

5지선다형

1. 두 다항식 $A=3x^2-2x+1$, $B=x^2-x-3$ 에 대하여 $A-B$ 를 간단히 하면? [2점]

- ① x^2+1
- ② x^2+4
- ③ $2x^2-x-3$
- ④ $2x^2-x+1$
- ⑤ $2x^2-x+4$

2. 두 집합 $A=\{2, 4, 6, 8\}$, $B=\{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 양의 약수}\}$ 에 대하여 집합 $A \cap B$ 의 모든 원소의 합은? [2점]

- ① 2
- ② 4
- ③ 6
- ④ 8
- ⑤ 10

3. $8^{\frac{2}{3}} \times 27^{-\frac{1}{3}}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{7}{6}$
- ② $\frac{4}{3}$
- ③ $\frac{3}{2}$
- ④ $\frac{5}{3}$
- ⑤ $\frac{11}{6}$

4. 다항식 $2x^3+6x^2+3$ 을 $x+1$ 로 나누었을 때의 나머지는? [3점]

- ① 7
- ② 10
- ③ 13
- ④ 16
- ⑤ 19

5. 첫째항이 1인 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = 2na_n - 1$$

을 만족시킬 때, a_4 의 값은? [3점]

- ① 13 ② 15 ③ 17 ④ 19 ⑤ 21

6. 좌표평면 위의 두 점 A(0, 4), B(2, 3)에 대하여 선분 AB를 2:1로 외분하는 점과 원점 사이의 거리는? [3점]

- ① $2\sqrt{3}$ ② $\sqrt{14}$ ③ 4 ④ $3\sqrt{2}$ ⑤ $2\sqrt{5}$

7. 이차함수 $f(x) = x^2 + ax + b$ 의 그래프는 직선 $x = 2$ 에 대하여 대칭이다. $0 \leq x \leq 3$ 에서 함수 $f(x)$ 의 최댓값이 8일 때, $a + b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [3점]

- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

8. 유리함수 $y = \frac{3x+b}{x+a}$ 의 그래프가 점 (2, 1)을 지나고, 점 $(-2, c)$ 에 대하여 대칭일 때, $a + b + c$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

9. 삼차방정식 $2x^3 + x^2 + 2x + 3 = 0$ 의 한 허근을 α 라 할 때,
 $4\alpha^2 - 2\alpha + 7$ 의 값은? [3점]

① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

10. 좌표평면에서 이차함수 $y = x^2 - 2ax + a^2 + a - 3$ 의 그래프의
꼭짓점이 원 $x^2 + y^2 - 2y - 57 = 0$ 의 내부에 있도록 하는
정수 a 의 개수는? [3점]

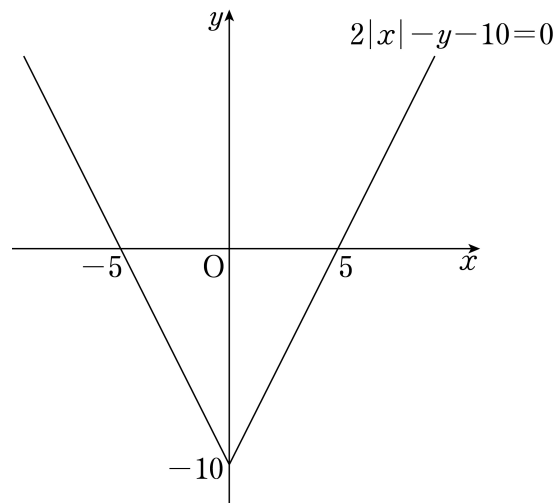
① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

11. 함수 $y = \sqrt{a(6-x)}$ ($a > 0$)의 그래프와 함수 $y = \sqrt{x}$ 의 그래프가 만나는 점을 A라 하자. 원점 O와 점 B(6, 0)에 대하여 삼각형 AOB의 넓이가 6일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

12. 좌표평면에서 방정식 $2|x| - y - 10 = 0$ 이 나타내는 도형과 이 도형을 x 축에 대하여 대칭이동한 도형으로 둘러싸인 부분은 사각형이다. 이 사각형의 네 변에 모두 접하는 원의 넓이는? [3점]

- ① 16π ② 18π ③ 20π ④ 22π ⑤ 24π



13. 실수 x 에 대한 두 조건

$$p: 3|x-2| < 9-2x,$$

$$q: a < x < b$$

에 대하여 p 가 q 이기 위한 필요충분조건일 때, $b-a$ 의 값은?
(단, a, b 는 실수이다.) [3점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

14. 세 다항식 $f(x)=x^2+x$, $g(x)=x^2-2x-1$, $h(x)$ 에 대하여

$$\{f(x)\}^3 + \{g(x)\}^3 = (2x^2-x-1)h(x)$$

가 x 에 대한 항등식일 때, $h(x)$ 를 $x-1$ 로 나누었을 때의 나머지는? [4점]

- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

15. 어느 학급 학생 30명을 대상으로 두 봉사 활동 A, B에 대한 신청을 받았다. 봉사 활동 A를 신청한 학생 수와 봉사 활동 B를 신청한 학생 수의 합이 36일 때, 봉사 활동 A, B를 모두 신청한 학생 수의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 하자. $M+m$ 의 값은? [4점]

① 18 ② 20 ③ 22 ④ 24 ⑤ 26



봉사 활동 A



봉사 활동 B

16. 자연수 N 을 음이 아닌 정수 m 과 홀수 p 에 대하여

$$N = 2^m \times p$$

로 나타낼 때, $f(N)=m$ 이라 하자.

예를 들어, $40 = 2^3 \times 5$ 이므로 $f(40)=3$ 이다.

다음은 모든 자연수 n 에 대하여

$$f(3^{2n-1}+1)=2 \quad \dots\dots (*)$$

임을 수학적 귀납법을 이용하여 증명한 것이다.

(i) $n=1$ 일 때,

$$3^1+1=2^2 \times 1 \text{ 이므로 } f(3^1+1)=2 \text{ 이다.}$$

따라서 $n=1$ 일 때 (*)이 성립한다.

(ii) $n=k$ 일 때 (*)이 성립한다고 가정하면

$$f(3^{2k-1}+1)=2$$

음이 아닌 정수 m 과 홀수 p 에 대하여

$$3^{2k-1}+1=2^m \times p$$

로 나타낼 수 있으므로

$$3^{2k-1}+1 = \boxed{\text{(가)}} \times p$$

이다.

$$3^{2(k+1)-1}+1=9 \times 3^{2k-1}+1$$

$$= 2^2 \times \boxed{\text{(나)}}$$

이고, p 는 홀수이므로 $\boxed{\text{(나)}}$ 도 홀수이다.

$$\text{따라서 } f(3^{2(k+1)-1}+1)=2 \text{ 이다.}$$

그러므로 $n=k+1$ 일 때도 (*)이 성립한다.

(i), (ii)에 의하여 모든 자연수 n 에 대하여

$$f(3^{2n-1}+1)=2 \text{ 이다.}$$

위의 (가)에 알맞은 수를 a , (나)에 알맞은 식을 $g(p)$ 라 할 때, $a+g(7)$ 의 값은? [4점]

① 65 ② 67 ③ 69 ④ 71 ⑤ 73

17. 좌표평면에서 원 $x^2+(y-1)^2=9$ 를 x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동한 원을 C 라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

- < 보 기 >
- ㄱ. 원 C 의 반지름의 길이가 3이다.
 - ㄴ. 원 C 가 x 축에 접하도록 하는 실수 n 의 값은 1개이다.
 - ㄷ. $m \neq 0$ 일 때, 직선 $y=\frac{n+1}{m}x$ 는 원 C 의 넓이를 이등분한다.

- ① ㄱ

② ㄴ

③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ

⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

18. 첫째항이 2인 등비수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이 다음 조건을 만족시킬 때, a_4 의 값은? [4점]

- (가) $S_{12}-S_2=4S_{10}$

(나) $S_{12}<S_{10}$

- ① -24

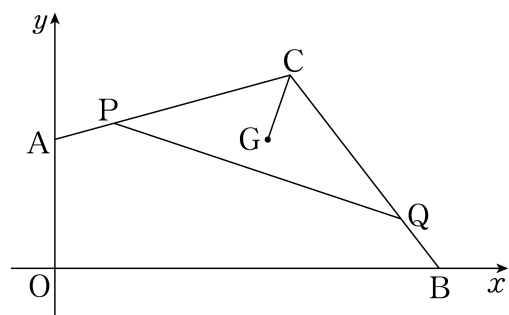
② -16

③ -8

④ 16

⑤ 24

19. 그림과 같이 좌표평면에서 두 점 $A(0, 6)$, $B(18, 0)$ 과 제1사분면 위의 점 $C(a, b)$ 가 $\overline{AC} = \overline{BC}$ 를 만족시킨다. 두 선분 AC , BC 를 1:3으로 내분하는 점을 각각 P , Q 라 할 때, 삼각형 CPQ 의 무게중심을 G 라 하자. 선분 CG 의 길이가 $\sqrt{10}$ 일 때, $a+b$ 의 값은? [4점]



- ① 17 ② 18 ③ 19 ④ 20 ⑤ 21

20. 자연수 m 에 대하여 함수 $f(m)$ 을 다음과 같이 정의한다.

$$f(m) = \begin{cases} \log_2 m & (m \text{은 홀수}) \\ \log_4 m & (m \text{은 짝수}) \end{cases}$$

$f(m)$ 의 값이 유리수인 것을 작은 수부터 크기순으로 나열하여 만든 수열을 $\{a_n\}$ 이라 하자. 예를 들어 $a_1 = 0$, $a_2 = \frac{1}{2}$ 이다.

$\sum_{k=1}^n a_k > 50$ 을 만족시키는 자연수 n 의 최솟값은? [4점]

- ① 13 ② 15 ③ 17 ④ 19 ⑤ 21

21. 집합 $S = \{(a, b) \mid a \text{와 } b \text{는 정수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 를
 $A = \{(a, b) \mid \text{어떤 실수 } x \text{에 대하여 } x^2 + 2bx - a^2 + 6b \leq 0\},$
 $B = \{(a, b) \mid \text{모든 실수 } x \text{에 대하여 } x^2 + 2ax - b^2 + 6a > 0\}$
이라 할 때, 집합 $A \cap B$ 의 원소의 개수는? [4점]
① 23 ② 21 ③ 19 ④ 17 ⑤ 15

단답형

22. $\log_2 3 \times \log_3 32$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 이차방정식 $3x^2 - 16x + 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때,
 $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 첫째항이 2인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 수열 $\{3a_{n+1} - a_n\}$ 은 공차가 6인 등차수열이다. a_{10} 의 값을 구하시오. [3점]

25. 함수 $f(x) = x^3 + 1$ 에 대하여 $(f^{-1} \circ f \circ f^{-1})(a) = 3$ 을 만족시키는 실수 a 의 값을 구하시오. [3점]

26. 어느 회사에서 비누와 치약으로 이루어진 두 종류의 선물 세트 A, B를 만든다고 한다. 세트 A와 세트 B를 각각 한 개 만드는 데 필요한 비누와 치약의 개수 및 세트 A와 세트 B의 한 개당 판매 이익은 표와 같다.

구분	비누(개)	치약(개)	판매 이익(원)
세트 A	6	4	2000
세트 B	3	6	1600

이 회사에서 세트 A와 세트 B를 만드는 데 하루에 비누와 치약을 각각 750개, 900개까지 사용할 수 있다. 하루에 만든 세트 A와 세트 B를 판매하여 얻을 수 있는 판매 이익의 최댓값은 M (원)이다. $\frac{M}{10000}$ 의 값을 구하시오. [4점]

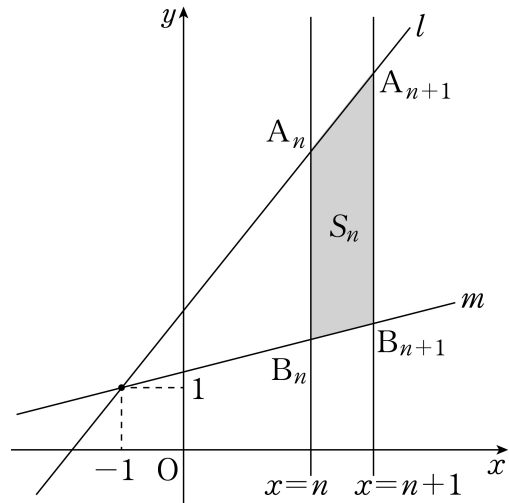
27. 두 수 $\sqrt{2m}$, $\sqrt[3]{3m}$ 이 모두 자연수가 되도록 하는 자연수 m 의 최솟값을 구하시오. [4점]

28. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 에 대하여 함수 $f: X \rightarrow X$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 집합 X 의 임의의 두 원소 x_1, x_2 에 대하여 $x_1 \neq x_2$ 이면 $f(x_1) \neq f(x_2)$ 이다.
 (나) $1 \leq x \leq 3$ 일 때, $(f \circ f)(x) = f(x) - 2x$ 이다.

$f(2) + f(3) + f(4)$ 의 값을 구하시오. [4점]

29. 그림과 같이 좌표평면에 점 $(-1, 1)$ 을 지나는 서로 다른 두 직선 l, m 이 있다. 자연수 n 에 대하여 직선 $x=n$ 이 두 직선 l, m 과 만나는 점을 각각 A_n, B_n 이라 하자. 사각형 $A_n B_n B_{n+1} A_{n+1}$ 의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\sum_{k=1}^{10} S_{2k-1} = 115$ 이다. $\sum_{k=1}^{10} S_{2k}$ 의 값을 구하시오. [4점]



30. 일차함수 $f(x)$ 와 이차함의 계수가 1인 이차함수 $g(x)$ 에 대하여 두 함수

$$h_1(x) = f(x) + g(x), \quad h_2(x) = f(x) - g(x)$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 함수 $y = h_1(x)$ 의 그래프는 x 축에 접한다.
 (나) 함수 $y = h_1(x)$ 의 그래프와 함수 $y = h_2(x)$ 의 그래프는 오직 한 점 $(1, 9)$ 에서 만난다.
 (다) 모든 실수 x 에 대하여 두 부등식 $h_1(x) \geq h_1(\alpha), h_2(x) \leq h_2(\beta)$ 가 성립할 때, $\alpha > \beta$ 이다. (단, α, β 는 상수이다.)

$f(\beta) \times g(\alpha)$ 의 값을 구하시오. [4점]

※ 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.