

제 2 교시

수학 영역

5 지 선다형

1. $\sqrt[3]{3} \times 9^{\frac{1}{3}}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. 함수 $f(x) = x^3 + 2x + 1$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$ 의 값은?

[2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 첫째항이 8이고 공비가 0이 아닌 등비수열 $\{a_n\}$ 이

$$a_1 a_3 = 2a_2 a_4$$

를 만족시킬 때, a_5 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

4. 함수

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + a & (x < 3) \\ x + 2a & (x \geq 3) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

5. 함수 $f(x) = (x^2 - x)(2x^2 - 5)$ 에 대하여 $f'(2)$ 의 값은? [3점]

- ① 25 ② 26 ③ 27 ④ 28 ⑤ 29

7. 곡선 $y = x^3 - 6x + 7$ 위의 점 $(1, 2)$ 에서의 접선의 y 절편은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

6. $\pi < \theta < \frac{3}{2}\pi$ 일 때 $\tan(\pi - \theta) = -2$ 일 때,

$\cos\theta - \sin\theta$ 의 값은? [3점]

- | | | |
|-------------------------|--------------------------|-----|
| ① $-\frac{\sqrt{5}}{5}$ | ② $-\frac{\sqrt{5}}{10}$ | ③ 0 |
| ④ $\frac{\sqrt{5}}{10}$ | ⑤ $\frac{\sqrt{5}}{5}$ | |

8. 두 실수 a, b 가

$$3a+b = \log_3 45, \quad a+b = \log_9 5$$

를 만족시킬 때, $a-b$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

9. 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 $t (t \geq 0)$ 에서의 위치가 각각

$$x_1 = -t^3 + 7t^2 - 10t, \quad x_2 = t^2 + 2t$$

이다. 두 점 P, Q의 속도가 같아지는 순간 두 점 P, Q 사이의 거리는? [4점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

10. 두 양수 a, b 에 대하여 단한구간 $[0, 2a]$ 에서 정의된 함수

$$f(x) = 3\sin\frac{\pi x}{a} + b$$

의 그래프가 x 축과 오직 한 점 $(2, 0)$ 에서 만날 때, $a+b$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{25}{6}$ ② $\frac{13}{3}$ ③ $\frac{9}{2}$ ④ $\frac{14}{3}$ ⑤ $\frac{29}{6}$

11. 이차함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$(x+3)f(x) = \int_{-3}^x (4f(t) - 2t^2) dt$$

를 만족시킨다. $f(2)$ 의 값은? [4점]

- ① 24 ② 25 ③ 26 ④ 27 ⑤ 28

12. 모든 항이 정수이고 다음 조건을 만족시키는 모든 수열

$\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{n=1}^{30} a_n$ 의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m 이라 할 때, $M-m$ 의 값은? [4점]

모든 자연수 n 에 대하여 $3a_n^2 + 2na_n - 8n^2 = 0$ 이다.

- ① 540 ② 550 ③ 560 ④ 570 ⑤ 580

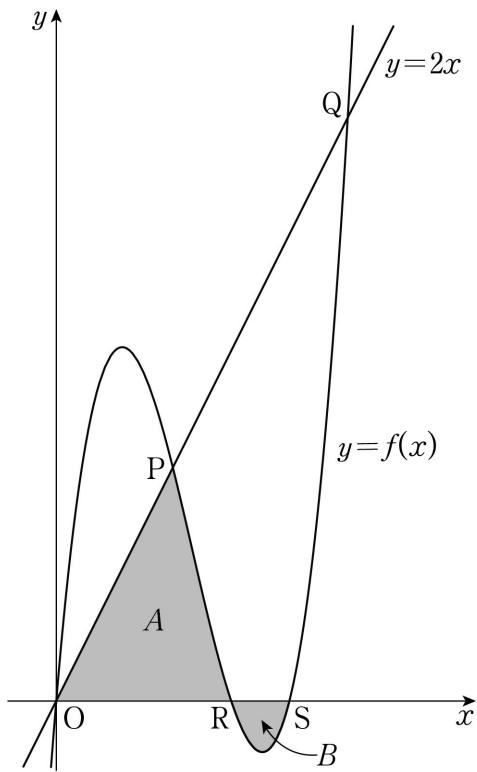
13. 상수 a ($a > 1$)에 대하여 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 가

$$f(0) = f(a) = f(a+1) = 0$$

을 만족시킨다. 곡선 $y = f(x)$ 와 직선 $y = 2x$ 가 세 점 O, P, Q($\overline{OP} < \overline{OQ}$)에서 만난다. 두 점 R($a, 0$), S($a+1, 0$)에 대하여 곡선 $y = f(x)$ 와 두 선분 OP, OR로 둘러싸인 부분의 넓이를 A, 곡선 $y = f(x)$ 와 선분 RS로 둘러싸인 부분의 넓이를 B라 하자. $\overline{OQ} = 5\sqrt{5}$ 일 때, $A - B$ 의 값은? (단, O는 원점이다.)

[4점]

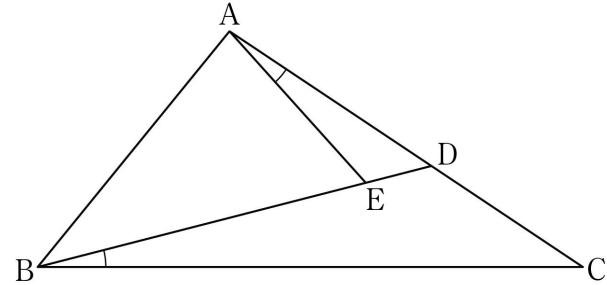
- ① $\frac{61}{12}$ ② $\frac{31}{6}$ ③ $\frac{21}{4}$ ④ $\frac{16}{3}$ ⑤ $\frac{65}{12}$



14. 그림과 같이 $\overline{BC} = 6$ 인 삼각형 ABC에서 선분 AC를 4:3으로 내분하는 점을 D라 하자. 선분 BD 위의 점 E가

$$\angle DAE = \angle DBC, \quad \sin(\angle DAE) : \sin(\angle EDA) = 1 : 3$$

을 만족시킨다. $\overline{AE} = \sqrt{5}$ 일 때, 삼각형 BCD의 외접원의 넓이는? [4점]



- ① $\frac{180}{11}\pi$ ② $\frac{195}{11}\pi$ ③ $\frac{210}{11}\pi$
④ $\frac{225}{11}\pi$ ⑤ $\frac{240}{11}\pi$

15. 최고차항의 계수가 양수인 이차함수 $f(x)$ 에 대하여
함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \int_0^x |f(t)| dt + \left| \int_0^x f(t) dt \right|$$

라 하자. 함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $g(x)=0$ 을 만족시키는 모든 실수 x 의 값의 범위는
 $-7 \leq x \leq 0$ 이다.
- (나) 양수 p 에 대하여 $g(x)=81$ 을 만족시키는
모든 실수 x 의 값의 범위는 $4p \leq x \leq 7p$ 이다.

$f(-10)$ 의 값은? [4점]

- ① 3 ② 6 ③ 9 ④ 12 ⑤ 15

단답형

16. 방정식

$$\log_4(x+2) + \log_4 2 = \log_2(x-2)$$

를 만족시키는 실수 x 의 값을 구하시오. [3점]

17. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x) = 6x^2 - 2x$ 이고 $f(1) = 3$ 일 때,
 $f(2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

18. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{n=1}^7 (a_n - 2)(b_n - 2) = 60, \quad \sum_{n=1}^7 (a_n + b_n) = 44$$

일 때, $\sum_{n=1}^7 a_n b_n$ 의 값을 구하시오. [3점]

19. 두 상수 a , b 에 대하여 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + ax + b$$

라 하자. 함수 $f(x)$ 는 $x=3$ 에서 극값을 갖고, 함수 $f(x)$ 의
극댓값과 극솟값의 합이 8이다. $a+b$ 의 값을 구하시오. [3점]

20. 상수 a 에 대하여 실수 전체의 집합에서 최솟값을 갖는 함수

$$f(x) = \begin{cases} 2^{x+2} + 7 & (x < -2) \\ -\left(\frac{1}{2}\right)^{x-a} + 10 & (x \geq -2) \end{cases}$$

가 있다. 실수 t 에 대하여 함수 $y = f(x)$ 의 그래프와
직선 $x + 2^a y - t = 0$ 이 만나는 점의 개수를 $g(t)$ 라 하자.
 $g(t) = 2$ 를 만족시키는 t 의 최솟값이 함수 $f(x)$ 의 최솟값과
같도록 하는 모든 2^a 의 값의 곱을 구하시오. [4점]

21. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$\lim_{x \rightarrow k} \frac{2x^2 f(x) - (f(k))^2}{x - k} = \lim_{x \rightarrow k} \frac{(f(x))^2 - (f(k))^2}{x - k}$$

을 만족시키는 실수 k 는 $t, -t (t > 1)$ 뿐이다.

함수 $f(x)$ 의 최솟값이 17일 때, $f(4)$ 의 값을 구하시오. [4점]

22. 실수 k 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 수열 $\{a_n\}$ 이 있다.

$a_1 = 3$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} |a_n + n| & (a_n < 0) \\ a_n - 10 + k & (a_n \geq 0) \end{cases}$$

이다.

$a_4 \times a_5 = 0$ 이 되도록 하는 k 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라

할 때, $M+m = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기) 했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(확률과 통계)

5 지 선다형

23. 다항식 $(x^4+1)^5$ 의 전개식에서 x^{12} 의 계수는? [2점]

- ① 5 ② 10 ③ 15 ④ 20 ⑤ 25

24. 두 사건 A 와 B 는 서로 배반사건이고

$$P(A \cup B) = \frac{1}{3}, \quad P(A^C) = P(A) + \frac{1}{2}$$

일 때, $P(B)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{36}$ ② $\frac{1}{18}$ ③ $\frac{1}{12}$ ④ $\frac{1}{9}$ ⑤ $\frac{5}{36}$

25. 한 개의 주사위를 두 번 던져서 나오는 눈의 수를 차례로 a, b 라 할 때, $|a-b|=1$ 일 확률은? [3점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{7}{36}$ ③ $\frac{2}{9}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{5}{18}$

26. 어느 농장에서 수확하는 딸기 1개의 무게는 평균이 m ,

표준편차가 σ 인 정규분포를 따른다고 한다.

이 농장에서 수확하는 딸기 중에서 100개를 임의추출하여 얻은 표본평균을 이용하여 구한 m 에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이 $80a \leq m \leq 82a$ 이다.

이 농장에서 수확하는 딸기 중에서 25개를 임의추출하여 얻은 표본평균을 이용하여 구한 m 에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이 $78a \leq m \leq 80a+0.49$ 이다. σ 의 값은?

(단, 무게의 단위는 g이고, Z 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $P(|Z| \leq 1.96) = 0.95$ 로 계산한다.) [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ 1 ④ $\frac{5}{4}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

27. 다음 조건을 만족시키는 자연수 a, b, c 의 모든 순서쌍 (a, b, c) 의 개수는? [3점]

- (가) $a \times b \times c = 144$
 (나) a 는 짝수이다.

- ① 60 ② 72 ③ 84 ④ 96 ⑤ 108

28. 확률변수 X 가 평균이 m 이고 표준편차가 $\frac{1}{2m}$ 인 정규분포를

따른다. 음수 a 에 대하여

$$\begin{aligned} P(X \leq a) + P(X \leq a^2) &= 1, \\ P(X \leq a^2 + a) &= 0.9772 \end{aligned}$$

일 때, $P\left(X \leq -\frac{a}{8}\right)$ 의 값을 오른쪽

| z | $P(0 \leq Z \leq z)$ |
|-----|----------------------|
| 0.5 | 0.1915 |
| 1.0 | 0.3413 |
| 1.5 | 0.4332 |
| 2.0 | 0.4772 |

표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? (단, $m \neq 0$) [4점]

- ① 0.0228 ② 0.0668 ③ 0.1587 ④ 0.1915 ⑤ 0.3085

단답형

29. 집합 $X = \{2, 3, 5, 7, 11\}$ 과 함수 $f: X \rightarrow X$ 에 대하여
함수 f 의 치역을 A , 합성함수 $f \circ f$ 의 치역을 B 라 할 때,
다음 조건을 만족시키는 함수 f 의 개수를 구하시오. [4점]

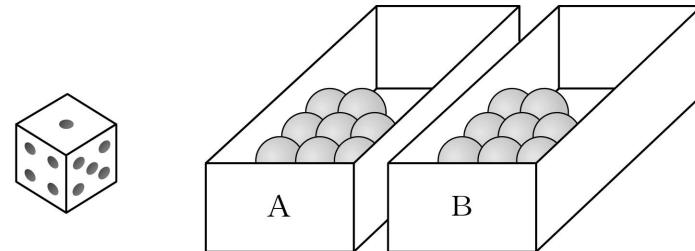
- (가) $n(B) = 2$
 (나) 집합 A 의 모든 원소의 곱은
 집합 B 의 모든 원소의 곱의 2배이다.

30. 두 상자 A, B에 각각 8개의 공이 들어 있다.

두 상자 A, B와 한 개의 주사위를 사용하여 다음 시행을 한다.

주사위를 한 번 던져
 나온 눈의 수가 3의 배수이면
 상자 A에서 2개의 공을 꺼내어 상자 B에 넣고,
 나온 눈의 수가 3의 배수가 아니면
 상자 B에서 1개의 공을 꺼내어 상자 A에 넣는다.

이 시행을 4번 반복한 후 상자 A에 들어 있는 공의 개수가
 상자 B에 들어 있는 공의 개수보다 많을 때, 주사위의 짝수의
 눈이 4번 나왔을 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.
 (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기) 했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(미적분)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

5 지 선다형

$$23. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 5x}{e^x - 1}$$
의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

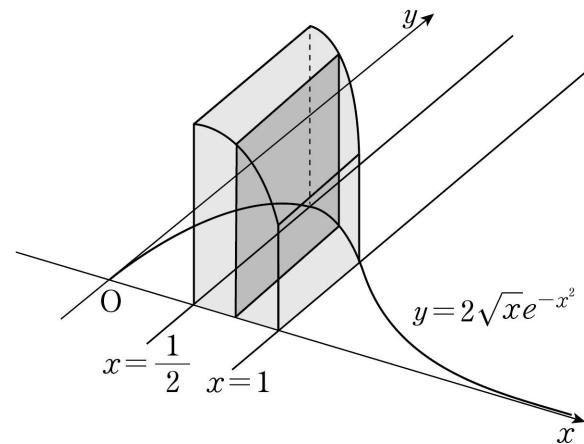
$$24. \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{2n+k}$$
의 값은? [3점]

- ① $\ln \frac{3}{2}$ ② $\ln 2$ ③ $\ln \frac{5}{2}$ ④ $\ln 3$ ⑤ $\ln \frac{7}{2}$

25. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{a_n^2 + 2n} - a_n) = \frac{1}{3}$ 일 때,
수열 $\{a_n\}$ 의 공차는? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

26. 그림과 같이 곡선 $y = 2\sqrt{x}e^{-x^2}$ 과 x 축 및 두 직선 $x = \frac{1}{2}$, $x = 1$ 로 둘러싸인 부분을 밑면으로 하는 입체도형이 있다. 이 입체도형을 x 축에 수직인 평면으로 자른 단면이 모두 정사각형일 때, 이 입체도형의 부피는? [3점]



- ① $e^{-1} - e^{-2}$ ② $e^{-\frac{1}{2}} - e^{-1}$ ③ $e^{-\frac{1}{2}} - 2e^{-2}$
 ④ $e^{-\frac{1}{2}} - e^{-2}$ ⑤ $2e^{-\frac{1}{2}} - e^{-2}$

27. 세 실수 $k (k < -1)$, a , $b (1 < a < b)$ 에 대하여

두 점 $A(a, b)$, $B(b, a)$ 가 곡선 $C: x^2 - xy + y^2 + k = 0$ 위에 있다.
곡선 C 위의 점 A 에서의 접선과 곡선 C 위의 점 B 에서의 접선이 이루는 예각의 크기를 θ 라 하자.

$$\overline{AB} = 2\sqrt{2}, \quad \tan \theta = \frac{4}{3}$$

일 때, $k+a+b$ 의 값은? [3점]

- ① -35 ② -27 ③ -19 ④ -11 ⑤ -3

28. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) > 0$ 이다. 상수 k 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \int_k^x f'(t) \ln f(t) dt$$

라 하자. 함수 $g(x)$ 가 $x=a$ 에서 극대 또는 극소인 모든 a 를 작은 수부터 크기순으로 나열하면 a_1, a_2, a_3 이다. 두 함수 $f(x)$ 와 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(a_2)$ 의 값은? [4점]

(가) 모든 실수 x 에 대하여 $g(x) \geq 0$ 이다.

$$(나) \int_{a_1}^{a_3} (g(x) + f(x) - f(x) \ln f(x)) dx = \frac{3}{2}$$

- ① $\frac{3}{8}$ ② $\frac{7}{16}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{9}{16}$ ⑤ $\frac{5}{8}$

단답형

29. 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{n=1}^{\infty} (a_n + a_{n+1}) = 5, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \left(|a_{n+1} + a_{n+2}| \times \sin \frac{n\pi}{2} \right) = 2$$

일 때, $\sum_{n=1}^{\infty} (100a_n - ma_{3n})$ 의 값이 자연수가 되도록 하는 자연수 m 의 최댓값을 구하시오. [4점]

30. 함수 $f(x) = ax^3 - 2ax^2 + bx - b - 2$ 가 다음 조건을 만족시키도록 하는 두 정수 a ($a \neq 0$), b 에 대하여 $h'(-\sqrt{2})$ 의 최댓값이 $\frac{k}{\pi}$ 일 때, k^2 의 값을 구하시오. [4점]

실수 전체의 집합에서 정의된 함수

$$g(x) = \begin{cases} f(x) + 2 & (x < 0 \text{ 또는 } x > 2) \\ -2\cos\left(\frac{\pi}{4}f(x)\right) & (0 \leq x \leq 2) \end{cases}$$

는 역함수 $h(x)$ 를 갖는다.

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기) 했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(기하)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(기하)

5 지 선다형

23. 두 벡터 $\vec{a} = (-1, 2)$, $\vec{b} = (1, 1)$ 에 대하여 $\vec{a} + 2\vec{b}$ 의 모든 성분의 합은? [2점]

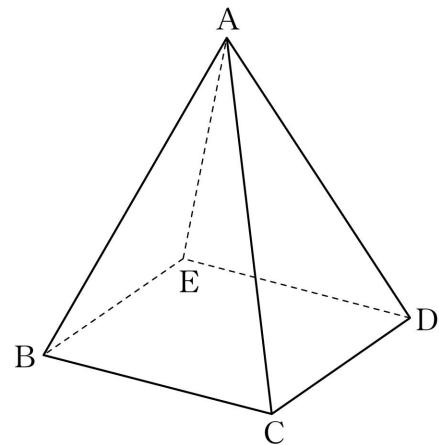
- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

24. 포물선 $y^2 = 4x$ 위의 점 $(4, 4)$ 에서의 접선의 기울기는? [3점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ 1 ⑤ $\frac{5}{4}$

25. 그림과 같이 한 변의 길이가 2인 정사각형 BCDE를 밑면으로 하고 $\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{AD} = \overline{AE}$ 인 사각뿔 A-BCDE가 있다.

직선 AC와 평면 BCDE가 이루는 각의 크기가 $\frac{\pi}{3}$ 일 때,
삼각형 ABC의 넓이는? [3점]



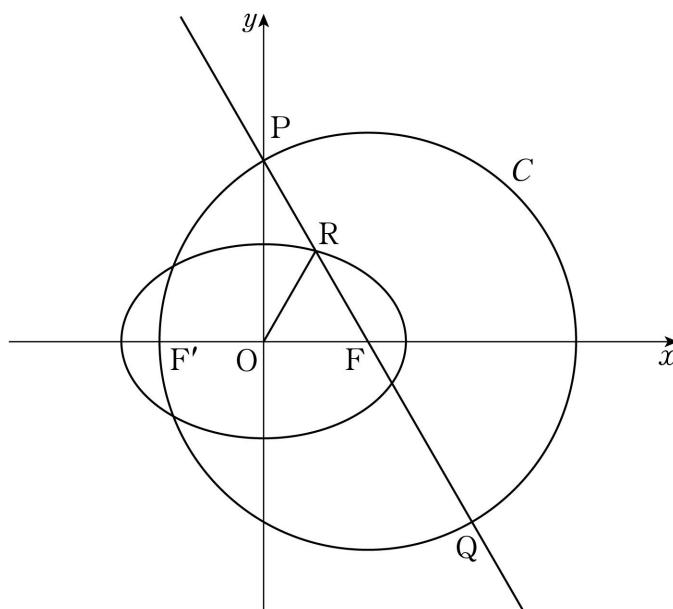
- ① 2 ② $\sqrt{5}$ ③ $\sqrt{6}$ ④ $\sqrt{7}$ ⑤ $2\sqrt{2}$

26. 좌표공간의 두 점 A($a, -5, 2$), B(2, 1, 1)에 대하여
선분 AB를 2:1로 내분하는 점을 P, 선분 AB를 2:1로
외분하는 점을 Q라 하자. 선분 PQ의 중점을 중심으로 하는
구가 yz 평면과 zx 평면에 모두 접할 때, 양수 a 의 값은? [3점]

- ① 17 ② 18 ③ 19 ④ 20 ⑤ 21

27. 그림과 같이 두 초점이 $F(c, 0), F'(-c, 0)$ ($c > 0$)이고 장축의 길이가 12인 타원이 있다. 점 F 를 중심으로 하고 점 F' 을 지나는 원을 C 라 하자. 원 C 가 y 축과 만나는 점 중 y 좌표가 양수인 점을 P 라 하고, 원 C 가 직선 PF 와 만나는 점 중 P 가 아닌 점을 Q 라 하자. 직선 PQ 가 타원과 만나는 점 중 제1사분면에 있는 점을 R 이라 하면 점 R 은 선분 PQ 를 1:3으로 내분한다. 선분 OR 의 길이는? (단, O 는 원점이다.)

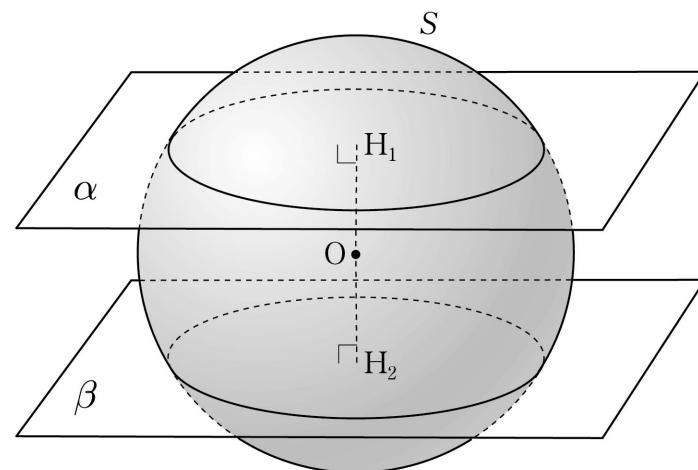
[3점]



- ① $8\sqrt{3}-10$ ② $7\sqrt{3}-8$ ③ $6\sqrt{3}-6$
 ④ $5\sqrt{3}-4$ ⑤ $4\sqrt{3}-2$

28. 좌표공간에 서로 평행한 두 평면 α, β 와 중심이 O 이고 반지름의 길이가 $\sqrt{13}$ 인 구 S 가 있다. 점 O 에서 두 평면 α, β 에 내린 수선의 발을 각각 H_1, H_2 라 하면 $\overline{OH}_1 = \overline{OH}_2 = 2$ 이다. 구 S 가 평면 α 와 만나서 생기는 원 위를 움직이는 점을 P , 구 S 가 평면 β 와 만나서 생기는 원 위를 움직이는 점을 Q 라 하자. 삼각형 POQ 의 평면 β 위로의 정사영의 넓이가 최대일 때, 평면 POQ 와 평면 β 가 이루는 각의 크기를 θ 라 하자. $\cos\theta$ 의 값은? (단, 세 점 O, P, Q 는 한 직선 위에 있지 않고, 직선 PQ 와 직선 H_1H_2 는 서로 평행하지 않다.) [4점]

- ① $\frac{2\sqrt{17}}{17}$ ② $\frac{5\sqrt{17}}{34}$ ③ $\frac{3\sqrt{17}}{17}$
 ④ $\frac{7\sqrt{17}}{34}$ ⑤ $\frac{4\sqrt{17}}{17}$



단답형

29. 두 초점이 $F(c, 0)$, $F'(-c, 0)$ ($c > 0$)인 쌍곡선 C 가 있다. 이 쌍곡선 위에 있는 제1사분면 위의 점 P 에 대하여 직선 PF 는 쌍곡선 C 의 한 점근선과 평행하다. 직선 PF 가 y 축과 만나는 점을 Q 라 할 때,

$$\angle QPF' = \frac{\pi}{2}, \quad \overline{QF} = 20$$

이다. 삼각형 OPQ 의 넓이를 구하시오. (단, O 는 원점이다.) [4점]

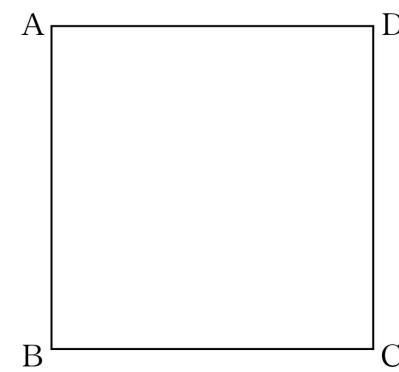
30. 좌표평면에 한 변의 길이가 8인 정사각형 $ABCD$ 와

$$\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AD} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$$

를 만족시키는 점 E 가 있다. 선분 BC 를 지름으로 하는 원 위를 움직이는 점 P 에 대하여 점 Q 가 다음 조건을 만족시킨다.

| |
|---|
| $\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{AP} \geq 0$ 이면 $\overrightarrow{BQ} + \overrightarrow{CQ} = 4\overrightarrow{PQ}$ 이고, $\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{AP} < 0$ 이면 $\overrightarrow{BQ} + \overrightarrow{CQ} = 6\overrightarrow{PQ}$ 이다. |
|---|

$\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{AQ}$ 의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m 이라 할 때, $(M+m)^2$ 의 값을 구하시오. [4점]



* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기) 했는지 확인하시오.