

수학 영역

제 2 교시

1

5지선다형

1. 두 다항식

$A=2x^2+x+3, \quad B=x^2+x+2$

에 대하여 $A-B$ 는? [2점]

- ① x^2+1
- ② x^2+5
- ③ $3x^2+1$
- ④ x^2+2x+1
- ⑤ x^2+2x+5

2. 좌표평면 위의 두 점 $(1, 3), (2, 5)$ 사이의 거리는? [2점]

- ① $\sqrt{5}$
- ② $\sqrt{6}$
- ③ $\sqrt{7}$
- ④ $2\sqrt{2}$
- ⑤ 3

3. 전체집합 $U=\{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 부분집합 $A=\{1, 3, 5\}$ 에 대하여 집합 A^C 의 모든 원소의 곱은? [2점]

- ① 2
- ② 4
- ③ 6
- ④ 8
- ⑤ 10

4. 직선 $y=2x+4$ 를 x 축의 방향으로 1만큼, y 축의 방향으로 3만큼 평행이동한 직선의 y 절편은? [3점]

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

5. 등식

$$(x+2)(x^2-2x+4)=x^3+(a-3)x+4b$$

가 x 에 대한 항등식일 때, $a \times b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.)
[3점]

- ① 6
- ② 9
- ③ 12
- ④ 15
- ⑤ 18

6. 연립방정식

$$\begin{cases} x-y=2 \\ x^2+8x+y^2=2 \end{cases}$$

의 해를 $x=\alpha, y=\beta$ 라 할 때, $\alpha+\beta$ 의 값은? [3점]

- ① -1
- ② -2
- ③ -3
- ④ -4
- ⑤ -5

7. 다항식 $P(x)$ 는 $x+2$ 로 나누어떨어지고, $P(x)$ 를 $x-4$ 로 나누었을 때의 나머지가 12이다. $P(x)$ 를 x^2-2x-8 로 나누었을 때의 나머지를 $R(x)$ 라 할 때, $R(1)$ 의 값은? [3점]

- ① 5
- ② 6
- ③ 7
- ④ 8
- ⑤ 9

8. 실수가 아닌 복소수 z 에 대하여 $z - 3\bar{z} = z^2$ 일 때, $z\bar{z}$ 의 값은?
(단, \bar{z} 는 z 의 켤레복소수이다.) [3점]

- ① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

10. 중심이 원점이고 직선 $y = -2x + k$ 와 만나는 원 중에서 넓이가 최소인 원을 C 라 하자. 원 C 의 넓이가 45π 일 때, 양의 상수 k 의 값은? [3점]

- ① 15 ② 16 ③ 17 ④ 18 ⑤ 19

9. 좌표평면 위의 두 점 $A(3, 0)$, $B(0, a)$ 에 대하여 선분 AB 를 $2:3$ 으로 외분하는 점이 원 $(x-3)^2 + (y+8)^2 = 36$ 위에 있을 때, a 의 값은? [3점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

11. 좌표평면 위의 세 점 $A(1, 2)$, B , C 를 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC 가 있다. 선분 AB 의 중점의 좌표가 $(6, 7)$, 선분 AC 의 중점의 좌표가 $(a, 6)$ 이고 삼각형 ABC 의 무게중심의 좌표는 $(5, b)$ 일 때, $a+b$ 의 값은? [3점]

- ① 8
- ② 9
- ③ 10
- ④ 11
- ⑤ 12

12. 세 집합 A, B, C 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $n(A \cup B) = n(A) + n(B)$
(나) $n((A \cup C) \cap (B \cup C)) = 2 \times n(B - C)$

$n(B \cup C) = 12$ 일 때, $n(C)$ 의 값은? [3점]

- ① 6
- ② 7
- ③ 8
- ④ 9
- ⑤ 10

13. 두 집합 $A = \{1, 3, 4\}$, $B = \left\{ \frac{x+k}{2} \mid x \in A \right\}$ 에 대하여 $(A \cap B) \subset X \subset A$ 를 만족시키는 집합 X 의 개수가 2일 때, 상수 k 의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

14. x 에 대한 연립부등식

$$\begin{cases} (x+9)(x-a^2+6a) \leq 0 \\ (x-2a)(x-2a+16) \leq 0 \end{cases}$$

을 만족시키는 실수 x 가 오직 하나 존재하도록 하는 모든 실수 a 의 값의 합은? [4점]

① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

15. 원 $C: x^2 + y^2 = 4$ 위에 서로 다른 두 점 $A(a, b)$, $B(b, a)$ 가 있다. 원 C 위의 점 중 $\overline{AP} = \overline{BP}$, $\overline{AQ} = \overline{BQ}$ 를 만족시키는 서로 다른 두 점 P , Q 에 대하여 사각형 $APBQ$ 의 넓이가 $2\sqrt{2}$ 일 때, $a \times b$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ 1 ④ $\frac{5}{4}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

16. 두 자연수 a, b 에 대하여 실수 x 에 대한 두 조건

$$p: x^2 - 4x + a + 2 \leq 0,$$

$$q: 0 < |x - b| \leq 4$$

의 진리집합을 각각 P, Q 라 하자.

$$P \neq \emptyset, \quad P \subset Q$$

가 되도록 하는 a, b 의 모든 순서쌍 (a, b) 의 개수는? [4점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

17. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $f(p)=f(q)$ 인 서로 다른 두 정수 p, q 가 존재한다.
(나) $n \leq x \leq n+3$ 에서 함수 $f(x)$ 의 최댓값과 최솟값의 곱이 $f(n) \times f(n+3)$ 의 값과 같지 않도록 하는 모든 자연수 n 의 값은 4, 5, 6이다.

함수 $f(x)$ 의 최솟값이 1일 때, $f(8)$ 의 값은? [4점]

- ① 3 ② $\frac{13}{4}$ ③ $\frac{7}{2}$ ④ $\frac{15}{4}$ ⑤ 4

18. 2가 아닌 양수 a 에 대하여 직선 $x=a$ 가 두 함수

$f(x)=x^2-3x+3, g(x)=2x^2-4x$ 의 그래프와 만나는 점을 각각 P, Q라 하고, 직선 $x=a$ 가 x 축과 만나는 점을 R이라 하자. $\overline{PR}+\overline{QR} \leq 3$ 을 만족시키는 a 의 최댓값과 최솟값의 합은? [4점]

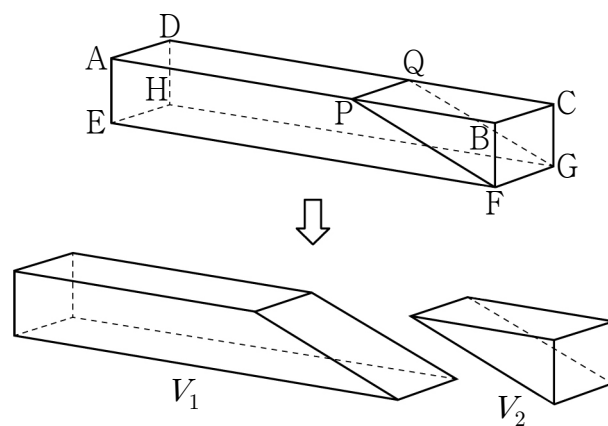
- ① 2 ② $\frac{7}{3}$ ③ $\frac{8}{3}$ ④ 3 ⑤ $\frac{10}{3}$

19. 곡선 $y = -x^2 + 6x$ 위의 서로 다른 두 점 A, B에 대하여 선분 AB를 지름으로 하는 원을 C 라 하자. 원 C 의 넓이가 8π 이고, 점 A를 지나고 기울기가 1인 직선이 원 C 에 접할 때, 직선 AB의 y 절편은? [4점]

- ① $\frac{27}{4}$ ② $\frac{29}{4}$ ③ $\frac{31}{4}$ ④ $\frac{33}{4}$ ⑤ $\frac{35}{4}$

20. 양수 a 에 대하여 $\overline{AB} = 3a^2 + 10a + 7$, $\overline{AD} = \overline{AE} = a$ 인 직육면체 ABCD-EFGH가 있다. 선분 AB를 $1:a$ 로 내분하는 점을 P, 선분 DC를 $1:a$ 로 내분하는 점을 Q라 하자. 직육면체 ABCD-EFGH에서 단면 PFGQ가 생기도록 삼각기둥 PFB-QGC를 잘라 내었다. 사각기둥 AEFQ-DHGQ의 부피를 V_1 , 삼각기둥 PFB-QGC의 부피를 V_2 라 하자. $V_1 - V_2 = 4$ 일 때, 선분 AP의 길이는? [4점]

- ① $\frac{15}{2}$ ② 8 ③ $\frac{17}{2}$ ④ 9 ⑤ $\frac{19}{2}$



21. 좌표평면 위의 두 원

$$C_1 : (x-2)^2 + (y-6)^2 = 1,$$

$$C_2 : (x-6)^2 + (y-4)^2 = 9$$

에 대하여 원 C_1 위를 움직이는 점 P, 원 C_2 위를 움직이는 점 Q, y 축 위를 움직이는 두 점 R, S가 있다. 두 점 R, S를 x 축에 대하여 대칭이동한 점을 각각 R', S'이라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, O는 원점이다.) [4점]

〈 보 기 〉

ㄱ. 두 점 A(4, 2), A'(4, -2)에 대하여 $\overline{AR} = \overline{A'R'}$ 이다.

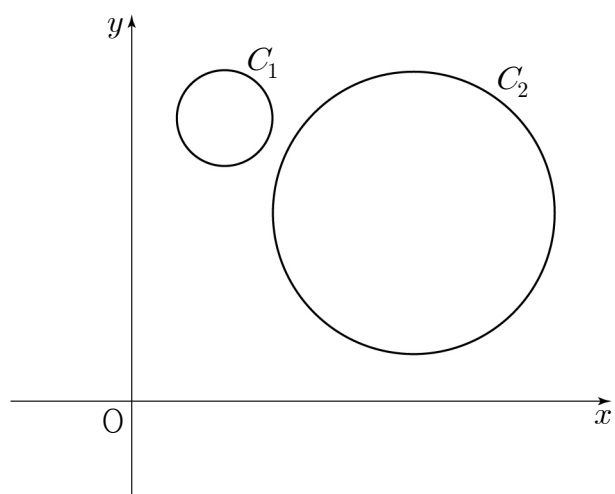
ㄴ. 점 A(4, 2)에 대하여 $\overline{AR} + \overline{PR'}$ 의 최솟값은 9이다.

ㄷ. 점 B(a, 6a+1) (a는 양의 상수)에 대하여

$$(\overline{BR} + \overline{PR'} \text{의 최솟값}) = (\overline{BS} + \overline{QS'} \text{의 최솟값}) + 2$$

일 때, \overline{OB} 의 값은 $\frac{\sqrt{65}}{2}$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ



단답형

22. 좌표평면 위의 두 점 $(0, a)$, $(2, 2a+1)$ 을 지나는 직선과 직선 $y = 2x + 7$ 이 서로 평행할 때, a 의 값을 구하시오. [3점]

23. x 에 대한 방정식

$$x^3 + 3x^2 + (16-a)x + a - 20 = 0$$

이 허근을 갖도록 하는 자연수 a 의 개수를 구하시오. [3점]

24. 실수 x 에 대한 두 조건

$$p: x+5 \leq k,$$

$$q: x^2-8x+12=0$$

에 대하여 p 가 q 이기 위한 필요조건이 되도록 하는 실수 k 의 최솟값을 구하시오. [3점]

25. 다항식 $(x^2+2x)(2x^2+4x+5)+3$ 이

$(x+a)^2(2x^2+bx+c)$ 로 인수분해될 때, $a+b+c$ 의 값을 구하시오. (단, a, b, c 는 상수이다.) [3점]

26. 좌표평면에서 두 직선 $y=2x+6$, $y=-2x+6$ 에 모두 접하고 점 $(2, 0)$ 을 지나는 서로 다른 두 원의 중심을 각각 O_1 , O_2 라 할 때, 선분 O_1O_2 의 길이를 구하시오. [4점]

27. 두 자연수 $a, b(b \leq 20)$ 에 대하여
전체집합 $U = \{x | x \text{는 } 20 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합
 $A = \{x | x \text{는 } a \text{의 배수}, x \in U\}$,
 $B = \{x | x \text{는 } b \text{의 약수}, x \in U\}$

가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $\{3, 6\} \subset A \cap B$
(나) $n(B - A) = 2$

집합 $A - B$ 의 모든 원소의 합의 최솟값을 구하시오. [4점]

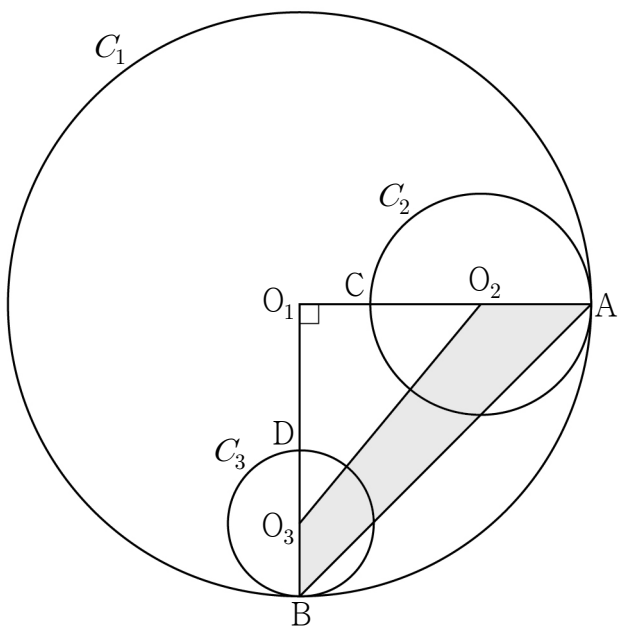
28. 두 이차다항식 $P(x), Q(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 모든 실수 x 에 대하여
$$\{P(x)\}^2 - \{Q(x)\}^2 = x^2(x-1)(x-2)$$
이다.
(나) $|P(2) - Q(2)| < |P(1) - Q(1)|$

$P(3) + Q(3) = 24$ 일 때, $P(4)$ 의 값을 구하시오. [4점]

29. 그림과 같이 중심이 O_1 인 원 C_1 위에 두 점 A, B를 $\angle BO_1A = 90^\circ$ 가 되도록 잡는다. 선분 O_1A 위의 점 C에 대하여 선분 AC를 지름으로 하는 원을 C_2 , 선분 O_1B 위의 점 D에 대하여 선분 BD를 지름으로 하는 원을 C_3 이라 하고, 두 원 C_2, C_3 의 중심을 각각 O_2, O_3 이라 하자.

사각형 AO_2O_3B 의 넓이가 34이고 $\overline{O_1C} + \overline{O_1D} = 6\sqrt{2}$ 일 때, 세 원 C_1, C_2, C_3 의 넓이의 합이 $p\pi$ 이다. p 의 값을 구하시오.
(단, 점 C는 점 A도 아니고 점 O_1 도 아니며, 점 D는 점 B도 아니고 점 O_1 도 아니다.) [4점]



30. 최고차항의 계수가 양수인 이차함수 $f(x)$ 와 최고차항의 계수가 음수인 이차함수 $g(x)$ 에 대하여 두 집합

$$X = \{x \mid |f(x)| = 1, x \text{는 실수}\},$$

$$Y = \{x \mid |g(x)| = 1, x \text{는 실수}\}$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $n(X \cap Y) = 3, n(X \cup Y) = 4$

(나) 집합 $X \cap Y$ 의 모든 원소의 합은 3이고
집합 $X \cup Y$ 의 모든 원소의 합은 8이다.

$f(2) < f(1)$ 일 때, $f(7) - g(9)$ 의 값을 구하시오. [4점]

※ 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.