

제 2 교시

수학 영역

5 지 선 다형

1. 두 집합 $A = \{1, 2, 4, 8, 16\}$, $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여
집합 $A \cap B$ 의 원소의 개수는? [2 점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 다항식 $x^3 - 8$ 이 $(x-a)(x^2+bx+4)$ 로 인수분해될 때, 두 상수 a , b 에 대하여 $a+b$ 의 값은? [2 점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. 두 다항식 $A = 5x^2 - 9x + 1$, $B = 2x^2 + 3x - 4$ 에 대하여
 $A + 2B$ 를 간단히 하면? [2 점]

- ① $9x^2 - 3x - 7$ ② $9x^2 + 5x - 5$ ③ $10x^2 - 3x - 7$
④ $10x^2 - 3x - 3$ ⑤ $11x^2 + 5x - 7$

4. 연립방정식

$$\begin{cases} y = 2x + 3 \\ x^2 + y = 2 \end{cases}$$

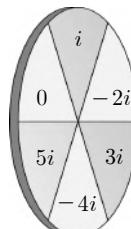
의 해를 $x = a$, $y = b$ 라 할 때, $a + 3b$ 의 값은? [3 점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

5. 두 상수 a , b 에 대하여 부등식 $|x+a| \leq 8$ 의 해가 $b \leq x \leq 2$ 일 때, $a-b$ 의 값은? [3 점]

① 17 ② 18 ③ 19 ④ 20 ⑤ 21

7. 복소수 $0, i, -2i, 3i, -4i, 5i$ 가 적힌 다크판에 3 개의 다크를 던져 맞히는 게임이 있다. 3 개의 다크를 모두 다크판에 맞혔을 때, 얻을 수 있는 세 복소수를 a, b, c 라 하자. $a^2 - bc$ 의 최솟값은? (단, $i = \sqrt{-1}$ 이고 경계에 맞는 경우는 없다.) [3 점]



① -49 ② -47 ③ -45 ④ -43 ⑤ -41

6. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ 에 대하여 조건 p 가

$p : x$ 는 짝수 또는 6의 약수이다.

일 때, 조건 $\sim p$ 의 진리집합의 모든 원소의 합은? [3 점]

① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

8. 두 실수 a , b 에 대하여 $a+b=3$, $a^2+b^2=7$ 일 때, a^4+b^4 의 값은? [3 점]

- ① 39 ② 41 ③ 43 ④ 45 ⑤ 47

10. 좌표평면 위의 세 점 A(-2, 0), B(4, 0), C(1, 2)를 지나는 원이 있다. 이 원의 중심의 좌표를 (p, q) 라 할 때, $p+q$ 의 값은? [3 점]

- ① $-\frac{3}{4}$ ② $-\frac{5}{8}$ ③ $-\frac{1}{2}$ ④ $-\frac{3}{8}$ ⑤ $-\frac{1}{4}$

9. 삼차방정식 $x^3+x^2+x-3=0$ 의 두 허근을 각각 z_1 , z_2 라 할 때, $z_1\bar{z_1}+z_2\bar{z_2}$ 의 값은? (단, $\bar{z_1}$, $\bar{z_2}$ 는 각각 z_1 , z_2 의 복소수이다.) [3 점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

11. 좌표평면 위의 두 점 A(1, 1), B(3, a)에 대하여 선분 AB의 수직이등분선이 원 $(x+2)^2 + (y-5)^2 = 4$ 의 넓이를 이등분할 때, 상수 a 의 값은? [3 점]

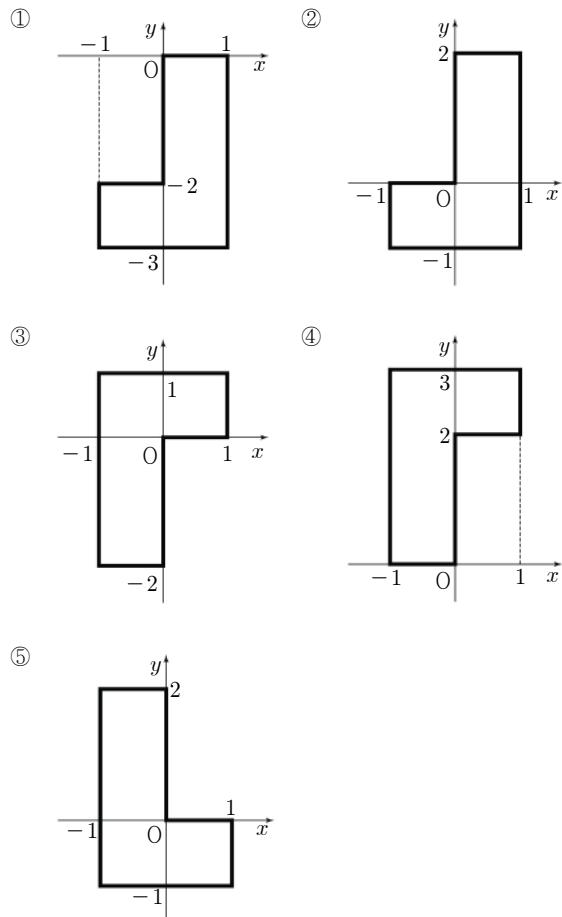
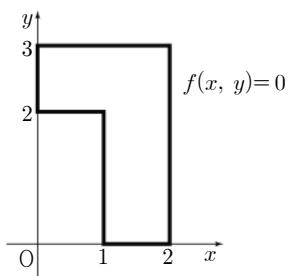
① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

12. 어느 가게에서 판매하는 각 과일 세트의 구성과 가격이 다음 표와 같을 때, D세트의 가격은? (단, 같은 종류의 과일 가격은 동일하다.) [3 점]

구성 세트	과일 세트 구성			가격 (원)
	포도 (송이)	사과 (개)	바나나 (송이)	
A세트	2	1	0	5,500
B세트	0	2	1	6,000
C세트	1	0	2	8,000
D세트	1	2	2	?

- ① 10,500 원 ② 11,000 원 ③ 11,500 원
 ④ 12,000 원 ⑤ 12,500 원

13. 좌표평면에서 방정식 $f(x, y) = 0$ 이 나타내는 도형이 그림과 같은 □ 모양일 때, 다음 중 방정식 $f(x+1, 2-y)=0$ 이 좌표평면에 나타내는 도형은? [3 점]



14. 두 실수 x, y 에 대하여 두 조건 p, q 가

$$p : 3x - 4y + 5 \geq 0$$

$$q : x^2 + (y-a)^2 \leq a^2$$

일 때, p 는 q 이기 위한 필요조건이 되도록 하는 양수 a 의 최댓값은? [4 점]

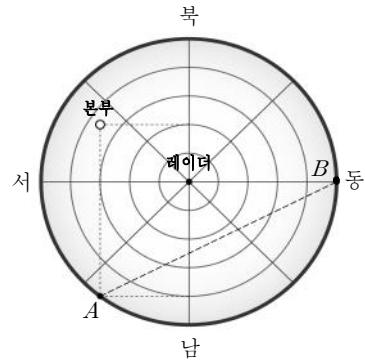
- ① $\frac{2}{9}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{4}{9}$ ④ $\frac{5}{9}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

15. 직선 $y = -\frac{1}{2}x - 3$ 을 x 축의 방향으로 a 만큼 평행이동한 후

직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 직선을 l 이라 하자. 직선 l 이 원 $(x+1)^2 + (y-3)^2 = 5$ 와 접하도록 하는 모든 상수 a 의 값의 합은? [4 점]

- ① 14 ② 15 ③ 16 ④ 17 ⑤ 18

16. 일정 거리 안에 있는 물체를 감지할 수 있는 레이더의 화면이 그림과 같다. 레이더 화면의 중심에 레이더의 위치가 표시되고 있으며 레이더 화면의 중심에서 서쪽으로 30 cm, 북쪽으로 20 cm 떨어진 지점에 본부의 위치가 표시되고 있다.



레이더 화면의 중심에서 서쪽으로 30 cm, 남쪽으로 40 cm 떨어진 지점을 A , 레이더 화면의 중심에서 동쪽으로 50 cm 떨어진 지점을 B 라 하자. 어떤 물체가 레이더 화면의 A 지점에서 나타나서 B 지점을 향해 일직선으로 지나갔다. 이 물체가 본부와 가장 가까워졌을 때의 레이더 화면상의 거리가 a cm이다. a 의 값은? (단, 레이더 화면은 평면에 원으로 표시되며 본부와 물체의 크기는 무시한다.) [4 점]

- ① $\frac{71\sqrt{5}}{3}$ ② $24\sqrt{5}$ ③ $\frac{73\sqrt{5}}{3}$
 ④ $\frac{74\sqrt{5}}{3}$ ⑤ $25\sqrt{5}$

17. 모든 실수 x 에 대하여 다항식 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(x) < 0$

(나) $\{f(x+1)\}^2 - 9 = (x-1)(x+1)(x^2+5)$

다항식 $f(x+a)$ 를 $x-2$ 로 나눈 나머지가 -6 이 되도록 하는 모든 상수 a 의 값의 합은? [4 점]

- ① -9 ② -7 ③ -5 ④ -3 ⑤ -1

18. 양수 k 에 대하여 이차함수 $y = -\frac{x^2}{2} + k$ 의 그래프와 직선

$y = mx$ 가 만나는 서로 다른 두 점을 각각 A, B 라 하자. 다음은 실수 m 의 값에 관계없이 $\frac{1}{OA} + \frac{1}{OB}$ 이 일정한 값을 갖기 위한 k 의 값을 구하는 과정이다. (단, O는 원점이다.)

두 점 A, B의 x 좌표를 각각 $\alpha, \beta (\alpha < 0 < \beta)$ 라 하면

α, β 는 이차방정식 $-\frac{x^2}{2} + k = mx$ 의 근이므로

이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해

$$\alpha + \beta = -2m, \alpha\beta = -2k$$

두 점 A, B는 직선 $y = mx$ 위의 점이므로

$$A(\alpha, m\alpha), B(\beta, m\beta)$$

$$\overline{OA} = -\alpha \times \boxed{(가)}, \overline{OB} = \beta \times \boxed{(가)}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{OA} + \frac{1}{OB} &= \frac{1}{-\alpha \times \boxed{(가)}} + \frac{1}{\beta \times \boxed{(가)}} \\ &= \frac{\alpha - \beta}{\alpha\beta \times \boxed{(가)}} \\ &= \frac{-\sqrt{4m^2 + \boxed{(나)}}}{-2k \times \boxed{(가)}} \end{aligned}$$

실수 m 의 값에 관계없이 $\frac{1}{OA} + \frac{1}{OB}$ 이 갖는 일정한 값을 t 라 하자.

$$t^2 = \frac{4m^2 + \boxed{(나)}}{(2k \times \boxed{(가)})^2} \text{이므로}$$

이를 정리하면 $4(1 - k^2 t^2)m^2 + 4(2k - k^2 t^2) = 0 \dots \textcircled{1}$
따라서 $\textcircled{1}$ 의 m 에 대한 항등식이므로 $k = \boxed{(다)}$ 이다.

$$\text{이때 } \frac{1}{OA} + \frac{1}{OB} = \frac{1}{k} \text{이다.}$$

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(m), g(k)$ 라 하고 (다)에 알맞은 수를 p 라 할 때, $f(p) \times g(p)$ 의 값은? [4 점]

- ① 2 ② $2\sqrt{5}$ ③ 10 ④ $10\sqrt{5}$ ⑤ 50

19. 최고차항의 계수가 양수인 다항식 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$\{f(x)\}^3 = 4x^2f(x) + 8x^2 + 6x + 1$$

을 만족시킬 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

[4 점]

- <보기>
- ㄱ. 다항식 $f(x)$ 를 x 로 나눈 나머지는 1 이다.
 - ㄴ. 다항식 $f(x)$ 의 최고차항의 계수는 4 이다.
 - ㄷ. 다항식 $\{f(x)\}^3$ 을 $x^2 - 1$ 로 나눈 나머지는 $14x + 13$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

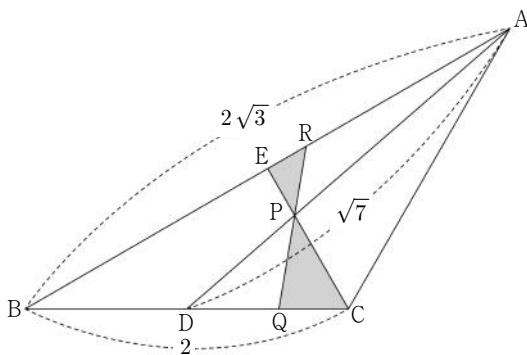
20. 좌표평면 위에 원 $C : (x-1)^2 + (y-2)^2 = 4$ 와 두 점 A(4, 3), B(1, 7) 이 있다. 원 C 위를 움직이는 점 P 에 대하여 삼각형 PAB 의 무게중심과 직선 AB 사이의 거리의 최솟값은?

[4 점]

- ① $\frac{1}{15}$ ② $\frac{2}{15}$ ③ $\frac{1}{5}$ ④ $\frac{4}{15}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

21. $\overline{AB} = 2\sqrt{3}$, $\overline{BC} = 2$ 인 삼각형 ABC에서 선분 BC의 중점을 D라 할 때, $\overline{AD} = \sqrt{7}$ 이다. 각 ACB의 이등분선이 선분 AB와 만나는 점을 E, 선분 CE와 선분 AD가 만나는 점을 P, 각 APE의 이등분선이 선분 AB와 만나는 점을 R, 선분 PR의 연장선이 선분 BC와 만나는 점을 Q라 하자. 삼각형 PRE의 넓이를 S_1 , 삼각형 PQC의 넓이를 S_2 라 할 때, $\frac{S_2}{S_1} = a + b\sqrt{7}$ 이다. ab의 값은? (단, a, b는 유리수이다.) [4점]

① -16 ② -14 ③ -12 ④ -10 ⑤ -8



단답형

22. $(7+2i)(7-2i)$ 의 값을 구하시오. (단, $i = \sqrt{-1}$) [3점]

23. 다항식 $x^3 + 5x^2 + 4x + 4$ 를 $x-2$ 로 나눈 나머지를 구하시오. [3점]

24. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여

$$A - B = \{2, 3\}, B - A = \{1, 4\}, (A \cup B)^C = \{6, 7, 8\}$$

을 만족시키는 집합 A 의 모든 부분집합의 개수를 구하시오.

[3 점]

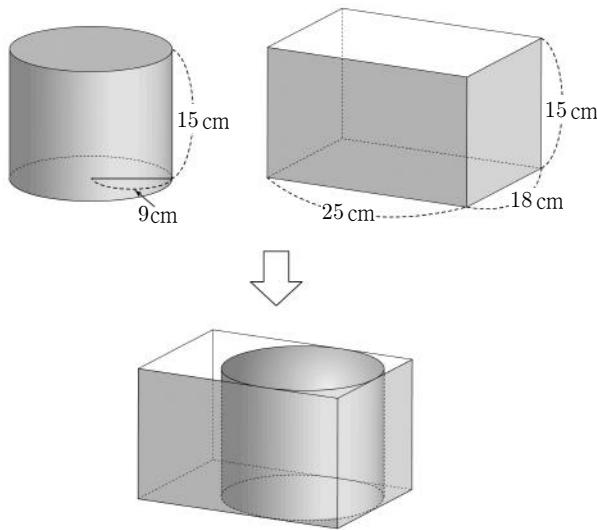
25. 이차함수 $y = x^2 + 2(a-4)x + a^2 + a - 1$ 의 그래프가 x 축과 만나지 않도록 하는 정수 a 의 최솟값을 구하시오. [3 점]

26. 두 실수 x, y 에 대하여 연립부등식

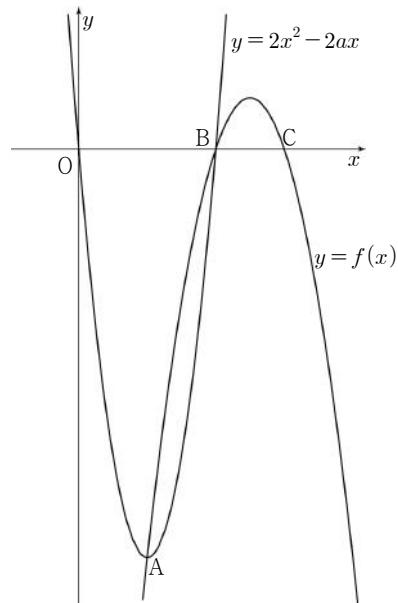
$$\begin{cases} y \leq 0 \\ 2x + y \geq 0 \\ 4x - y \leq 12 \end{cases}$$

의 영역을 좌표평면 위에 나타낼 때, 점 (x, y) 가 존재하는 영역의 넓이를 구하시오. [4 점]

27. 밑면의 반지름의 길이가 9 cm이고 높이가 15 cm인 원기둥 모양의 통조림통이 있다. 이 통조림통을 밑면의 가로, 세로의 길이가 각각 25 cm, 18 cm이고 높이가 15 cm인 직육면체 모양의 상자에 담고, 상자의 남은 공간에 높이가 15 cm인 원기둥 모양의 통조림통을 한개만 더 담으려고 한다. 더 담으려고 하는 통조림통의 부피의 최댓값이 $a\pi \text{cm}^3$ 일 때, a 의 값을 구하시오. (단, 통조림통과 상자의 두께는 무시하고 통조림통의 일부가 상자 밖으로 벗어나지 않게 담는다.) [4 점]



28. 양수 a 에 대하여 이차함수 $y = 2x^2 - 2ax$ 의 그래프의 꼭짓점을 A , x 축과 만나는 두 점을 각각 O , B 라 하자. 점 A 를 지나고 최고차항의 계수가 -1 인 이차함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 x 축과 만나는 두 점을 각각 B , C 라 할 때, 선분 BC 의 길이는 3이다. 삼각형 ACB 의 넓이를 구하시오. (단, O 는 원점이다.) [4 점]



29. $2 \leq x \leq 4$ 에서 이차함수 $y = x^2 - 4ax + 4a^2 + b$ 의 최솟값이 4가 되도록 하는 두 실수 a, b 에 대하여 $2a+b$ 의 최댓값을 M 이라 하자. $4M$ 의 값을 구하시오. [4 점]

30. 좌표평면 위에 두 원

$$C_1 : x^2 + (y-4)^2 = 4$$

$$C_2 : (x-6)^2 + (y-4+6\sqrt{3})^2 = 16$$

이 있다. 원 C_1 위를 움직이는 점 $P(x_1, y_1)$ 과 원 C_2 위를 움직이는 점 $Q(x_2, y_2)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $0 \leq x_1 \leq 1, \frac{2x_1 + x_2}{3} = 2$

(나) $y_1 \leq 4, y_2 \geq 4 - 6\sqrt{3}$

선분 PQ 가 그리는 도형의 넓이가 $a - b\pi$ 일 때, $a + 9b$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 유리수이다.) [4 점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인 하시오.