

제 2 교시

## 수학 영역(가형)

## 5지선다형

1. 두 벡터  $\vec{a} = (1, 0)$ ,  $\vec{b} = (1, 1)$ 에 대하여 벡터  $\vec{a} + 2\vec{b}$ 의 모든 성분의 합은? [2점]

① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

2.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{6x} - e^{4x}}{2x}$ 의 값은? [2점]

① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

3. 좌표공간의 두 점  $A(a, 4, -9)$ ,  $B(1, 0, -3)$ 에 대하여 선분  $AB$ 를  $3:1$ 로 외분하는 점이  $y$ 축 위에 있을 때,  $a$ 의 값은?

[2점]

① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

4. 다음 조건을 만족시키는 두 자리의 자연수의 개수는? [3점]

(가) 2의 배수이다.  
(나) 십의 자리의 수는 6의 약수이다.

① 16      ② 20      ③ 24      ④ 28      ⑤ 32

## 2

## 수학 영역(가형)

5. 두 사건  $A, B$ 에 대하여

$$P(A) = \frac{2}{5}, \quad P(B^C) = \frac{3}{10}, \quad P(A \cap B) = \frac{1}{5}$$

일 때,  $P(A^C | B^C)$ 의 값은? (단,  $A^C$ 은  $A$ 의 여사건이다.) [3점]

- ①  $\frac{1}{6}$       ②  $\frac{1}{5}$       ③  $\frac{1}{4}$       ④  $\frac{1}{3}$       ⑤  $\frac{1}{2}$

6. 곡선  $\pi x = \cos y + x \sin y$  위의 점  $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ 에서의 접선의  
기울기는? [3점]

- ①  $1 - \frac{5}{2}\pi$       ②  $1 - 2\pi$       ③  $1 - \frac{3}{2}\pi$   
④  $1 - \pi$       ⑤  $1 - \frac{\pi}{2}$

7. 다항식  $(2+x)^4(1+3x)^3$ 의 전개식에서  $x$ 의 계수는? [3점]

- ① 174      ② 176      ③ 178      ④ 180      ⑤ 182

# 수학 영역(가형)

3

8. 함수  $f(x) = \frac{\ln x}{x^2}$  에 대하여  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(e+h)-f(e-2h)}{h}$  의 값은?  
[3점]

①  $-\frac{2}{e}$     ②  $-\frac{3}{e^2}$     ③  $-\frac{1}{e}$     ④  $-\frac{2}{e^2}$     ⑤  $-\frac{3}{e^3}$

10. 1부터 7까지의 자연수 중에서 임의로 서로 다른 3개의 수를 선택한다. 선택된 3개의 수의 곱을  $a$ , 선택되지 않은 4개의 수의 곱을  $b$ 라 할 때,  $a$ 와  $b$ 가 모두 짝수일 확률은? [3점]

①  $\frac{4}{7}$     ②  $\frac{9}{14}$     ③  $\frac{5}{7}$     ④  $\frac{11}{14}$     ⑤  $\frac{6}{7}$

9.  $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ 인  $\theta$ 에 대하여  $\cos \theta = -\frac{3}{5}$  일 때,  $\csc(\pi + \theta)$ 의  
값은? [3점]

①  $-\frac{5}{2}$     ②  $-\frac{5}{3}$     ③  $-\frac{5}{4}$     ④  $\frac{5}{4}$     ⑤  $\frac{5}{3}$

## 4

## 수학 영역(가형)

11. 함수  $f(x) = (x^2 - 3)e^{-x}$ 의 극댓값과 극솟값을 각각  $a, b$ 라 할 때,  $a \times b$ 의 값은? [3점]

①  $-12e^2$     ②  $-12e$     ③  $-\frac{12}{e}$     ④  $-\frac{12}{e^2}$     ⑤  $-\frac{12}{e^3}$

12. 확률변수  $X$ 가 평균이  $m$ , 표준편차가  $\frac{m}{3}$ 인 정규분포를 따르고

$$P\left(X \leq \frac{9}{2}\right) = 0.9987$$

일 때, 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여  $m$ 의 값을 구한 것은? [3점]

$z$	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938
3.0	0.4987

①  $\frac{3}{2}$     ②  $\frac{7}{4}$     ③ 2    ④  $\frac{9}{4}$     ⑤  $\frac{5}{2}$

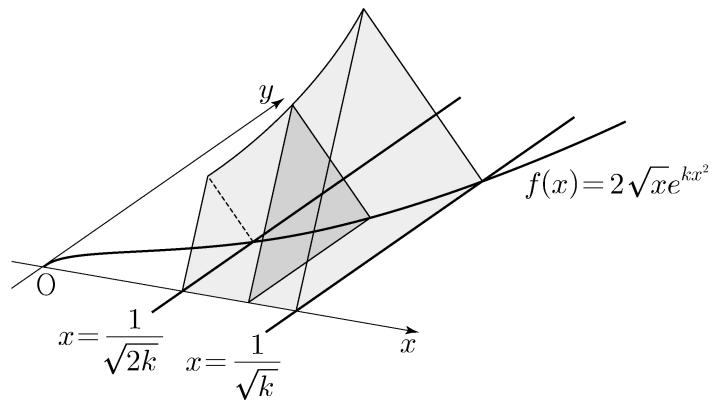
# 수학 영역(가형)

5

13. 양수  $k$ 에 대하여 두 곡선  $y = ke^x + 1$ ,  $y = x^2 - 3x + 4$ 가 점 P에서 만나고, 점 P에서 두 곡선에 접하는 두 직선이 서로 수직일 때,  $k$ 의 값은? [3점]

①  $\frac{1}{e}$       ②  $\frac{1}{e^2}$       ③  $\frac{2}{e^2}$       ④  $\frac{2}{e^3}$       ⑤  $\frac{3}{e^3}$

14. 그림과 같이 양수  $k$ 에 대하여 함수  $f(x) = 2\sqrt{x}e^{kx^2}$ 의 그래프와  $x$  축 및 두 직선  $x = \frac{1}{\sqrt{2k}}$ ,  $x = \frac{1}{\sqrt{k}}$ 로 둘러싸인 부분을 밑면으로 하고  $x$  축에 수직인 평면으로 자른 단면이 모두 정삼각형인 입체도형의 부피가  $\sqrt{3}(e^2 - e)$  일 때,  $k$ 의 값은? [4점]



①  $\frac{1}{12}$       ②  $\frac{1}{6}$       ③  $\frac{1}{4}$       ④  $\frac{1}{3}$       ⑤  $\frac{1}{2}$

## 6

## 수학 영역(가형)

15. 함수  $y = e^x$ 의 그래프 위의  $x$  좌표가 양수인 점 A와 함수  $y = -\ln x$ 의 그래프 위의 점 B가 다음 조건을 만족시킨다.

(가)  $\overline{OA} = 2\overline{OB}$

(나)  $\angle AOB = 90^\circ$

직선 OA의 기울기는? (단, O는 원점이다.) [4점]

- ①  $e$       ②  $\frac{3}{\ln 3}$       ③  $\frac{2}{\ln 2}$       ④  $\frac{5}{\ln 5}$       ⑤  $\frac{e^2}{2}$

16. 좌표공간에 네 점  $A(3, 0, 0)$ ,  $B(0, 3, 0)$ ,  $C(0, 2, 1)$ ,  $D\left(0, -\frac{5}{2}, -2\right)$ 가 있다. 선분 CD를 2:1로 내분하는 점을 E라 할 때, 선분 AE의 평면 ABC 위로의 정사영의 길이는? [4점]

- ①  $\frac{\sqrt{6}}{6}$       ②  $\frac{\sqrt{6}}{3}$       ③  $\frac{\sqrt{6}}{2}$       ④  $\frac{2\sqrt{6}}{3}$       ⑤  $\frac{5\sqrt{6}}{6}$

# 수학 영역(가형)

7

17. 두 함수  $f(x)$ ,  $g(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 도함수가 연속이고 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수  $x$ 에 대하여  $f(x)g(x) = x^4 - 1$ 이다.

$$(나) \int_{-1}^1 \{f(x)\}^2 g'(x) dx = 120$$

$$\int_{-1}^1 x^3 f(x) dx \text{의 값은? } [4점]$$

- ① 12      ② 15      ③ 18      ④ 21      ⑤ 24

18. 빨간색 공 6개, 파란색 공 3개, 노란색 공 3개가 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 한 개의 공을 꺼내는 시행을 하여, 다음 규칙에 따라 세 사람 A, B, C가 점수를 얻는다. (단, 한 번 꺼낸 공은 다시 주머니에 넣지 않는다.)

- 빨간색 공이 나오면 A는 3점, B는 1점, C는 1점을 얻는다.
- 파란색 공이 나오면 A는 2점, B는 6점, C는 2점을 얻는다.
- 노란색 공이 나오면 A는 2점, B는 2점, C는 6점을 얻는다.

이 시행을 계속하여 얻은 점수의 합이 처음으로 24점 이상인 사람이 나오면 시행을 멈춘다. 다음은 얻은 점수의 합이 24점 이상인 사람이 A 뿐일 확률을 구하는 과정이다.

꺼낸 빨간색 공의 개수를  $x$ , 파란색 공의 개수를  $y$ , 노란색 공의 개수를  $z$ 라 할 때, 얻은 점수의 합이 24점 이상인 사람이 A 뿐이기 위해서는  $x, y, z$ 가 다음 조건을 만족시켜야 한다.

$$x = 6, 0 < y < 3, 0 < z < 3, y + z \geq 3$$

이 조건을 만족시키는 순서쌍  $(x, y, z)$ 는  $(6, 1, 2), (6, 2, 1), (6, 2, 2)$ 이다.

- (i)  $(x, y, z) = (6, 1, 2)$ 인 경우의 확률은 (가)이다.  
(ii)  $(x, y, z) = (6, 2, 1)$ 인 경우의 확률은 (가)이다.  
(iii)  $(x, y, z) = (6, 2, 2)$ 인 경우는 10번째 시행에서 빨간색 공이 나와야 하므로 그 확률은 (나)이다.

(i), (ii), (iii)에 의하여 구하는 확률은  $2 \times$ (가) + (나)이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 수를 각각  $p, q$ 라 할 때,  $p+q$ 의 값은? [4점]

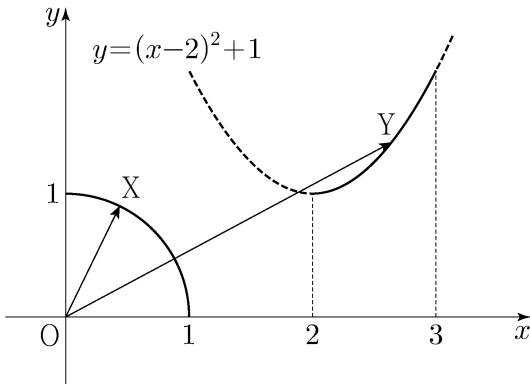
- ①  $\frac{13}{110}$       ②  $\frac{27}{220}$       ③  $\frac{7}{55}$       ④  $\frac{29}{220}$       ⑤  $\frac{3}{22}$

19. 좌표평면 위에 두 점  $A(1, 0)$ ,  $B(0, 1)$  있다. 중심각의 크기가  $\frac{\pi}{2}$  인 부채꼴  $OAB$ 의 호  $AB$  위를 움직이는 점  $X$ 와 함수  $y=(x-2)^2+1$  ( $2 \leq x \leq 3$ )의 그래프 위를 움직이는 점  $Y$ 에 대하여

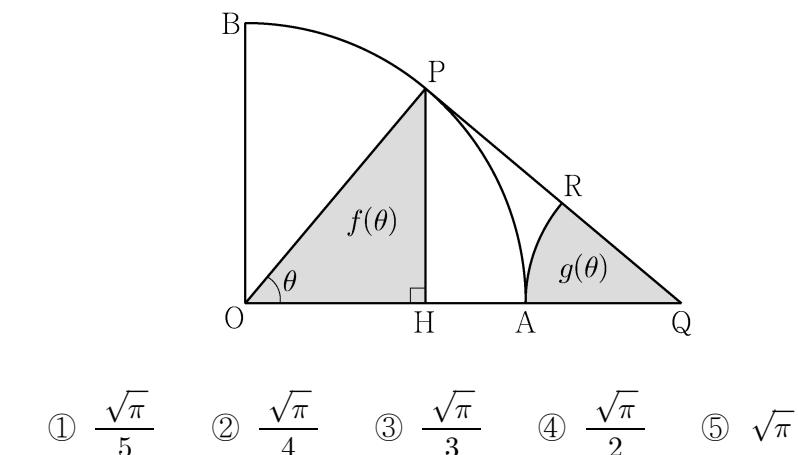
$$\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OY} - \overrightarrow{OX}$$

를 만족시키는 점  $P$ 가 나타내는 영역을  $R$ 라 하자. 점  $O$ 로부터 영역  $R$ 에 있는 점까지의 거리의 최댓값을  $M$ , 최솟값을  $m$ 이라 할 때,  $M^2+m^2$ 의 값은? (단,  $O$ 는 원점이다.) [4점]

- ①  $16-2\sqrt{5}$     ②  $16-\sqrt{5}$     ③ 16  
 ④  $16+\sqrt{5}$     ⑤  $16+2\sqrt{5}$



20. 그림과 같이 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가  $\frac{\pi}{2}$  인 부채꼴  $OAB$ 가 있다. 호  $AB$  위의 점  $P$ 에서 선분  $OA$ 에 내린 수선의 발을  $H$ , 점  $P$ 에서 호  $AB$ 에 접하는 직선과 직선  $OA$ 의 교점을  $Q$ 라 하자. 점  $Q$ 를 중심으로 하고 반지름의 길이가  $\overline{QA}$ 인 원과 선분  $PQ$ 의 교점을  $R$ 라 하자.  $\angle POA=\theta$  일 때, 삼각형  $OHP$ 의 넓이를  $f(\theta)$ , 부채꼴  $QRA$ 의 넓이를  $g(\theta)$ 라 하자.  $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{g(\theta)}}{\theta \times f(\theta)}$  의 값은? (단,  $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ ) [4점]



- ①  $\frac{\sqrt{\pi}}{5}$     ②  $\frac{\sqrt{\pi}}{4}$     ③  $\frac{\sqrt{\pi}}{3}$     ④  $\frac{\sqrt{\pi}}{2}$     ⑤  $\sqrt{\pi}$

# 수학 영역(가형)

9

21. 좌표평면에서 두 점  $A(-2, 0)$ ,  $B(2, 0)$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 직사각형의 넓이의 최댓값은? [4점]

직사각형 위를 움직이는 점  $P$ 에 대하여  $\overline{PA} + \overline{PB}$ 의 값은 점  $P$ 의 좌표가  $(0, 6)$ 일 때 최대이고  $\left(\frac{5}{2}, \frac{3}{2}\right)$ 일 때 최소이다.

- ①  $\frac{200}{19}$     ②  $\frac{210}{19}$     ③  $\frac{220}{19}$     ④  $\frac{230}{19}$     ⑤  $\frac{240}{19}$

단답형

22. 확률변수  $X$ 가 이항분포  $B\left(n, \frac{1}{4}\right)$ 을 따르고  $V(X) = 6$  일 때,  $n$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 좌표평면 위를 움직이는 점  $P$ 의 시작  $t (t > 0)$ 에서의 위치  $(x, y)$ 가

$$x = \frac{1}{2}e^{2(t-1)} - at, \quad y = b e^{t-1}$$

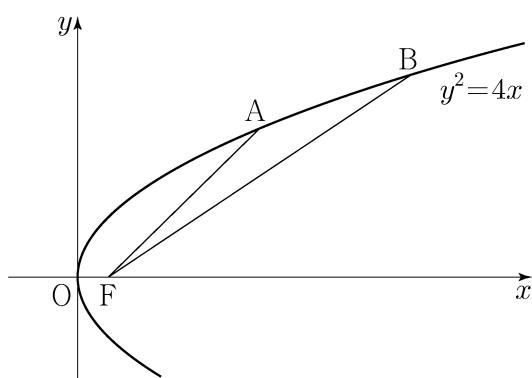
이다. 시작  $t = 1$ 에서의 점  $P$ 의 속도가  $\vec{v} = (-1, 2)$  일 때,  $a+b$ 의 값을 구하시오. (단,  $a$ 와  $b$ 는 상수이다.) [3점]

24. 정의역이  $\left\{x \mid -\frac{\pi}{4} < x < \frac{\pi}{4}\right\}$ 인 함수  $f(x) = \tan 2x$ 의 역함수를  $g(x)$ 라 할 때,  $100 \times g'(1)$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 함수  $f(x) = 3\sin kx + 4x^3$ 의 그래프가 오직 하나의 변곡점을 가지도록 하는 실수  $k$ 의 최댓값을 구하시오. [4점]

25. 어느 고등학교에서 1인 미디어 방송을 시청한 경험이 있는 학생의 비율을 알아보기 위하여 이 고등학교 학생 중  $n$ 명을 임의추출하여 조사한 결과 90%가 시청한 경험이 있다고 답하였다. 이 결과를 이용하여 구한 이 고등학교 학생 전체의 1인 미디어 방송을 시청한 경험이 있는 학생의 비율  $p$ 에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이  $0.9 - c \leq p \leq 0.9 + c$ 이다.  $c = 0.0294$  일 때,  $n$ 의 값을 구하시오. (단,  $Z$ 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때,  $P(|Z| \leq 1.96) = 0.95$ 로 계산한다.) [3점]

27. 초점이 F인 포물선  $y^2 = 4x$  위에 서로 다른 두 점 A, B가 있다. 두 점 A, B의  $x$  좌표는 1보다 큰 자연수이고 삼각형 AFB의 무게중심의  $x$  좌표가 6일 때,  $\overline{AF} \times \overline{BF}$ 의 최댓값을 구하시오. [4점]



28. 연필 7자루와 볼펜 4자루를 다음 조건을 만족시키도록 여학생 3명과 남학생 2명에게 남김없이 나누어 주는 경우의 수를 구하시오. (단, 연필끼리는 서로 구별하지 않고, 볼펜끼리도 서로 구별하지 않는다.) [4점]

- (가) 여학생이 각각 받는 연필의 개수는 서로 같고, 남학생이 각각 받는 볼펜의 개수도 서로 같다.
- (나) 여학생은 연필을 1자루 이상 받고, 볼펜을 받지 못하는 여학생이 있을 수 있다.
- (다) 남학생은 볼펜을 1자루 이상 받고, 연필을 받지 못하는 남학생이 있을 수 있다.

29. 좌표공간에서 원점 O와 점 A(4, 0, 0)에 대하여  
평면  $x+y+\sqrt{2}z=0$  위의 점 P가 다음 조건을 만족시킨다.

(가)  $|\overrightarrow{OP}|$  는 9 이하의 자연수이다.  
(나)  $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{AP} = 6$

$\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{OP}$  의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 할 때,  $M+m$ 의  
값을 구하시오. [4점]

30. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수  $f(x)$ 가 모든 실수  
 $x$ 에 대하여

$$f'(x^2 + x + 1) = \pi f(1) \sin \pi x + f(3)x + 5x^2$$

을 만족시킬 때,  $f(7)$ 의 값을 구하시오. [4점]

\* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인  
하시오.