

## 제 2 교시

## 수학 영역 (나형)

## 5지선 다형

1.  $3 \times 27^{\frac{1}{3}}$  의 값은? [2점]

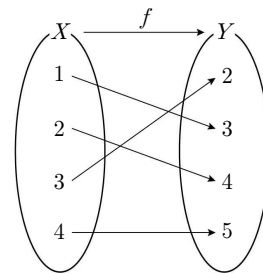
- ① 6      ② 9      ③ 12      ④ 15      ⑤ 18

2. 두 집합  $A = \{3, a+2, 5\}$ ,  $B = \{b, 6, 8\}$  에 대하여  
 $A \cap B = \{4\}$  일 때,  $a+b$  의 값은? (단,  $a, b$  는 실수이다.) [2점]

- ① 2      ② 4      ③ 6      ④ 8      ⑤ 10

3.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^2 - n}{2n^2 + 1}$  의 값은? [2점]

- ①  $\frac{1}{2}$       ② 1      ③  $\frac{3}{2}$       ④ 2      ⑤  $\frac{5}{2}$

4. 그림은 함수  $f: X \rightarrow Y$  를 나타낸 것이다. $f(2) + f^{-1}(3)$  의 값은? [3점]

- ① 3      ② 4      ③ 5      ④ 6      ⑤ 7

5.  $\int_0^3 (x^2 - 2)dx$ 의 값은? [3점]

- ① 3      ②  $\frac{10}{3}$       ③  $\frac{11}{3}$       ④ 4      ⑤  $\frac{13}{3}$

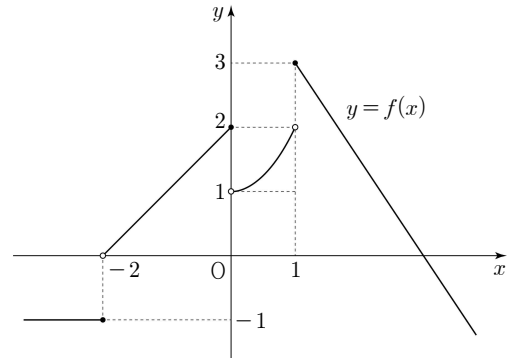
6. 함수

$$f(x) = \begin{cases} x+1 & (x < 2) \\ x^2 - 4x + a & (x \geq 2) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수  $a$ 의 값은? [3점]

- ① 1      ② 3      ③ 5      ④ 7      ⑤ 9

7. 함수  $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

8. 좌표평면에서 함수  $y = \frac{4}{x-3} + a$ 의 그래프가 직선  $y = x$ 에 대하여 대칭일 때, 상수  $a$ 의 값은? [3점]

① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

10. 함수  $y = \sqrt{x-1} + a$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로  $b$ 만큼,  $y$ 축의 방향으로  $-1$ 만큼 평행이동하면 함수  $y = \sqrt{x-4}$ 의 그래프와 일치한다.  $a+b$ 의 값은? (단,  $a, b$ 는 상수이다.) [3점]

① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

9. 두 사건  $A, B$ 가 서로 독립이고

$$P(A) = \frac{1}{3}, P(A^C) = 7P(A \cap B)$$

일 때,  $P(B)$ 의 값은? (단,  $A^C$ 는  $A$ 의 여사건이다.) [3점]

①  $\frac{1}{7}$       ②  $\frac{2}{7}$       ③  $\frac{3}{7}$       ④  $\frac{4}{7}$       ⑤  $\frac{5}{7}$

11. 어느 고등학교 3학년 전체 학생 300명을 대상으로 영화와 뮤지컬에 대한 관람 희망 여부를 조사한 결과는 다음과 같다.

(단위: 명)

영화 뮤지컬	희망함	희망하지 않음	합계
희망함	90	50	140
희망하지 않음	120	40	160
합계	210	90	300

이 고등학교 3학년 학생 중에서 임의로 선택한 1명이 영화 관람을 희망한 학생일 때, 이 학생이 뮤지컬 관람도 희망한 학생일 확률은? [3점]

- ①  $\frac{3}{14}$     ②  $\frac{2}{7}$     ③  $\frac{5}{14}$     ④  $\frac{3}{7}$     ⑤  $\frac{1}{2}$

12. 1보다 큰 두 실수  $a, b$ 에 대하여

$$\log_a \frac{a^3}{b^2} = 2$$

가 성립할 때,  $\log_a b + 3\log_b a$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{9}{2}$     ② 5    ③  $\frac{11}{2}$     ④ 6    ⑤  $\frac{13}{2}$

13. 어느 공장에서 생산하는 전기 자동차 배터리 1 개의 용량은 평균이 64.2, 표준편차가 0.4 인 정규분포를 따른다고 한다. 이 공장에서 생산한 전기 자동차 배터리 중 임의로 1 개를 선택할 때, 이 배터리의 용량이 65 이상일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? (단, 전기 자동차 배터리 용량의 단위는 kWh 이다.) [3점]

$z$	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938

- ① 0.0062    ② 0.0228    ③ 0.0668    ④ 0.1587    ⑤ 0.3085

14. 공차가 0 이 아닌 등차수열  $\{a_n\}$  에 대하여  $a_9 = 2a_3$  일 때,

$$\sum_{n=1}^{24} \frac{(a_{n+1} - a_n)^2}{a_n a_{n+1}} \text{의 값은? [4점]}$$

- ①  $\frac{3}{14}$     ②  $\frac{2}{7}$     ③  $\frac{5}{14}$     ④  $\frac{3}{7}$     ⑤  $\frac{1}{2}$

15. 집합  $X$ 의 모든 원소의 합을  $S(X)$ 라 할 때, 실수 전체의 집합의 두 부분집합

$$A = \{a, b, c, d, e\},$$

$$B = \{a+k, b+k, c+k, d+k, e+k\}$$

에 대하여 다음 조건을 만족시키는 상수  $k$ 의 값은? [4점]

(가)  $S(A) = 37$

(나)  $A - B = \{2, 4, 9\}$

(다)  $S(A \cup B) = 92$

- ① 6      ② 7      ③ 8      ④ 9      ⑤ 10

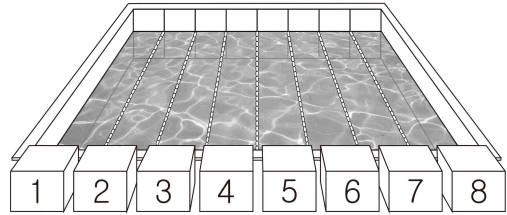
16. 어느 수영장에 1번부터 8번까지 8개의 레인이 있다.

3명의 학생이 서로 다른 레인의 번호를 각각 1개씩 선택할 때,

3명의 학생이 선택한 레인의 세 번호 중 어느 두 번호도

연속되지 않도록 선택하는 경우의 수는? [4점]

- ① 120      ② 132      ③ 144      ④ 156      ⑤ 168



17. 공차가 자연수인 등차수열  $\{a_n\}$  과 공비가 자연수인 등비수열  $\{b_n\}$  이  $a_6=b_6=9$  이고, 다음 조건을 만족시킨다.

- (가)  $a_7=b_7$   
(나)  $94 < a_{11} < 109$

$a_7+b_8$ 의 값은? [4점]

- ① 96      ② 99      ③ 102      ④ 105      ⑤ 108

18. 앞면에 숫자 1, 2, 3, 4, 5가 하나씩 적혀 있는 5장의 카드가 상자에 들어 있다. 이 상자에서 임의로 3장의 카드를 한 장씩 꺼내고, 꺼낸 순서대로 카드의 뒷면에 숫자 1, 2, 3을 차례로 적는다. 이 3장의 카드 중 앞뒤 양쪽 면에 서로 다른 숫자가 적혀 있는 카드의 개수를 확률변수  $X$ 라 하자. 예를 들어, 꺼낸 카드의 앞면에 적혀 있는 숫자가 차례로 4, 1, 3인 경우는  $X=2$ 이다. 다음은 확률변수  $X$ 의 평균  $E(X)$ 를 구하는 과정이다. (단, 상자에서 꺼내기 전 카드의 뒷면에는 숫자가 적혀 있지 않고, 꺼낸 카드는 상자에 다시 넣지 않는다.)

상자에 들어 있는 5장의 카드 중에서 임의로 3장의 카드를 한 장씩 꺼내고, 꺼낸 순서대로 카드의 뒷면에 숫자 1, 2, 3을 차례로 적는 경우의 수는  ${}_5P_3=60$ 이다.

확률변수  $X$ 가 가질 수 있는 값은 0, 1, 2, 3이므로

(i)  $X=0$ 인 사건은

3장의 카드 모두 앞뒤 양쪽 면에 적혀 있는 숫자가 서로 같은 경우이다. 그러므로

$$P(X=0)=\frac{1}{60}$$

(ii)  $X=1$ 인 사건은

앞뒤 양쪽 면에 적혀 있는 숫자가 서로 다른 카드가 1장이고, 나머지 2장의 카드는 앞뒤 양쪽 면에 적혀 있는 숫자가 서로 같은 경우이다. 그러므로

$$P(X=1)=\boxed{\text{(가)}}$$

(iii)  $X=2$ 인 사건은

앞뒤 양쪽 면에 적혀 있는 숫자가 서로 다른 카드가 2장이고, 나머지 1장의 카드는 앞뒤 양쪽 면에 적혀 있는 숫자가 서로 같은 경우이다. 그러므로

$$P(X=2)=\boxed{\text{(나)}}$$

(iv)  $X=3$ 인 사건의 경우에는

확률질량함수의 성질에 의하여

$$P(X=3)=1-\left(\frac{1}{60}+\boxed{\text{(가)}}+\boxed{\text{(나)}}\right)$$

이다. 따라서

$$E(X)=\sum_{k=0}^3\{k\times P(X=k)\}=\boxed{\text{(다)}}$$

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각  $a, b, c$ 라 할 때,  $10a+20b+5c$ 의 값은? [4점]

- ① 20      ② 24      ③ 28      ④ 32      ⑤ 36

19. 그림과 같이 한 변의 길이가 3인 정삼각형  $A_1B_1C_1$ 이 있다.



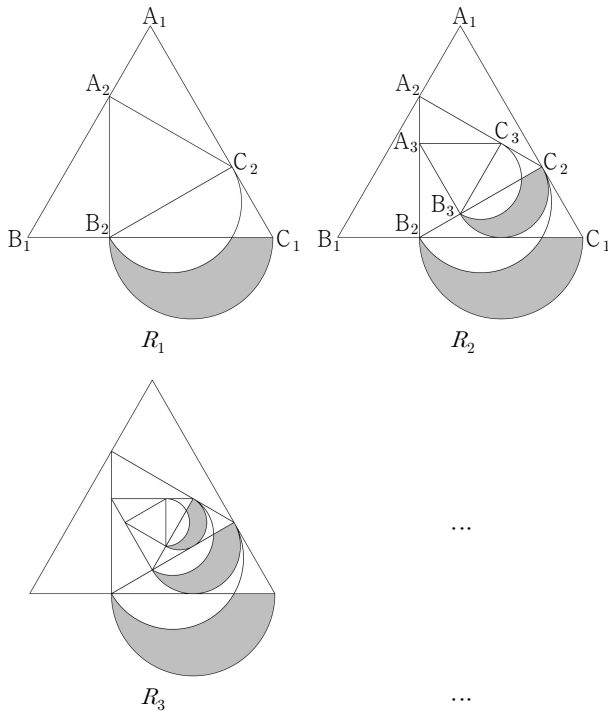
세 선분  $A_1B_1$ ,  $B_1C_1$ ,  $C_1A_1$ 을 1:2로 내분하는 점을 각각  $A_2$ ,  $B_2$ ,  $C_2$ 라 하자. 선분  $B_2C_1$ 을 지름으로 하는 반원의 내부와 선분  $B_2C_2$ 를 지름으로 하는 반원의 외부의 공통부분인 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을  $R_1$ 이라 하자.

그림  $R_1$ 에서 세 선분  $A_2B_2$ ,  $B_2C_2$ ,  $C_2A_2$ 를 1:2로 내분하는 점을 각각  $A_3$ ,  $B_3$ ,  $C_3$ 이라 하자. 선분  $B_3C_2$ 를 지름으로 하는 반원의 내부와 선분  $B_3C_3$ 을 지름으로 하는 반원의 외부의 공통부분인 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을  $R_2$ 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여  $n$ 번째 얻은 그림  $R_n$ 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를  $S_n$ 이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ①  $\frac{11\pi+8\sqrt{3}}{32}$     ②  $\frac{11\pi+9\sqrt{3}}{32}$     ③  $\frac{3\pi+2\sqrt{3}}{8}$   
 ④  $\frac{12\pi+9\sqrt{3}}{32}$     ⑤  $\frac{3\pi+3\sqrt{3}}{8}$

20. 최고차항의 계수가 양수인 사차함수

$f(x)=ax^4+bx^2+c$  ( $a, b, c$ 는 상수)가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 방정식  $f(x)=0$ 의 모든 실근이  $\alpha, \beta, \gamma$ 이다.  
 (단,  $\alpha < \beta < \gamma$ )

(나)  $f(1)=-\frac{3}{4}$ ,  $f'(-1)=1$

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

- ㄱ.  $f(0)=0$   
 ㄴ.  $f'(\alpha)=-4$   
 ㄷ. 방정식  $|f(x)|=k(x-\alpha)$ 의 서로 다른 실근의 개수가 3이 되도록 하는 양수  $k$ 의 범위는  $\frac{8}{27} < k < 4$ 이다.

- ① ㄱ                      ② ㄱ, ㄴ                      ③ ㄱ, ㄷ  
 ④ ㄴ, ㄷ                      ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ



21. 좌표평면 위의 점  $(0, t)$ 를 지나고 곡선

$$y = x^3 - ax^2 + 3x - 5 \quad (a \text{는 자연수})$$

에 접하는 서로 다른 모든 직선의 개수를  $f(t)$ 라 할 때,  
함수  $f(t)$ 에 대하여 합성함수  $g(t) = (f \circ f)(t)$ 라 하자.  
다음 조건을 만족시키는  $a$ 의 최솟값을  $m$ 이라 할 때,  
 $m + g(m)$ 의 값은? [4점]

- (가) 모든 실수  $t$ 에 대하여  $g(t) > 1$ 이다.  
(나) 함수  $g(t)$ 의 치역의 원소의 개수는 1이다.

- ① 4      ② 6      ③ 8      ④ 10      ⑤ 12

단답형

22.  ${}_7P_2$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 함수  $f(x) = x^4 - 5x^2 + 9$ 에 대하여  $f'(2)$ 의 값을 구하시오.  
[3점]

24.  $(3x+1)^5$ 의 전개식에서  $x^2$ 의 계수를 구하시오. [3점]

26. 첫째항이 2이고 모든 항이 양수인 수열  $\{a_n\}$ 이 있다.  
 $x$ 에 대한 이차방정식

$$a_n x^2 - a_{n+1} x + a_n = 0$$

이 모든 자연수  $n$ 에 대하여 증근을 가질 때,

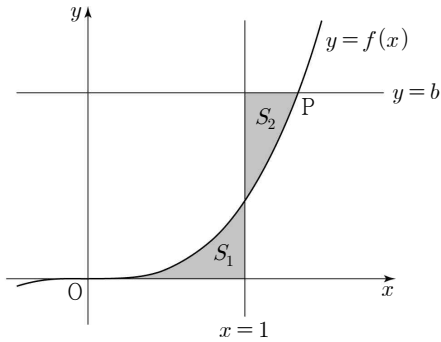
$\sum_{k=1}^8 a_k$ 의 값을 구하시오. [4점]

25. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시간  $t$  ( $t \geq 0$ )에서의 위치  $x$ 가

$$x = t^3 - 3t^2 + at \quad (a \text{는 상수})$$

이다. 점 P의 시간  $t=3$ 에서의 속도가 15일 때,  $a$ 의 값을 구하시오. [3점]

27. 함수  $f(x) = \frac{1}{2}x^3$ 의 그래프 위의 점  $P(a, b)$ 에 대하여 곡선  $y = f(x)$ 와  $x$ 축 및 직선  $x = 1$ 로 둘러싸인 부분의 넓이를  $S_1$ , 곡선  $y = f(x)$ 와 두 직선  $x = 1, y = b$ 로 둘러싸인 부분의 넓이를  $S_2$ 라 하자.  $S_1 = S_2$ 일 때,  $30a$ 의 값을 구하시오. (단,  $a > 1$ ) [4점]



28. 집합  $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ 에 대하여 일대일 대응인 함수  $f : X \rightarrow X$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, 함수  $f$ 의 개수를 구하시오. [4점]

- (가)  $p$ 가 소수일 때,  $f(p) \leq p$ 이다.  
(나)  $a < b$ 이고  $a$ 가  $b$ 의 약수이면  $f(a) < f(b)$ 이다.

29. 첫째항이 0 이 아닌 등차수열  $\{a_n\}$  의 첫째항부터 제  $n$  항까지의 합  $S_n$  에 대하여  $S_9 = S_{18}$  이다. 집합  $T_n$  을

$$T_n = \{S_k \mid k = 1, 2, 3, \dots, n\}$$

이라 하자. 집합  $T_n$  의 원소의 개수가 13 이 되도록 하는 모든 자연수  $n$  의 값의 합을 구하시오. [4점]

30.  $x = -3$  과  $x = a$  ( $a > -3$ ) 에서 극값을 갖는 삼차함수  $f(x)$  에 대하여 실수 전체의 집합에서 정의된 함수

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (x < -3) \\ \int_0^x |f'(t)| dt & (x \geq -3) \end{cases}$$

이 다음 조건을 만족시킨다.

- (가)  $g(-3) = -16$ ,  $g(a) = -8$   
 (나) 함수  $g(x)$  는 실수 전체의 집합에서 연속이다.  
 (다) 함수  $g(x)$  는 극솟값을 갖는다.

$\left| \int_a^4 \{f(x) + g(x)\} dx \right|$  의 값을 구하시오. [4점]

\* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.