

제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. $\sqrt[3]{3} \times \sqrt[3]{9}$ 의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. $\log_2 \sqrt{2} + \log_2 2\sqrt{2}$ 의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 반지름의 길이가 6이고 넓이가 15π 인 부채꼴의 중심각의 크기는? [2점]

① $\frac{\pi}{6}$ ② $\frac{\pi}{3}$ ③ $\frac{\pi}{2}$ ④ $\frac{2}{3}\pi$ ⑤ $\frac{5}{6}\pi$

4. $\frac{\pi}{2} \leq x \leq \pi$ 일 때, 방정식 $\cos x = -\frac{1}{2}$ 의 해는? [3점]

① $\frac{\pi}{2}$ ② $\frac{2}{3}\pi$ ③ $\frac{3}{4}\pi$ ④ $\frac{5}{6}\pi$ ⑤ π

5. 다음은 상용로그표의 일부이다.

수	...	4	5	6	...
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
3.14969	.4983	.4997	...
3.25105	.5119	.5132	...
3.35237	.5250	.5263	...

$\log(3.14 \times 10^{-2})$ 의 값을 위의 표를 이용하여 구한 것은? [3점]

- ① -2.5119 ② -2.5031 ③ -2.4737
 ④ -1.5119 ⑤ -1.5031

7. $(\sqrt{2})^{1+\log_2 3}$ 의 값은? [3점]

- ① $\sqrt{6}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{10}$ ④ $2\sqrt{3}$ ⑤ $\sqrt{14}$

6. $\pi < \theta < \frac{3}{2}\pi$ 인 θ 에 대하여 $\cos \theta = -\frac{2}{3}$ 일 때, $\sin \theta$ 의 값은?

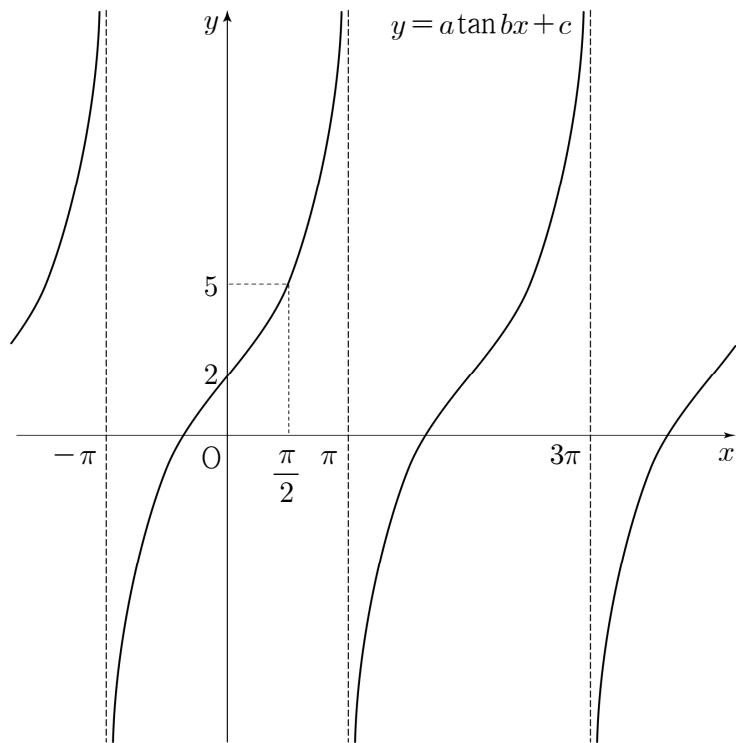
[3점]

- ① $-\frac{\sqrt{5}}{3}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{\sqrt{5}}{3}$ ⑤ $\frac{\sqrt{7}}{3}$

8. $-1 \leq x \leq 2$ 에서 함수 $f(x) = a \times 2^{2-x} + b$ 의 최댓값이 5, 최솟값이 -2일 때, $f(0)$ 의 값은? (단, $a > 0$ 이고, a 와 b 는 상수이다.) [3점]

① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

10. 세 양수 a, b, c 에 대하여 함수 $y = a \tan bx + c$ 의 그래프가 그림과 같을 때, $a \times b \times c$ 의 값은? [3점]



① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

9. 두 상수 a, b 에 대하여 함수 $y = \log_2(x-a)+1$ 의 그래프가 점 $(7, b)$ 를 지나고 점근선이 직선 $x=3$ 일 때, $a+b$ 의 값은? [3점]

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

11. 방정식 $2^{x-6} = \left(\frac{1}{4}\right)^{x^2}$ 의 모든 해의 합은? [3점]

- ① $-\frac{9}{2}$ ② $-\frac{7}{2}$ ③ $-\frac{5}{2}$ ④ $-\frac{3}{2}$ ⑤ $-\frac{1}{2}$

12. 주어진 채널을 통해 신뢰성 있게 전달할 수 있는 최대 정보량을 채널용량이라 한다. 채널용량을 C , 대역폭을 W , 신호전력을 S , 잡음전력을 N 이라 하면 다음과 같은 관계식이 성립한다고 한다.

$$C = W \log_2 \left(1 + \frac{S}{N} \right)$$

대역폭이 15, 신호전력이 186, 잡음전력이 a 인 채널용량이 75일 때, 상수 a 의 값은? (단, 채널용량의 단위는 bps, 대역폭의 단위는 Hz, 신호전력과 잡음전력의 단위는 모두 Watt이다.) [3점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

13. $0 \leq x < 2\pi$ 일 때, 부등식 $3 \sin x - 2 > 0$ 의 해가

$\alpha < x < \beta$ 이다. $\cos(\alpha + \beta)$ 의 값은? [3점]

- ① -1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

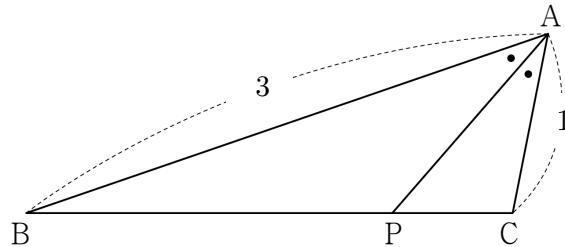
14. $x > 0$ 에서 정의된 함수

$$f(x) = \begin{cases} 0 & (0 < x \leq 1) \\ \log_3 x & (x > 1) \end{cases}$$

에 대하여 $f(t) + f\left(\frac{1}{t}\right) = 2$ 를 만족시키는 모든 양수 t 의 값의 합은? [4점]

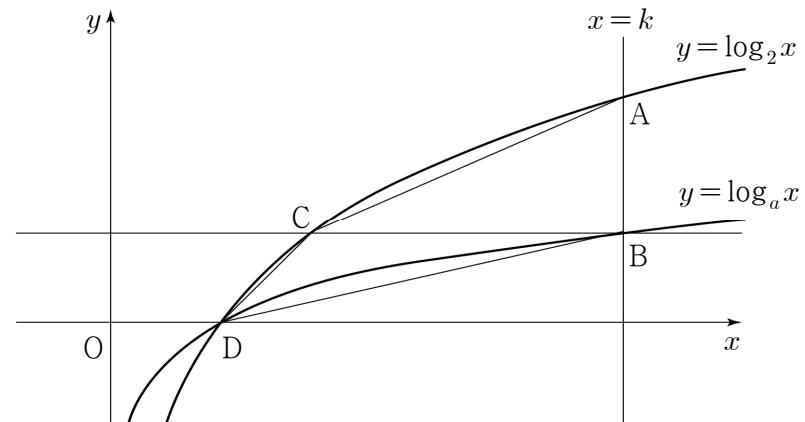
- ① $\frac{76}{9}$ ② $\frac{79}{9}$ ③ $\frac{82}{9}$ ④ $\frac{85}{9}$ ⑤ $\frac{88}{9}$

15. 그림과 같이 $\overline{AB}=3$, $\overline{AC}=1$ 이고 $\angle BAC = \frac{\pi}{3}$ 인 삼각형 ABC가 있다. $\angle BAC$ 의 이등분선이 선분 BC와 만나는 점을 P라 할 때, 삼각형 APC의 외접원의 넓이는? [4점]



- ① $\frac{\pi}{4}$ ② $\frac{5}{16}\pi$ ③ $\frac{3}{8}\pi$ ④ $\frac{7}{16}\pi$ ⑤ $\frac{\pi}{2}$

16. 상수 k 에 대하여 그림과 같이 직선 $x=k$ ($k > 1$)이 두 함수 $y=\log_2 x$, $y=\log_a x$ ($a > 2$)의 그래프와 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 점 B를 지나고 x 축에 평행한 직선이 함수 $y=\log_2 x$ 의 그래프와 만나는 점을 C라 하자. 함수 $y=\log_2 x$ 의 그래프가 x 축과 만나는 점을 D라 할 때, 삼각형 ACB와 삼각형 BCD의 넓이의 비는 3:2이다. 상수 a 의 값은? [4점]

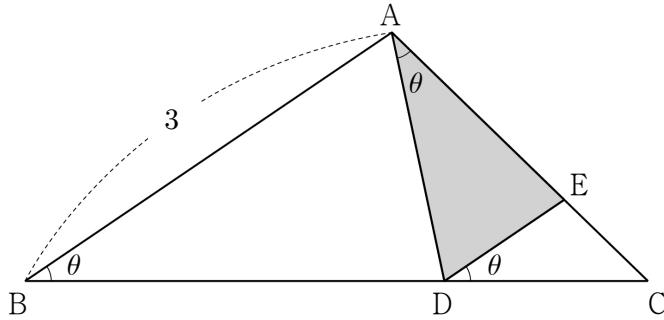


- ① $2\sqrt{2}$ ② 4 ③ $4\sqrt{2}$ ④ 8 ⑤ $8\sqrt{2}$

17. $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$ 인 임의의 실수 θ 에 대하여 그림과 같이 $\overline{AB} = 3$,

$\angle ABC = \theta$, $\angle CAB = 3\theta$ 인 삼각형 ABC가 있다.
선분 BC 위에 점 D를 $\angle DAC = \theta$ 가 되도록 잡고, 선분 AC 위에 점 E를 $\angle EDC = \theta$ 가 되도록 잡는다.

다음은 삼각형 ADE의 넓이 $S(\theta)$ 를 구하는 과정이다.



$\angle ABC = \theta$, $\angle DAB = 2\theta$ 이므로 $\angle BDA = \pi - 3\theta$ 이다.

삼각형 ABD에서 사인법칙에 의하여

$$\frac{\overline{AD}}{\sin \theta} = \frac{\overline{AB}}{\boxed{(가)}}$$

이므로 $\overline{AD} = \frac{3 \sin \theta}{\boxed{(가)}}$ 이다.

또한 $\angle ADE = 2\theta$ 이므로

$$\overline{DE} = \boxed{(나)} \times \overline{AD}^2$$

이다. 따라서 삼각형 ADE의 넓이 $S(\theta)$ 는

$$S(\theta) = \frac{9}{2} \times \left(\frac{\sin \theta}{\sin 3\theta} \right)^3 \times \boxed{(다)}$$

이다.

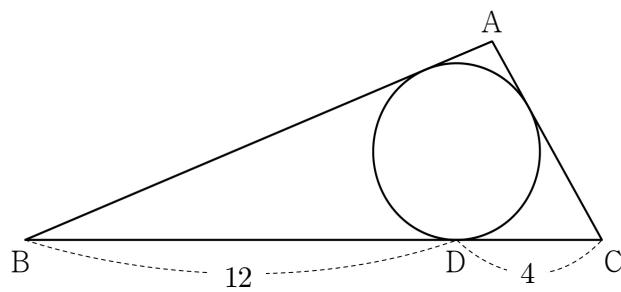
위의 (가), (다)에 알맞은 식을 각각 $f(\theta)$, $g(\theta)$ 라 하고, (나)에 알맞은 수를 p 라 할 때, $p \times f\left(\frac{\pi}{6}\right) \times g\left(\frac{\pi}{12}\right)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{12}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{5}{12}$

18. 반지름의 길이가 $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ 인 원이 삼각형 ABC에 내접하고 있다.

원이 선분 BC와 만나는 점을 D라 하고 $\overline{BD} = 12$, $\overline{DC} = 4$ 일 때,
삼각형 ABC의 둘레의 길이는? [4점]

- ① $\frac{71}{2}$ ② 36 ③ $\frac{73}{2}$ ④ 37 ⑤ $\frac{75}{2}$



19. 부등식

$$(\sqrt{2}-1)^m \geq (3-2\sqrt{2})^{5-n}$$

을 만족시키는 자연수 m, n 의 모든 순서쌍 (m, n) 의 개수는?

[4점]

- ① 17 ② 18 ③ 19 ④ 20 ⑤ 21

20. 자연수 n 에 대하여 직선 $y=1$ 이 곡선 $y=2^x - 1$,
직선 $y=-(1+\log_2 n)x+7$ 과 만나는 점을 각각 A, B라 하자.
두 점 A, B 사이의 거리를 $f(n)$ 이라 할 때, <보기>에서 옳은
것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보기>

$$\neg. f(2)=2$$

$\lhd.$ $f(n) \geq 1$ 을 만족시키는 n 의 개수는 4이다.

$\therefore |f(n)-1| \geq \frac{2}{3}$ 를 만족시키는 n 의 개수는 245이다.

- | | | |
|----------------|----------------------|----------------|
| ① \lhd | ② \lhd | ③ \neg, \lhd |
| ④ \neg, \lhd | ⑤ \neg, \lhd, \lhd | |

21. 상수 k 에 대하여 정의역과 공역이 각각 실수 전체의 집합인 함수

$$f(x) = \begin{cases} 2^{-x-2} - 2 & (x < k) \\ -\log_2(x+2) - 2 & (x \geq k) \end{cases}$$

가 일대일대응이다. 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} \log_2(2-x) + 2 & (x < -k) \\ -2^{x-2} + 2 & (x \geq -k) \end{cases}$$

라 할 때, $f(a) \leq b \leq g(a)$ 를 만족시키는 정수 a, b 의 모든 순서쌍 (a, b) 의 개수는? (단, $-2 \leq a \leq 2$) [4점]

- ① 31 ② 33 ③ 35 ④ 37 ⑤ 39

단답형

22. $5^{\frac{7}{3}} \div 5^{\frac{1}{3}}$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 방정식 $\log_3(x-2)=1$ 의 해를 구하시오. [3점]

24. $\tan \theta = \frac{1}{3}$ 일 때, $50\cos^2 \theta$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. 함수 $y = 2 \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) + k$ 의 그래프가 점 $\left(\frac{\pi}{6}, 2\right)$ 를 지날 때, 상수 k 의 값을 구하시오. [3점]

26. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프는 함수 $y = \log_2 x$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 m 만큼 평행이동한 후 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 그래프와 일치한다. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 점 $(1, 5)$ 를 지날 때, $f(m)$ 의 값을 구하시오. (단, m 은 상수이다.) [4점]

27. 1보다 큰 세 실수 a, b, c 가

$$\log_a b = \frac{\log_b c}{2} = \frac{\log_c a}{3} = k \quad (k \text{는 상수})$$

를 만족시킬 때, $120k^3$ 의 값을 구하시오. [4점]

28. 두 자연수 a, b 에 대하여 좌표평면 위에 두 점

$A(a, \log_4 b), B(1, \log_8 \sqrt[4]{27})$ 이 있다. 선분 AB 를 $2:1$ 로

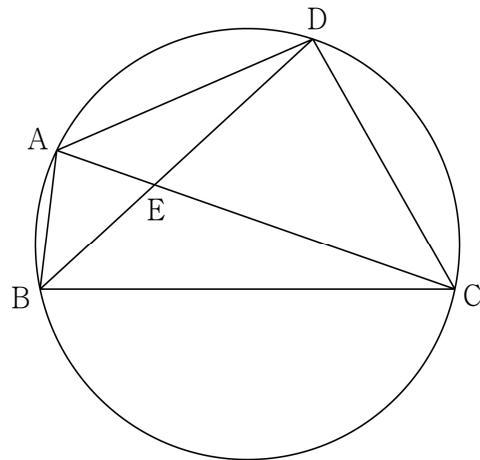
외분하는 점이 곡선 $y = -\log_4(3-x)$ 위에 있고,

집합 $\{n \mid b < 2^n \times a \leq 32b, n \text{은 정수}\}$ 의 모든 원소의
합은 25이다. $a+b$ 의 최댓값을 구하시오. [4점]

29. $\overline{DA} = 2\overline{AB}$, $\angle DAB = \frac{2}{3}\pi$ 이고 반지름의 길이가 1인 원에

내접하는 사각형 ABCD가 있다. 두 대각선 AC, BD의 교점을 E라 할 때, 점 E는 선분 BD를 3:4로 내분한다.

사각형 ABCD의 넓이가 $\frac{q}{p}\sqrt{3}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오.
(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



30. 두 자연수 a, b 에 대하여 세 함수

$$f(x) = \cos \pi x, \quad g(x) = \sin \pi x, \quad h(x) = ax + b$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $0 \leq x \leq 4$ 일 때, 방정식 $(f \circ h)(x) = (h \circ g)\left(\frac{3}{2}\right)$ 의 서로 다른 실근의 개수는 홀수이다.

(나) $0 \leq x \leq 4$ 일 때, 방정식 $(f \circ h)(x) = (h \circ g)(t)$ 의 서로 다른 모든 실근의 합이 56이 되도록 하는 실수 t 가 존재한다.

$\frac{a \times b}{\cos^2 \pi t}$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인 하시오.