

제 2 교시

수학 영역(나형)

1

5지선다형

1. $3^{-1} \times 9$ 의 값은? [2점]

- ① 3 ② 6 ③ 9 ④ 12 ⑤ 15

2. 두 집합

$A = \{1, 2, 3, 4\}, B = \{1, 3, 5\}$

에 대하여 $n(A \cup B)$ 의 값은? [2점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4^{n+2} - 2^n}{4^n + 1}$ 의 값은? [2점]

- ① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

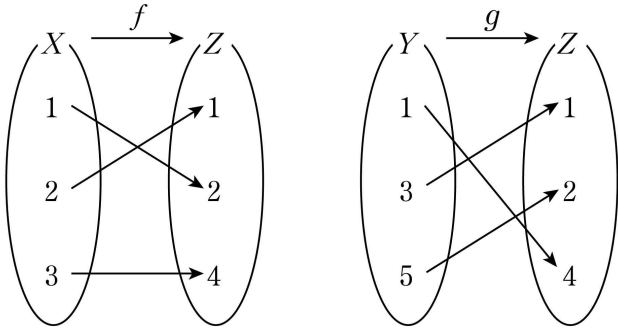
4. 두 사건 A 와 B 는 서로 독립이고

$P(A \cap B) = \frac{1}{4}, P(A \cap B^C) = \frac{1}{3}$

일 때, $P(B)$ 의 값은? (단, B^C 은 B 의 여사건이다.) [3점]

- ① $\frac{3}{14}$ ② $\frac{2}{7}$ ③ $\frac{5}{14}$ ④ $\frac{3}{7}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

5. 그림은 두 함수 $f: X \rightarrow Z$, $g: Y \rightarrow Z$ 를 나타낸 것이다.



$(f^{-1} \circ g)(3)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

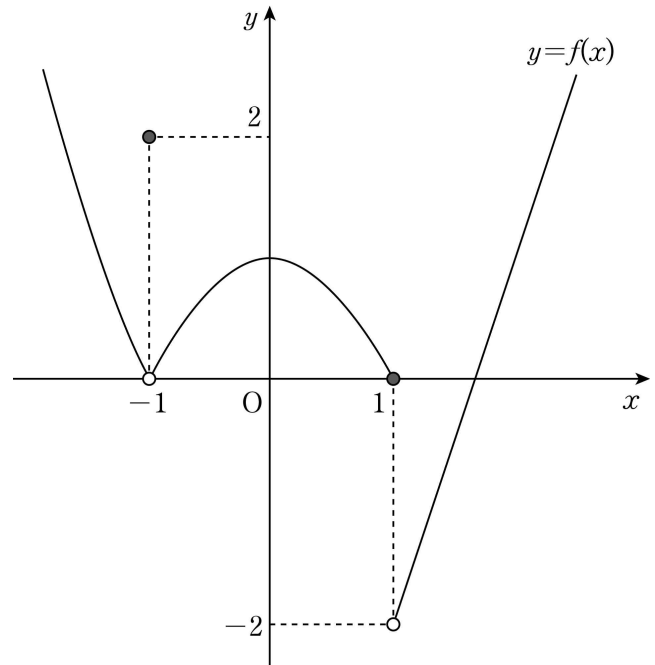
6. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 세 수 a_1 , $a_1 + a_2$, $a_2 + a_3$ 이

이 순서대로 등차수열을 이룰 때, $\frac{a_3}{a_2}$ 의 값은? (단, $a_1 \neq 0$)

[3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

7. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -1-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1+} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

수학 영역(나형)

3

8. 실수 x 에 대한 두 조건

$$p: x^2 - a^2 \leq 0$$

$$q: |x-2| \leq 5$$

에 대하여 명제 $p \rightarrow q$ 가 참이 되도록 하는 양수 a 의 최댓값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

9. 다항함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$\int_1^x f(t) dt = x^3 + ax^2 - 3x + 1$$

을 만족시킬 때, $f(a)$ 의 값은? (단, a 는 상수이다.) [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

10. 어느 고등학교에서 3학년 학생 90명의 대학 탐방 활동을 계획했다. 아래 표는 해당 대학 A, B에 대한 학생들의 희망을 조사한 결과이다.

(단위: 명)

반	성별	대학		합계	
		A	B		
1반	남	9	6	15	30
	여	7	8	15	
2반	남	12	8	20	30
	여	6	4	10	
3반	남	5	5	10	30
	여	11	9	20	
합계		50	40	90	

이 90명의 학생 중에서 임의로 선택한 한 학생이 A 대학의 탐방을 희망한 학생일 때, 이 학생이 3반 여학생일 확률은? [3점]

- ① $\frac{3}{25}$ ② $\frac{7}{50}$ ③ $\frac{9}{50}$ ④ $\frac{11}{50}$ ⑤ $\frac{6}{25}$

11. A, B를 포함한 8명의 요리 동아리 회원 중에서 요리 박람회에 참가할 5명의 회원을 임의로 뽑을 때, A 또는 B가 뽑힐 확률은? [3점]

- ① $\frac{17}{28}$ ② $\frac{19}{28}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ $\frac{23}{28}$ ⑤ $\frac{25}{28}$

12. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시간 $t(t \geq 0)$ 에서의 속도 $v(t)$ 가

$$v(t) = -t^2 + 10t$$

이다. $t = a$ 에서의 점 P의 가속도가 0일 때, 상수 a 의 값은?

[3점]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

수학 영역(나형)

5

13. 등차수열 $\{a_n\}$ 이 $a_3 = 5$, $a_6 = 11$ 일 때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n}(\sqrt{a_{n+1}} - \sqrt{a_n})$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ③ 1 ④ $\sqrt{2}$ ⑤ 2

14. 함수 $f(x) = \frac{bx}{ax+1}$ 의 정의역과 치역이 같다.

곡선 $y=f(x)$ 의 두 점근선의 교점이 직선 $y=2x+3$ 위에 있을 때, $a+b$ 의 값은? (단, a 와 b 는 0이 아닌 상수이다.) [4점]

- ① $-\frac{2}{3}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

15. 어느 모집단의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	-2	0	1	계
$P(X=x)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	a	1

이 모집단에서 크기가 16인 표본을 임의추출하여 구한 표본평균을 \overline{X} 라 할 때, $V(\overline{X})$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{5}{64}$ ② $\frac{7}{64}$ ③ $\frac{9}{64}$ ④ $\frac{11}{64}$ ⑤ $\frac{13}{64}$

16. 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = \begin{cases} 2x+2 & (x < 0) \\ -x^2+2x+2 & (x \geq 0) \end{cases}$$

라 하자.

양의 실수 a 에 대하여 $\int_{-a}^a f(x) dx$ 의 최댓값은? [4점]

- ① 5 ② $\frac{16}{3}$ ③ $\frac{17}{3}$ ④ 6 ⑤ $\frac{19}{3}$

17. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow 0} |x| \left\{ f\left(\frac{1}{x}\right) - f\left(-\frac{1}{x}\right) \right\} = a, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} f\left(\frac{1}{x}\right) = 3$$

을 만족시킬 때, $f(2)$ 의 값은? (단, a 는 상수이다.) [4점]

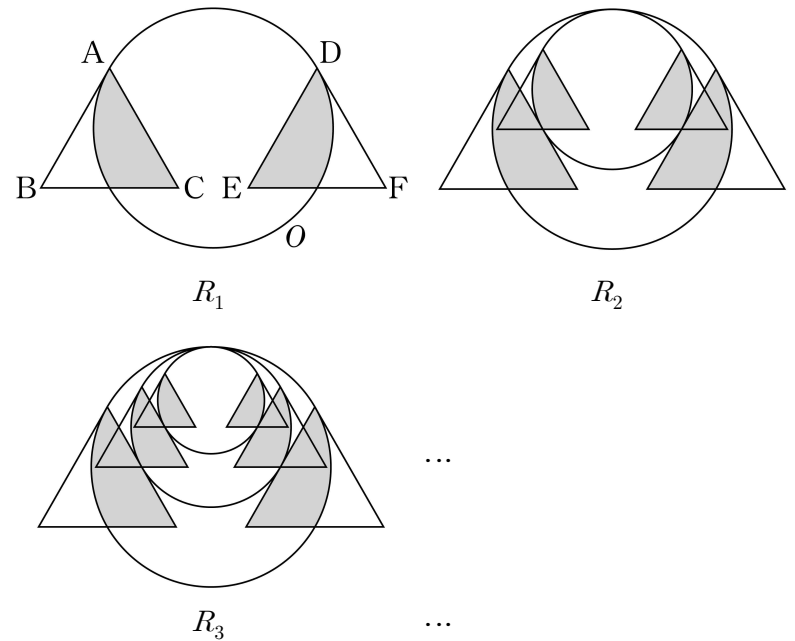
- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

18. 반지름의 길이가 $\sqrt{3}$ 인 원 O 가 있다. 그림과 같이 원 O

위의 한 점 A 에 대하여 정삼각형 ABC 를 높이가 원 O 의 반지름의 길이와 같고 선분 BC 의 중점이 원 O 위의 점이 되도록 그린다. 그리고 정삼각형 ABC 와 합동인 정삼각형 DEF 를 점 D 가 원 O 위에 있고 네 점 B, C, E, F 가 한 직선 위에 있도록 그린다. 원 O 의 내부와 정삼각형 ABC 의 내부의 공통부분인 \triangle 모양의 도형과 원 O 의 내부와 정삼각형 DEF 의 내부의 공통부분인 \triangle 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에서 두 선분 AC, DE 에 동시에 접하고 원 O 에 내접하는 원을 그린 후, 새로 그려진 원에 그림 R_1 을 얻은 것과 같은 방법으로 만들어지는 \triangle 모양의 도형과 \triangle 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $2\pi - \sqrt{3}$ ② $\frac{4\pi - \sqrt{3}}{3}$ ③ $\frac{6\pi - 3\sqrt{3}}{4}$
 ④ $\frac{16\pi - 4\sqrt{3}}{7}$ ⑤ $\frac{18\pi - 9\sqrt{3}}{10}$

19. 점 P가 수직선 위의 원점에 놓여 있다. 한 개의 주사위를 던져 나온 눈의 수가 6의 약수이면 점 P를 양의 방향으로 2만큼, 6의 약수가 아니면 음의 방향으로 1만큼 움직이는 시행을 반복한다. 점 P의 좌표가 9 이상 또는 -4 이하가 되거나 시행 횟수가 6회가 되면 위 시행을 멈춘다고 할 때, 점 P의 최종 위치의 좌표를 확률변수 X 라 하자. 다음은 확률변수 X 의 평균 $E(X)$ 를 구하는 과정이다.

위의 시행을 5회 이하로 하게 되는 경우는 6의 약수인 눈이 처음부터 연속으로 5회 나오거나 6의 약수가 아닌 눈이 처음부터 연속으로 4회 나오는 경우뿐이다. 확률변수 X 가 가질 수 있는 값의 최솟값은 -4이고 최댓값은 $\boxed{\text{(가)}}$ 이다.

$$P(X=-4)=\left(\frac{1}{3}\right)^4$$

$$P(X=-3)=\boxed{\text{(나)}}\times\left(\frac{2}{3}\right)^1\left(\frac{1}{3}\right)^5$$

$$P(X=0)=({}_6C_2-1)\left(\frac{2}{3}\right)^2\left(\frac{1}{3}\right)^4$$

$$P(X=3)={}_6C_3\left(\frac{2}{3}\right)^3\left(\frac{1}{3}\right)^3$$

$$P(X=6)={}_6C_4\left(\frac{2}{3}\right)^4\left(\frac{1}{3}\right)^2$$

$$P(X=9)=\boxed{\text{(다)}}\times\left(\frac{2}{3}\right)^5\left(\frac{1}{3}\right)^1$$

$$P(X=\boxed{\text{(가)}})=\left(\frac{2}{3}\right)^5$$

$$\text{따라서 } E(X)=\frac{1420}{243}$$

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 a, b, c 라 할 때, $a+b+c$ 의 값은? [4점]

- ① 17 ② 18 ③ 19 ④ 20 ⑤ 21

20. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$\text{(가) } f'\left(\frac{11}{3}\right)<0$$

(나) 함수 $f(x)$ 는 $x=2$ 에서 극댓값 35를 갖는다.

(다) 방정식 $f(x)=f(4)$ 는 서로 다른 두 실근을 갖는다.

$f(0)$ 의 값은? [4점]

- ① 12 ② 13 ③ 14 ④ 15 ⑤ 16

21. 자연수 n 과 두 함수 $f(x) = \frac{1}{x-n} + n$, $g(x) = \sqrt{x+n}$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 모든 점 $P(a, b)$ 의 개수를 A_n 이라 하자.

- (가) 두 수 a, b 는 자연수이다.
(나) $n < a \leq 3n$, $g(a) < b < f(a)$

$n \leq A_n \leq 3n$ 을 만족시키는 모든 A_n 의 값의 합은? [4점]

- ① 22 ② 25 ③ 28 ④ 31 ⑤ 34

단답형

22. ${}_nP_2 = 110$ 을 만족시키는 자연수 n 의 값을 구하시오. [3점]

23. 함수 $f(x) = 4x^4 + 7x^2 + 1$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 가

$$A^C \cap B^C = \{1\}, B^C = \{1, 5, 7\}$$

을 만족시킬 때, 집합 $A-B$ 의 모든 원소의 합을 구하시오.

[3점]

26. 함수 $y = x^3 + 2$ 의 그래프와 직선 $y = kx$ 가 만나는 교점의

개수를 $f(k)$ 라 할 때, $\sum_{k=1}^6 f(k)$ 의 값을 구하시오. [4점]

25. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n a_k = \log_2(n^2 + n)$$

일 때, $\sum_{n=1}^{15} a_{2n+1}$ 의 값을 구하시오. [3점]

27. 확률변수 X 는 평균이 m , 표준편차가 σ 인 정규분포를 따르고

$F(x) = P(X \leq x)$ 라 하자.

m 이 자연수이고

$$0.5 \leq F\left(\frac{11}{2}\right) \leq 0.6915, \quad F\left(\frac{13}{2}\right) = 0.8413$$

일 때, $F(k) = 0.9772$ 를 만족시키는 상수 k 의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구하시오. [4점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

28. 다음 조건을 만족시키는 세 자연수 a, b, c 의 모든 순서쌍 (a, b, c) 의 개수를 구하시오. [4점]

(가) $abc = 180$

(나) $(a-b)(b-c)(c-a) \neq 0$

29. 자연수 n 에 대하여 좌표평면 위의 점 P_n 의 좌표를 $(n, an-a)$ 라 하자. 두 점 Q_n, Q_{n+1} 에 대하여 점 P_n 이 삼각형 $Q_n Q_{n+1} Q_{n+2}$ 의 무게중심이 되도록 점 Q_{n+2} 를 정한다. 두 점 Q_1, Q_2 의 좌표가 각각 $(0, 0), (1, -1)$ 이고 점 Q_{10} 의 좌표가 $(9, 90)$ 이다. 점 Q_{13} 의 좌표를 (p, q) 라 할 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, $a > 1$) [4점]

30. 함수 $f(x) = |3x-9|$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 는

$$g(x) = \begin{cases} \frac{3}{2}f(x+k) & (x < 0) \\ f(x) & (x \geq 0) \end{cases}$$

이다. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $h(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, 모든 $h(k)$ 의 값의 합을 구하시오. (단, $k > 0$)

[4점]

- (가) 함수 $g(x)h(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.
 (나) $h'(3) = 15$

※ 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.