

제 3 교 시

2019학년도 사관학교 1차 선발시험 문제지

수 학 영 역

가형

성명		수험번호								
----	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--

- 자신이 선택한 유형(가형/나형)의 문제지인지 확인하시오.
- 먼저 문제지의 해당란에 성명과 수험번호를 기입하시오.
- 답안지의 해당란에 성명과 수험번호를 정확하게 표기하시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오.
- 주관식 답의 숫자는 자리에 맞추어 표기하며, ‘0’이 포함된 경우에는 ‘0’을 OMR 답안지에 반드시 표기하시오.

※ 시험 시작 전까지 표지를 넘기지 마시오.

1. 두 벡터  $\vec{a} = (6, 2, 4)$ ,  $\vec{b} = (1, 3, 2)$ 에 대하여 벡터  $\vec{a} - \vec{b}$ 의 모든 성분의 합은? [2점]

① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

2. 함수  $f(x) = \ln(2x+3)$ 에 대하여  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h)-f(2)}{h}$ 의 값은? [2점]

①  $\frac{2}{7}$

②  $\frac{5}{14}$

③  $\frac{3}{7}$

④  $\frac{1}{2}$

⑤  $\frac{4}{7}$

3. 방정식  $2^x + \frac{16}{2^x} = 10$ 의 모든 실근의 합은? [2점]

- ① 3      ②  $\log_2 10$       ③  $\log_2 12$       ④  $\log_2 14$       ⑤ 4

4. 두 사건  $A, B$ 에 대하여

$$P(A) = \frac{1}{2}, \quad P(B) = \frac{2}{5}, \quad P(A \cup B) = \frac{4}{5}$$

일 때,  $P(B|A)$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{1}{10}$       ②  $\frac{1}{5}$       ③  $\frac{3}{10}$       ④  $\frac{2}{5}$       ⑤  $\frac{1}{2}$

5. 좌표공간에서 두 점  $A(5, a, -3)$ ,  $B(6, 4, b)$ 에 대하여 선분  $AB$ 를  $3:2$ 로 외분하는 점이  $x$  축 위에 있을 때,  $a+b$ 의 값은? [3점]

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

6. 이산확률변수  $X$ 의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

$X$	0	1	2	3	합계
$P(X=x)$	$a$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$b$	1

$E(X) = \frac{11}{6}$  일 때,  $\frac{b}{a}$ 의 값은? (단,  $a, b$ 는 상수이다.) [3점]

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

7. 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시작  $t$  ( $0 < t < \pi$ )에서의 위치  $P(x, y)$ 가

$$x = \cos t + 2, \quad y = 3 \sin t + 1$$

이다. 시작  $t = \frac{\pi}{6}$ 에서 점 P의 속력은? [3점]

- ①  $\sqrt{5}$       ②  $\sqrt{6}$       ③  $\sqrt{7}$       ④  $2\sqrt{2}$       ⑤ 3

8. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수  $f(x)$ 에 대하여

$$\int_1^{e^2} \frac{f(1+2\ln x)}{x} dx = 5$$

일 때,  $\int_1^5 f(x) dx$ 의 값은? [3점]

① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

9. 흰 공 4개와 검은 공 2개가 들어 있는 주머니에서 임의로 한 개의 공을 꺼내어 공의 색을 확인한 후 다시 넣는 시행을 5회 반복한다. 각 시행에서 꺼낸 공이 흰 공이면 1점을 얻고, 검은 공이면 2점을 얻을 때, 얻은 점수의 합이 7일 확률은? [3점]

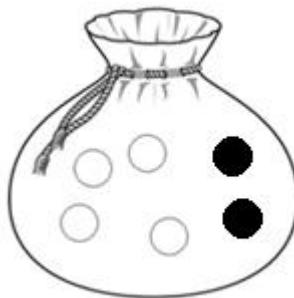
①  $\frac{80}{243}$

②  $\frac{1}{3}$

③  $\frac{82}{243}$

④  $\frac{83}{243}$

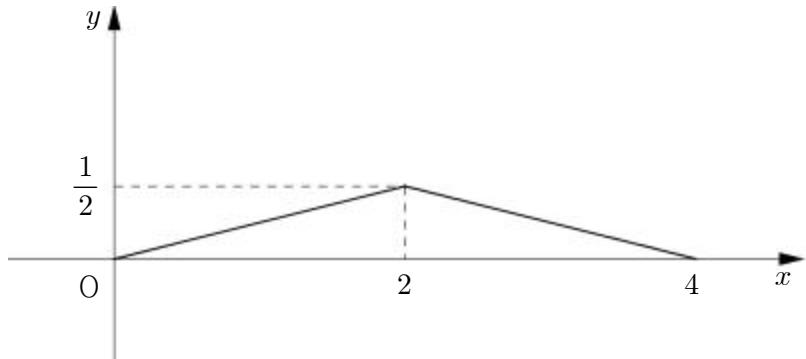
⑤  $\frac{28}{81}$



10. 곡선  $y = e^{\frac{x}{3}}$  과 이 곡선 위의 점  $(3, e)$ 에서의 접선 및  $y$  축으로 둘러싸인 도형의 넓이는? [3점]

- ①  $\frac{e}{2} - 1$       ②  $e - 2$       ③  $\frac{3}{2}e - 3$       ④  $2e - 4$       ⑤  $\frac{5}{2}e - 5$

11. 연속확률변수  $X$ 가 갖는 값의 범위가  $0 \leq X \leq 4$ 이고,  $X$ 의 확률밀도함수의 그래프는 그림과 같다.  $1 < k < 2$  일 때,  $P(k \leq X \leq 2k)$  가 최대가 되도록 하는  $k$ 의 값은? [3점]



- ①  $\frac{7}{5}$       ②  $\frac{3}{2}$       ③  $\frac{8}{5}$       ④  $\frac{17}{10}$       ⑤  $\frac{9}{5}$

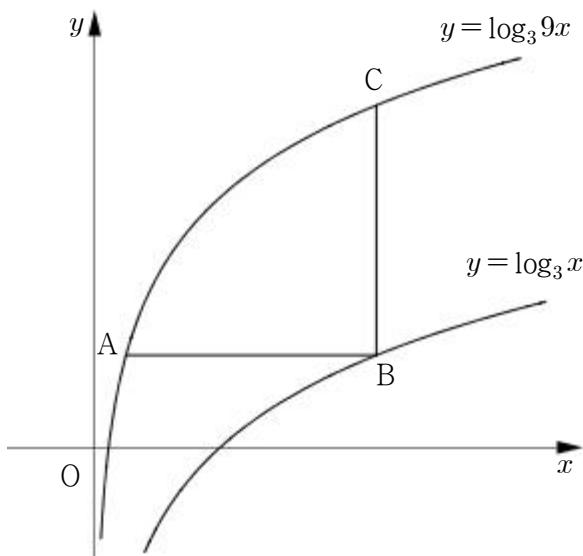
12. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수  $f(x)$ 가 모든 실수  $x$ 에 대하여

$$xf(x) = x^2 e^{-x} + \int_1^x f(t) dt$$

를 만족시킬 때,  $f(2)$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{1}{e}$       ②  $\frac{e+1}{e^2}$       ③  $\frac{e+2}{e^2}$       ④  $\frac{e+3}{e^2}$       ⑤  $\frac{e+4}{e^2}$

13. 곡선  $y = \log_3 9x$  위의 점 A( $a, b$ )를 지나고  $x$  축에 평행한 직선이 곡선  $y = \log_3 x$  와 만나는 점을 B, 점 B를 지나고  $y$  축에 평행한 직선이 곡선  $y = \log_3 9x$  와 만나는 점을 C라 하자.  $\overline{AB} = \overline{BC}$  일 때,  $a + 3^b$ 의 값은? (단,  $a, b$ 는 상수이다.) [3점]



- ①  $\frac{1}{2}$       ② 1      ③  $\frac{3}{2}$       ④ 2      ⑤  $\frac{5}{2}$

14. 다항함수  $f(x)$ 에 대하여 함수  $g(x) = f(x)\sin x$ 가 다음 조건을 만족시킬 때,  $f(4)$ 의 값은? [4점]

$$(가) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{g(x)}{x^2} = 0$$

$$(나) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{g'(x)}{x} = 6$$

① 11

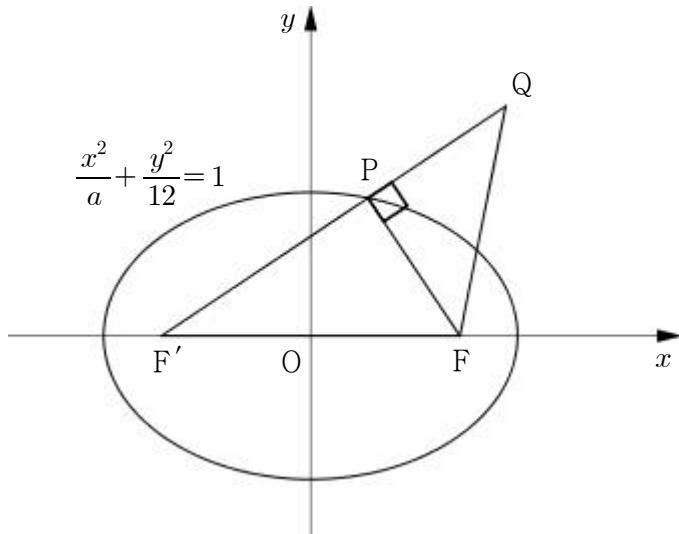
② 12

③ 13

④ 14

⑤ 15

15. 그림과 같이 타원  $\frac{x^2}{a} + \frac{y^2}{12} = 1$ 의 두 초점 중  $x$  좌표가 양수인 점을  $F$ , 음수인 점을  $F'$ 이라 하자. 타원  $\frac{x^2}{a} + \frac{y^2}{12} = 1$  위에 있고 제1사분면에 있는 점  $P$ 에 대하여 선분  $F'P$ 의 연장선 위에 점  $Q$ 를  $\overline{F'Q} = 10$  이 되도록 잡는다. 삼각형  $PFQ$ 가 직각이등변삼각형일 때, 삼각형  $QF'F$ 의 넓이는? (단,  $a > 12$ ) [4점]

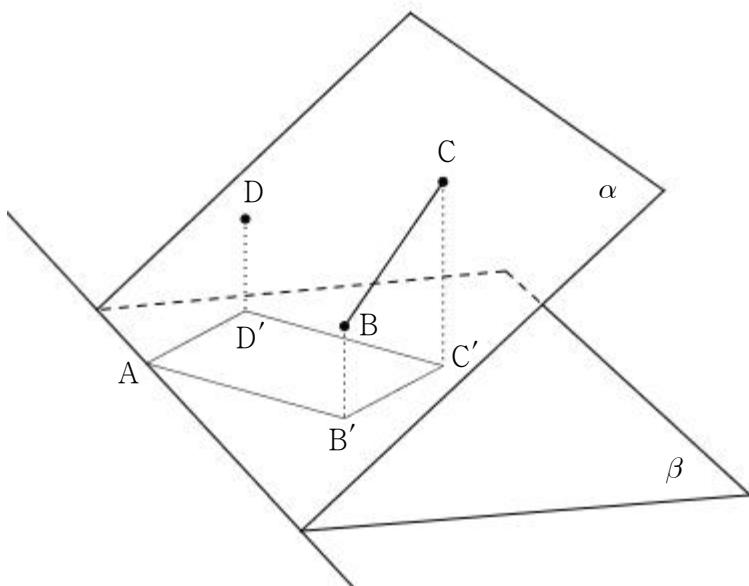


- ① 15      ②  $\frac{35}{2}$       ③ 20      ④  $\frac{45}{2}$       ⑤ 25

16. 서로 다른 6개의 사탕을 세 명의 어린이 A, B, C에게 남김없이 나누어 줄 때, 어린이 A가 받은 사탕의 개수가 어린이 B가 받은 사탕의 개수보다 많도록 나누어 주는 경우의 수는? (단, 사탕을 하나도 받지 못하는 어린이는 없다.) [4점]

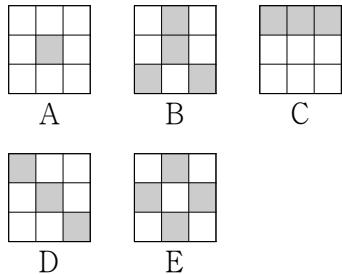
- ① 180                  ② 190                  ③ 200                  ④ 210                  ⑤ 220

17. 그림과 같이 서로 다른 두 평면  $\alpha$ ,  $\beta$ 의 교선 위에 점 A가 있다. 평면  $\alpha$  위의 세 점 B, C, D의 평면  $\beta$  위로의 정사영을 각각  $B'$ ,  $C'$ ,  $D'$ 이라 할 때, 사각형  $AB'C'D'$ 은 한 변의 길이가  $4\sqrt{2}$ 인 정사각형이고,  $\overline{BB'}=\overline{DD'}$ 이다. 두 평면  $\alpha$ 와  $\beta$ 가 이루는 각의 크기를  $\theta$ 라 할 때,  $\tan\theta=\frac{3}{4}$ 이다. 선분 BC의 길이는? (단, 선분 BD와 평면  $\beta$ 는 만나지 않는다.) [4점]

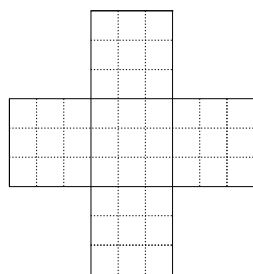


- ①  $\sqrt{35}$       ②  $\sqrt{37}$       ③  $\sqrt{39}$       ④  $\sqrt{41}$       ⑤  $\sqrt{43}$

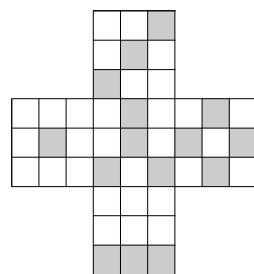
18. [그림 1]과 같이 5개의 스티커 A, B, C, D, E는 각각 흰색 또는 회색으로 칠해진 9개의 정사각형으로 이루어져 있다. 이 5개의 스티커를 모두 사용하여 [그림 2]의 45개의 정사각형으로 이루어진  모양의 판에 빈틈없이 붙여 문양을 만들려고 한다. [그림 3]은 스티커 B를  모양의 판의 중앙에 붙여 만든 문양의 한 예이다.



[그림 1]



[그림 2]



[그림 3]

다음은 5개의 스티커를 모두 사용하여 만들 수 있는 서로 다른 문양의 개수를 구하는 과정의 일부이다. (단,  모양의 판을 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.)

 모양의 판의 중앙에 붙이는 스티커에 따라 다음과 같이 3가지 경우로 나눌 수 있다.

(i) A 또는 E를 붙이는 경우

나머지 4개의 스티커를 붙일 위치를 정하는 경우의 수는  $3!$

이 각각에 대하여 4개의 스티커를 붙이는 경우의 수는  $1 \times 2 \times 4 \times 4$

그러므로 이 경우의 수는  $2 \times 3! \times 32$

(ii) B 또는 C를 붙이는 경우

나머지 4개의 스티커를 붙일 위치를 정하는 경우의 수는 (가)

이 각각에 대하여 4개의 스티커를 붙이는 경우의 수는  $1 \times 1 \times 2 \times 4$

그러므로 이 경우의 수는  $2 \times (가) \times 8$

(iii) D를 붙이는 경우

나머지 4개의 스티커를 붙일 위치를 정하는 경우의 수는 (나)

이 각각에 대하여 4개의 스티커를 붙이는 경우의 수는 (다)

그러므로 이 경우의 수는 (나)  $\times$  (다)

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각  $a$ ,  $b$ ,  $c$  라 할 때,  $a+b+c$  의 값은? [4점]

① 52

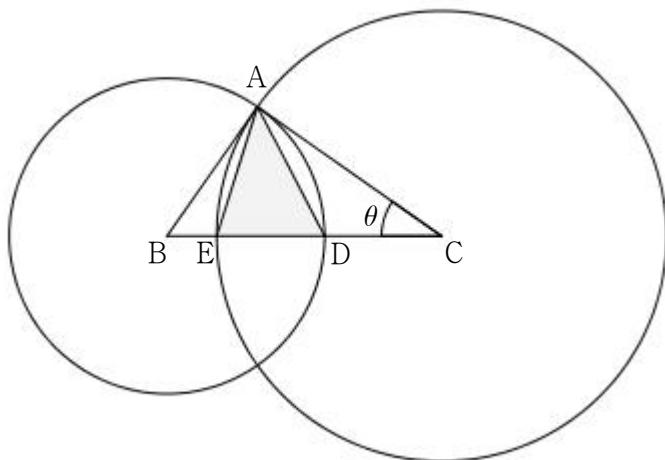
② 54

③ 56

④ 58

⑤ 60

19. 그림과 같이 선분  $BC$ 를 뱃변으로 하고,  $\overline{BC}=8$ 인 직각삼각형  $ABC$ 가 있다. 점  $B$ 를 중심으로 하고 반지름의 길이가  $\overline{AB}$ 인 원이 선분  $BC$ 와 만나는 점을  $D$ , 점  $C$ 를 중심으로 하고 반지름의 길이가  $\overline{AC}$ 인 원이 선분  $BC$ 와 만나는 점을  $E$ 라 하자.  $\angle ACB = \theta$  라 할 때, 삼각형  $AED$ 의 넓이를  $S(\theta)$ 라 하자.  $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{\theta^2}$  의 값은? [4점]



- ① 16      ② 20      ③ 24      ④ 28      ⑤ 32

20. 좌표평면에서 점  $A(0, 12)$  와 양수  $t$ 에 대하여 점  $P(0, t)$ 과 점  $Q$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가)  $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{PQ} = 0$

(나)  $\frac{t}{3} \leq |\overrightarrow{PQ}| \leq \frac{t}{2}$

$6 \leq t \leq 12$ 에서  $|\overrightarrow{AQ}|$ 의 최댓값을  $M$ , 최솟값을  $m$ 이라 할 때,  $Mm$ 의 값은? [4점]

- ①  $12\sqrt{2}$       ②  $14\sqrt{2}$       ③  $16\sqrt{2}$       ④  $18\sqrt{2}$       ⑤  $20\sqrt{2}$

21. 함수  $f(x) = |x^2 - x| e^{4-x}$  있다. 양수  $k$ 에 대하여 함수  $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (f(x) \leq kx) \\ kx & (f(x) > kx) \end{cases}$$

라 하자. 구간  $(-\infty, \infty)$ 에서 함수  $g(x)$ 가 미분가능하지 않은  $x$ 의 개수를  $h(k)$ 라 할 때,  
<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보기>

- ㄱ.  $k=2$  일 때,  $g(2)=4$  이다.
- ㄴ. 함수  $h(k)$ 의 최댓값은 4이다.
- ㄷ.  $h(k)=2$ 를 만족시키는  $k$ 의 값의 범위는  $e^2 \leq k < e^4$  이다.

- ① ㄱ                  ② ㄱ, ㄴ                  ③ ㄱ, ㄷ                  ④ ㄴ, ㄷ                  ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

22.  $\left(3x^2 + \frac{1}{x}\right)^6$  의 전개식에서 상수항을 구하시오. [3점]

23. 함수

$$f(x) = \begin{cases} -14x + a & (x \leq 1) \\ \frac{5 \ln x}{x-1} & (x > 1) \end{cases}$$

Ⓐ 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수  $a$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 곡선  $x^2 + y^3 - 2xy + 9x = 19$  위의 점  $(2, 1)$ 에서의 접선의 기울기를 구하시오. [3점]

25. 모평균이 85, 모표준편차가 6인 정규분포를 따르는 모집단에서 크기가 16인 표본을 임의추출하여 구한 표본평균을  $\bar{X}$  라 할 때,

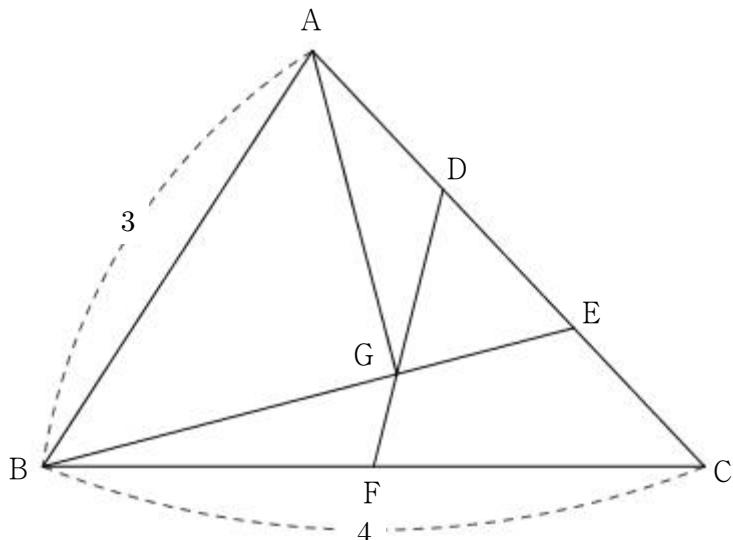
$$P(\bar{X} \geq k) = 0.0228$$

$z$	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

을 만족시키는 상수  $k$ 의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구하시오. [3점]

26. 함수  $f(x) = \frac{2x}{x+1}$  의 그래프 위의 두 점  $(0, 0)$ ,  $(1, 1)$ 에서의 접선을 각각  $l$ ,  $m$ 이라 하자. 두  
직선  $l$ ,  $m$ 이 이루는 예각의 크기를  $\theta$ 라 할 때,  $12\tan\theta$ 의 값을 구하시오. [4점]

27. 그림과 같이  $\overline{AB}=3$ ,  $\overline{BC}=4$ 인 삼각형 ABC에서 선분 AC를 1:2로 내분하는 점을 D, 선분 AC를 2:1로 내분하는 점을 E라 하자. 선분 BC의 중점을 F라 하고, 두 선분 BE, DF의 교점을 G라 하자.  $\overrightarrow{AG} \cdot \overrightarrow{BE} = 0$  일 때,  $\cos(\angle ABC) = \frac{q}{p}$  이다.  $p+q$ 의 값을 구하시오. (단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



28. 1부터 11까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 11장의 카드 중에서 임의로 두 장의 카드를 동시에 택할 때, 택한 카드에 적혀 있는 숫자를 각각  $m, n (m < n)$ 이라 하자. 좌표평면 위의 세 점  $A(1, 0), B\left(\cos \frac{m\pi}{6}, \sin \frac{m\pi}{6}\right), C\left(\cos \frac{n\pi}{6}, \sin \frac{n\pi}{6}\right)$ 에 대하여 삼각형 ABC가 이등변삼각형일 확률이  $\frac{q}{p}$  일 때,  $p+q$ 의 값을 구하시오. (단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

29. 좌표공간에 평면  $\alpha : 2x+y+2z-9=0$  과 구  $S : (x-4)^2 + (y+3)^2 + z^2 = 2$  가 있다.  
 $|\overrightarrow{OP}| \leq 3\sqrt{2}$  인 평면  $\alpha$  위의 점 P 와 구 S 위의 점 Q에 대하여  $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OQ}$  의 최댓값이  
 $a+b\sqrt{2}$  일 때,  $a+b$  의 값을 구하시오. (단, 점 O 는 원점이고, a, b 는 유리수이다.) [4점]

30. 함수  $f(x) = \frac{x}{e^x}$  에 대하여 구간  $\left[ \frac{12}{e^{12}}, \infty \right)$ 에서 정의된 함수

$$g(t) = \int_0^{12} |f(x) - t| dx$$

가)  $t = k$ 에서 극솟값을 갖는다. 방정식  $f(x) = k$ 의 실근의 최솟값을  $a$ 라 할 때,

$g'(1) + \ln\left(\frac{6}{a} + 1\right)$ 의 값을 구하시오. [4점]