

제 24회 한국수학올림피아드 최종시험

2011년 3월 27일 - 제 2 일

4. 음이 아닌 실수 a, b, c 가 $a + b + c = 1$ 을 만족할 때,

$$\frac{1}{a^2 - 4a + 9} + \frac{1}{b^2 - 4b + 9} + \frac{1}{c^2 - 4c + 9}$$

의 최댓값을 구하여라.

5. 조건 $AC < AB < BC$ 를 만족하는 삼각형 ABC 에 대하여 $AC = AD$ 가 되는
변 AB 위의 점을 D 라 하자. 삼각형 ABC 의 외접원이 각 A 의 이등분선과 만
나는 점을 E ($\neq A$) 라 하고, 삼각형 ABC 의 외접원이 CD 와 만나는 점을 F
($\neq C$)라 하자. BC 와 DE 의 교점을 K 라 할 때, $DK \cdot EF = AC \cdot DF$ 일 필요
충분조건은 $CK = AC$ 임을 보여라.
6. 가로로 m 칸, 세로로 n 칸, 총 mn 칸이 있는 직사각형 모양의 바둑판을 생각하
자. 바둑판의 각 칸에 정수를 하나씩 써넣는다. 하나 이상의 칸으로 이루어진
직사각형 R 에 대하여 다음 두 조건을 만족하는 정수 h 가 존재하면, R 을 ‘선
반’이라 하자. (단, 직사각형 R 의 내부에 빠진 칸은 없다.)

1. 직사각형 R 에 속한 모든 칸에 적힌 수는 h 보다 크다.
2. 직사각형 R 의 외부의 칸 중에서, R 에 속한 칸과 꼭지점이나 변을 공유하
는 모든 칸에 적힌 수는 h 이하이다.

선반의 개수가 최대가 되도록 정수를 써넣는다면, 그때 선반의 개수는 모두 몇
개인가?

* 제한시간 4시간 30분 ; 문항당 7점 *