



## 제 22회 한국수학올림피아드 최종시험

2009년 3월 29일 - 제 2 일

4. 예각삼각형  $ABC$ 에 대하여  $\angle B < \angle C$ 라 하자. 직선  $AC$ 와 점  $C$ 에서 접하고 점  $B$ 를 지나는 원의 중심을  $O$ , 원  $O$ 가 선분  $AB$ 와 만나는 점을  $D$ 라 하자. 직선  $CO$ 가 원  $O$ 와 만나는 점을  $P$ , 점  $P$ 를 지나고 직선  $AO$ 와 평행한 직선이 직선  $AC$ 와 만나는 점을  $E$ , 직선  $EB$ 가 원  $O$ 와 만나는 점을  $L$ 이라 하자. 단,  $L$ 은  $B$ 와 다른 점이라 가정하자. 선분  $BD$ 의 수직이등분선과 직선  $AC$ 의 교점을  $F$ , 직선  $LF$ 와  $CD$ 의 교점을  $K$ 라 할 때, 직선  $EK$ 와  $CL$ 이 서로 평행임을 보여라.
5. 가로줄  $m+1$ 개, 세로줄  $m$ 개로 이루어진 총  $m(m+1)$ 개의 교차점이 있는 바둑판과 바둑알 하나가 주어져 있다. 두 사람이 교차점 위에 놓여 있는 바둑알을 교대로 한 칸씩 이동시키는 게임을 하는데, 바둑알은 현재 위치에서 위 아래나 좌우로 이웃한 점으로 한 칸씩 이동하여야 하며, 같은 점을 두 번 들르는 것은 허용되나, 이동하는데 한 번 이용하였던 선분은 다시 이용할 수 없다. 자기 차례에서 바둑알을 이동할 수 없으면 게임에서 지는 것으로 하자.
- 처음에 바둑알이 맨 아랫쪽 가로줄에 있는 교차점에 놓여 있는 경우, 먼저 하는 사람이 반드시 이길 수 있는 전략이 존재함을 보여라.
6. 방정식  $3^m - 7^n = 2$ 를 만족하는 양의 정수 쌍  $(m, n)$ 을 모두 구하여라.

\* 문항당 7점; 제한시간 4시간 30분 \*