



# 2021학년도 경찰대학 1차 시험 (수학)

\* 총 8쪽 25문항(3점 5문항, 4점 15문항, 5점 5문항)입니다.

[1~20] 각 문항의 답을 하나만 고르시오.

1.  $\log_3(\log_{27}x) = \log_{27}(\log_3x)$  가 성립할 때,  $(\log_3x)^2$ 의 값은?  
[3점]

- ①  $\frac{1}{9}$       ②  $\frac{1}{27}$       ③ 3      ④ 9      ⑤ 27

3. 어느 대학에서 신입생 50명을 모집하는데 5000명이 지원하였다. 지원자 5000명의 입학 시험점수는 평균이 63.7점이고 표준편차가 10점인 정규분포를 따르며, 94.6점 이상인 학생들을 대상으로 장학금을 지급한다고 한다. 아래 표준정규분포표를 이용하여 구한 이 대학에 입학하기 위한 최저 점수를  $a$ 라 하고, 장학금을 받는 학생 수를  $b$ 라 할 때,  $a+b$ 의 값은? [3점]

$z$	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.96	0.475
2.33	0.490
2.75	0.497
3.09	0.499

- ① 92      ② 94      ③ 96      ④ 98      ⑤ 100

2.  $x = \frac{1+\sqrt{2}+\sqrt{3}}{1-\sqrt{2}+\sqrt{3}}$  일 때,  $x(x-\sqrt{2})(x-\sqrt{3})$ 의 값은? [3점]

- ①  $2\sqrt{2}+3\sqrt{3}$       ②  $3\sqrt{2}+2\sqrt{3}$       ③  $2(\sqrt{2}+\sqrt{3})$   
④  $3\sqrt{2}+\sqrt{6}$       ⑤  $\sqrt{6}+2\sqrt{3}$

4.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{x-2} = 4$ ,  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x)}{x-4} = 2$ 를 만족시키는 다항함수  $f(x)$ 에 대하여 방정식  $f(x)=0$ 이 구간  $[2, 4]$ 에서 적어도  $m$ 개의 서로 다른 실근을 갖는다.  $m$ 의 값은? [3점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

5. 곡선  $y = x^2 - 1$  위의 점  $(t, t^2 - 1)$ 에서의 접선을  $l$ 이라 하자.  
곡선  $y = x^2 - 1$ 과 직선  $l$  및 두 직선  $x = 0$ ,  $x = 1$ 로 둘러싸인 도형의 넓이의 최솟값은? (단,  $0 < t < 1$ ) [4점]

①  $\frac{1}{21}$       ②  $\frac{1}{18}$       ③  $\frac{1}{15}$       ④  $\frac{1}{12}$       ⑤  $\frac{1}{9}$

7. 모든 항이 양수이고 공비가 서로 같은 두 등비수열  $\{a_n\}$ ,  $\{b_n\}$ 이 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_n b_n = \frac{(a_{n+1})^2 + 4(b_{n+1})^2}{5}$$

를 만족시킬 때, 공비의 최댓값은? [4점]

①  $\frac{5\sqrt{5}}{2}$       ②  $\frac{5}{2}$       ③  $\frac{\sqrt{5}}{2}$       ④  $\sqrt{5}$       ⑤ 1

6. 어느 대학은 방문자가 있을 때 코로나19 발열 검사를 실시하고 그 결과가 정상이면 그날 지정된 색의 종이 밴드를 손목에 채워 들여보낸다. 종이 밴드는 빨간색 밴드, 주황색 밴드, 노란색 밴드, 초록색 밴드, 파란색 밴드가 있고, 그날 사용할 밴드는 전날 사용한 밴드의 색과 다른 한 색을 임의로 선택하여 그 색의 밴드를 사용한다. 첫날 파란색 밴드를 사용하였을 때, 다섯째 날 파란색 밴드를 사용할 확률은? (단, 각각의 밴드의 개수는 충분히 많다.) [4점]

①  $\frac{13}{64}$       ②  $\frac{17}{64}$       ③  $\frac{21}{64}$       ④  $\frac{25}{64}$       ⑤  $\frac{29}{64}$

8. 모든 자리의 수의 합이 10인 다섯 자리 자연수 중 숫자 1, 2, 3을 각각 한 번 이상 사용하는 자연수의 개수는? [4점]

① 120      ② 132      ③ 146      ④ 158      ⑤ 170

9.  $a_1 = 1$ 인 수열  $\{a_n\}$ 이 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$(4 - a_{n+1})(2 + a_n) = 8$$

을 만족시킬 때,  $\sum_{k=1}^9 \frac{8}{a_k}$ 의 정수 부분은? [4점]

- ① 43      ② 44      ③ 45      ④ 46      ⑤ 47

11. 함수  $g(x)$ 와 수열  $\{a_n\}$ 이 음이 아닌 모든 정수  $k$ 와 모든 자연수  $m$ 에 대하여

$$a_1 = 1, a_2 = 3, a_{2k+1} + 2a_m = g(m+k)$$

를 만족시킬 때,  $\sum_{k=1}^{10} g(k)$ 의 값은? [4점]

- ① 170      ② 180      ③ 190      ④ 200      ⑤ 210

10.  $n$ 쌍의 부부로 구성된 어느 모임의 모든 사람에게 1, 2, 3 중의 한 숫자가 적힌 카드를 한 장씩 임의로 나누어준 후, 카드를 받은 사람들이 1, 2, 3 중의 한 숫자를 임의로 적도록 한다. 남편이 적은 수가 아내가 받은 카드에 적힌 수와 일치하고, 아내가 적은 수가 남편이 받은 카드에 적힌 수와 일치하는 부부에게만 상품을 주기로 한다. 상품을 받는 부부가 2쌍 이하일 확률이  $\frac{57}{32}\left(\frac{8}{9}\right)^n$  일 때, 자연수  $n$ 의 값은?

[4점]

- ① 4      ② 5      ③ 6      ④ 7      ⑤ 8

12.  $a > 1$ 인 실수  $a$ 에 대하여 함수  $f(x) = a^{2x} + 4a^x - 2$ 가 구간  $[-1, 1]$ 에서 최댓값 10을 갖는다. 구간  $[-1, 1]$ 에서 함수  $f(x)$ 의 최솟값은? [4점]

- ①  $\frac{1}{4}$       ②  $-\frac{1}{4}$       ③  $\frac{1}{2}$       ④  $-\frac{1}{2}$       ⑤ 1

13. 곡선  $y = x^3 + 1$  위의 점  $(1, 2)$ 에서의 접선을  $l$ 이라 하자. 중심이  $y$ 축 위에 있는 원이 점  $(1, 2)$ 에서 직선  $l$ 에 접할 때, 이 원의 넓이는? [4점]

- ①  $\frac{5}{9}\pi$     ②  $\frac{8}{9}\pi$     ③  $\pi$     ④  $\frac{10}{9}\pi$     ⑤  $\frac{13}{9}\pi$

15. 함수  $y = 2^x - \sqrt{2}$ 의 그래프 위의 점  $P$ 를 지나고 기울기가  $-1$ 인 직선이  $x$ 축과 만나는 점을  $Q$ 라 하자. 자연수  $n$ 에 대하여  $\overline{PQ} = n$ 일 때, 점  $P$ 의  $x$ 좌표를  $a_n$ 이라 하자.  $\sum_{n=1}^6 a_n$ 의 정수 부분은? (단, 점  $P$ 는 제1사분면에 있다.) [4점]

- ① 10    ② 11    ③ 12    ④ 13    ⑤ 14

14.  $(x-y+1)^{n+2}$ 의 전개식에서  $x^n y^2$ 의 계수를  $f(n)$ 이라 할 때,

$$\frac{1}{f(1)} + \frac{1}{f(2)} + \frac{1}{f(3)} + \cdots + \frac{1}{f(2020)} = \frac{a}{b}$$

이다.  $a+b$ 의 값은? (단,  $a, b$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

- ① 2019    ② 2020    ③ 2021    ④ 2022    ⑤ 2023

16. 점 A(1, 0)과 곡선  $y = 2 - x^2$  위의 점 P에 대하여 선분 AP의 길이를 k라 하자.  $k^2$ 의 최솟값은? [4점]

$$\textcircled{1} \frac{5-3\sqrt{3}}{2}$$

$$\textcircled{2} \frac{6+\sqrt{3}}{2}$$

$$\textcircled{3} \frac{11-6\sqrt{3}}{4}$$

$$\textcircled{4} \frac{5+3\sqrt{3}}{4}$$

$$\textcircled{5} \frac{12-5\sqrt{3}}{4}$$

18. 두 함수  $f(x) = x^4(x-a)$ ,  $g(x) = k(x-1)(x-b)$ 의 그래프가 직선  $y = x-1$ 에 접한다. 함수  $f(x)$ 의 그래프와  $x$ 축으로 둘러싸인 부분의 넓이가 함수  $g(x)$ 의 그래프와  $x$ 축으로 둘러싸인 부분의 넓이와 같을 때, 세 상수  $a$ ,  $b$ ,  $k$ 에 대하여  $abk$ 의 값은? (단,  $b > 1$ ) [5점]

$$\textcircled{1} -2-\sqrt{5}$$

$$\textcircled{2} -1-\sqrt{5}$$

$$\textcircled{3} -\sqrt{5}$$

$$\textcircled{4} 1-\sqrt{5}$$

$$\textcircled{5} 2-\sqrt{5}$$

17.  $n \geq 2$ 인 자연수  $n$ 에 대하여 직선  $x = n$ 의 함수  $y = \log_{\frac{1}{2}}(2x-m)$ 의 그래프와 한 점에서 만나고, 직선  $y = n$ 의 함수  $y = |2^{-x} - m|$ 의 그래프와 두 점에서 만나도록 하여 모든 자연수  $m$ 의 값의 합을  $a_n$ 이라 하자.  $\sum_{n=5}^{10} \frac{1}{a_n}$ 의 값은? [5점]

$$\textcircled{1} \frac{1}{10} \quad \textcircled{2} \frac{1}{20} \quad \textcircled{3} \frac{1}{30} \quad \textcircled{4} \frac{1}{40} \quad \textcircled{5} \frac{1}{50}$$

19. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수  $f(x)$ 의 도함수  $f'(x)$ 는  $x=-1$ 에서 최솟값을 갖는다. 방정식

$$|f(x) - f(-3)| = k$$

가 서로 다른 네 실근을 갖도록 하는 실수  $k$ 의 값의 범위는  $0 < k < m$ 이다. 실수  $m$ 의 최댓값은? [5점]

- ① 8      ② 16      ③ 24      ④ 32      ⑤ 40

20.  $\overline{AB} = 5$ ,  $\overline{BC} = 7$ ,  $\overline{AC} = 6$ 인 삼각형 ABC가 있다. 두 선분 AB, AC 위에 삼각형 ADE의 외접원이 선분 BC에 접하도록 점 D, E를 각각 잡을 때, 선분 DE의 길이의 최솟값은?

[5점]

- ①  $\frac{64}{15}$       ②  $\frac{81}{20}$       ③ 4      ④  $\frac{121}{30}$       ⑤  $\frac{144}{35}$

[21~25] 각 문항의 답을 답안지에 기재하시오.

21. 자연수  $n$ 에 대하여  $0 \leq x \leq 2\pi$ 에서 방정식  $|\sin nx| = \frac{2}{3}$ 의

서로 다른 실근의 개수를  $a_n$ , 서로 다른 모든 실근의 합을  $b_n$ 이라 할 때,  $a_5 b_6 = k\pi$ 이다. 자연수  $k$ 의 값을 구하시오.

[3점]

23.  $\log_a b = \frac{3}{2}$ ,  $\log_c d = \frac{3}{4}$  만족시키는 자연수  $a, b, c, d$ 에 대하여  $a - c = 19$ 일 때,  $b - d$ 의 값을 구하시오. [4점]

22. 두 함수  $f(x) = -x^2 + 4x$ ,  $g(x) = 2x - a$ 에 대하여 함수

$h(x) = \frac{1}{2} \{f(x) + g(x) + |f(x) - g(x)|\}$ 가 극솟값 3을 가질 때,

$\int_0^4 h(x) dx$ 의 값을 구하시오. (단,  $a$ 는 상수이다.) [4점]

24. 다음 조건을 만족시키는 자연수  $a, b, c, d, e$ 의 모든 순서쌍  $(a, b, c, d, e)$ 의 개수를 구하시오. [4점]

(가)  $ab(c+d+e)=12$

(나)  $a, b, c, d, e$  중에서 적어도 2개는 짝수이다.

25. 좌표평면 위에 5개의 점  $P_1(-2, 1), P_2(-1, 2), P_3(0, 3), P_4(1, 2), P_5(2, 4)$ 가 있다. 점  $P_i (i = 1, 2, 3, 4, 5)$ 의  $x$ 좌표를  $x_i$ ,  $y$ 좌표를  $y_i$ 라 할 때,  $\sum_{i=1}^5 (ax_i + b - y_i)^2$ 의 값이 최소가 되도록 하는 두 실수  $a, b$ 에 대하여  $a+b$ 의 값을 구하시오.

[5점]

※ 확인사항

▷ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입 · 표기 했는지 확인하시오.