

# 2024학년도 경찰대학 1차 시험

## - 수학 -



응시자 유의사항

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마십시오.

경      찰      대      학

<http://www.police.ac.kr>

\* 총 8쪽 25문항(3점 5문항, 4점 15문항, 5점 5문항)입니다.

[1~20] 각 문항의 답을 하나만 고르시오.

1. 부등식  $\left(\log_{\frac{1}{2}}x - 2\right)\log_{\frac{1}{4}}x < 4$ 를 만족시키는 자연수  $x$ 의 개수는?

[3점]

- ① 1      ② 3      ③ 5      ④ 7      ⑤ 9

3. <보기>에서 옳은 것만을 대로 고른 것은? [3점]

<보기>

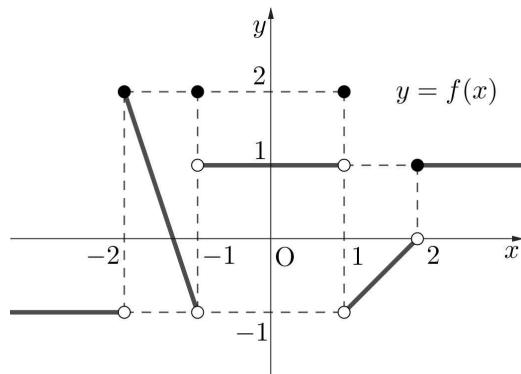
ㄱ. 함수  $y = \tan \frac{3\pi}{2}x - \sin 2\pi x$ 의 주기는 2이다.

ㄴ. 함수  $y = 2\pi + \cos 2\pi x \sin \frac{4\pi}{3}x$ 의 주기는 3이다.

ㄷ. 함수  $y = \sin \pi x - \left| \cos \frac{3\pi}{2}x \right|$ 의 주기는 2이다.

- ① ㄱ      ② ㄷ      ③ ㄱ, ㄴ      ④ ㄴ, ㄷ      ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

2. 함수  $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$$\lim_{x \rightarrow 1^-} (f \circ f)(x) + \lim_{x \rightarrow -\infty} f\left(-2 - \frac{1}{x+1}\right)의 값은? [3점]$$

- ① -4      ② -2      ③ 0      ④ 2      ⑤ 4

4. 두 다항함수  $f(x)$ ,  $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가)  $\int xf'(x)dx = x^3 + 3x^2 + C$  (단,  $C$ 는 적분상수)

(나)  $g(x) = \int_{-1}^x t f(t) dt$

- $g'(2) = 0$ 일 때,  $f(-2)$ 의 값은? [3점]

- ① -30      ② -24      ③ -18      ④ -12      ⑤ -6

5. 두 실수  $a, b$ 가 다음 조건을 만족시킬 때,  $a^3 - 2b$ 의 값은?  
[4점]

(가)  $b$ 는  $-\sqrt{8}a$ 의 제곱근이다.  
(나)  $\sqrt[3]{a^2}b$ 는  $-16$ 의 세제곱근이다.

- ①  $-2-2\sqrt{2}$       ②  $-2$       ③  $4-2\sqrt{2}$   
④  $2$       ⑤  $2+2\sqrt{2}$

7.  $3\theta$ 는 제1사분면의 각이고  $4\theta$ 는 제2사분면의 각일 때,  $\theta$ 는 제 $m$ 사분면 또는 제 $n$ 사분면의 각이다.  $m+n$ 의 값은?  
(단,  $m \neq n$ ) [4점]

- ① 3      ② 4      ③ 5      ④ 6      ⑤ 7

6.  $x \geq 0$ 에서 정의된 함수  $f(x) = \frac{x^2}{12} + \frac{x}{2} + a$ 에 대하여  
 $f(x)$ 의 역함수를  $g(x)$ 라 하자. 방정식  $f(x) = g(x)$ 의 근이  
 $b, 2b$  ( $b > 0$ )일 때,  $\int_b^{2b} \{g(x) - f(x)\} dx$ 의 값은?  
(단,  $a$ 는 상수이다.) [4점]

- ①  $\frac{2}{9}$       ②  $\frac{1}{3}$       ③  $\frac{4}{9}$       ④  $\frac{5}{9}$       ⑤  $\frac{2}{3}$

8. 모든 항이 음수인 수열  $\{a_n\}$ 이  
 $\frac{1}{2} \left( a_n - \frac{2}{a_n} \right) = \sqrt{n-1}$  ( $n \geq 1$ )  
을 만족시킬 때,  $\sum_{n=1}^{99} a_n$ 의 값은? [4점]

- ①  $-20$       ②  $-10-3\sqrt{11}$       ③  $-10-7\sqrt{2}$   
④  $-9-3\sqrt{11}$       ⑤  $-9-7\sqrt{2}$

9. 실수 전체의 집합에서 연속인 두 함수  $f(x)$ ,  $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 모든 실수  $x$ 에 대하여  $f(x)+f(-x)=1$ 이다.  
(나)  $x^2-x-2 \neq 0$  일 때,  $g(x)=\frac{2f(x)-7}{x^2-x-2}$  이다.

방정식  $f(x)=k$  가 반드시 열린구간  $(0, 2)$ 에서 적어도 2개의 실근을 갖도록 하는 정수  $k$ 의 개수는? [4점]

- ① 3      ② 4      ③ 5      ④ 6      ⑤ 7

11. 두 실수  $a (a>0)$ ,  $b$ 에 대하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각  $t (t \geq 0)$ 에서의 위치  $x(t)$ 가

$$x(t)=t^3-6at^2+9a^2t+b$$

일 때,  $x(t)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 점 P가 출발한 후 점 P의 운동 방향이 바뀌는 순간의 위치의 차는 32 이다.  
(나) 점 P가 출발한 후 점 P의 가속도가 0 이 되는 순간의 위치는 36 이다.

$b-a$ 의 값은? [4점]

- ① 18      ② 23      ③ 28      ④ 33      ⑤ 38

#### 10. 함수

$$f(x)=\begin{cases} 2(x-2) & (x<2) \\ 4(x-2) & (x \geq 2) \end{cases}$$

와 실수  $t$ 에 대하여 함수  $g(t)$ 를

$$g(t)=\int_{t-1}^{t+2} |f(x)| dx$$

라 하자.  $g(t)$ 가  $t=a$ 에서 최솟값  $b$ 를 가질 때,  
 $a+b$ 의 값은? [4점]

- ① 6      ② 7      ③ 8      ④ 9      ⑤ 10

12. 함수

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + ax + b}{x - 5} & (x \neq 5) \\ 7 & (x = 5) \end{cases}$$

에 대하여 두 함수  $g(x)$ ,  $h(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} \sqrt{4-f(x)} & (x < 1) \\ f(x) & (x \geq 1) \end{cases}, \quad h(x) = |\{f(x)\}^2 + a| - 11$$

이라 하자. 함수  $f(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 함수  $g(x)h(x)$ 도 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 모든 실수  $a$ 의 값의 곱은? (단,  $a$ ,  $b$ 는 상수이다.) [4점]

- ① -34    ② -36    ③ -38    ④ -40    ⑤ -42

14. 최고차항의 계수가 양수인 다항함수  $f(x)$ 와  $f(x)$ 의 한 부정적분  $F(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\{F(x)-x^2\}\{f(x)-2x\}}{x^5} = 3$

(나)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)-2}{x} = 2$

(다)  $f(0)F(0) = 4$

곡선  $y = F(x) - f(x)$ 과  $x$  축으로 둘러싸인 도형의 넓이는?  
[4점]

- ①  $\frac{1}{3}$     ②  $\frac{2}{3}$     ③ 1    ④  $\frac{4}{3}$     ⑤  $\frac{5}{3}$

13. 삼각형 ABC가 다음 조건을 만족시킨다.

(가)  $\cos^2 A + \cos^2 B - \cos^2 C = 1$   
(나)  $2\sqrt{2} \cos A + 2 \cos B + \sqrt{2} \cos C = 2\sqrt{3}$

삼각형 ABC의 외접원의 반지름의 길이가 3일 때, 삼각형 ABC의 넓이는? [4점]

- ①  $4\sqrt{3}$     ②  $5\sqrt{2}$     ③  $6\sqrt{2}$     ④  $5\sqrt{3}$     ⑤  $6\sqrt{3}$

15. 모든 항이 양수인 수열  $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가)  $a_2 = \pi$

(나)  $7a_n - 5a_{n+1} > 0 \quad (n \geq 1)$

(다)  $2 \sin^2 \left( \frac{a_{n+1}}{a_n} \right) - 5 \sin \left( \frac{\pi}{2} + \frac{a_{n+1}}{a_n} \right) + 1 = 0 \quad (n \geq 1)$

$\frac{(a_4)^5}{(a_6)^3}$ 의 값은? [4점]

- ① 4    ② 9    ③ 16    ④ 25    ⑤ 36

16.  $0 \leq x \leq 1$ 인 모든 실수  $x$ 에 대하여 부등식

$$2ax^3 - 3(a+1)x^2 + 6x \leq 1$$

이 성립할 때, 양수  $a$ 의 최솟값은? [4점]

①  $\frac{11+\sqrt{5}}{6}$

②  $\frac{5+\sqrt{5}}{3}$

③  $\frac{3+\sqrt{5}}{2}$

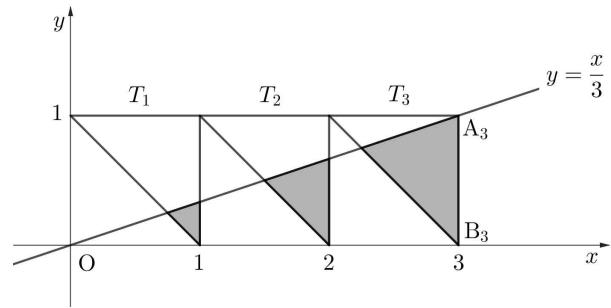
④  $\frac{4+2\sqrt{5}}{3}$

⑤  $\frac{7+5\sqrt{5}}{6}$

18. 모든 자연수  $n$ 에 대하여 세 점  $(n-1, 1), (n, 0), (n, 1)$ 을

꼭짓점으로 하는 삼각형을  $T_n$ , 직선  $y = \frac{x}{n}$ 가 직선  $y=1$ 과 만나는 점을  $A_n$ , 점  $A_n$ 에서  $x$ 축에 내린 수선의 발을  $B_n$ 이라 할 때, 삼각형  $T_1, T_2, \dots, T_n$ 의 내부와 삼각형  $OA_nB_n$ 의 내부의 공통부분의 넓이를  $a_n$ 이라 하자. 예를 들어, 그림과 같이  $a_3$ 은 세 삼각형  $T_1, T_2, T_3$ 의 내부와 삼각형  $OA_3B_3$ 의 내부의 공통부분의 넓이를 나타내고

$$a_3 = \frac{7}{12} \text{이다. } a_{50} \text{의 값은? (단, O는 원점이다.) [5점]}$$



①  $\frac{49}{6}$       ②  $\frac{101}{12}$       ③  $\frac{26}{3}$       ④  $\frac{107}{12}$       ⑤  $\frac{55}{6}$

17. 두 실수  $a, b$ 가 다음 조건을 만족시킬 때,  $a+b+c+d$ 의 값은? [5점]

(가)  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{(a-b)x^2 + ax} - x) = c$  ( $c$ 는 상수)

(나)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (ax - b - \sqrt{-(b+1)x^2 - 4x}) = d$  ( $d$ 는 상수)

①  $-\frac{5}{2}$       ②  $-3$       ③  $-\frac{7}{2}$       ④  $-4$       ⑤  $-\frac{9}{2}$

19. 실수  $t$  ( $2 < t < 8$ )에 대하여 이차함수  $f(x) = (x-2)^2$  위의 점  $P(t, f(t))$ 에서의 접선이  $x$  축과 만나는 점을  $Q$ 라 하자. 직선  $y = 2(t-2)(x-5)$  위의 한 점  $R$ 를  $\overline{PR} = \overline{QR}$ 가 되도록 잡는다. 삼각형  $PQR$ 의 넓이를  $S(t)$ 라 할 때,

$$\lim_{t \rightarrow 2^+} \frac{S(t)}{(t-2)^2}$$
 의 값은? [5점]

- ①  $\frac{3}{2}$       ② 2      ③  $\frac{5}{2}$       ④ 3      ⑤  $\frac{7}{2}$

20.  $0 \leq x < 2\pi$  일 때, 함수

$$f(x) = 2\cos^2 x - |1+2\sin x| - 2|\sin x| + 2$$

에 대하여 집합

$$A = \{x \mid f(x) \text{의 값은 } 0 \text{ 이하의 정수}\}$$

라 하자. 집합  $A$ 의 원소의 개수는? [5점]

- ① 6      ② 7      ③ 8      ④ 9      ⑤ 10

[21~25] 각 문항의 답을 답안지에 기재하시오.

21. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수  $f(x)$ 에 대하여  
함수  $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (x < 1) \\ -f(x) & (x \geq 1) \end{cases}$$

이라 하자. 함수  $g(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 미분가능하고  
 $x = -1$ 에서 극값을 가질 때, 함수  $f(x)$ 의 극댓값을 구하시오.

[3점]

23. 방정식  $3^x + 3^{-x} - 2(\sqrt{3^x} + \sqrt{3^{-x}}) - |k-2| + 7 = 0$ 의 실근을  
갖지 않도록 하는 정수  $k$ 의 개수를 구하시오. [4점]

22. 다항함수  $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때,  $f(1)$ 의 값을  
구하시오. [4점]

- (가) 모든 실수  $x$ 에 대하여  $2f(x) - (x+2)f'(x) - 8 = 0$ 이다.  
(나)  $x$ 의 값이  $-3$ 에서  $0$ 까지 변할 때, 함수  $f(x)$ 의  
평균변화율은  $3$ 이다.

24. 수열  $\{a_n\}$ 과 공차가 2인 등차수열  $\{b_n\}$ 이

$$n(n+1)b_n = \sum_{k=1}^n (n-k+1)a_k \quad (n \geq 1)$$

을 만족시킨다.  $a_5 = 58$  일 때,  $a_{10}$ 의 값을 구하시오. [4점]

25. 두 함수

$$y = 4^x, \quad y = \frac{1}{2^a} \times 4^x - a$$

의 그래프와 두 직선

$$y = -2x - \log b, \quad y = -2x + \log c$$

로 둘러싸인 도형의 넓이가 3이 되도록 하는  
자연수  $a, b, c$ 의 모든 순서쌍  $(a, b, c)$ 의 개수를 구하시오.

[5점]

※ 확인사항

▷ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입 · 표기했는지  
확인하시오 .