

제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. $\sqrt[4]{3} \times 3^{\frac{3}{4}}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_1 \times a_{13} = 64, \quad \frac{a_5}{a_2} = 2$$

일 때, a_4 의 값은? [3점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

2. 함수 $f(x) = x^3 + x$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$ 의 값은?

[2점]

- ① $\frac{5}{2}$ ② 3 ③ $\frac{7}{2}$ ④ 4 ⑤ $\frac{9}{2}$

4. 함수

$$f(x) = \begin{cases} ax^3 - 5 & (x < 2) \\ ax + 1 & (x \geq 2) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

5. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = (x^2 - 1)f(x)$$

라 하자. $f(1) = 5$ 일 때, $g'(1)$ 의 값은? [3점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

7. 다항함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$\int_1^x f(t)dt = xf(x) - x^3$$

을 만족시킬 때, $f(2)$ 의 값은? [3점]

- ① 4 ② $\frac{9}{2}$ ③ 5 ④ $\frac{11}{2}$ ⑤ 6

6. $\sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) + \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \frac{\sqrt{5}}{5}$ 일 때, $\sin\theta \cos\theta$ 의 값은?

[3점]

- ① $-\frac{2}{5}$ ② $-\frac{1}{5}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $\frac{2}{5}$

8. 1 Ⓛ 아닌 두 자연수 a, b 에 대하여

$$\log_2 a + \log_4 ab = \frac{5}{2}$$

일 때, $a+b$ 의 값은? [3점]

- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

10. 다음과 같이 $0 \leq x < 2$ 에서 정의된 함수 $f(x)$ 가 있다.

$n-1 \leq x < n$ 일 때, $f(x) = 3^n \sin \pi x + 4$ Ⓛ다.
(단, $n=1, 2$)

함수 $y=f(x)$ 의 그래프 위의 점 중 y 좌표가 자연수인 점의 개수는? [4점]

- ① 7 ② 10 ③ 13 ④ 16 ⑤ 19

9. 이차함수 $f(x)$ 가 $\int_{-1}^1 f'(x)dx = 0$ 을 만족시킬 때,

$$f(0) - f(-1) + \int_0^1 \{x^2 + 2x + f'(x)\} dx$$

의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ 1 ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{5}{3}$

11. 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시작 t ($t \geq 0$)에서의 위치가 각각

$$x_1 = t^3 - 5t^2 + 10t, \quad x_2 = \frac{5}{2}t^2 - 2t - 10$$

이다. 두 점 P, Q 사이의 거리가 최소가 되는 순간 점 P의 가속도는? [4점]

- ① 8 ② 11 ③ 14 ④ 17 ⑤ 20

12. 첫째항이 1인 등차수열 $\{a_n\}$ 이 있다. 수열 $\{b_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$b_{n+1} = \begin{cases} b_n + 1 & (n \text{ } \circ \text{ } 3 \text{ } \text{의 배수가 아닌 경우}) \\ a_n + b_n & (n \text{ } \circ \text{ } 3 \text{ } \text{의 배수인 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킨다. $b_9 - b_3 = 27$ 일 때, $\sum_{k=1}^{10} a_k$ 의 값은? [4점]

- ① 100 ② 145 ③ 190 ④ 235 ⑤ 280

13. 함수 $f(x) = x^2 - 4x + 5$ 와 두 상수 a, b 에 대하여 함수

$$g(x) = \begin{cases} f(x+a)+b & (x < 0) \\ f(x) & (x \geq 0) \end{cases}$$

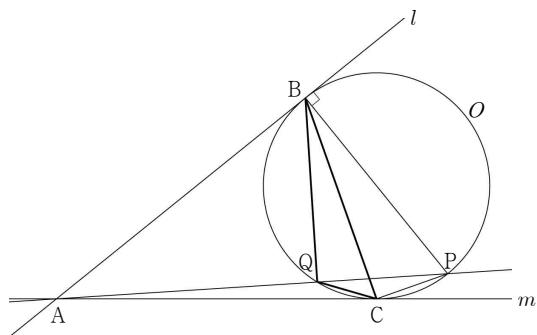
이 실수 전체의 집합에서 연속이다. 실수 t 에 대하여
함수 $y = g(x)$ 의 그래프와 직선 $y = t$ 가 만나는 점의 개수를
 $h(t)$ 라 하자.

$$\left| \lim_{t \rightarrow k^+} h(t) - \lim_{t \rightarrow k^-} h(t) \right| = 2$$

를 만족시키는 서로 다른 모든 실수 k 의 값이 1, 4, 5일 때,
 $g(-4)$ 의 값을? [4점]

- ① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

14. 그림과 같이 반지름의 길이가 $3\sqrt{2}$ 인 원 O 의 외부에 있는
점 A 에서 원 O 에 그은 두 접선을 각각 l, m 이라 하고,
두 직선 l, m 이 원 O 와 만나는 점을 각각 B, C 라 하자.
점 B 를 지나고 직선 l 에 수직인 직선이 원 O 와 만나는 두 점
중에서 B 가 아닌 점을 P , 직선 AP 가 원 O 와 만나는 두 점
중에서 P 가 아닌 점을 Q 라 하면 $\overline{AB} = 12$ 일 때,
 $\sin(\angle BPQ) : \sin(\angle QPC) = 3 : 1$ 이다. 삼각형 BQC 의
넓이는? [4점]



- ① $\frac{14\sqrt{2}}{3}$ ② $\frac{16\sqrt{2}}{3}$ ③ $6\sqrt{2}$
④ $\frac{20\sqrt{2}}{3}$ ⑤ $\frac{22\sqrt{2}}{3}$

15. 함수 $f(x) = x^2 + ax + b$ 에 대하여 함수

단답형

$$g(x) = \begin{cases} |f(x)| - x^2 & (x \leq 0) \\ \{f(x)\}^2 + x^3 & (x > 0) \end{cases}$$

이 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 함수 $g(x)$ 는 $x=b$ 에서만 미분가능하지 않다.
 (나) 방정식 $g(x)=0$ 은 음의 실근을 갖는다.

16. 방정식

$$2\log_3(x+1) = \log_3(x+7)$$

을 만족시키는 실수 x 의 값을 구하시오. [3점]

$$g\left(-\frac{1}{2}\right) + g(3) \text{의 값은? (단, } a, b \text{는 상수이다.)} [4점]$$

- ① $\frac{183}{2}$ ② $\frac{187}{2}$ ③ $\frac{191}{2}$ ④ $\frac{195}{2}$ ⑤ $\frac{199}{2}$

17. 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x) = 6x^2 + 1$ 이고 $f(0) = 2$ 일 때,
 $f(1)$ 의 값을 구하시오. [3점]

18. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^{19}(2a_{k+1}-b_k)=150, \quad \sum_{k=1}^{19}(a_{k+1}+b_k)=330$$

이다. $a_1 = 3$ 일 때, $\sum_{k=1}^{20}a_k$ 의 값을 구하시오. [3점]

20. 두 실수 a , b 에 대하여 함수 $f(x) = -2^{-x+a} + b$ 가 있다.

집합 $\{x | x \neq 4, x \text{는 실수}\}$ 에서 정의된 함수

$$g(x) = f(x) + 2^x + \frac{|x-4|}{x-4} \{f(x) - 2^x\}$$

이 다음 조건을 만족시킬 때, $g(6)$ 의 값을 구하시오. [4점]

모든 실수 t 에 대하여 함수 $y = g(x)$ 의 그래프와
직선 $y = t$ 가 만나는 점의 개수는 0 또는 2이다.

19. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) = f(-x)$ 를 만족시킨다. 함수 $f(x)$ 가 $x = 2$ 에서 극솟값 -6 을 가질 때, 함수 $f(x)$ 의 극댓값을 구하시오. [3점]

21. 함수 $f(x) = -x^2 + kx$ ($k > 0$)의 그래프 위에 있는 제1사분면 위의 점 $A(a, f(a)) \left(a > \frac{k}{2} \right)$ 에서의 접선의 방정식을 $y = g(x)$ 라 하고, 직선 $y = g(x)$ 의 x 절편을 b 라 하자. 점 A에서 x 축에 내린 수선의 발을 H라 하고, 삼각형 AOH의 넓이를 S 라 할 때, 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \int_a^b g(x)dx = S$$

$$(나) \int_0^a \left\{ f(x) - \frac{1}{2}ax \right\} dx = \frac{32}{3}$$

$g(-k)$ 의 값을 구하시오. (단, O는 원점이고, k 는 상수이다.)
[4점]

22. 모든 항이 자연수이고 다음 조건을 만족시키는 모든 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_6 = 6$ 이 되도록 하는 모든 a_1 의 값의 합을 구하시오. [4점]

(가) 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+2} = \begin{cases} a_{n+1} + a_n & (a_n \text{이 홀수인 경우}) \\ \frac{1}{2}a_n & (a_n \text{이 짝수인 경우}) \end{cases}$$

이다.

(나) 네 항 a_2, a_3, a_4, a_5 중 짝수인 항의 개수는 1이다.

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인 하시오.

○ 이어서, 「선택과목(화률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(확률과 통계)

5지선다형23. ${}_4P_3$ 의 값은? [2점]

- ① 8 ② 16 ③ 32 ④ 64 ⑤ 128

24. 두 사건 A , B 는 서로 배반사건이고

$$P(A \cup B) = \frac{9}{10}, \quad P(A) = \frac{2}{5}$$

일 때, $P(B)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ $\frac{5}{6}$ ⑤ $\frac{6}{7}$

25. 1부터 12까지의 자연수가 하나씩 적힌 12개의 공이 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 2개의 공을 동시에 꺼낼 때, 꺼낸 2개의 공에 적힌 수 중 적어도 하나가 8의 약수일 확률은? [3점]

- ① $\frac{5}{11}$ ② $\frac{17}{33}$ ③ $\frac{19}{33}$ ④ $\frac{7}{11}$ ⑤ $\frac{23}{33}$

26. 다항식 $(1+ax)(2+x)^5$ 의 전개식에서 x^3 의 계수와 x^4 의 계수의 합이 290 일 때, 양수 a 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

27. 이산확률변수 X 가 가지는 값이 1부터 4까지의 자연수이고

$$P(X=k+2) - P(X=k) = \frac{(-1)^k}{4} \quad (k=1, 2)$$

이다. $E(X) = \frac{21}{8}$ 일 때, $P(X=1)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{5}{16}$ ② $\frac{11}{32}$ ③ $\frac{3}{8}$ ④ $\frac{13}{32}$ ⑤ $\frac{7}{16}$

28. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수 $f : X \rightarrow X$ 의 개수는? [4점]

- (가) $f(1) \leq f(2) \leq f(3) \leq f(4) \leq 5$
 (나) $n = 4, 5, 6$ 일 때, $f(f(n)) = n$ 이다.

- ① 70 ② 75 ③ 80 ④ 85 ⑤ 90

단답형

29. 정규분포 $N(80, 5^2)$ 을 따르는 확률변수 X 와 정규분포를 따르는 확률변수 Y 가

$$2X + Y = a$$

를 만족시킨다.

$$\begin{aligned} P(b \leq X \leq 75) &= 0.1359, \\ P(a - 160 \leq Y \leq b) &= 0.4332 \end{aligned}$$

일 때, 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 $a+b$ 의 값을 구하시오.
(단, a, b 는 상수이다.) [4점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

30. 1부터 4까지의 자연수가 하나씩 적힌 4장의 카드가 들어 있는 주머니 A 와 2부터 5까지의 자연수가 하나씩 적힌 4장의 카드가 들어 있는 주머니 B 가 있다. 두 주머니 A, B 와 한 개의 주사위를 사용하여 다음 시행을 한다.

주사위를 한 번 던져 나온 눈의 수가 k 일 때,
 k 가 3의 배수이면

주머니 A에서 임의로 2장의 카드를 동시에 꺼낸 후

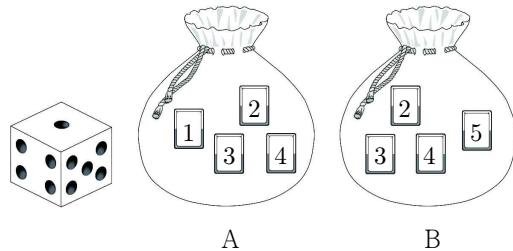
주머니 B에서 임의로 2장의 카드를 동시에 꺼내고,

k 가 3의 배수가 아니면

주머니 A에서 임의로 1장의 카드를 꺼낸 후

주머니 B에서 임의로 1장의 카드를 꺼낸다.

이 시행을 한 번 하여 두 주머니 A, B에서 꺼낸 카드 중 같은 숫자가 적힌 카드가 있을 때, 꺼낸 카드 중 숫자 4가 적힌 카드의 개수가 2 일 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.
(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인 하시오.

○ 이어서, 「선택과목(미적분)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

5지선 다형

23. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{7x} - 1}{x}$ 의 값은? [2점]

- ① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

24. 매개변수 t 로 나타내어진 곡선

$$x = t + \sin t, \quad y = -4 \cos t + 2 \sin^2 t$$

에서 $t = \frac{\pi}{3}$ 일 때, $\frac{dy}{dx}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ② $\sqrt{3}$ ③ $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ ④ $2\sqrt{3}$ ⑤ $\frac{5\sqrt{3}}{2}$

25. $x > 0$ 에서 정의된 함수 $f(x)$ 가

$$f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\left(\frac{x}{5}\right)^{n+1} + 2x}{\left(\frac{x}{5}\right)^n + 1}$$

일 때, $f(k) = 5$ 를 만족시키는 모든 양수 k 의 값의 합은?

[3점]

- ① $\frac{51}{2}$ ② $\frac{53}{2}$ ③ $\frac{55}{2}$ ④ $\frac{57}{2}$ ⑤ $\frac{59}{2}$

26. 양수 t 에 대하여 곡선 $y = \frac{\ln x}{x}$ 위의 한 점 $P\left(t, \frac{\ln t}{t}\right)$ 와

점 $A(0, 1)$ 을 지나는 직선의 기울기를 $f(t)$ 라 할 때,

$$\int_1^e f(t) dt$$

의 값을? [3점]

- ① $-\frac{1}{e}$ ② $-\frac{2}{e}$ ③ $-\frac{3}{e}$ ④ $-\frac{4}{e}$ ⑤ $-\frac{5}{e}$

[3점]

27. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 가 실수 k ($k \neq 0$)에 대하여 $f(3-2k)=f(3)$ 을 만족시킨다. 함수

$$g(x) = \frac{f(x)+k}{e^{f(x)}}$$

가 $x=3$ 에서 극대이고 $g(3)=e$ 일 때, $g(k)$ 의 값은? [3점]

- ① $-2e^6$ ② $-3e^5$ ③ $-2e^5$ ④ $-3e^4$ ⑤ $-2e^4$

28. 실수 a 에 대하여 함수 $f(x)$ 가

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\ln(-x)}{x} & (x < 0) \\ -x^2 + 2x + a & (x \geq 0) \end{cases}$$

이다. 실수 t ($0 < t < 2$)에 대하여 $f'(x)=t$ 를 만족시키는 음수 x 의 값을 $g(t)$ 라 하고, 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시키도록 하는 a 의 값을 $h(t)$ 라 하자.

$k \geq a$ 일 모든 실수 k 에 대하여 함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 직선 $y=tx+k$ 가 만나는 서로 다른 점의 개수는 2이다.

$g(1)+h'(1)$ 의 값은? (단, $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{x} = 0$) [4점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{5}{6}$ ⑤ 1

단답형

29. 첫째항이 자연수이고 공비가 $-\frac{1}{2}$ 인 등비수열 $\{a_n\}$ 이

$$\sum_{n=1}^{\infty} (|a_n + 1| - a_n - 1) = 26$$

을 만족시킨다. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 의 값을 구하시오. [4점]

30. 함수 $f(x) = \int_0^x e^{\cos \pi t} dt$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때,

실수 전체의 집합에서 도함수가 연속인 함수 $h(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$h(g(x) + 2) = 2x^3 + 6f(1)x^2 + 1$$

을 만족시킨다. $\int_3^7 \frac{h'(x)}{f(x)} dx = k \times \{f(1)\}^2$ 일 때, 실수 k 의

값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인 하시오.

- 이어서, 「선택과목(기하)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(기하)

5지선 다형

23. 두 벡터 $\vec{a} = (-6, 0)$, $\vec{b} = (k, 2)$ 에 대하여
 $\vec{a} + 2\vec{b} = (0, 4)$ 일 때, k 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

24. 타원 $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{8} = 1$ 위의 점 $(1, 2)$ 에서의 접선의 y 절편은?

[3점]

- ① 4 ② $\frac{9}{2}$ ③ 5 ④ $\frac{11}{2}$ ⑤ 6

25. 좌표평면 위의 세 점 $O(0, 0)$, $A(3, 4)$, $B(-3, 6)$ 에 대하여 점 P 가

$$(\overrightarrow{OP} - \overrightarrow{OA}) \cdot \overrightarrow{OB} = 0$$

을 만족시킬 때, $|\overrightarrow{OP}|$ 의 최솟값은? [3점]

- ① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{3}$ ③ 2 ④ $\sqrt{5}$ ⑤ $\sqrt{6}$

26. 쌍곡선 $\frac{x^2}{4^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 의 한 초점 $F(c, 0)$ ($c > 0$) 을 지나고

y 축에 평행한 직선이 쌍곡선과 제1사분면에서 만나는 점을 P 라 하자. $\overline{PF} = 5$ 일 때, b^2 의 값은?
(단, b 는 양수이다.) [3점]

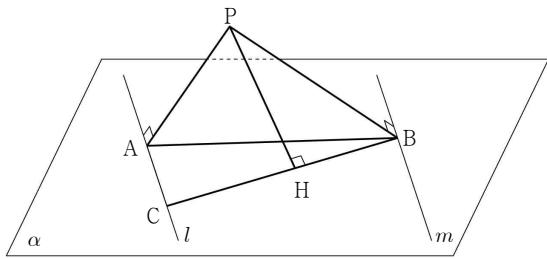
- ① 16 ② 18 ③ 20 ④ 22 ⑤ 24

27. 공간에 서로 평행한 두 직선 l, m 을 포함하는 평면 α 가 있다. 평면 α 위에 있지 않은 점 P 에서 두 직선 l, m 에 내린 수선의 발을 각각 A, B 라 하자. 직선 l 위의 점 C 에 대하여 네 점 A, B, C, P 가

$$\overline{AP} = 3, \quad \overline{BP} = 3\sqrt{2}, \quad \frac{\overline{AP}}{\overline{CA}} = \frac{\overline{BP}}{\overline{BA}} = \frac{\overline{BA}}{\overline{BC}}$$

를 만족시킨다. 점 P 에서 선분 BC 에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, 선분 PH 의 길이는? [3점]

- ① $2\sqrt{2}$ ② $\sqrt{10}$ ③ $2\sqrt{3}$ ④ $\sqrt{14}$ ⑤ 4

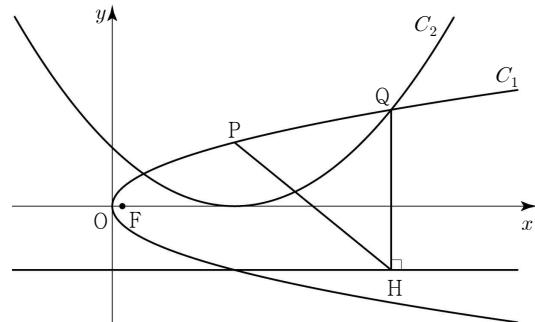


28. 양수 p 에 대하여 점 F 를 초점으로 하는 포물선

$C_1 : y^2 = 4px$ 가 있다. 포물선 C_1 위에 있는 제1사분면 위의 점 P 를 초점으로 하고 꼭짓점이 x 축 위에 있는 포물선을 C_2 라 하자. 두 포물선 C_1, C_2 가 만나는 두 점 중 x 좌표가 큰 점을 Q 라 하고, 점 Q 에서 포물선 C_2 의 준선에 내린 수선의 발을 H 라 하자. $\overline{PH} = 4\sqrt{15}$, $\overline{QH} = 5\sqrt{6}$ 일 때, 선분 PF 의 길이는?

(단, 점 P 의 x 좌표는 점 F 의 x 좌표보다 크다.) [4점]

- ① $\frac{389}{40}$ ② $\frac{197}{20}$ ③ $\frac{399}{40}$ ④ $\frac{101}{10}$ ⑤ $\frac{409}{40}$

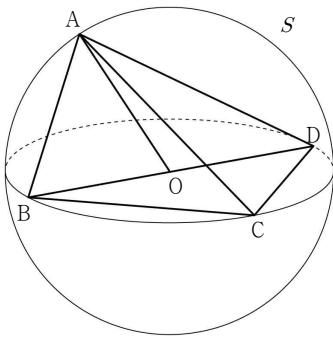


단답형

29. 공간에 점 O가 중심이고 반지름의 길이가 5인 구 S가 있다. 구 S 위의 서로 다른 네 점 A, B, C, D가

$$\overline{BC} = \overline{CD}, \quad \overline{BD} = 10, \quad \overline{AC} = \sqrt{74}, \quad \overline{AB} < \overline{AD}$$

를 만족시킨다. 직선 OA 와 평면 BCD 가 이루는 예각의 크기를 θ 라 할 때, $\cos \theta = \frac{3}{5}$ 이다. 삼각형 ABD 의 평면 BCD 위로의 정사영의 넓이를 구하시오. [4점]



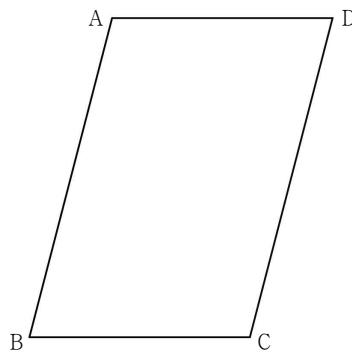
30. 좌표평면에 $\overline{AB} = 6$, $\overline{AD} = 4$, $\cos(\angle ABC) = \frac{1}{4}$ 인 평행사변형 ABCD 가 있다.

$$|\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PC} + \overrightarrow{PD}| = \frac{1}{2} |\overrightarrow{BD}|$$

를 만족시키는 점 P에 대하여

$$\overrightarrow{AQ} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AP}$$

를 만족시키는 점을 Q라 하자. $\overrightarrow{PB} \cdot \overrightarrow{DQ}$ 의 최댓값을 구하시오. [4점]



* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인 하시오.