



2025년 5월 17일 ; 제한시간 2시간 30분

- A. 답안지에 **수험번호와 성명, 문제유형**을 반드시 기입하십시오.
- B. 이 시험은 총 20개의 **단답형** 문항으로 이루어져 있습니다.
- C. 각 문항의 답은 **세 개의 자리수**를 모두 기입하여야 합니다.
예를 들면, 답이 “7” 일 경우 “007”이라고 기입하여야 합니다.
- D. 구한 답이 1000 이상일 경우 **1000으로 나눈 나머지를** 기입하여야 합니다.
- E. 문제 1 ~ 4 번은 각 4 점, 문제 17 ~ 20 번은 각 6 점, 나머지는 각 5 점입니다.

1. [정답. 4]

다음 조건을 만족하는 6 이하의 양의 정수 a, b 의 순서쌍 (a, b) 의 개수를 구하여라.

(조건) 세 정수 $a^2 - b^2, 8(a - b), 4b$ 가 이등변삼각형의 세 변의 길이가 된다.

2. [정답. 78]

볼록사각형 $ABCD$ 의 네 변의 길이가 각각 $\overline{AB} = 9, \overline{BC} = 12, \overline{CD} = 13, \overline{DA} = 4$ 이다. $\angle ABC = 90^\circ$ 일 때, 사각형 $ABCD$ 의 넓이를 구하여라.

3. [정답. 78]

100 이하의 양의 정수 a, b 가 다음 등식을 만족할 때, 가능한 a 중 가장 큰 값을 구하여라.

$$a^2 - a = 13(b^2 - b)$$

4. [정답. 48]

다음 조건을 만족하도록 숫자 1, 2, 3, 4, 5, 6를 일렬로 나열하는 경우의 수를 구하여라.

(조건) 연속한 세 수의 합이 3의 배수이다.

5. [정답. 24]

식 $x^2 + y^2 = 1$ 을 만족하는 실수 x, y 에 대하여 $-x^2 + 10xy + 23y^2$ 의 최댓값을 구하여라.

6. [정답. 254]

$N = 2025 \times 2023 \times 2021 \times \cdots \times 3 \times 1$ 이라 하자. $5^m \mid N$ 을 나누는 가장 큰 정수 m 을 구하여라.

7. [정답. 728]

다음 조건을 만족하는 5 이하의 양의 정수 a, b, c, d, e 의 순서쌍 (a, b, c, d, e) 의 개수를 구하여라.

(조건) $a + 1 \leq b + 2 \leq c + 3 \leq d + 4 \leq e + 5$

8. [정답. 512]

중심이 O 인 원 ω 외부의 한 점 P 에서 원 ω 에 그은 두 접선이 원과 접하는 점을 각각 A, B 라 하자. 점 B 에서 직선 AO 에 내린 수선의 발을 H 라 하자. 직선 OP 와 AB 가 점 C 에서 만나고, $\overline{OA} = 10, \overline{OC} = 6$ 이다. 삼각형 AHP 의 넓이를 S 라 할 때, $6S$ 의 값을 구하여라.

9. [정답. 32]

다음 두 조건을 모두 만족하는 정수 a, b, c, d 의 순서쌍 (a, b, c, d) 의 개수를 구하여라.

(i) $2b = a + c$ 이고, $2c = b + d$ 이다.

(ii) a, b, c, d 중 1 이상이고 5 이하인 것은 정확히 두 개이다.

10. [정답. 723]

세 자리 양의 정수 n 의 일의 자릿수를 a , 십의 자릿수를 b , 백의 자릿수를 c 라 하자. a, b, c 가 모두 양의 정수이고, $n = (a - 1)! + (b - 1)! + (c - 1)!$ 을 만족할 때, 가능한 n 중 가장 큰 값을 구하여라. (단, $n! = 1 \times 2 \times \cdots \times n$ 이고, $0! = 1$ 이다.)

