

제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. $(1+2i)+(3-i)$ 의 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$) [2 점]

- ① $2+i$ ② $2-i$ ③ $4+i$ ④ $4-i$ ⑤ $5+i$

2. 다항식 $x^3 - 27 \circ$ $(x-3)(x^2 + ax + b)$ 로 인수분해될 때,
 $a+b$ 의 값은? (단, a , b 는 상수이다.) [2 점]

- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

3. 두 다항식 $A = x^2 - 2x - 4$, $B = 2x - 3$ 에 대하여 $A+B$ 는?
[2 점]

- ① $x^2 + 7$ ② $x^2 - 7$ ③ $x^2 + 4x$
④ $x^2 - 4x$ ⑤ $x^2 + 4$

4. 좌표평면 위의 두 점 $A(2, 0)$, $B(0, a)$ 사이의 거리가
 $\sqrt{13}$ 일 때, 양수 a 의 값은? [3 점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

5. 등식

$$2x^2 + 3x + 4 = 2(x+1)^2 + a(x+1) + b$$

가 x 에 대한 항등식일 때, $a - b$ 의 값은?
(단, a, b 는 상수이다.) [3 점]

- ① -7 ② -6 ③ -5 ④ -4 ⑤ -3

6. x 에 대한 이차방정식 $x^2 + 4x + k - 3 = 0$ 의 실근을 갖도록 하는 모든 자연수 k 의 개수는? [3 점]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

7. 직선 $y = ax - 6$ 을 x 축에 대하여 대칭이동한 직선이 점 $(2, 4)$ 를 지날 때, 상수 a 의 값은? [3 점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

8. 이차방정식 $x^2 + 3x + 1 = 0$ 의 서로 다른 두 실근을 α, β 라 할 때, $\alpha^2 + \beta^2 - 3\alpha\beta$ 의 값은? [3 점]

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

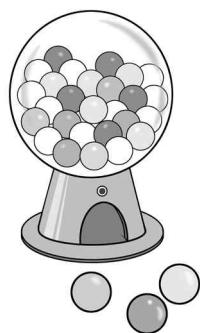
10. 부등식 $|3x - 2| \leq a$ 의 해가 $b \leq x \leq 2$ 일 때,
두 상수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값은? (단, $a > 0$) [3 점]

① $\frac{8}{3}$ ② 3 ③ $\frac{10}{3}$ ④ $\frac{11}{3}$ ⑤ 4

9. 좌표평면 위의 점 $(3, 2)$ 를 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 점을 A, 점 A를 원점에 대하여 대칭이동한 점을 B 라 할 때, 선분 AB의 길이는? [3 점]

① $2\sqrt{13}$ ② $3\sqrt{6}$ ③ $2\sqrt{14}$ ④ $\sqrt{58}$ ⑤ $2\sqrt{15}$

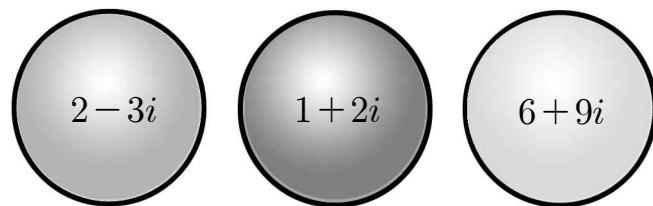
11. 버튼을 한 번 누르면 복소수가 하나씩 적힌 세 개의 공이 굴러 나오는 기계가 있다.



어느 상점에서 이 기계를 이용한 사람에게 굴러 나온 세 개의 공 중 두 개를 선택하게 하여 적힌 수의 곱이 자연수가 될 때, 그 자연수만큼 사탕으로 교환해 준다고 한다.

한 학생이 버튼을 한 번 눌렀더니 세 복소수 $2 - 3i$, $1 + 2i$, $6 + 9i$ 가 각각 적힌 세 개의 공이 굴러 나왔다.

이 학생이 a 개의 사탕으로 교환해 갔을 때, 자연수 a 의 값은?
(단, $i = \sqrt{-1}$) [3 점]



- ① 37 ② 38 ③ 39 ④ 40 ⑤ 41

12. 두 이차함수 $y = -(x-1)^2 + a$, $y = 2(x-1)^2 - 1$ 의 그래프가 서로 다른 두 점에서 만난다. 이 두 점 사이의 거리가 4 일 때, 상수 a 의 값은? [3 점]

- ① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

13. 연립방정식

$$\begin{cases} x^2 - 3xy + 2y^2 = 0 \\ 2x^2 - y^2 = 2 \end{cases}$$

의 해를 $x = \alpha$, $y = \beta$ 라 할 때, $\alpha^2 + \beta^2$ 의 최댓값은? [3 점]

- ① 4 ② $\frac{9}{2}$ ③ 5 ④ $\frac{11}{2}$ ⑤ 6

14. x 에 대한 이차함수 $y = x^2 - 4kx + 4k^2 + k$ 의 그래프와
직선 $y = 2ax + b$ 가 실수 k 의 값에 관계없이 항상 접할 때,
 $a+b$ 의 값을? (단, a , b 는 상수이다.) [4 점]

- ① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{3}{16}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{5}{16}$ ⑤ $\frac{3}{8}$

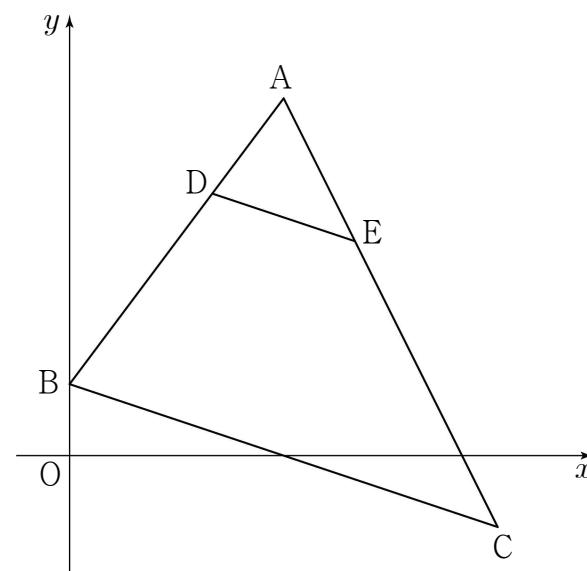
15. 직선 $3x+4y-12=0$ 이 x 축, y 축과 만나는 점을 각각 A, B 라 하자. 선분 AB를 2:1로 내분하는 점을 P 라 할 때, 점 P를 x 축, y 축에 대하여 대칭이동한 점을 각각 Q, R 라 하자. 삼각형 RQP의 무게중심의 좌표를 (a, b) 라 할 때, $a+b$ 의 값은? [4 점]

① $\frac{2}{9}$ ② $\frac{4}{9}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{8}{9}$ ⑤ $\frac{10}{9}$

16. 그림과 같이 좌표평면 위의 세 점 A(3, 5), B(0, 1), C(6, -1)을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC에 대하여 선분 AB 위의 한 점 D와 선분 AC 위의 한 점 E가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 선분 DE 와 선분 BC 는 평행하다.
(나) 삼각형 ADE 와 삼각형 ABC 의 넓이의 비는 1:9 이다.

직선 BE의 방정식이 $y = kx + 1$ 일 때, 상수 k 의 값은? [4 점]



① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{3}{8}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{5}{8}$

17. 이차식 $f(x)$ 와 일차식 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

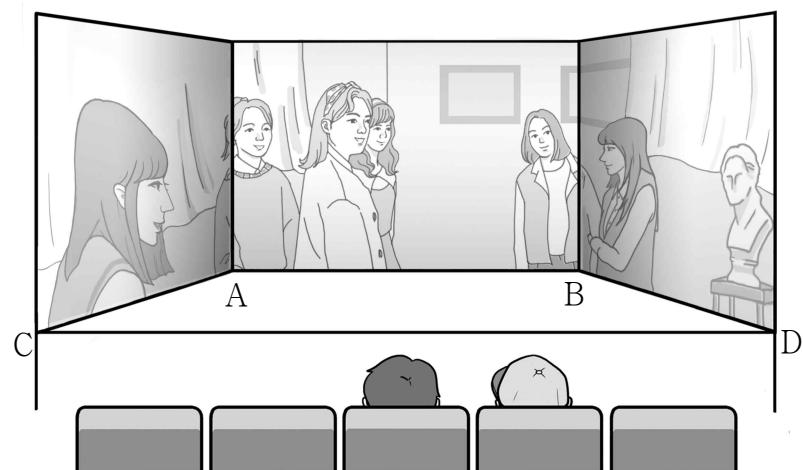
- (가) 방정식 $f(x)-g(x)=0$ 이 중근 1 을 갖는다.
 (나) 두 다항식 $f(x)$, $g(x)$ 를 $x-2$ 로 나누었을 때의
 나머지는 각각 2, 5 이다.

다항식 $f(x)-g(x)$ 를 $x+1$ 로 나누었을 때의 나머지는?

[4 점]

- ① -16 ② -14 ③ -12 ④ -10 ⑤ -8

18. 그림과 같이 어느 행사장에서 바닥면이 등변사다리꼴이 되도록 무대 위에 3 개의 직사각형 모양의 스크린을 설치하려고 한다.

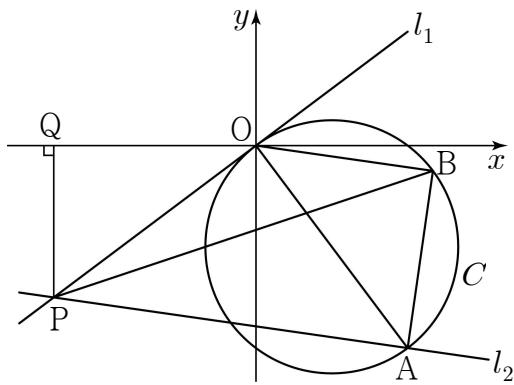


양옆 스크린의 하단과 중앙 스크린의 하단이 만나는 지점을 각각 A, B 라 하고, 만나지 않는 하단의 끝 지점을 각각 C, D 라 하자. 사각형 ACDB 는 $\overline{AC}=\overline{BD}$ 인 등변사다리꼴이고 $\overline{CD}=20\text{m}$, $\angle BAC=120^\circ$ 이다. 선분 AB 의 길이는 선분 AC 의 길이의 4 배보다 크지 않고, 사다리꼴 ACDB 의 넓이는 $75\sqrt{3}\text{ m}^2$ 이하이다. 중앙 스크린의 가로인 선분 AB 의 길이를 $d(\text{m})$ 라 할 때, d 의 최댓값과 최솟값의 합은?
 (단, 스크린의 두께는 무시한다.) [4점]

- ① 25 ② 26 ③ 27 ④ 28 ⑤ 29

19. 좌표평면 위의 세 점 $O(0, 0)$, $A(6, -8)$, $B(7, -1)$ 을 지나는 원 C 에 대하여 원 C 위의 점 O 에서의 접선을 l_1 이라 하자. 두 삼각형 OAB 와 OPB 의 넓이가 같게 되는 직선 l_1 위의 점을 P , 점 P 에서 x 축에 내린 수선의 발을 Q 라 할 때, 다음은 선분 QO 의 길이를 구하는 과정이다. (단, 점 P 는 제3사분면 위의 점이다.)

그림과 같이 세 점 O , A , B 를 지나는 원 C 의 방정식은 $(x-3)^2 + (y+4)^2 = 25$ 이므로 선분 OA 는 원 C 의 지름이다. 직선 l_1 은 직선 OA 와 수직이고 점 O 를 지나므로 직선 l_1 의 방정식은 $y = \boxed{\text{(가)}}$ 이다. 점 A 를 지나고 직선 OB 와 평행한 직선을 l_2 라 하면, 두 직선 l_1 , l_2 가 만나는 점이 두 삼각형 OAB 와 OPB 의 넓이가 같게 되는 점 P 이다.

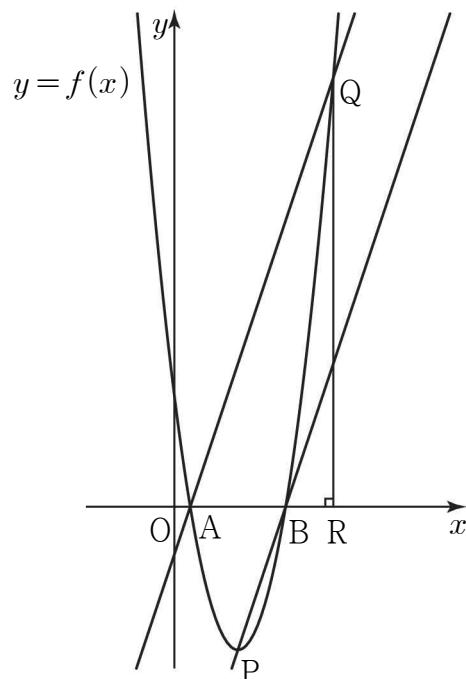


직선 l_2 의 방정식은 $y = \boxed{\text{(나)}}$ 이다. 점 P 는 두 직선 l_1 , l_2 가 만나는 점이므로 점 P 의 x 좌표는 $\boxed{\text{(다)}}$ 이다. 따라서 선분 QO 의 길이는 $|\boxed{\text{(다)}}|$ 이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(x)$, $g(x)$ 라 하고, (다)에 알맞은 수를 k 라 할 때, $f(2k) + g(-1)$ 의 값은? [4점]

- ① -20 ② -19 ③ -18 ④ -17 ⑤ -16

20. 그림과 같이 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 두 점 $A(1, 0)$, $B(a, 0)$ 을 지난다. 이차함수 $y=f(x)$ 의 그래프의 꼭짓점을 P , 점 A 를 지나고 직선 PB 에 평행한 직선이 이차함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 만나는 점 중 A 가 아닌 점을 Q , 점 Q 에서 x 축에 내린 수선의 발을 R 라 하자. 직선 PB 의 기울기를 m 이라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, $a > 1$) [4점]



<보기>

- ㄱ. $f(2) = 2-a$
 ㄴ. $\overline{AR} = 3m$
 ㄷ. 삼각형 BRQ 의 넓이가 $\frac{81}{2}$ 일 때, $a+m=10$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 좌표평면 위의 세 점 A, B, C에 대하여

두 점 A, B의 좌표는 각각 $(0, a)$, $(3, 0)$ 이고,
삼각형 ABC는 $\overline{AC} = \overline{BC}$ 인 직각이등변삼각형이다.
 $-1 \leq a \leq 2$ 일 때, 선분 OC의 길이의 최댓값을 M,
최솟값을 m이라 하자. $\frac{M}{m}$ 의 값은? (단, O는 원점이다.)

[4 점]

- ① $\frac{14}{3}$ ② 5 ③ $\frac{16}{3}$ ④ $\frac{17}{3}$ ⑤ 6

단답형

22. 다항식 $(x+6)(2x^2+3x+1)$ 의 전개식에서 x^2 의 계수를
구하시오. [3 점]

23. x 에 대한 다항식 $x^3 - 2x - a$ 가 $x - 2$ 로 나누어떨어지도록
하는 상수 a 의 값을 구하시오. [3 점]

24. 직선 $y = 2x + k$ 를 x 축의 방향으로 2만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동한 직선이 원 $x^2 + y^2 = 5$ 와 한 점에서 만날 때, 모든 상수 k 의 값의 합을 구하시오. [3 점]

26. x 에 대한 연립부등식

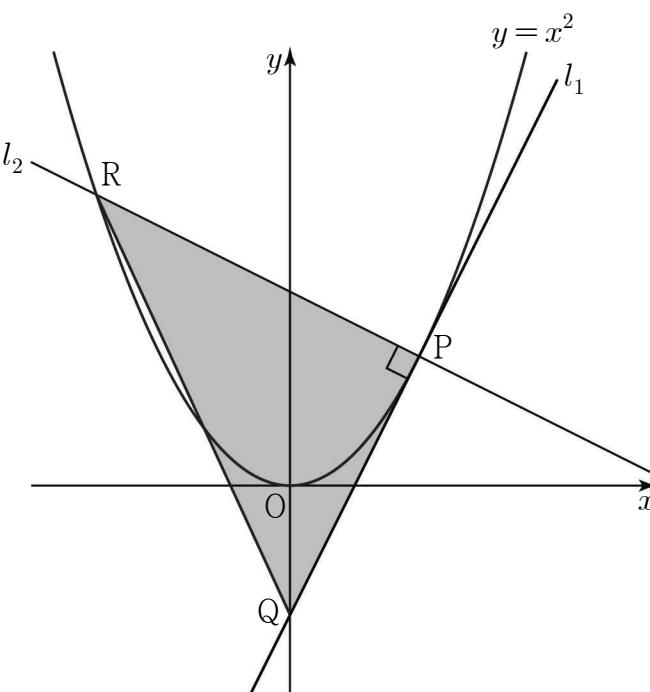
$$3x - 1 < 5x + 3 \leq 4x + a$$

를 만족시키는 정수 x 의 개수가 8이 되도록 하는 자연수 a 의 값을 구하시오. [4 점]

25. $-2 \leq x \leq 3$ 일 때, 이차함수 $f(x) = 2x^2 - 4x + k$ 의 최솟값은 1이고 최댓값은 M 이다. $k + M$ 의 값을 구하시오.
(단, k 는 상수이다.) [3 점]

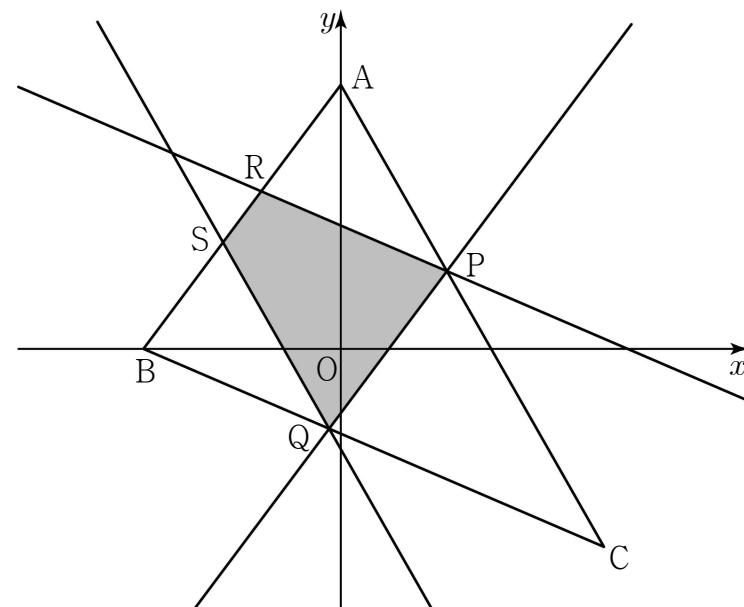
27. 원 $(x-a)^2 + (y-a)^2 = b^2$ 을 y 축의 방향으로 -2 만큼
평행이동한 도형이 직선 $y=x$ 와 x 축에 동시에 접할 때,
 $a^2 - 4b$ 의 값을 구하시오. (단, $a > 2$, $b > 0$) [4 점]

28. 그림과 같이 좌표평면에서 이차함수 $y = x^2$ 의 그래프 위의
점 $P(1, 1)$ 에서의 접선을 l_1 , 점 P 를 지나고 직선 l_1 과
수직인 직선을 l_2 라 하자. 직선 l_1 이 y 축과 만나는 점을 Q ,
직선 l_2 가 이차함수 $y = x^2$ 의 그래프와 만나는 점 중 점 P 가
아닌 점을 R 라 하자. 삼각형 PRQ 의 넓이를 S 라 할 때,
 $40S$ 의 값을 구하시오. [4 점]



29. 좌표평면에서 원 $x^2 + (y-1)^2 = 1$ 과 직선 $y = mx - m + 1$ 이 서로 다른 두 점 P, Q에서 만난다. 선분 PQ 와 호 PQ로 둘러싸인 도형 중 넓이가 작은 도형의 넓이를 S_1 , 선분 OQ 와 호 OQ로 둘러싸인 도형 중 넓이가 작은 도형의 넓이를 S_2 라 하자. $S_1 = S_2$ 를 만족시키는 모든 실수 m의 값의 합을 구하시오. (단, O는 원점이고, 점 P의 x좌표는 점 Q의 x좌표보다 크다.) [4 점]

30. 그림과 같이 세 점 A(0, 4), B(-3, 0), C(4, -3)을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC가 있다. 선분 AC 위를 움직이는 점 P를 지나고 직선 AB에 평행한 직선이 선분 BC와 만나는 점을 Q, 점 P를 지나고 직선 BC에 평행한 직선이 선분 AB와 만나는 점을 R, 점 Q를 지나고 직선 AC에 평행한 직선이 선분 AB와 만나는 점을 S라 하자. 사다리꼴 PRSQ의 넓이의 최댓값이 $\frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오.
(단, $\overline{AP} < \overline{PC}$ 이고, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4 점]



* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인 하시오.