

2022년 5월 28일; 제한시간 2시간 30분(1교시 1시간 15분, 2교시 1시간 15분)

A. 답안지에 **수험번호**와 **성명**, **문제유형**을 반드시 기입하십시오.

B. 이 시험은 총 20개(오전 10개, 오후 10개)의 **단답형** 문항으로 이루어져 있습니다.

1. 실수 x, y 에 대하여 다음 식이 가질 수 있는 값 중 가장 작은 것을 구하여라. [4점]

$$x^4y^2 + x^2y^2 + 12x^2y + 4x^2 + 2022$$

답: 2006

2. 함수 $f(x)$ 가 다음과 같이 정의된다.

$$f(x) = ax + |x - 1| + 3|x - 2| + 5|x - 3| + 7|x - 4|$$

모든 실수 x 에 대하여 $f(x) \geq f(2)$ 가 성립하도록 하는 정수 a 의 개수를 구하여라. [5점]

답: 7

3. 식 $a^2 + 2ab + 4b^2 = 30$ 을 만족하는 음이 아닌 실수 a, b 에 대하여 $ab + \frac{1}{1+ab}$ 이 가질 수 있는 값 중 가장 큰 것과 가장 작은 것의 합을 M 이라 하자. $24M$ 의 값을 구하여라. [5점]

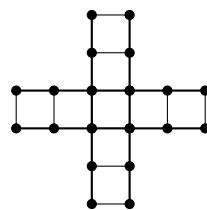
답: 148

4. 다음 그림의 네모 상자에 1 이상 12 이하의 서로 다른 정수를 하나씩 넣어서 네 개의 등식이 모두 성립할 때, 네모 상자에 넣은 네 수의 곱을 구하여라. [4점]

$$\begin{array}{ccc} \square & + & \square = 12 \\ \times & & + \\ \square & + & \square = 13 \\ \parallel & & \parallel \\ 24 & & 11 \end{array}$$

답: 240

5. 그림과 같이 9개의 단위 정사각형으로 이루어진 도형이 있다. 다음 조건을 만족하도록 이 도형 위의 20개의 점 각각에 빨강, 파랑 중 하나의 색을 칠하는 방법의 수를 구하여라. [5점]



(조건) 각각의 단위 정사각형의 네 꼭짓점 중 빨강으로 색칠된 것의 개수는 1 또는 3이다.

답: 2048

6. 정12각형의 각 꼭짓점 중 5개는 빨간색, 나머지 7개는 파란색으로 색칠하려고 한다. 다음 조건을 만족하도록 색칠하는 경우의 수를 구하여라. (단, 회전하여 같은 것은 한 가지로 센다.) [6점]

(조건) 파란색으로 색칠된 세 점을 꼭짓점으로 가지는 정삼각형을 만들 수 없다.

답: 27

7. 삼각형 ABC 의 세 변의 길이가 각각 $\overline{AB} = 8$, $\overline{BC} = 9$, $\overline{CA} = 10$ 이다. 점 D 는 변 BC 위의 점으로 $\overline{BD} = 4$ 인 점이다. 변 AB 와 AC 의 중점을 각각 E, F 라 할 때, 삼각형 DEF 의 외접원과 선분 AD 가 만나는 점을 K 라 하자. $6(\overline{AK})^2$ 의 값을 구하여라. [5점]

답: 40

8. 삼각형 ABC 에서 $\overline{AB} = 27$, $\overline{BC} = 30$ 이다. 변 BC 의 중점을 M 이라 할 때 선분 BC 를 지름으로 하는 원과 선분 AM 이 점 $D(\neq A)$ 에서 만난다. 직선 CD 와 변 AB 가 점 E 에서 만나고, 직선 BD 와 변 AC 가 점 F 에서 만난다. $\overline{EF} = 10$ 일 때, 선분 AC 의 길이를 구하여라. [6점]

답: 39

9. 양의 정수 m, n 이 다음 조건을 만족할 때, $m + n$ 의 값을 구하여라. [5점]

(조건) m, n 의 최대공약수를 G , 최소공배수를 L 이라 할 때, $LG = 270000$, $L - G = m + 2n$ 이다.

답: 1050

10. 다음 두 조건을 모두 만족하는 소수 p, q 의 순서쌍 (p, q) 의 개수를 구하여라. [5점]

(i) $p \leq q \leq 19$

(ii) $x(x + pq) = m^2$ 을 만족하는 양의 정수 x, m 의 순서쌍 (x, m) 은 유일하게 존재한다.

답: 7

2022년 5월 28일; 제한시간 2시간 30분(1교시 1시간 15분, 2교시 1시간 15분)

- A. 답안지에 **수험번호**와 **성명**, **문제유형**을 반드시 기입하십시오.
B. 이 시험은 총 20개(오전 10개, 오후 10개)의 **단답형** 문항으로 이루어져 있습니다.

11. 다음 두 조건을 모두 만족하는 양의 정수 x, y 의 순서쌍 (x, y) 의 개수를 구하여라. [5점]

(i) $x + 2y \leq 12$

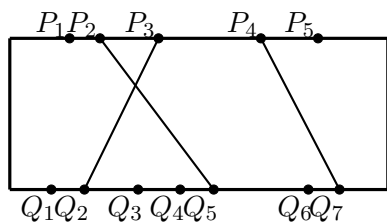
(ii) $xy \geq 10$

답: 11

12. 좌표평면 위의 점 (x, y) 에 대하여, x 가 0, 1, 2, 3 중 하나이고 y 가 0, 1, 2 중 하나이면 그 점을 ‘좋은 점’이라 하자. 함수 $y = p(x)$ 의 그래프가 3개 이상의 좋은 점을 지나는 이차다항식 $p(x)$ 의 개수를 구하여라. [6점]

답: 74

13. 다음과 같이 서로 다른 5개의 점 P_1, \dots, P_5 와 서로 다른 7개의 점 Q_1, \dots, Q_7 이 직사각형의 마주보는 두 변 위에 있다. 각 변 위의 점 P_i 와 Q_j 를 잇는 35개의 선분 중 어떠한 세 선분도 직사각형 내부의 한 점에서 만나지 않는다. 35개의 선분들의 교점 중, 직사각형 내부에 있는 것의 개수를 구하여라. [5점]



답: 210

14. 두자리 양의 정수 a, b 의 순서쌍 (a, b) 중, 다음 두 조건을 모두 만족하는 것의 개수를 구하여라. [5점]

(i) $a + b$ 는 7의 배수

(ii) ab 는 2의 배수

답: 867

15. 삼각형 ABC 의 세 변의 길이가 각각 $\overline{AB} = 6$, $\overline{BC} = 11$, $\overline{CA} = 8$ 이다. 변 BC, CA, AB 가 삼각형 ABC 의 내접원에 각각 D, E, F 에서 접한다. 변 AB 와 AC 의 중점을 연결한 직선이 직선 DE, DF 와 각각 점 P, Q 에서 만날 때, $6\overline{PQ}$ 의 값을 구하여라. [4점]

답: 9

16. 삼각형 ABC 에서 $\overline{BC} = 12$ 이다. 각 B 의 이등분선과 변 AC 의 교점을 D , 각 C 의 이등분선과 변 AB 의 교점을 E 라 할 때, $\overline{BE} = 6$, $\overline{CD} = 8$ 이다. 삼각형 ABC 의 넓이를 S 라 할 때, $\frac{4}{\sqrt{7}}S$ 의 값을 구하여라. [5점]

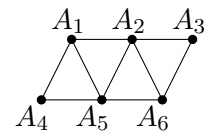
답: 135

17. 삼각형 ABC 의 외접원 Γ 위의 점 A 에서의 접선과 직선 BC 가 점 D 에서 만난다. 선분 AD 의 중점을 M 이라 할 때, 선분 BM 이 원 Γ 와 점 $E (\neq B)$ 에서 만난다. $\angle ACE = 25^\circ$, $\angle CED = 84^\circ$, $\angle ADE = x^\circ$ 일 때, x 의 값을 구하여라. [5점]

답: 17

18. 그림과 같이 삼각형 4개로 이루어진 도형이 있다. 다음 조건을 만족하도록 점 $A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6$ 에 1, 2, 3, 4, 5, 6을 하나씩 적는 경우의 수를 구하여라. [4점]

(조건) 각 삼각형마다 꼭짓점에 쓴 수의 제곱의 합을 3으로 나누어 얻은 4개의 나머지가 모두 같다.



답: 144

19. 다음 조건을 만족하는 소수가 아닌 세 자리 양의 정수 n 중에서 가장 큰 것을 구하여라. [5점]

(조건) $n - 1$ 이하의 모든 양의 정수의 배수이지만 n 의 배수가 아닌 양의 정수가 존재한다.

답: 961

20. 양의 정수 $n = a_k \times 10^k + \cdots + a_1 \times 10 + a_0$ 에 대하여

$$r(n) = a_0 \times 10^k + \cdots + a_{k-1} \times 10 + a_k$$

라 정의하자. (단, a_0, \dots, a_k 는 0 이상 9 이하인 정수, $a_k \neq 0$)

식 $5n + 7r(n) = 7401$ 을 만족하는 n 을 구하여라. [6점]

답: 328