, g^{-1}(1)=3, (g \circ f)(2)=2$$

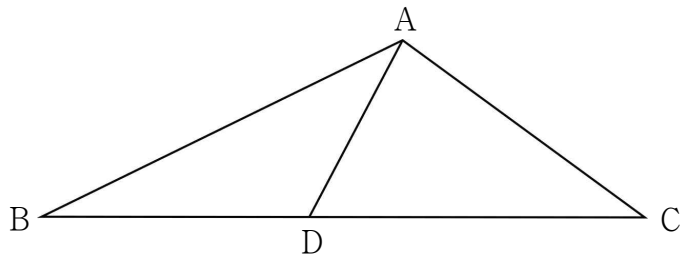
일 때,  $g^{-1}(4) + (f \circ g)(2)$ 의 값을 구하시오. [4점]

25. 두 집합  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $B = \{1, 3, 5, 9\}$ 에 대하여

$$(A - B) \cap C = \emptyset, A \cap C = C$$

를 만족시키는 집합  $C$ 의 개수를 구하시오. [3점]

27. 그림과 같이 삼각형 ABC의 변 BC 위의 점 D에 대하여  $\overline{AD}=6$ ,  $\overline{BD}=8$ 이고,  $\angle BAD = \angle BCA$ 이다.  $\overline{AC} = \overline{CD} - 1$ 일 때, 삼각형 ABC의 둘레의 길이를 구하시오. [4점]



28. 좌표평면에서 기울기가  $a(0 < a < 3)$ 인 직선  $l$ 과 기울기가  $b$ 인 직선  $m$ 이 원  $(x-1)^2 + (y-3)^2 = 1$ 의 넓이를 4등분 한다.  
 직선  $l$ 과  $x$ 축,  $y$ 축으로 둘러싸인 삼각형의 넓이를  $S_1$ ,  
 직선  $m$ 과  $x$ 축,  $y$ 축으로 둘러싸인 삼각형의 넓이를  $S_2$ 라 할 때,  
 $S_1 + S_2$ 의 최솟값을 구하시오. [4점]

29.  $r > 1$ 인 실수  $r$ 에 대하여 전체집합

$$U = \{ r^k \mid k \text{는 } 102 \text{ 이하의 자연수} \}$$

의 부분집합  $A$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가)  $\{r, r^{31}, r^{100}\} \subset A$

(나) 집합  $A$ 의 원소들을 작은 수부터 차례대로 배열한 수열은 등비수열이다.

(다) 전체집합  $U$ 의 모든 원소들의 합은 집합  $A$ 의 모든 원소들의 합의 91배이다.

실수  $r$ 의 값을 구하시오. [4점]

30. 좌표평면 위에  $x$ 좌표와  $y$ 좌표가 모두 정수인 점을  $A$ 라 하고

점  $A$ 를 원점에 대하여 대칭이동한 점을  $B$ 라 하자.

점  $C$ 의 좌표가  $(0, 10)$ 일 때, 세 점  $A, B, C$ 를 꼭짓점으로 하는 삼각형이 직각삼각형이 되도록 하는 점  $A$ 의 개수를 구하시오.

(단, 점  $A$ 는  $y$ 축 위의 점이 아니다.) [4점]

※ 확인 사항

답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.