

## 2017학년도 6월 고2 전국연합학력평가 문제지

제 2 교시

# 수학 영역 (가형)

I

### 5지 선다형(1 ~ 21)

1. 전체집합  $U$ 의 두 부분집합  $A = \{1, 2, 5, 7\}$ ,  $B = \{3, 5, 7\}$ 에 대하여 집합  $A \cap B$ 의 모든 원소의 합은? [2점]

① 10      ② 12      ③ 14      ④ 16      ⑤ 18

3.  $\lim_{x \rightarrow 1}(x^2 - 3x + 5)$ 의 값은? [2점]

① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

2.  $\log_6 2 + \log_6 3$ 의 값은? [2점]

① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

4.  $\sum_{k=1}^{30} a_k = 5$ ,  $\sum_{k=1}^{30} b_k = 20$  일 때,  $\sum_{k=1}^{30} (a_k + 2b_k)$ 의 값은? [3점]

① 25      ② 30      ③ 35      ④ 40      ⑤ 45

# 수학 영역 (가형)

2

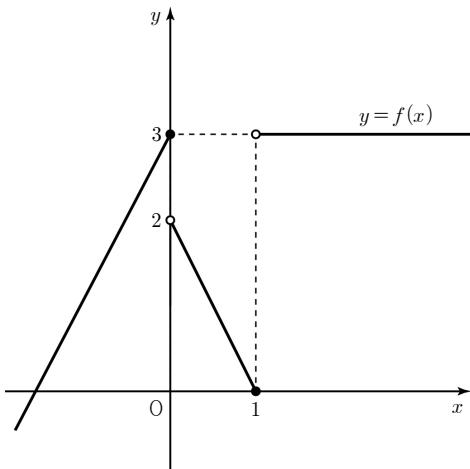
고2

5. 등비수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $a_2 = 2$ ,  $a_3 = 4$  일 때,  $a_6$ 의 값은?

[3점]

- ① 26      ② 28      ③ 30      ④ 32      ⑤ 34

7. 함수  $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① 2      ② 3      ③ 4      ④ 5      ⑤ 6

6. 정의역이  $\{x \mid -3 \leq x \leq 5\}$ 인 무리함수  $y = \sqrt{x+4} + 5$ 의 최솟값은? [3점]

- ① 5      ② 6      ③ 7      ④ 8      ⑤ 9

2 12

로그인/회원가입 필요없는 무료 학습자료 사이트

레전드스터디 단점!

<http://LegendStudy.com>

# 수학 영역 (가형)

고2

3

8. 전체집합  $U = \{x | x\text{는 } 10\text{ 이하의 자연수}\}$  의 두 부분집합  $A, B$ 에 대하여  $A = \{2, 3, 5, 6\}$  일 때,  $A \cap B = \emptyset$  을 만족시키는 집합  $B$ 의 개수는? [3점]

① 8      ② 16      ③ 32      ④ 64      ⑤ 128

10. 유리함수  $f(x) = \frac{2x+5}{x+3}$  의 역함수  $y = f^{-1}(x)$  의 그래프는 점  $(p, q)$ 에 대하여 대칭이다.  $p-q$ 의 값은? [3점]

① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

9. 실수  $x$ 에 대하여 두 조건  $p, q$ 가

$p : 1 \leq x \leq 3$  또는  $x \geq 5$ ,

$q : x \geq \alpha$

일 때,  $p$ 가  $q$ 이기 위한 필요조건이 되도록 하는 실수  $\alpha$ 의 최솟값은? [3점]

① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

3      12

11. 집합  $X = \{-2, -1, 3\}$ 에 대하여 함수  $f : X \rightarrow X$  가

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx - 2 & (x < 0) \\ 3 & (x \geq 0) \end{cases}$$

이다. 함수  $f(x)$  가 항등함수가 되도록 하는 두 상수  $a, b$ 에 대하여  $a+b$ 의 값은? [3점]

- ① -5      ② -4      ③ -3      ④ -2      ⑤ -1

12. 수강생이 35명인 어느 학원에서 모든 수강생을 대상으로 세 종류의 자격증 A, B, C의 취득 여부를 조사하였다. 자격증 A, B, C를 취득한 수강생이 각각 21명, 18명, 15명이고, 어느 자격증도 취득하지 못한 수강생이 3명이다. 이 학원의 수강생 중에서 세 자격증 A, B, C를 모두 취득한 수강생이 없을 때, 자격증 A, B, C 중에서 두 종류의 자격증만 취득한 수강생의 수는? [3점]

- ① 21      ② 22      ③ 23      ④ 24      ⑤ 25

13. 폭약에 의한 수중 폭발이 일어나면 폭발 지점에서 가스버블이 생긴다. 수면으로부터 폭발 지점까지의 깊이가  $D$ (m)인 지점에서 무게가  $W$ (kg)인 폭약이 폭발했을 때의 가스버블의 최대반경을  $R$ (m)라고 하면 다음과 같은 관계식이 성립한다고 한다.

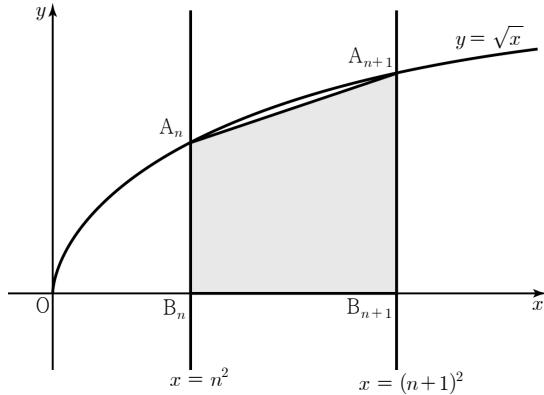
$$R = k \left( \frac{W}{D+10} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (\text{단, } k \text{는 양의 상수이다.})$$

수면으로부터 깊이가  $d$ (m)인 지점에서 무게가 160kg인 폭약이 폭발했을 때의 가스버블의 최대반경을  $R_1$ (m)이라 하고, 같은 폭발 지점에서 무게가  $p$ (kg)인 폭약이 폭발했을 때의 가스버블의 최대반경을  $R_2$ (m)라 하자.

$\frac{R_1}{R_2} = 2$  일 때,  $p$ 의 값은? (단, 폭약의 종류는 같다.) [3점]

- ① 8      ② 12      ③ 16      ④ 20      ⑤ 24

14. 그림과 같이 자연수  $n$ 에 대하여 직선  $x = n^2$ 이 곡선  $y = \sqrt{x}$ 와 만나는 점을  $A_n$ ,  $x$  축과 만나는 점을  $B_n$ 이라 하고, 직선  $x = (n+1)^2$ 이 곡선  $y = \sqrt{x}$ 와 만나는 점을  $A_{n+1}$ ,  $x$  축과 만나는 점을  $B_{n+1}$ 이라 하자. 사각형  $A_n B_n B_{n+1} A_{n+1}$ 의 넓이를  $S_n$ 이라 할 때,  $\sum_{n=1}^{10} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① 885      ② 890      ③ 895      ④ 900      ⑤ 905

# 수학 영역 (가형)

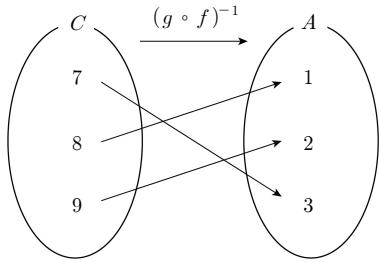
6

고2

## 15. 세 집합

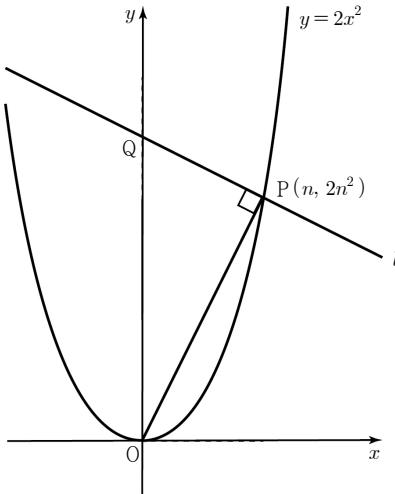
$$A = \{1, 2, 3\}, B = \{4, 5, 6\}, C = \{7, 8, 9\}$$

에 대하여 두 함수  $f: A \rightarrow B$  와  $g: B \rightarrow C$  가 일대일 대응이다.  
함수  $(g \circ f)^{-1}: C \rightarrow A$  가 그림과 같고  $f(1)=4$ ,  $g(6)=9$  일 때,  
 $f(2)+g(5)$  의 값은? [4점]



- ① 11      ② 12      ③ 13      ④ 14      ⑤ 15

16. 그림과 같이 자연수  $n$ 에 대하여 곡선  $y=2x^2$  위의 점  $P(n, 2n^2)$ 을 지나고 선분  $OP$ 에 수직인 직선  $l$ 이  $y$  축과 만나는 점을  $Q$ 라고 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\overline{OP} - \overline{OQ})$ 의 값은? (단,  $O$ 는 원점이다.) [4점]



- ①  $-\frac{1}{6}$       ②  $-\frac{1}{5}$       ③  $-\frac{1}{4}$       ④  $-\frac{1}{3}$       ⑤  $-\frac{1}{2}$

6 12

# 수학 영역 (가형)

고2

7

17. 두 집합  $A = \{3, 4\}$ ,  $B = \{-9, -3, 3, 9\}$ 에 대하여 집합  $X$ 를  
 $X = \{x|x^a = b, a \in A, b \in B, x \text{는 실수}\}$

라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

[4점]

ㄱ.  $\sqrt[3]{-9} \in X$

ㄴ. 집합  $X$ 의 원소의 개수는 8이다.

ㄷ. 집합  $X$ 의 원소 중 양수인 모든 원소의 합은  $\sqrt[4]{3^7}$ 이다.

- ① ㄱ                  ② ㄱ, ㄴ                  ③ ㄱ, ㄷ  
④ ㄴ, ㄷ                  ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

18. 수열  $\{a_n\}$ 의 일반항은  $a_n = \frac{1}{n}$  일 때, 다음은 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n (a_k a_{k+1})^2 = \sum_{k=1}^n (a_k)^2 + \sum_{k=1}^n (a_{k+1})^2 + 2(a_{n+1} - 1) \dots (*)$$

이 성립함을 수학적 귀납법으로 증명하는 과정의 일부이다.

<증명>

(i)  $n=1$  일 때,

(좌변) =  $\boxed{(가)}$  = (우변) 이므로 (\*)이 성립한다.

(ii)  $n=m$  ( $m \geq 1$ ) 일 때, (\*)이 성립한다고 가정하면

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^m (a_k a_{k+1})^2 &= \sum_{k=1}^m (a_k)^2 + \sum_{k=1}^m (a_{k+1})^2 + 2(a_{m+1} - 1) \circ \text{므로} \\ \sum_{k=1}^{m+1} (a_k a_{k+1})^2 &= \sum_{k=1}^m (a_k a_{k+1})^2 + (a_{m+1} a_{m+2})^2 \\ &= \sum_{k=1}^m (a_k)^2 + \sum_{k=1}^m (a_{k+1})^2 + 2(a_{m+1} - 1) + (a_{m+1} a_{m+2})^2 \\ &= \sum_{k=1}^m (a_k)^2 + \sum_{k=1}^m (a_{k+1})^2 + 2\left(\frac{1}{m+1} - 1\right) + \left\{\frac{1}{(m+1)(m+2)}\right\}^2 \\ &= \sum_{k=1}^{m+1} (a_k)^2 + \sum_{k=1}^{m+1} (a_{k+1})^2 + 2\left(\frac{1}{m+1} - 1 - \boxed{(나)}\right) \\ &\vdots \end{aligned}$$

따라서  $n=m+1$  일 때도 (\*)이 성립한다.

(i), (ii)에 의하여 모든 자연수  $n$ 에 대하여 (\*)이 성립한다.

위의 과정에서 (가)에 알맞은 수를  $p$ , (나)에 알맞은 식을

$f(m)$ 이라 할 때,  $\frac{p}{f(14)}$ 의 값은? [4점]

- ① 60                  ② 62                  ③ 64                  ④ 66                  ⑤ 68

7 12

19. 자연수  $k$ 에 대하여

$$a_k = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 \times \left(\frac{k}{10}\right)^{2n+1} + \left(\frac{k}{10}\right)^n}{\left(\frac{k}{10}\right)^{2n} + \left(\frac{k}{10}\right)^n + 1}$$

이라 할 때,  $\sum_{k=1}^{20} a_k$ 의 값은? [4점]

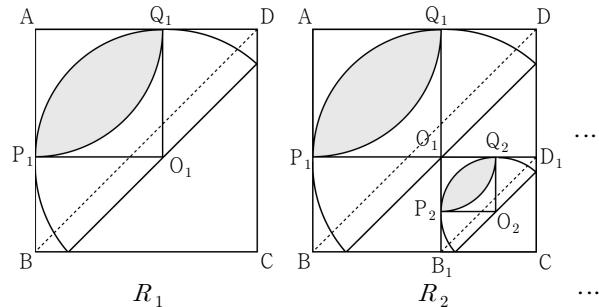
- ① 26      ② 28      ③ 30      ④ 32      ⑤ 34

20. 그림과 같이 한 변의 길이가 4인 정사각형 ABCD의 내부에 지름의 양 끝점이 각각 변 BC, 변 CD 위에 있고, 지름이 선분 BD와 평행한 반원을 내접하게 그린다. 이 반원의 중심은  $O_1$ 이라고 하자. 반원이 두 변 AB, AD와 만나는 점을 각각  $P_1, Q_1$ 이라고 하자. 중심이 A, 반지름이 선분 AP<sub>1</sub>, 중심각이  $\angle P_1AQ_1$ 인

부채꼴의 내부와 이 반원의 내부의 공통부분인  $\textcircled{O}$  모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을  $R_1$ 이라 하자.

그림  $R_1$ 에 있는 점  $O_1$ 에서 두 변 BC, CD 위에 내린 수선의 발을 각각  $B_1, D_1$ 이라 하고 네 점  $O_1, B_1, C, D_1$ 을 꼭짓점으로 하는 정사각형  $O_1B_1CD_1$ 을 그린다. 정사각형  $O_1B_1CD_1$ 에 그림  $R_1$ 을 얻은 것과 같은 방법으로 만들어지는  $\textcircled{O}$  모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을  $R_2$ 라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여  $n$ 번째 얻은 그림  $R_n$ 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를  $S_n$ 이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = (p\sqrt{2}-q)(\pi-2)$ 이다.

두 유리수  $p, q$ 에 대하여  $p+q$ 의 값은? [4점]



- ① 15      ② 16      ③ 17      ④ 18      ⑤ 19

# 수학 영역 (가형)

9

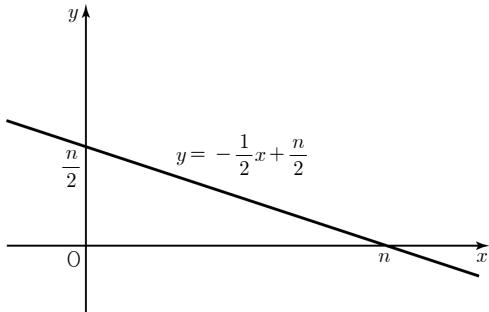
고2

21. 좌표평면에서 자연수  $n$ 에 대하여 연립부등식

$$x \geq 0, y \geq 0, y \leq -\frac{1}{2}x + \frac{n}{2}$$

의 영역의 점 중에서  $x$  좌표와  $y$  좌표가 모두 정수인 점의 개수를  $a_n$ 이라 하자.  $\sum_{n=1}^{20} a_n$ 의 값은? [4점]

- ① 945    ② 946    ③ 947    ④ 948    ⑤ 949



단답형(22 ~ 30)

22. 함수  $f(x) = 2x+3$ 에 대하여  $(f \circ f)(2)$ 의 값을 구하시오.

[3점]

23.  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2+8n+10} - n)$ 의 값을 구하시오. [3점]

9 12

24. 수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n - 5) = 2$  일 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} (2a_n + 3)$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 1 Ⓛ 아닌 두 양수  $a, b$ 에 대하여  $x = \log_2 a, y = \log_2 b$ 라 하면  $x^2 - 4xy + y^2 = 0$  Ⓛ 성립한다.  $\log_8 a^{\frac{1}{y}} + \log_8 b^{\frac{1}{x}}$ 의 값을  $k$  라 할 때,  $27k$ 의 값을 구하시오. [4점]

25.  $a > 1$  일 때,  $9a + \frac{1}{a-1}$ 의 최솟값을 구하시오. [3점]

# 수학 영역 (가형)

고2

11

27. 세 실수  $a, b, c$ 에 대하여  $3^a = 4^b = 5^c$ 이고  $ac = 2$  일 때,  
 $4^{ab+bc}$ 의 값을 구하시오. [4점]

28. 다항함수  $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수  $a$ 에 대하여  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)-5x}{x^2-4}$ 의 값이 존재한다.

(나)  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{f(x)} - 3x + 1)$ 의 값이 존재한다.

$f(3)$ 의 값을 구하시오. [4점]

29. 일반항이  $a_n = 2n+1$ 인 등차수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  
집합  $A_k$  ( $k=1, 2, 3, \dots$ )는  $A_1 = \{3, 5, 7, 9, 11\}$ 이고  
다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 집합  $A_k$ 는 수열  $\{a_n\}$ 의 항들 중  $(2k+3)$ 개의 연속한  
항들을 원소로 하는 집합이다.  
(나) 집합  $A_{k+1}$ 의 가장 작은 원소는 집합  $A_k$ 의 가장 작은  
원소보다 크다.  
(다)  $n(A_k - A_{k+1}) = 3$

예를 들어  $A_2 = \{9, 11, 13, \dots, 21\}$ 이다.  $A_{15} \cap A_p = \emptyset$ 을  
만족하는 15보다 큰 자연수  $p$ 의 최솟값을 구하시오. [4점]

30. 실수  $t$ 에 대하여 정의역이  $\{x \mid 8 \leq x \leq 10\}$ 인 함수

$$f(x) = x^2 - 18x + 2|x-t| + 80$$

의 최솟값을  $g(t)$ 라 하자. 함수  $h(t) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{1 + \{g(t)\}^{2^n}}$ 이라  
할 때, 함수  $h(t)$ 가  $t=a$ 에서 불연속이 되는 모든 실수  $a$ 의  
값의 합을 구하시오. [4점]

※ 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)  
했는지 확인하시오.