

제 2 교시

수학 영역

1

5지 선다형(1 ~ 21)

1. $-2i + (2+3i)$ 의 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$ 이다.) [2점]

- ① $2-i$ ② $2+i$ ③ $3-i$ ④ $3+i$ ⑤ $4-i$

2. $(2x-y)(x+2y+3)$ 의 전개식에서 xy 항의 계수는? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. x 에 대한 다항식 x^3+3x^2+a 를 $x-1$ 로 나눈 나머지가 7일 때, 상수 a 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

4. 이차부등식 $x^2-7x+12 \geq 0$ 의 해가 $x \leq \alpha$ 또는 $x \geq \beta$ 일 때, $\beta-\alpha$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

5. 다음은 조립제법을 이용하여 다항식 $x^3 - 3x^2 + 5x - 5$ 를 $x - 2$ 로 나누었을 때, 나머지를 구하는 과정을 나타낸 것이다.

2	1	-3	5	-5
	1	a	b	c

위 과정에 들어갈 세 상수 a, b, c 에 대하여 abc 의 값은?
[3점]

- ① -6 ② -5 ③ -4 ④ -3 ⑤ -2

7. 다항식 $x^4 + 7x^2 + 16$ 이

$$(x^2 + ax + b)(x^2 - ax + b)$$

로 인수분해될 때, 두 양수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값은? [3점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

6. 1 이 아닌 두 자연수 a, b ($a < b$) 에 대하여

$$11^4 - 6^4 = a \times b \times 157$$

로 나타낼 때, $a+b$ 의 값은? [3점]

- ① 21 ② 22 ③ 23 ④ 24 ⑤ 25

8. x 에 대한 부등식

$$|x-2| < a$$

를 만족시키는 모든 정수 x 의 개수가 19일 때, 자연수 a 의 값은? [3점]

- ① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

9. 삼차방정식

$$x^3 - 2x^2 - 5x + 6 = 0$$

의 세 실근 α, β, γ ($\alpha < \beta < \gamma$)에 대하여 $\alpha + \beta + 2\gamma$ 의 값은? [3점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

10. 이차함수 $y = -2x^2 + 5x$ 의 그래프와 직선 $y = 2x + k$ 가 적어도 한 점에서 만나도록 하는 실수 k 의 최댓값은? [3점]

- ① $\frac{3}{8}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ $\frac{9}{8}$ ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{15}{8}$

11. 연립방정식

$$\begin{cases} x-y=2 \\ x^2-xy-y^2=5 \end{cases}$$

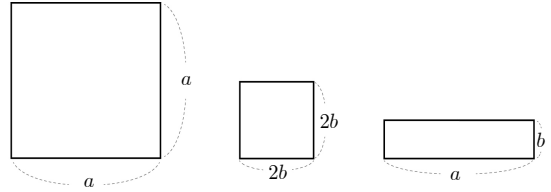
의 해를 $x=\alpha$, $y=\beta$ 라 할 때, $\alpha+\beta$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

12. 서로 다른 두 양수 a , b 에 대하여 한 변의 길이가 각각 a , $2b$ 인 두 개의 정사각형과 가로와 세로의 길이가 각각 a , b 이고 넓이가 4인 직사각형이 있다. 두 정사각형의 넓이의 합이 가로와 세로의 길이가 각각 a , b 인 직사각형의 넓이의 5배와 같을 때, 한 변의 길이가 $a+2b$ 인 정사각형의 넓이는?

[3점]

- ① 20 ② 24 ③ 28 ④ 32 ⑤ 36



13. x 에 대한 사차방정식

$$x^4 - x^3 + ax^2 + x + 6 = 0$$

의 한 근이 -2 일 때, 네 실근 중 가장 큰 것을 b 라 하자.
 $a+b$ 의 값은? (단, a 는 상수이다.) [3점]

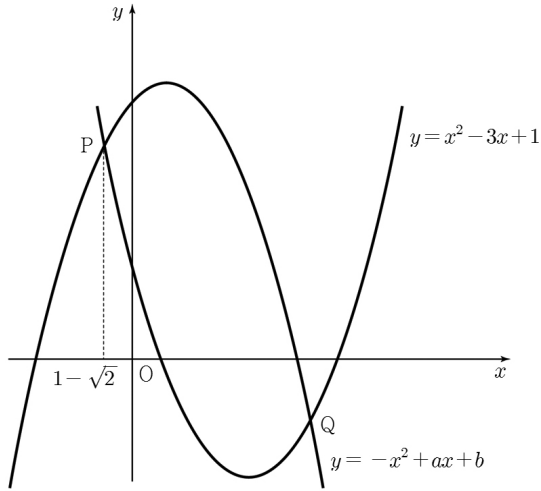
- ① -7 ② -6 ③ -5 ④ -4 ⑤ -3

14. 두 복소수 $\alpha = \frac{1+i}{2i}$, $\beta = \frac{1-i}{2i}$ 에 대하여

$(2\alpha^2+3)(2\beta^2+3)$ 의 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$ 이다.) [4점]

- ① 6 ② 10 ③ 14 ④ 18 ⑤ 22

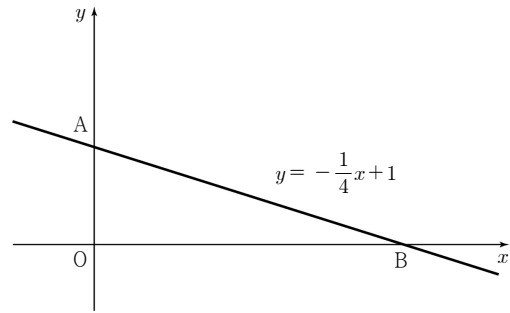
15. 그림과 같이 유리수 a, b 에 대하여 두 이차함수 $y = x^2 - 3x + 1$ 과 $y = -x^2 + ax + b$ 의 그래프가 만나는 두 점을 각각 P, Q라 하자. 점 P의 x 좌표가 $1 - \sqrt{2}$ 일 때, $a + 3b$ 의 값은? [4점]



- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

16. 직선 $y = -\frac{1}{4}x + 1$ 이 y 축과 만나는 점을 A, x 축과 만나는 점을 B라 하자. 점 $P(a, b)$ 가 점 A에서 직선 $y = -\frac{1}{4}x + 1$ 을 따라 점 B까지 움직일 때, $a^2 + 8b$ 의 최솟값은? [4점]

- ① 5 ② $\frac{17}{3}$ ③ $\frac{19}{3}$ ④ 7 ⑤ $\frac{23}{3}$



17. 별의 표면에서 단위 시간당 방출하는 총 에너지를 광도라고 한다. 별의 반지름의 길이를 $R(\text{km})$, 표면 온도를 $T(\text{K})$, 광도를 $L(W)$ 이라 할 때, 다음과 같은 관계식이 성립한다.

$$L = 4\pi R^2 \times \sigma T^4$$

(단, σ 는 슈테판-볼츠만 상수이다.)

별 A의 반지름의 길이는 별 B의 반지름의 길이의 12배이고, 별 A의 표면 온도는 별 B의 표면 온도의 $\frac{1}{2}$ 배이다. 별 A와

별 B의 광도를 각각 L_A, L_B 라 할 때, $\frac{L_A}{L_B}$ 의 값은? [4점]

- ① 3 ② 6 ③ 9 ④ 12 ⑤ 15

18. 복소수 $z = a + bi$ (a, b 는 0이 아닌 실수)에 대하여

$$iz = \bar{z}$$

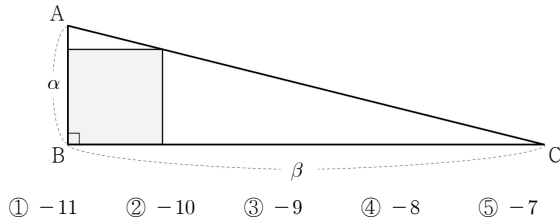
일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

(단, $i = \sqrt{-1}$ 이고, \bar{z} 는 z 의 켤레복소수이다.) [4점]

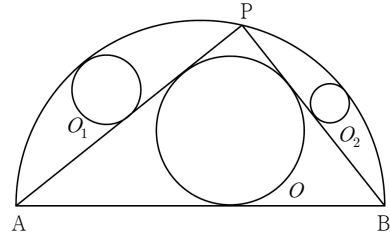
<보 기>	
㉠.	$z + \bar{z} = -2b$
㉡.	$i\bar{z} = -z$
㉢.	$\frac{\bar{z}}{z} + \frac{z}{\bar{z}} = 0$

- ① ㉠ ② ㉢ ③ ㉠, ㉡
 ④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

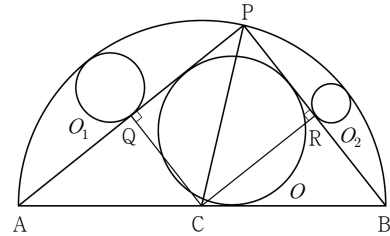
19. 이차방정식 $x^2 - 4x + 2 = 0$ 의 두 실근을 α, β ($\alpha < \beta$)라 하자. 그림과 같이 $\overline{AB} = \alpha$, $\overline{BC} = \beta$ 인 직각삼각형 ABC에 내접하는 정사각형의 넓이와 둘레의 길이를 두 근으로 하는 x 에 대한 이차방정식이 $4x^2 + mx + n = 0$ 일 때, 두 상수 m, n 에 대하여 $m+n$ 의 값은? (단, 정사각형의 두 변은 선분 AB와 선분 BC 위에 있다.) [4점]



20. 길이가 10인 선분 AB를 지름으로 하는 반원이 있다. 그림과 같이 호 AB 위의 점 P에 대하여 현 AP의 중점과 호 AP의 중점을 지름의 양끝으로 하는 원을 O_1 , 현 BP의 중점과 호 BP의 중점을 지름의 양끝으로 하는 원을 O_2 , 삼각형 PAB에 내접하는 원을 O 라 하자. 다음은 세 원 O_1, O_2, O 의 넓이의 합의 최솟값을 구하는 과정을 나타낸 것이다.



그림과 같이 두 현 AP, BP의 중점을 각각 Q, R라 하고 선분 AB의 중점을 C라 하면 사각형 PQCR는 직사각형이다.



$\overline{PQ} = a$, $\overline{PR} = b$ 라 하면 $a^2 + b^2 = \boxed{(가)}$ 이다.

원 O_1 의 반지름의 길이를 r_1 , 원 O_2 의 반지름의 길이를 r_2 , 원 O 의 반지름의 길이를 r 라 하면 $\overline{CQ} = 5 - 2r_1$, $\overline{CR} = 5 - 2r_2$ 이다.

이때 $\overline{CQ} = \overline{PR}$, $\overline{CR} = \overline{PQ}$ 이므로

$$r_1 = \frac{5-b}{2}, r_2 = \frac{5-a}{2}$$

이다. 한편, 원 밖의 한 점에서 그 원에 그은 두 접선의 길이는 같으므로 $(2a-r) + (2b-r) = 2 \times \boxed{(나)}$ 이다. 따라서

$$r = a + b - \boxed{(나)}$$

이다. 그러므로 세 원 O_1, O_2, O 의 넓이의 합은

$$\pi(r_1^2 + r_2^2 + r^2) = \pi \left\{ \left(\frac{5-b}{2} \right)^2 + \left(\frac{5-a}{2} \right)^2 + (a+b - \boxed{(나)})^2 \right\} \dots \textcircled{1}$$

이다. $a+b=t$ ($5 < t \leq 5\sqrt{2}$)라 하면 식 ①은

$$\pi \left(t - \boxed{(다)} \right)^2 + \frac{75}{16} \pi$$

이므로 세 원 O_1, O_2, O 의 넓이의 합의 최솟값은 $\frac{75}{16}\pi$ 이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 α, β, γ 라 할 때, $(\alpha - \beta) \times \gamma$ 의 값은? [4점]

- ① 100 ② 125 ③ 150 ④ 175 ⑤ 200

21. x 에 대한 연립부등식

$$\begin{cases} x^2 - a^2x \geq 0 \\ x^2 - 4ax + 4a^2 - 1 < 0 \end{cases}$$

을 만족시키는 정수 x 의 개수가 1이 되기 위한 모든 실수 a 의 값의 합은? (단, $0 < a < \sqrt{2}$) [4점]

- ① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{25}{16}$ ③ $\frac{13}{8}$ ④ $\frac{27}{16}$ ⑤ $\frac{7}{4}$

단답형(22 ~ 30)

22. 등식 $(a+1)+3i=7+bi$ 를 만족시키는 두 실수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값을 구하시오. (단, $i = \sqrt{-1}$ 이다.) [3점]

23. $x+y=5$, $xy=2$ 일 때, $(x-y)^2$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 연립부등식

$$\begin{cases} 2x+1 < x-3 \\ x^2+6x-7 < 0 \end{cases}$$

의 해가 $\alpha < x < \beta$ 일 때, $\beta - \alpha$ 의 값을 구하시오. [3점]25. 이차방정식 $x^2+4x-3=0$ 의 두 실근을 α, β 라 할 때,

$$\frac{6\beta}{\alpha^2+4\alpha-4} + \frac{6\alpha}{\beta^2+4\beta-4}$$

의 값을 구하시오. [3점]

26. x 에 대한 삼차다항식

$$P(x) = (x^2 - x - 1)(ax + b) + 2$$

에 대하여 $P(x+1)$ 을 x^2-4 로 나눈 나머지가 -3 일 때,
 $50a+b$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 상수이다.) [4점]

27. 최고차항의 계수가 a ($a > 0$)인 이차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

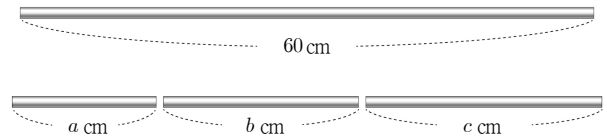
- (가) 직선 $y = 4ax - 10$ 과 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 만나는 두 점의 x 좌표는 1과 5이다.
 (나) $1 \leq x \leq 5$ 에서 $f(x)$ 의 최솟값은 -8 이다.


$100a$ 의 값을 구하시오. [4점]

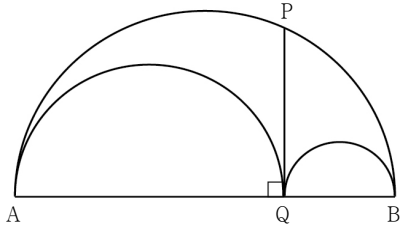
28. 그림과 같이 길이가 60cm인 철사를 길이가 a (cm), b (cm), c (cm) ($a < b < c$)인 세 조각으로 잘랐다. 이 조각들로 만든 세 변의 길이가 각각 a , b , c 인 삼각형이 다음 조건을 만족시킨다. (단, 철사의 두께는 고려하지 않고, 철사를 세 조각으로 자를 때 남는 조각은 없다.)

- (가) 두 변의 길이의 차의 최댓값은 16이다.
 (나) 두 변의 길이의 차의 최솟값은 2이다.

$3a - b + c$ 의 값을 구하시오. [4점]



29. 선분 AB를 지름으로 하는 반원이 있다. 그림과 같이 호 AB 위의 점 P에서 선분 AB에 내린 수선의 발을 Q라 하고, 선분 AQ와 선분 QB를 지름으로 하는 반원을 각각 그린다. 호 AB, 호 AQ 및 호 QB로 둘러싸인  모양 도형의 넓이를 S_1 , 선분 PQ를 지름으로 하는 반원의 넓이를 S_2 라 하자. $\overline{AQ} - \overline{QB} = 8\sqrt{3}$ 이고 $S_1 - S_2 = 2\pi$ 일 때, 선분 AB의 길이를 구하시오. [4점]



30. 다음 조건을 만족시키는 모든 이차다항식 $P(x)$ 의 합을 $Q(x)$ 라 하자.

(가) $P(1)P(2) = 0$

(나) 사차다항식 $P(x)\{P(x)-3\}$ 은 $x(x-3)$ 으로 나누어 떨어진다.

$Q(x)$ 를 $x-4$ 로 나눈 나머지를 구하시오. [4점]

※ 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.