

제 24 회 한국수학올림피아드 - 2 차 시 험

고등부

2010년 8월 22일 (오후)

5. 양의 실수 x, y, z 가 $x + y + z = 1$ 을 만족할 때, 다음 부등식이 성립함을 보여라.

$$\sqrt{\frac{x}{1-x}} + \sqrt{\frac{y}{1-y}} + \sqrt{\frac{z}{1-z}} > 2$$

6. 원에 내접하는 사각형 $ABCD$ 에 대하여 직선 AB 와 CD 가 점 E 에서 만난다. 점 B 를 지나고 직선 AC 와 직교하는 직선과 점 C 를 지나고 직선 BD 와 직교하는 직선의 교점을 P 라 하고, 점 D 를 지나고 직선 AC 와 직교하는 직선과 점 A 를 지나고 직선 BD 와 직교하는 직선의 교점을 Q 라 하자. 세 점 E, P, Q 가 한 직선 위에 있음을 보여라.
7. 정보기관에서 테러리스트 용의자 2,000명 사이에 휴대전화 통화가 있었는지 여부를 조사하였다. 그런데 서로 겹치지 않는 3명씩의 두 모임 A, B 를 뽑아보면 A 와 B 사이에는 반드시 통화하지 않았던 쌍이 있었다. 이때, 통화한 적이 있는 쌍의 개수는 201,000보다 작음을 보여라.
8. 원탁에 2010명의 사람이 둥글게 앉아 있다. 어떤 사람에게 과자를 주고, 그 사람으로부터 시계방향으로 1번째, $1+2$ 번째, $1+2+3$ 번째, ..., $1+2+\cdots+2009$ 번째 사람에게 과자를 주었다. 이때, 과자를 하나 이상 받은 사람의 수를 구하여라.

제한 시간 2시간 30분

문항당 7점