

제 2 교시

수학 영역 (가형)

5지선 다형

1. 두 벡터 $\vec{a} = (3, -2)$, $\vec{b} = (2, -6)$ 에 대하여
벡터 $\vec{a} - \vec{b}$ 의 모든 성분의 합은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 + 2x}{e^{3x} - 1}$ 의 값은? [2점]

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{5}{6}$ ⑤ 1

3. 좌표공간의 두 점 $A(1, 0, 2)$, $B(2, 0, a)$ 에 대하여
선분 AB를 1:2로 외분하는 점이 원점일 때, a 의 값은? [2점]

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

4. 두 사건 A , B 가 서로 독립이고

$$P(A) = \frac{2}{3}, P(A \cup B) = \frac{7}{9}$$

일 때, $P(B)$ 의 값은? [3점]

① $\frac{2}{9}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{4}{9}$ ④ $\frac{5}{9}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

5. 부등식 $\log_3(x-3) + \log_3(x+3) \leq 3$ 을 만족시키는 모든 정수 x 의 값의 합은? [3점]

① 15 ② 17 ③ 19 ④ 21 ⑤ 23

7. 두 점 $F(5, 0)$, $F'(-5, 0)$ 을 초점으로 하는 타원이 있다. 점 F' 을 지나고 기울기가 양수인 직선과 타원의 교점을 각각 A , B 라 하자. 삼각형 ABF 의 둘레의 길이가 52 일 때, 타원의 단축의 길이는? [3점]

① 16 ② 18 ③ 20 ④ 22 ⑤ 24

6. 한 개의 주사위를 5 번 던져서 나오는 다섯 눈의 수의 곱이 짝수일 확률은? [3점]

① $\frac{23}{32}$ ② $\frac{25}{32}$ ③ $\frac{27}{32}$ ④ $\frac{29}{32}$ ⑤ $\frac{31}{32}$

8. 곡선 $xy - y^3 \ln x = 2$ 에 대하여 $x = 1$ 일 때, $\frac{dy}{dx}$ 의 값은?

[3점]

- ① 0 ② 2 ③ 4 ④ 6 ⑤ 8

9. 함수 $f(x) = e^{x^3 + 2x - 2}$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때, $g'(e)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{e}$ ② $\frac{1}{3e}$ ③ $\frac{1}{5e}$ ④ $\frac{1}{7e}$ ⑤ $\frac{1}{9e}$

10. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 가

$$\int_a^x f(t) dt = (x + a - 4)e^x$$

을 만족시킬 때, $f(a)$ 의 값은? (단, a 는 상수이다.) [3점]

- ① e ② e^2 ③ e^3 ④ e^4 ⑤ e^5

11. 양수 k 에 대하여 함수 $f(x)=3^{x-1}+k$ 의 역함수의 그래프를 x 축의 방향으로 k^2 만큼 평행이동시킨 곡선을 $y=g(x)$ 라 하자. 두 곡선 $y=f(x)$, $y=g(x)$ 의 점근선의 교점이 직선 $y=\frac{1}{3}x$ 위에 있을 때, k 의 값은? [3점]

- ① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

12. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 에 대하여 함수 $h(x)$ 를

$$h(x)=(g \circ f)(x)$$

라 할 때, 두 함수 $f(x)$, $h(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(1)=2$, $f'(1)=3$

(나) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{h(x)-5}{x-1}=12$

$g(2)+g'(2)$ 의 값은? [3점]

- ① 5 ② 7 ③ 9 ④ 11 ⑤ 13

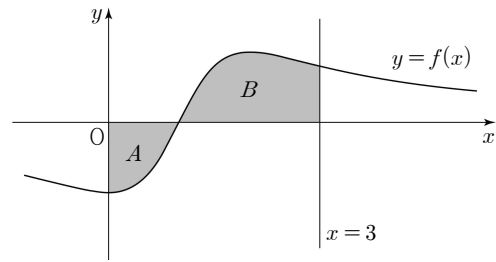
13. 주머니에 1, 2, 3, 4의 숫자가 하나씩 적혀 있는 4개의 공이 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 2개의 공을 동시에 꺼낼 때, 꺼낸 공에 적혀 있는 숫자의 합이 소수이면 1개의 동전을 2번 던지고, 소수가 아니면 1개의 동전을 3번 던진다. 동전의 앞면이 2번 나왔을 때, 꺼낸 2개의 공에 적혀 있는 숫자의 합이 소수일 확률은? [3점]

- ① $\frac{2}{7}$ ② $\frac{5}{14}$ ③ $\frac{3}{7}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{4}{7}$



14. 함수 $f(x) = \frac{2x-2}{x^2-2x+2}$ 에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 와 x 축 및 y 축으로 둘러싸인 영역을 A , 곡선 $y=f(x)$ 와 x 축 및 직선 $x=3$ 으로 둘러싸인 영역을 B 라 하자. 영역 A 의 넓이와 영역 B 의 넓이의 합은? [4점]

- ① $2\ln 2$ ② $\ln 6$ ③ $3\ln 2$ ④ $\ln 10$ ⑤ $\ln 12$



15. $\tan \alpha = -\frac{5}{12}$ ($\frac{3}{2}\pi < \alpha < 2\pi$) 이고 $0 \leq x < \frac{\pi}{2}$ 일 때, 부등식

$$\cos x \leq \sin(x + \alpha) \leq 2\cos x$$

를 만족시키는 x 에 대하여 $\tan x$ 의 최댓값과 최솟값의 합은?
[4점]

- ① $\frac{31}{12}$ ② $\frac{37}{12}$ ③ $\frac{43}{12}$ ④ $\frac{49}{12}$ ⑤ $\frac{55}{12}$

16. 확률변수 X 가 평균이 m , 표준편차가 σ 인 정규분포를 따를 때, 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(t)$ 는

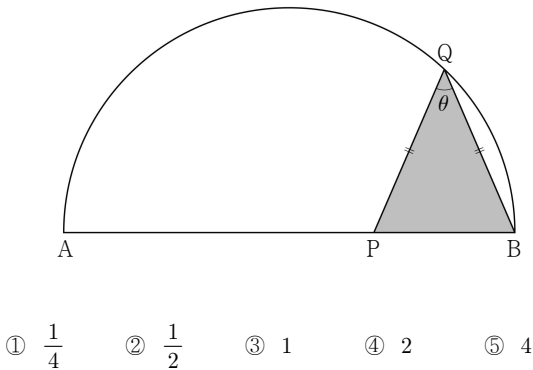
$$f(t) = P(t \leq X \leq t+2)$$

이다. 함수 $f(t)$ 는 $t=4$ 에서 최댓값을 갖고, $f(m) = 0.3413$ 이다. 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 $f(7)$ 의 값을 구한 것은? [4점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938

- ① 0.1359 ② 0.0919 ③ 0.0606
④ 0.0440 ⑤ 0.0166

17. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원이 있다. 선분 AB 위의 점 P에 대하여 $\overline{QB} = \overline{QP}$ 를 만족시키는 반원 위의 점을 Q라 할 때, $\angle BQP = \theta \left(0 < \theta < \frac{\pi}{2}\right)$ 라 하자.
- 삼각형 QPB의 넓이를 $S(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{\theta^3}$ 의 값은?
- [4점]



18. 앞면에 숫자 1, 2, 3, 4, 5가 하나씩 적혀 있는 5장의 카드가 상자에 들어 있다. 이 상자에서 임의로 3장의 카드를 한 장씩 꺼내고, 꺼낸 순서대로 카드의 뒷면에 숫자 1, 2, 3을 차례로 적는다. 이 3장의 카드 중 앞뒤 양쪽 면에 서로 다른 숫자가 적혀 있는 카드의 개수를 확률변수 X 라 하자.
- 예를 들어, 꺼낸 카드의 앞면에 적혀 있는 숫자가 차례로 4, 1, 3인 경우는 $X=2$ 이다. 다음은 확률변수 X 의 평균 $E(X)$ 를 구하는 과정이다. (단, 상자에서 꺼내기 전 카드의 뒷면에는 숫자가 적혀 있지 않고, 꺼낸 카드는 상자에 다시 넣지 않는다.)

상자에 들어 있는 5장의 카드 중에서 임의로 3장의 카드를 한 장씩 꺼내고, 꺼낸 순서대로 카드의 뒷면에 숫자 1, 2, 3을 차례로 적는 경우의 수는 ${}_5P_3 = 60$ 이다.

확률변수 X 가 가질 수 있는 값은 0, 1, 2, 3이므로

(i) $X=0$ 인 사건은

3장의 카드 모두 앞뒤 양쪽 면에 적혀 있는 숫자가 서로 같은 경우이다. 그러므로

$$P(X=0) = \frac{1}{60}$$

(ii) $X=1$ 인 사건은

앞뒤 양쪽 면에 적혀 있는 숫자가 서로 다른 카드가 1장이고, 나머지 2장의 카드는 앞뒤 양쪽 면에 적혀 있는 숫자가 서로 같은 경우이다. 그러므로

$$P(X=1) = \boxed{\text{(가)}}$$

(iii) $X=2$ 인 사건은

앞뒤 양쪽 면에 적혀 있는 숫자가 서로 다른 카드가 2장이고, 나머지 1장의 카드는 앞뒤 양쪽 면에 적혀 있는 숫자가 서로 같은 경우이다. 그러므로

$$P(X=2) = \boxed{\text{(나)}}$$

(iv) $X=3$ 인 사건의 경우에는

확률질량함수의 성질에 의하여

$$P(X=3) = 1 - \left(\frac{1}{60} + \boxed{\text{(가)}} + \boxed{\text{(나)}} \right)$$

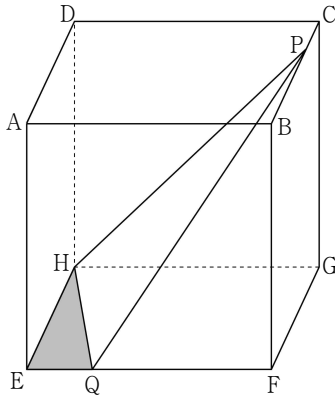
이다. 따라서

$$E(X) = \sum_{k=0}^3 \{k \times P(X=k)\} = \boxed{\text{(다)}}$$

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 a, b, c 라 할 때, $10a + 20b + 5c$ 의 값은? [4점]

- ① 20 ② 24 ③ 28 ④ 32 ⑤ 36

19. 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AD}$ 이고 $\overline{AE} = \sqrt{15}$ 인 직육면체 $ABCD-EFGH$ 가 있다. 선분 BC 위의 점 P 와 선분 EF 위의 점 Q 에 대하여 삼각형 PHQ 의 평면 $EFGH$ 위로의 정사영은 한 변의 길이가 4인 정삼각형이다. 삼각형 EQH 의 평면 PHQ 위로의 정사영의 넓이는? [4점]



- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ 1 ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{5}{3}$

20. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$f(1+x) = f(1-x), \quad f(2+x) = f(2-x)$$

를 만족시킨다. 실수 전체의 집합에서 $f'(x)$ 가 연속이고,

$$\int_2^5 f'(x) dx = 4 \text{ 일 때, } \langle \text{보기} \rangle \text{에서 옳은 것만을 있는 대로}$$

고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. 모든 실수 x 에 대하여 $f(x+2) = f(x)$ 이다.

ㄴ. $f(1) - f(0) = 4$

ㄷ. $\int_0^1 f(f(x))f'(x)dx = 6$ 일 때, $\int_1^{10} f(x)dx = \frac{27}{2}$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. $0 < t < 1$ 인 실수 t 에 대하여 직선 $y = t$ 와

함수 $f(x) = \sin x \left(0 < x < \frac{\pi}{2}\right)$ 의 그래프가 만나는 점을 P 라
할 때, 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 P 에서 그은 접선의 x 절편을
 $g(t)$ 라 하자. $g'\left(\frac{2\sqrt{2}}{3}\right)$ 의 값은? [4점]

- ① -28 ② -24 ③ -20 ④ -16 ⑤ -12

단답형

22. ${}_5P_2 \times {}_5C_2$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. $\sec \theta = 10$ 일 때, $\tan^2 \theta$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 이항분포 $B(72, p)$ 를 따르는 확률변수 X 에 대하여
 $E(2X-3)=45$ 일 때, $V(2X-3)$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(1)=0$
 (나) 0이 아닌 모든 실수 x 에 대하여

$$\frac{xf'(x)-f(x)}{x^2} = xe^x$$
 이다.

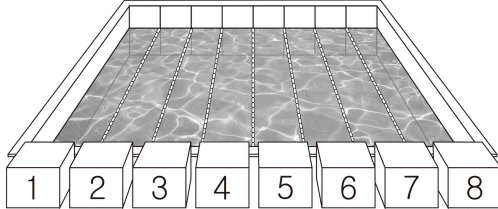
- $f(3) \times f(-3)$ 의 값을 구하시오. [4점]

25. 좌표평면 위를 움직이는 점 P 의 시각 $t (t > 0)$ 에서의 위치
 $P(x, y)$ 가

$$x = t + \ln t, \quad y = \frac{1}{2}t^2 + t$$

- 이다. $\frac{dx}{dt} = \frac{dy}{dt}$ 일 때, 점 P 의 속도를 \vec{v} 라 하자. $|\vec{v}|^2$ 의
 값을 구하시오. [3점]

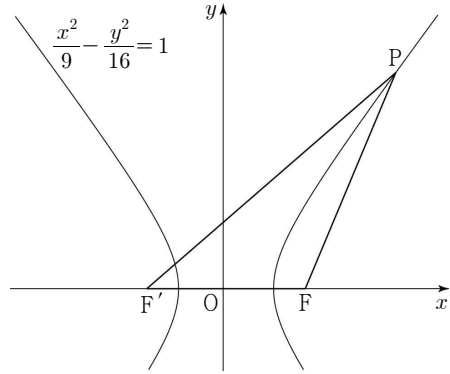
27. 어느 수영장에 1번부터 8번까지 8개의 레인이 있다.
3명의 학생이 서로 다른 레인의 번호를 각각 1개씩 선택할 때,
3명의 학생이 선택한 레인의 세 번호 중 어느 두 번호도
연속되지 않도록 선택하는 경우의 수를 구하시오. [4점]



28. 그림과 같이 두 점 F, F' 을 초점으로 하는

쌍곡선 $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$ 의 제1사분면 위의 점을 P 라 하자.

삼각형 $PF'F$ 에 내접하는 원의 반지름의 길이가 3일 때,
이 원의 중심을 Q 라 하자. 원점 O 에 대하여 \overline{OQ}^2 의 값을
구하시오. (단, 점 F 의 x 좌표는 양수이다.) [4점]



29. 중심이 O 이고 반지름의 길이가 1 인 원이 있다.
 양수 x 에 대하여 원 위의 서로 다른 세 점 A, B, C 가

$$x\overrightarrow{OA} + 5\overrightarrow{OB} + 3\overrightarrow{OC} = \vec{0}$$

를 만족시킨다. $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB}$ 의 값이 최대일 때, 삼각형 ABC 의 넓이를 S 라 하자. $50S$ 의 값을 구하시오. [4점]

30. $x = a (a > 0)$ 에서 극댓값을 갖는 사차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 가

$$g(x) = \begin{cases} \frac{1 - \cos \pi x}{f(x)} & (f(x) \neq 0) \\ \frac{7}{128} \pi^2 & (f(x) = 0) \end{cases}$$

일 때, 함수 $g(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 미분가능하고 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $g'(0) \times g'(2a) \neq 0$

(나) 함수 $g(x)$ 는 $x = a$ 에서 극값을 갖는다.

$g(1) = \frac{2}{7}$ 일 때, $g(-1) = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인 하시오.