

2017학년도 10월 고3 전국연합학력평가 정답 및 해설

• 수학 영역 •

수학 나형 정답

1	①	2	③	3	⑤	4	④	5	②
6	③	7	①	8	③	9	⑤	10	④
11	⑤	12	②	13	②	14	①	15	①
16	②	17	④	18	⑤	19	③	20	④
21	①	22	11	23	30	24	12	25	4
26	13	27	8	28	96	29	132	30	64

해설

1. [출제의도] 지수법칙을 이용하여 식을 계산한다.

$$3^{-1} \times 9 = 3^{-1} \times 3^2 = 3$$

2. [출제의도] 합집합의 원소의 개수를 구한다.

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\} \text{ 이므로 } n(A \cup B) = 5$$

3. [출제의도] 수열의 극한값을 구한다.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4^{n+2} - 2^n}{4^n + 1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{16 - \left(\frac{1}{2}\right)^n}{1 + \left(\frac{1}{4}\right)^n} = \frac{16 - 0}{1 + 0} = 16$$

4. [출제의도] 독립사건을 이해하여 확률을 구한다.

$$P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap B^C) = \frac{1}{4} + \frac{1}{3} = \frac{7}{12}$$

두 사건 A와 B는 서로 독립이므로

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B) = \frac{1}{4}$$

$$\text{따라서 } P(B) = \frac{1}{4} \times \frac{1}{P(A)} = \frac{3}{7}$$

5. [출제의도] 합성함수와 역함수를 이해하여 함숫값을 구한다.

$$(f^{-1} \circ g)(3) = f^{-1}(g(3)) = f^{-1}(1)$$

f⁻¹(1) = a 라 하면 f(a) = 1 이므로

$$a = 2$$

6. [출제의도] 등차수열의 성질을 이해하여 주어진 식의 값을 구한다.

a₁ = a, 등차수열 {a_n}의 공차를 d 라 하자.a₁, a₁+a₂, a₂+a₃ 이 순서대로 등차수열을 이루므로

$$2(a_1 + a_2) = a_1 + (a_2 + a_3)$$

$$a_1 + a_2 = a_3$$

$$a + (a+d) = a + 2d \text{ 이므로 } a = d$$

$$\frac{a_3}{a_2} = \frac{a+2d}{a+d} = \frac{3d}{2d} = \frac{3}{2}$$

7. [출제의도] 함수의 극한을 이해하여 극한값을 구한다.

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 0 + (-2) = -2$$

8. [출제의도] 명제와 진리집합의 관계를 이해하여 조건을 만족시키는 값을 구한다.

두 조건 p, q의 진리집합을 각각 P, Q라 하면

$$P = \{x \mid -a \leq x \leq a\}, \quad Q = \{x \mid -3 \leq x \leq 7\}$$

명제 p → q가 참이면 P ⊂ Q이어야 하므로

$$-a \geq -3, \quad a \leq 7$$

$$\text{따라서 } a \leq 3 \text{ 이고 } a \text{의 최댓값은 } 3$$

9. [출제의도] 적분과 미분의 관계를 이해하여 조건을 만족시키는 함숫값을 구한다.

주어진 등식의 양변에 x=1을 대입하면

$$0 = 1 + a - 3 + 1$$

$$a = 1$$

양변을 x에 대하여 미분하면
 $f(x) = 3x^2 + 2x - 3$
 따라서 $f(1) = 2$

10. [출제의도] 조건부확률을 이용하여 실생활 문제를 해결한다.

A 대학을 희망한 학생 수는 50 명이고
 이 학생 중 3 반 여학생은 11 명이므로,
 구하는 확률은 $\frac{11}{50}$

11. [출제의도] 역사건의 확률을 이용하여 실생활 문제를 해결한다.

A 또는 B가 뽑힐 확률은 1에서 A, B 모두 뽑히지 않을 확률을 뺀 값이다.
 8 명 중 5 명을 뽑는 경우의 수는 ${}_8C_5 = 56$,
 A, B가 모두 뽑히지 않는 경우의 수는 ${}_6C_5 = 6$ 이므로
 A 또는 B가 뽑힐 확률은 $1 - \frac{6}{56} = \frac{50}{56} = \frac{25}{28}$

12. [출제의도] 다항함수의 미분법을 이해하여 가속도를 구한다.

속도 v(t)를 미분하면 가속도이므로
 $t = a$ 에서의 가속도는 $v'(a)$ 이다.
 $v'(a) = -2a + 10 = 0$
 따라서 $a = 5$

13. [출제의도] 수열의 극한의 성질을 이해하여 극한값을 구한다.

등차수열 {a_n}의 첫째항을 a, 공차를 d 라 하자.
 $a_3 = a + 2d = 5, \quad a_6 = a + 5d = 11$ 이므로
 $a = 1, \quad d = 2, \quad a_n = 2n - 1$
 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n} (\sqrt{a_{n+1}} - \sqrt{a_n}) = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n} (\sqrt{2n+1} - \sqrt{2n-1})$
 $= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2\sqrt{n}}{\sqrt{2n+1} + \sqrt{2n-1}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2}{\sqrt{2 + \frac{1}{n}} + \sqrt{2 - \frac{1}{n}}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

14. [출제의도] 유리함수의 그래프와 일차함수의 성질을 이해하여 주어진 문제를 해결한다.

정의역 $\{x \mid x \neq -\frac{1}{a} \text{ 인 실수}\}$ 와 치역 $\{y \mid y \neq \frac{b}{a} \text{ 인 실수}\}$
 가 같으므로 $-\frac{1}{a} = \frac{b}{a}, \quad b = -1$ 이다. 두 점근선의 교점 $\left(-\frac{1}{a}, -\frac{1}{a}\right)$ 이 직선 $y = 2x + 3$ 위에 있으므로
 $-\frac{1}{a} = -\frac{2}{a} + 3, \quad a = \frac{1}{3}$
 따라서 $a+b = \frac{1}{3} + (-1) = -\frac{2}{3}$

15. [출제의도] 확률분포의 성질을 이해하여 표본평균의 분산을 구한다.

모든 확률의 합이 1이므로 $a = 1 - \frac{1}{3} - \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$

$$E(X) = (-2) \times \frac{1}{3} + 0 \times \frac{1}{2} + 1 \times \frac{1}{6} = -\frac{1}{2}$$

$$E(X^2) = (-2)^2 \times \frac{1}{3} + 0^2 \times \frac{1}{2} + 1^2 \times \frac{1}{6} = \frac{3}{2}$$

$$V(X) = E(X^2) - \{E(X)\}^2 = \frac{3}{2} - \left(-\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{5}{4}$$

$$\text{표본의 크기가 } 16 \text{ 이므로 } V(\bar{X}) = \frac{V(X)}{16} = \frac{5}{64}$$

16. [출제의도] 다항함수의 미분법과 적분법을 이용하여 함수의 최댓값을 구하는 문제를 해결한다.

$g(a) = \int_{-a}^a f(x) dx$ 라 하자.

$$g(a) = \int_{-a}^0 (2x+2) dx + \int_0^a (-x^2+2x+2) dx$$

$$= -a^2 + 2a - \frac{1}{3}a^3 + a^2 + 2a$$

$$= -\frac{1}{3}a^3 + 4a$$

$$g'(a) = -a^2 + 4 = -(a+2)(a-2)$$

$g(a)$ 의 증가와 감소를 나타낸 표는 다음과 같다.

a	(0)	...	2	...
$g'(a)$		+	0	-
$g(a)$		↗	$\frac{16}{3}$	↘

$g(a)$ 는 $a=2$ 에서 최댓값 $\frac{16}{3}$

17. [출제의도] 이차함수와 함수의 극한의 성질을 이용하여 함숫값을 구하는 문제를 해결한다.

$f(x)$ 는 최고차항의 계수가 1인 이차함수이므로
 $f(x) = x^2 + cx + d$ (단, c와 d는 상수이다.)

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} |x| \left\{ f\left(\frac{1}{x}\right) - f\left(-\frac{1}{x}\right) \right\} = a$$
 이므로

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} x \left\{ f\left(\frac{1}{x}\right) - f\left(-\frac{1}{x}\right) \right\} = \lim_{x \rightarrow 0^-} (-x) \left\{ f\left(\frac{1}{x}\right) - f\left(-\frac{1}{x}\right) \right\}$$

$$\frac{1}{x} = t \text{로 치환하면}$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{f(t) - f(-t)}{t} = 2c, \quad \lim_{t \rightarrow -\infty} \frac{f(t) - f(-t)}{-t} = -2c$$

이므로 $c = 0, a = 0$ 이고 $f(x) = x^2 + d$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f\left(\frac{1}{x}\right) = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{x^2} + d\right) = d = 3$$
 이므로 $f(x) = x^2 + 3$

따라서 $f(2) = 2^2 + 3 = 7$

18. [출제의도] 등비수열의 일반항을 추측하여 등비급수의 합을 추론한다.

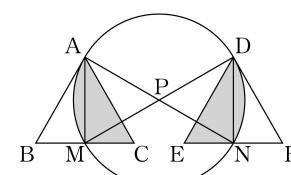
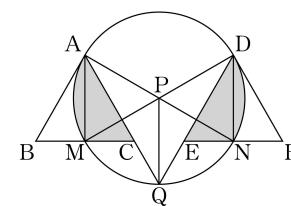


그림 R_1 에서 선분 BC의 중점을 M, 선분 EF의 중점을 N, 원 O의 중심을 P라 하면, $\overline{AM} = \sqrt{3}$ 이고 삼각형 PAM이 정삼각형이므로 $\angle APM = \frac{\pi}{3}$ 이다.

$$S_1 = 2 \times \{(부채꼴 PAM의 넓이)\}$$

$$-(\text{삼각형 PAM의 넓이}) + (\text{삼각형 AMC의 넓이}) \\ = 2 \times \left(\frac{\pi}{2} - \frac{3\sqrt{3}}{4} + \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = \pi - \frac{\sqrt{3}}{2}$$



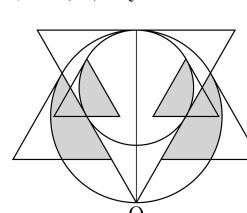
직선 AC와 직선 DE의 교점을 Q라 하자.

$$\angle AQP = \angle CAM = \frac{\pi}{6}$$

$$\angle DQP = \angle EDN = \frac{\pi}{6}$$

호 AD의 중심각 $\angle APD = \frac{2}{3}\pi$ 이고 호 AD의 원주각

의 크기는 $\frac{\pi}{3}$ 이므로, 점 Q는 원 O 위의 점이다.



R_2 에서 새로 그려진 원은 위 그림과 같이 높이가 원 O의 지름과 같고 점 Q를 한 꼭짓점으로 하는

정삼각형에 내접한다. 새로 그려진 원의 중심은 이 정삼각형의 무게중심이므로 반지름의 길이는 $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ 이다. 원의 닮음비가 $\sqrt{3} : \frac{2\sqrt{3}}{3} = 3 : 2$ 이고 넓이의 비는 9:4이므로 R_2 에서 추가로 색칠되는 도형의 넓이는 $\frac{4}{9}S_1$ 이다.

R_{n+1} 에서 추가로 색칠되는 도형의 넓이는 R_n 에서 추가로 색칠된 도형의 넓이의 $\frac{4}{9}$ 배이다.

$$\text{따라서 } \lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \frac{\pi - \frac{\sqrt{3}}{2}}{1 - \frac{4}{9}} = \frac{18\pi - 9\sqrt{3}}{10}$$

19. [출제의도] 확률변수의 평균을 구하는 과정을 추론한다.

주사위의 눈이 처음부터 6의 약수가 연속으로 5회 나오는 경우 확률변수 X 는 최댓값을 갖고 그 값은 10이므로 $a=10$

6의 약수인 눈이 나오는 경우를 ○,

6의 약수가 아닌 눈이 나오는 경우를 ×라 하자.

$X=-3$ 인 경우는

6의 약수인 눈이 1회, 6의 약수가 아닌 눈이 5회 나오는 경우의 ${}_6C_1$ 가지 중 $\times\times\times\times\times\times$, $\times\times\times\times\times\times$ 인 경우를 제외한 ${}_6C_1 - 2$ 가지이므로 $b=4$

$X=9$ 인 경우는

6의 약수인 눈이 5회, 6의 약수가 아닌 눈이 1회 나오는 경우의 ${}_6C_1$ 가지 중 $\circ\circ\circ\circ\circ\times$ 인 경우를 제외한 ${}_6C_1 - 1$ 가지이므로 $c=5$

따라서 $a+b+c=10+4+5=19$

20. [출제의도] 다항함수의 미분법과 적분법을 이용하여 합수값을 구하는 문제를 해결한다.

삼차항의 계수가 1이고 방정식 $f(x)=f(4)$ 는 서로 다른 두 실근을 가지므로 두 가지 경우가 있다.

(i) 함수 $y=f(x)-f(4)$ 의 그래프가 $x=2$ 에서 x 축에 접하고 $x=4$ 에서 만나는 경우

$$f(x)=(x-2)^2(x-4)+f(4)$$

$$f'(x)=2(x-2)(x-4)+(x-2)^2=(x-2)(3x-10) \text{ 이므로}$$

$$f'(\frac{11}{3})>0 \text{이고 조건 (가)를 만족시키지 않는다.}$$

(ii) 함수 $y=f(x)-f(4)$ 의 그래프가 $x=4$ 에서 x 축에 접하는 경우

$$f'(2)=0, f'(4)=0 \text{이므로}$$

$$f'(x)=3(x-2)(x-4), f'(\frac{11}{3})<0$$

$$f(x)=\int 3(x-2)(x-4) dx$$

$$=x^3-9x^2+24x+C \text{ (단, } C\text{는 상수이다.)}$$

$$f(2)=C+20=35 \text{이므로 } C=15$$

$$f(x)=x^3-9x^2+24x+15$$

$$\text{따라서 } f(0)=15$$

21. [출제의도] 유리함수와 무리함수의 그래프의 성질을 이용하여 점의 개수를 추론한다.

(i) $n=1$ 또는 $n=2$ 인 경우

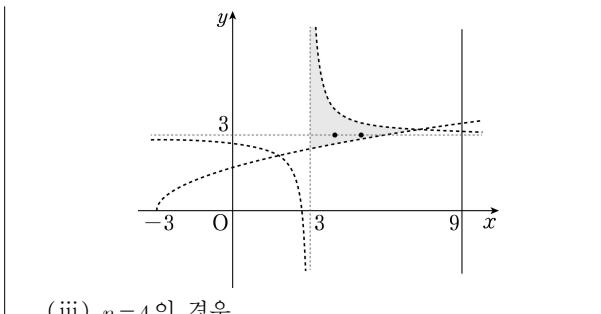
주어진 조건을 만족시키는 점 $P(a, b)$ 가 존재하지 않으므로 $A_1=0, A_2=0$

(ii) $n=3$ 인 경우

$$f(x)=\frac{1}{x-3}+3, g(x)=\sqrt{x+3} \text{이므로}$$

조건을 만족시키는 점 $P(a, b)$ 는 $(4, 3), (5, 3)$ 이므로

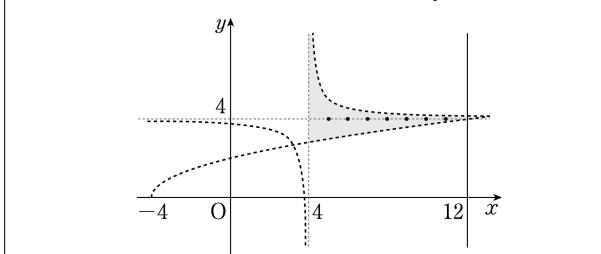
$$A_3=2$$



(iii) $n=4$ 인 경우

$$f(x)=\frac{1}{x-4}+4, g(x)=\sqrt{x+4} \text{이므로}$$

조건을 만족시키는 점 $P(a, b)$ 는 $(5, 4), (6, 4), (7, 4), (8, 4), (9, 4), (10, 4), (11, 4)$ 이므로 $A_4=7$

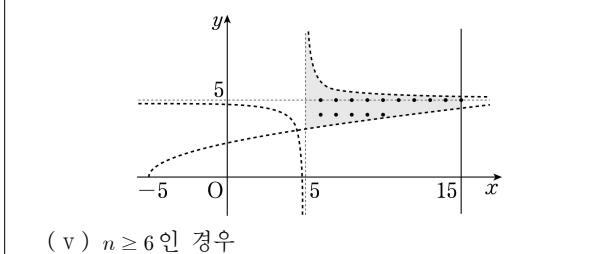


(iv) $n=5$ 인 경우

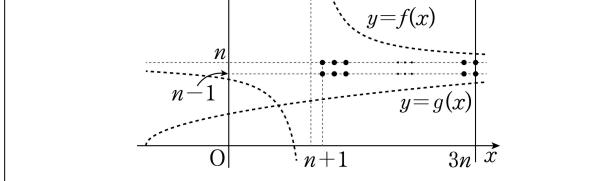
$$f(x)=\frac{1}{x-5}+5, g(x)=\sqrt{x+5} \text{이므로}$$

조건을 만족시키는 점 $P(a, b)$ 는 $(6, 4), (7, 4), (8, 4), (9, 4), (10, 4), (6, 5), (7, 5), \dots, (15, 5)$ 이므로

$$A_5=15$$



(v) $n \geq 6$ 인 경우



y 좌표가 n 인 $2n$ 개의

점 $(n+1, n), (n+2, n), \dots, (3n, n)$ 과

y 좌표가 $n-1$ 인 $2n$ 개의

점 $(n+1, n-1), (n+2, n-1), \dots, (3n, n-1)$ 이

모두 조건을 만족시킨다.

즉, $A_n \geq 4n$

(i)~(v)에 의하여 $n \leq A_n \leq 3n$ 을 만족시키는

모든 A_n 의 값의 합은 $A_4 + A_5 = 7 + 15 = 22$

22. [출제의도] 순열의 뜻을 알고, 순열의 수를 구한다.

$${}_nP_2 = n(n-1) = 110 \text{이므로}$$

$$(n-11)(n+10)=0$$

n 이 자연수이므로 $n=11$

23. [출제의도] 다항함수의 미분법을 이용하여 미분계수를 구한다.

$$f'(x)=16x^3+14x \text{이므로}$$

$$f'(1)=16+14=30$$

24. [출제의도] 집합의 연산을 이해하여 주어진 문제를 해결한다.

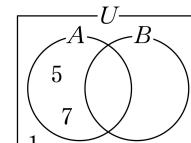
$$A^c \cap B^c = (A \cup B)^c \text{이므로}$$

두 집합 $A^c \cap B^c$ 과 B^c 의 원소를 벤다이어그램을 이용하여

나타내면 오른쪽 그림과 같다.

$$A-B=\{5, 7\} \text{이므로}$$

$$A-B \text{의 원소의 합은 } 12$$



25. [출제의도] 로그의 성질을 이해하여 수열의 합을

구하는 문제를 해결한다.

$$\sum_{k=1}^n a_k = \log_2(n^2+n) \text{이므로}$$

$$a_n = \sum_{k=1}^n a_k - \sum_{k=1}^{n-1} a_k \\ = \log_2(n^2+n) - \log_2(n^2-n) \\ = \log_2 \frac{n+1}{n-1} \quad (\text{단, } n \geq 2)$$

$$a_{2n+1} = \log_2 \frac{n+1}{n} \quad (\text{단, } n \geq 1)$$

$$\sum_{n=1}^{15} a_{2n+1} = \log_2 2 + \log_2 \frac{3}{2} + \log_2 \frac{4}{3} + \dots + \log_2 \frac{16}{15} \\ = \log_2 \left(2 \times \frac{3}{2} \times \frac{4}{3} \times \dots \times \frac{16}{15} \right) = 4$$

26. [출제의도] 접선의 방정식을 이해하여 수열의 합을 구한다.

함수 $y=x^3+2$ 의 그래프와 직선 $y=kx$ 는 제3사분면에서 1개의 교점을 갖는다.

함수 $y=x^3+2$ 의 그래프와 직선 $y=kx$ 가 접하는 경우 그 접점의 좌표를 (t, t^3+2) 라 하자.

접선의 방정식은 $y-(t^3+2)=3t^2(x-t)$ 이고

접선이 원점을 지나므로 $t^3=1$

t 는 실수이므로 $t=1$ 이고 접점의 좌표는 $(1, 3)$ 이다.

원점을 지나는 접선의 기울기가 3이므로 $f(3)=2$

$f(1)=1, f(2)=1, k>3$ 인 경우 $f(k)=3$

$$\text{따라서 } \sum_{k=1}^6 f(k) = 1+1+2+3+3+3 = 13$$

27. [출제의도] 표준정규분포표를 이용하여 주어진 문제를 해결한다.

$$F(x)=P(X \leq x)=P\left(Z \leq \frac{x-m}{\sigma}\right)$$

$$F\left(\frac{13}{2}\right)=0.8413, P(0 \leq Z \leq 1)=0.3413 \text{이므로}$$

$$\frac{\frac{13}{2}-m}{\sigma}=1, \sigma=\frac{13}{2}-m \quad \text{…… (1)}$$

$$0.5 \leq F\left(\frac{11}{2}\right) \leq 0.6915 \text{이므로}$$

$$0 \leq \frac{\frac{11}{2}-m}{\sigma} \leq 0.5 \quad \text{…… (2)}$$

(1)에 (2)를 대입하여 정리하면

$$\frac{9}{2} \leq m \leq \frac{11}{2} \text{이고 } m \text{이 자연수이므로}$$

$$m=5, \sigma=\frac{3}{2}$$

$$F(k)=0.9772 \text{이므로}$$

$$\frac{k-5}{\frac{3}{2}}=2, k=8$$

28. [출제의도] 중복조합을 이해하여 순서쌍의 개수를 구한다.

$$180=2^2 \times 3^2 \times 5 \text{이므로}$$

조건 (가)를 만족하는 (a, b, c) 의 개수는

$$a=2^{x_1}3^{y_1}5^{z_1}, b=2^{x_2}3^{y_2}5^{z_2}, c=2^{x_3}3^{y_3}5^{z_3} \text{에서}$$

(단, $i=1, 2, 3$ 에 대하여 x_i, y_i, z_i 는 음이 아닌 정수)

$$x_1+x_2+x_3=2, y_1+y_2+y_3=2, z_1+z_2+z_3=1$$

$${}_3H_2 \times {}_3H_2 \times {}_3H_1 = {}_4C_2 \times {}_4C_2 \times {}_3C_1 = 108 \quad \text{…… (1)}$$

조건 (나)는 $a \neq b, b \neq c, c \neq a$ 이므로

이를 만족하지 않는 경우는

$a=b$ 또는 $a=c$ 또는 $b=c$ 이다.

이 중 $a=b=c$ 인 경우는 존재하지 않는다.

a, b, c 중 두 수가 같은 순서쌍은

$$(1, 1, 180), (2, 2, 45), (3, 3, 20), (6, 6, 5)$$

$$(1, 180, 1), (2, 45, 2), (3, 20, 3), (6, 5, 6)$$

$$(180, 1, 1), (45, 2, 2), (20, 3, 3), (5, 6, 6) \text{이므로}$$

따라서 ⑦, ⑧에 의하여 $108 - 12 = 96$

29. [출제의도] 수열의 균형적 정의를 이용하여 수열의 항의 값을 추론한다.

점 P_1 의 좌표는 $(1, 0)$, 두 점 Q_1, Q_2 의 좌표가 각각 $(0, 0), (1, -1)$ 이고 점 P_1 이 삼각형 $Q_1Q_2Q_3$ 의 무게중심이므로 Q_3 의 좌표는 $(2, 1)$ 이다.
점 P_2 의 좌표는 $(2, a)$, 두 점 Q_2, Q_3 의 좌표가 각각 $(1, -1), (2, 1)$ 이고 점 P_2 는 삼각형 $Q_2Q_3Q_4$ 의 무게중심이므로 Q_4 의 좌표는 $(3, 3a)$ 이다.
같은 방법으로 Q_7 의 좌표를 구하면 $(6, 6a)$ 이고
 Q_{10} 의 좌표를 구하면 $(9, 9a)$ 이므로 $9a = 90, a = 10$
따라서 Q_{13} 의 좌표는 $(12, 120)$ 이므로 $p+q=132$

30. [출제의도] 도형의 평행이동과 함수의 미분가능성을 이해하여 주어진 문제를 해결한다.

함수 $g(x)$ 가 $x=0$ 에서 연속이면

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x) = 9, \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} g(x) = \frac{3}{2}|3k-9| \text{이므로}$$

$$9 = \frac{3}{2}|3k-9|$$

$$|k-3|=2$$

$$k=1 \text{ 또는 } k=5$$

(i) $k=1$ 인 경우

함수 $g(x)h(x)$ 가 $x=3$ 에서 미분가능하므로

$$\begin{aligned} & \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{g(x)h(x) - g(3)h(3)}{x-3} \\ &= \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{(3x-9)h(x)}{x-3} \\ &= \lim_{x \rightarrow 3^+} 3h(x) = 3h(3) \\ & \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{g(x)h(x) - g(3)h(3)}{x-3} \\ &= \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{(9-3x)h(x)}{x-3} \\ &= \lim_{x \rightarrow 3^-} \{-3h(x)\} = -3h(3) \end{aligned}$$

$$3h(3) = -3h(3) \text{이므로}$$

$$h(3) = 0 \quad \dots \quad \textcircled{7}$$

함수 $g(x)h(x)$ 가 $x=0$ 에서 미분가능하므로

$$\begin{aligned} & \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{g(x)h(x) - g(0)h(0)}{x-0} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(9-3x)h(x) - 9h(0)}{x} = 9h'(0) - 3h(0) \\ & \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{g(x)h(x) - g(0)h(0)}{x-0} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\frac{3}{2}(6-3x)h(x) - 9h(0)}{x} \\ &= 9h'(0) - \frac{9}{2}h(0) \end{aligned}$$

$$9h'(0) - 3h(0) = 9h'(0) - \frac{9}{2}h(0), \quad h(0) = 0 \quad \dots \quad \textcircled{8}$$

⑦, ⑧에 의하여 $h(x) = x(x-3)(x+\alpha)$

(단, α 는 상수)이고, 조건 (나)에 의해

$$h'(3) = 27 + 6(\alpha-3) - 3\alpha = 15, \quad 3\alpha = 6, \quad \alpha = 2$$

$$h(x) = x(x-3)(x+2) = x^3 - x^2 - 6x$$

그러므로 $k=1$ 일 때 $h(1) = -6$

(ii) $k=5$ 인 경우

(i)과 같은 방법으로

$$h(3) = h(0) = h(-2) = 0 \text{이고}$$

$$h(x) = x^3 - x^2 - 6x$$

그러므로 $k=5$ 일 때 $h(5) = 70$

(iii) $k \neq 1, k \neq 5$ 인 경우

함수 $g(x)$ 는 $x=0$ 에서 연속이 아니고

함수 $g(x)h(x)$ 가 $x=0$ 에서 연속이므로

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} g(x)h(x) = g(0)h(0)$$

$$\frac{3}{2}|3k-9| \times h(0) = 9h(0)$$

$$h(0) = 0 \quad \dots \quad \textcircled{9}$$

함수 $g(x)h(x)$ 가 $x=0$ 에서 미분가능하므로

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{g(x)h(x) - g(0)h(0)}{x-0} = \frac{3}{2}|3k-9| \times h'(0)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{g(x)h(x) - g(0)h(0)}{x-0} = 9h'(0)$$

$$\frac{3}{2}|3k-9| \times h'(0) = 9h'(0) \text{이므로 } h'(0) = 0 \quad \dots \quad \textcircled{9}$$

함수 $g(x)h(x)$ 가 $x=3$ 에서 미분가능하므로

⑦과 같은 방법으로 $h(3) = 0 \quad \dots \quad \textcircled{10}$

⑩, ⑪, ⑫에 의하여 $h(x)$ 는 x^2 과 $x-3$ 을 인수로

가지므로 $h(x) = x^2(x-3)$, $h'(3) = 9$

조건 (나)를 만족시키지 않으므로 $h(x)$ 는 존재하지 않는다.

따라서 (i), (ii), (iii)에 의해 모든 $h(k)$ 의 값의 합은 $(-6) + 70 = 64$

