



2019학년도 경찰대학 1차 시험 (수학)

※ 총 8쪽 25문항(3점 5문항, 4점 15문항, 5점 5문항)입니다.

[1~20] 각 문항의 답을 하나만 고르시오.

1. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_1 + a_3 = 10$, $a_6 + a_8 = 40$ 일 때,
 $a_{10} + a_{12} + a_{14} + a_{16}$ 의 값은? [3점]

- ① 149 ② 152 ③ 155 ④ 158 ⑤ 161

2. 세 정수 a, b, c 에 대하여
 $1 \leq a \leq |b| \leq |c| \leq 7$

을 만족시키는 모든 순서쌍 (a, b, c) 의 개수는? [3점]

- ① 300 ② 312 ③ 324 ④ 336 ⑤ 348

3. 명제 ' $x^2 - x - 6 \leq 0$ 인 어떤 실수 x 에 대하여
 $x^2 - 2x + k \leq 0$ 이다.'가 거짓일 때, 정수 k 의 최솟값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

4. 양의 실수 x, y 가 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$ 을 만족시킬 때, $(3x+2y)^2$ 의
최댓값은? [3점]

- ① 36 ② 48 ③ 60 ④ 72 ⑤ 84

5. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A = \{1, 2, 3\}$ 일 때, $n(A \cap B) \leq 2$ 를 만족시키는 집합 B 의 개수는? [4점]

- ① 22 ② 24 ③ 26 ④ 28 ⑤ 30

7. 이차함수 $f(x) = x^2 - 4x + 7$ 의 그래프 위에 두 점 $A(1, 4)$, $B(6, 19)$ 가 있다. 직선 AB 와 평행하고 포물선 $y = f(x)$ 에 접하는 직선이 두 직선 $x=1, x=6$ 과 만나는 점을 각각 D, C 라 할 때, 평행사변형 $ABCD$ 의 넓이는? [4점]

- ① 30 ② $\frac{125}{4}$ ③ $\frac{65}{2}$ ④ $\frac{135}{4}$ ⑤ 35

6. 세 양수 a, b, c 에 대하여

$$\begin{cases} \log_{ab}3 + \log_{bc}9 = 4 \\ \log_{bc}3 + \log_{ca}9 = 5 \\ \log_{ca}3 + \log_{ab}9 = 6 \end{cases}$$

i) 성립할 때, abc 의 값은? [4점]

- ① 1 ② $\sqrt{3}$ ③ 3 ④ $3\sqrt{3}$ ⑤ 9

8. 주머니 A 에는 1, 2, 3, 4의 숫자가 각각 하나씩 적힌 4장의 카드가 들어 있고 주머니 B 에는 1, 2, 3, 4, 5의 숫자가 각각 하나씩 적힌 5개의 공이 들어 있다. 주머니 A 에서 임의로 한 장의 카드를 꺼내고 주머니 B 에서 임의로 하나의 공을 꺼낼 때 나오는 두 자연수 중 작지 않은 수를 확률변수 X 라 하자. 이 때, $E(X)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{13}{4}$ ② $\frac{7}{2}$ ③ $\frac{15}{4}$ ④ 4 ⑤ $\frac{17}{4}$

9. 함수 $f(x) = (x-1)^3 + (x-1)$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때,

$$\int_2^{10} g(x) dx$$
의 값은? [4점]

- ① $\frac{51}{4}$ ② $\frac{59}{4}$ ③ $\frac{67}{4}$ ④ $\frac{75}{4}$ ⑤ $\frac{83}{4}$

11. 백인 80%, 흑인 10%, 동양인 10%의 세 인종의 주민으로 구성된 지역에서 범죄 사건이 일어났다. 목격자는 '범인은 동양인'이라고 진술하였지만 가까이서 정확히 범인의 얼굴을 본 것은 아니고 CCTV도 없었다. 어두워지기 시작하는 저녁 무렵에 벌어진 사건임을 감안하여 수사관은 목격자 진술의 신빙성을 알아볼 필요가 있다고 판단하여 비슷한 조건에서 많은 테스트를 해 보았다. 그 결과 목격자가 인종을 옳게 판단할 확률은 모든 인종에 대해 동일하게 0.9였고, 인종을 잘못 판단하는 경우에는 백인을 동양인으로, 흑인을 동양인으로 판단하였다고 한다. 목격자가 동양인이라고 진술한 범인이 실제로 동양인일 확률은? [4점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ $\frac{4}{5}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

10. 곡선 $y = x^2 - 8x + 17$ 위의 점 $P(t, t^2 - 8t + 17)$ 에서의 접선이 y 축과 만나는 점을 Q, 점 P를 지나고 x 축에 평행한 직선이 y 축과 만나는 점을 R라 하고 삼각형 PQR의 넓이를 $S(t)$ 라 하자. $1 \leq t \leq 3$ 일 때, $S(t)$ 가 최대가 되는 t 의 값은? [4점]

- ① $\frac{4}{3}$ ② $\frac{5}{3}$ ③ 2 ④ $\frac{7}{3}$ ⑤ $\frac{8}{3}$

12. 함수 $f(x) = \frac{ax+b}{x+c}$ ($b-ac \neq 0$, $c < 0$)의 그래프와 직선 $y=x+1$ 의 두 교점이 $P(0, 1)$, $Q(3, 4)$ 이다. 두 점 P , Q 와 곡선 $y=f(x)$ 위의 다른 두 점 R , S 를 꼭짓점으로 하는 직사각형 $PQRS$ 의 넓이가 30일 때, $f(-2)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

13. 자연수 p 에 대하여 수열 $\{a_n\}$ 의 일반항이 $a_n = \frac{(n!)^4}{(pn)!}$ 이다.

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{a_{n+1}} = \alpha$ (α 는 0이 아닌 상수)일 때, $\log_2 \alpha$ 의 값은? [4점]

- ① 0 ② 2 ③ 4 ④ 6 ⑤ 8

14. 원 위에 일정한 간격으로 8개의 점이 놓여있다. 이 중 세 개의 점을 연결하여 삼각형을 만들 때, 이 삼각형이 둔각삼각형일 확률은? [4점]

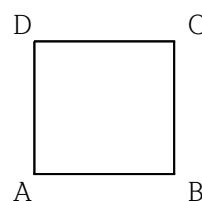
- ① $\frac{2}{7}$ ② $\frac{5}{14}$ ③ $\frac{3}{7}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{4}{7}$

15. 1부터 9까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌 9개의 공이 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 4개의 공을 동시에 꺼낼 때, 꺼낸 공에 적혀 있는 수 a, b, c, d 가 다음 조건을 만족시킬 확률은? [4점]

- (가) $a+b+c+d$ 는 홀수이다.
(나) $a \times b \times c \times d$ 는 15의 배수이다.

- ① $\frac{4}{21}$ ② $\frac{3}{14}$ ③ $\frac{5}{21}$ ④ $\frac{11}{42}$ ⑤ $\frac{2}{7}$

16. 양의 실수 t 에 대하여 한 변의 길이가 1인 정사각형 ABCD 위의 점 $P_0, P_1, P_2, P_3, \dots$ 은 다음과 같은 규칙을 따라 정해진다.



(규칙1) $P_0 = A$

(규칙2) 자연수 n 에 대해 점 P_{n-1} 에서 점 P_n 까지 정사각형 ABCD의 변을 반시계방향으로 따라 가는 경로의 길이는 t^{n-1} 이다.

다음을 만족시키는 실수 k 의 최솟값은? [4점]

$k < t < \frac{39}{40}$ 인 t 에 의해 정해지는 점 $P_0, P_1, P_2, P_3, \dots$ 중에서 무수히 많은 점들이 변 DA 위에 있다.

- ① $\frac{30}{31}$ ② $\frac{32}{33}$ ③ $\frac{34}{35}$ ④ $\frac{36}{37}$ ⑤ $\frac{38}{39}$

17. 곡선 $y = x^3 + 1$ 에 대하여 곡선 밖의 점 (a, b) 에서 곡선에 그은 접선의 개수가 3일 때, 점 (a, b) 가 나타내는 영역의 넓이는? (단, $0 \leq a \leq 1$) [5점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

18. 함수 $f(x) = [4x] - [6x] + \left[\frac{x}{2} \right] - \left[\frac{x}{4} \right]$ 가 $x = a$ 에서 불연속이 되는 실수 a ($0 < a < 5$)의 개수는? (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.) [5점]

- ① 30 ② 31 ③ 32 ④ 33 ⑤ 34

19. 함수

$$f(x) = \begin{cases} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x(x^{2n} - x^{-2n})}{x^{2n} + x^{-2n}} & (x \neq 0) \\ 0 & (x = 0) \end{cases}$$

에 대하여 방정식 $f(x) = (x-k)^2$ 의 서로 다른 실근의 개수가 3인 실수 k 의 범위는 $a < k < b$ 이다. 상수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값은? [5점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

20. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 X 에서 X 로의 함수 중에서

다음 조건을 만족시키는 함수 f 의 개수는? [5점]

$$\{(f \circ f)(x) | x \in X\} \cup \{4, 5\} = X$$

- ① 402 ② 424 ③ 438 ④ 456 ⑤ 480

[21~25] 각 문항의 답을 답안지에 기재하시오.

21. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^3} \{(n+3)^2 + (n+6)^2 + \dots + (n+3n)^2\}$ 의 값을 구하시오.

[3점]

23. 부등식 $10^{10} \leq 2^x 5^y$ 을 만족시키는 양의 실수 x, y 에 대하여 $x^2 + y^2$ 의 최솟값을 m 이라 할 때, m 의 정수부분을 구하시오. (단, $\log 2 = 0.3$, $\log 5 = 0.7$ 로 계산한다.) [4점]

22. 각 항이 양수인 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 할 때 $S_n + S_{n+1} = (a_{n+1})^2$ 성립한다.

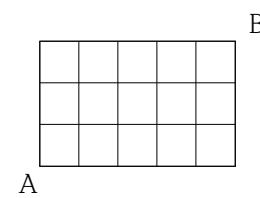
$a_1 = 10$ 일 때, a_{10} 의 값을 구하시오. [4점]

24. 다항함수 $g(x)$ 와 자연수 k 에 대하여 함수 $f(x)$ 가 다음과 같다.

$$f(x) = \begin{cases} x+1 & (x \leq 0) \\ g(x) & (0 < x < 2) \\ k(x-2)+1 & (x \geq 2) \end{cases}$$

함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 미분가능하도록 하는 가장 낮은 차수의 다항함수 $g(x)$ 에 대하여 $\frac{1}{4} < g(1) < \frac{3}{4}$ 일 때, k 의 값을 구하시오. [4점]

25. 그림과 같이 인접한 교차로 사이의 거리가 모두 1인 바둑판 모양의 도로가 있다. A지점에서 B지점까지의 최단 경로 중에서 가로 또는 세로의 길이가 3 이상인 직선 구간을 포함하는 경로의 개수를 구하시오. [5점]



※ 확인사항

▷ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입 · 표기 했는지 확인하시오.