

제 2 교시

## 수학 영역 (가형)

## 5지선 다형

1. 두 벡터  $\vec{a} = (2, 3)$ ,  $\vec{b} = (-1, 5)$ 에 대하여 벡터  $2\vec{a} + \vec{b}$ 의 모든 성분의 합은? [2점]

- ① 10      ② 11      ③ 12      ④ 13      ⑤ 14

2.  $\sin \frac{7}{6}\pi$ 의 값은? [2점]

- |                  |                         |                         |
|------------------|-------------------------|-------------------------|
| ① -1             | ② $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ | ③ $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ |
| ④ $-\frac{1}{2}$ | ⑤ 0                     |                         |

3. 좌표공간의 두 점 A(-1, 0, 1), B(2, 1, -2)에 대하여 선분 AB의 길이는? [2점]

- ①  $3\sqrt{2}$     ②  $\sqrt{19}$     ③  $2\sqrt{5}$     ④  $\sqrt{21}$     ⑤  $\sqrt{22}$

4. 두 사건 A, B가 서로 독립이고

$$P(A) = \frac{1}{2}, P(A \cap B) = \frac{1}{6}$$

- 일 때, P(B)의 값은? [3점]

- ①  $\frac{1}{6}$     ②  $\frac{1}{4}$     ③  $\frac{1}{3}$     ④  $\frac{5}{12}$     ⑤  $\frac{1}{2}$

5.  $\int_0^4 (5x-3)\sqrt{x} dx$  의 값은? [3점]

- ① 47      ② 48      ③ 49      ④ 50      ⑤ 51

7. 쌍곡선  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{13} = 1$  의 두 초점을  $F(7, 0), F'(-7, 0)$  이라

하자. 쌍곡선 위의 점  $P$ 에 대하여  $|\overline{PF} - \overline{PF'}|$  의 값은?  
(단,  $a > 0$ ) [3점]

- ① 8      ② 9      ③ 10      ④ 11      ⑤ 12

6. 함수  $f(x) = \begin{cases} \frac{e^{ax}-1}{3x} & (x < 0) \\ x^2+3x+2 & (x \geq 0) \end{cases}$  이 실수 전체의 집합에서

연속일 때, 상수  $a$ 의 값은? (단,  $a \neq 0$ ) [3점]

- ① 6      ② 7      ③ 8      ④ 9      ⑤ 10

8. 숫자 1, 2, 3, 4, 5 중에서 중복을 허락하여 세 개를 택해 일렬로 나열하여 만든 세 자리 자연수가 홀수인 경우의 수는?  
[3점]

① 45      ② 55      ③ 65      ④ 75      ⑤ 85

10. 한 개의 동전을 7번 던질 때, 앞면이 뒷면보다 3번 더 많이 나올 확률은? [3점]

①  $\frac{19}{128}$     ②  $\frac{21}{128}$     ③  $\frac{23}{128}$     ④  $\frac{25}{128}$     ⑤  $\frac{27}{128}$

9. 매개변수  $t (t > 0)$  으로 나타내어진 함수

$$x = t + \sqrt{t}, y = t^3 + \frac{1}{t}$$

에서  $t = 1$  일 때,  $\frac{dy}{dx}$  의 값은? [3점]

①  $\frac{2}{3}$     ② 1    ③  $\frac{4}{3}$     ④  $\frac{5}{3}$     ⑤ 2

11.  $0 \leq x \leq \pi$  일 때, 방정식  $(\sin x + \cos x)^2 = \sqrt{3} \sin x + 1$  의 모든 실근의 합은? [3점]

①  $\frac{7}{6}\pi$     ②  $\frac{4}{3}\pi$     ③  $\frac{3}{2}\pi$     ④  $\frac{5}{3}\pi$     ⑤  $\frac{11}{6}\pi$

12. 어느 양계장에서 생산하는 계란 1 개의 무게는 평균이 52g,

표준편차가 8g 인 정규분포를 따른다고 한다. 이 양계장에서 생산하는 계란 중 임의로 1 개를 선택할 때, 이 계란의 무게가 60g 이상이고 68g 이하일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [3점]

$z$	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938
3.0	0.4987

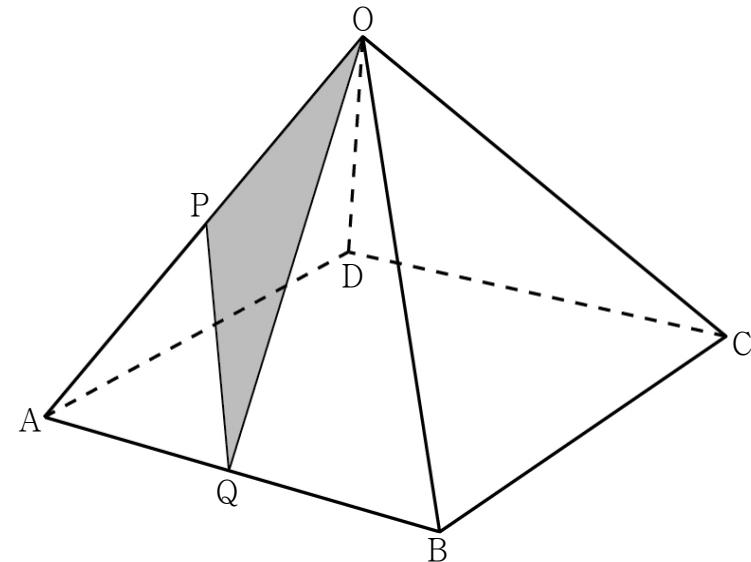
- ① 0.0440    ② 0.0655    ③ 0.0919  
④ 0.1359    ⑤ 0.1525

13. 어느 고등학교의 전체 학생을 대상으로 생활복 도입에 대한 찬반투표를 한 결과 전체 학생의 80 %가 찬성하였고, 20 %는 반대하였다. 이 고등학교의 전체 학생의 40 %가 여학생이었고, 생활복 도입에 찬성한 학생의 70 %가 남학생이었다.
- 이 고등학교의 전체 학생 중 임의로 선택한 한 학생이 여학생일 때, 이 학생이 생활복 도입에 찬성하였을 확률은?

[3점]

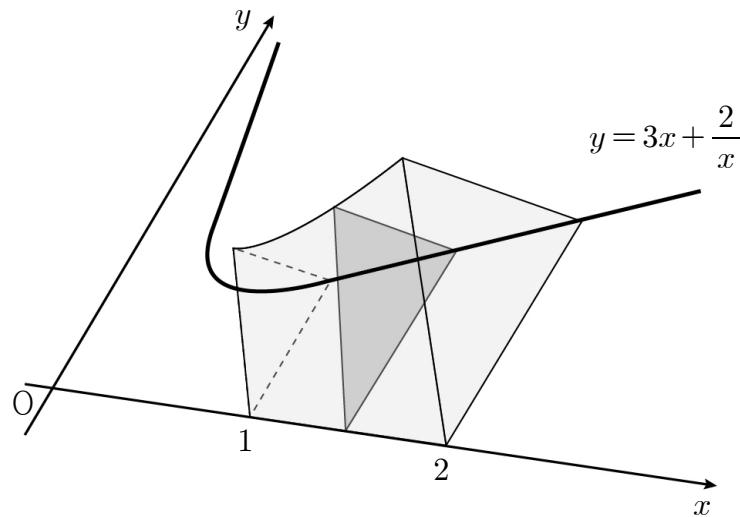
- ①  $\frac{1}{5}$       ②  $\frac{3}{10}$       ③  $\frac{2}{5}$       ④  $\frac{1}{2}$       ⑤  $\frac{3}{5}$

14. 그림과 같이 한 변의 길이가 4인 정사각형을 밑면으로 하고  $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC} = \overline{OD} = 2\sqrt{5}$  인 정사각뿔 O-ABCD 가 있다. 두 선분 OA, AB의 중점을 각각 P, Q라 할 때, 삼각형 OPQ의 평면 OCD 위로의 정사영의 넓이는? [4점]



- ①  $\frac{1}{2}$       ②  $\frac{3}{4}$       ③ 1      ④  $\frac{5}{4}$       ⑤  $\frac{3}{2}$

15. 그림과 같이 곡선  $y=3x+\frac{2}{x}$  ( $x > 0$ ) 와  $x$  축 및 직선  $x=1$ , 직선  $x=2$ 로 둘러싸인 도형을 밑면으로 하는 입체도형이 있다. 이 입체도형을  $x$  축에 수직인 평면으로 자른 단면이 모두 정삼각형일 때, 이 입체도형의 부피는? [4점]



- ①  $\frac{35\sqrt{3}}{4}$       ②  $\frac{37\sqrt{3}}{4}$       ③  $\frac{39\sqrt{3}}{4}$   
 ④  $\frac{41\sqrt{3}}{4}$       ⑤  $\frac{43\sqrt{3}}{4}$

16. 함수  $f(x)=\tan^3 x$   $\left(-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}\right)$  의 역함수를  $g(x)$  라 할 때, 곡선  $y=g(x)$  위의 점  $(1, g(1))$ 에서의 접선의 기울기는? [4점]

- ①  $\frac{1}{6}$       ②  $\frac{1}{3}$       ③  $\frac{1}{2}$       ④  $\frac{2}{3}$       ⑤  $\frac{5}{6}$

17. 함수  $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 3x - \frac{k}{x}$  가 열린 구간  $(0, \infty)$ 에서 증가할 때, 실수  $k$ 의 최솟값은? [4점]

- ① 3      ②  $\frac{7}{2}$       ③ 4      ④  $\frac{9}{2}$       ⑤ 5

18. 1부터 6 까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 6 개의 공이 주머니에 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 1 개의 공을 꺼내어 공에 적혀 있는 수를 확인한 후 다시 넣는다. 이와 같은 시행을 3 번 반복할 때, 꺼낸 공에 적혀 있는 수를 차례로  $x_1, x_2, x_3$  이라 하고, 이 세 수  $x_1, x_2, x_3$  중에서 최댓값과 최솟값의 차를 확률변수  $X$  라 하자. 예를 들어  $P(X=1) = \frac{5}{36}$  이다. 다음은 확률변수  $X$ 의 평균  $E(X)$  를 구하는 과정의 일부이다.

세 수  $x_1, x_2, x_3$  을 순서쌍  $(x_1, x_2, x_3)$  과 같이 나타내자.

세 수  $x_1, x_2, x_3$  중에서 최댓값을  $p$ , 최솟값을  $q$  라 하고  $p-q=k$  라 하자.

(1)  $k=0$  일 때

순서쌍  $(x_1, x_2, x_3)$  의 개수는 (가) 이고,

$$P(X=0) = \frac{1}{6^3} \times \boxed{(가)}$$

(2)  $k \neq 0$  일 때

i)  $k=1$  을 만족시키는 순서쌍  $(x_1, x_2, x_3)$  의 개수는

$$5 \times \left( \frac{3!}{2!} + \frac{3!}{2!} \right)$$

이다.

ii)  $k=2$  를 만족시키는 순서쌍  $(x_1, x_2, x_3)$  의 개수는

$$4 \times \left( \frac{3!}{2!} + \frac{3!}{2!} + 3! \right)$$

이다.

⋮

그러므로  $1 \leq k \leq 5$  일 때, 순서쌍  $(x_1, x_2, x_3)$  의 개수는

$$(6-k) \times \left\{ \frac{3!}{2!} + \frac{3!}{2!} + (\boxed{(나)}) \times 3! \right\}$$

이고

$$P(X=k) = \frac{1}{6^3} \times (6-k) \times \left\{ \frac{3!}{2!} + \frac{3!}{2!} + (\boxed{(나)}) \times 3! \right\}$$

(1), (2)에 의하여 확률변수  $X$ 의 평균  $E(X)$  는 다음과 같다.

$$E(X) = \sum_{k=0}^5 \{k \times P(X=k)\} = \frac{1}{6^2} \sum_{k=1}^5 (\boxed{(다)}) = \frac{35}{12}$$

위의 (가)에 알맞은 수를  $a$  라 하고, (나), (다)에 알맞은 식을 각각  $f(k), g(k)$  라 할 때,  $\frac{f(5) \times g(3)}{a}$  의 값은? [4점]

- ① 15      ② 18      ③ 21      ④ 24      ⑤ 27

19. 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각  $t$  ( $0 \leq t \leq 2\pi$ ) 에서의 위치  $(x, y)$  가

$$x = t + 2\cos t, y = \sqrt{3} \sin t$$

일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보기>

- ㄱ.  $t = \frac{\pi}{2}$  일 때, 점 P의 속도는  $(-1, 0)$  이다.
- ㄴ. 점 P의 속도의 크기의 최솟값은 1 이다.
- ㄷ. 점 P 가  $t = \pi$ 에서  $t = 2\pi$  까지 움직인 거리는  $2\pi + 2$  이다.

① ㄱ  
④ ㄴ, ㄷ

② ㄷ  
⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

③ ㄱ, ㄴ

20. 최고차항의 계수가 1인 이차함수  $f(x)$ 에 대하여 함수  $g(x)$  가

$$g(x) = \int_0^x \frac{t}{f(t)} dt$$

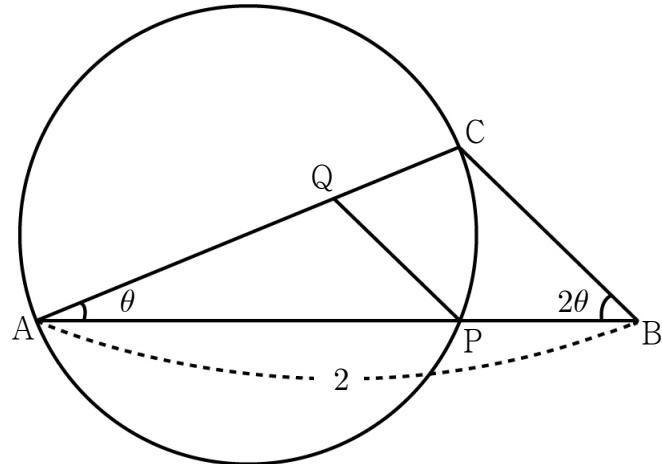
일 때, 함수  $g(x)$  는 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 모든 실수  $x$ 에 대하여  $g'(-x) = -g'(x)$  이다.  
(나) 점  $(1, g(1))$ 은 곡선  $y = g(x)$  의 변곡점이다.

$g(1)$  의 값은? [4점]

- ①  $\frac{1}{5} \ln 2$    ②  $\frac{1}{4} \ln 2$    ③  $\frac{1}{3} \ln 2$    ④  $\frac{1}{2} \ln 2$    ⑤  $\ln 2$

21. 그림과 같이  $\overline{AB} = 2$ 이고  $\angle ABC = 2\angle BAC$ 를 만족하는 삼각형 ABC가 있다. 선분 AC를 지름으로 하는 원과 직선 AB가 만나는 점 중 A가 아닌 점을 P, 점 P를 지나고 선분 BC에 평행한 직선이 선분 AC와 만나는 점을 Q라 하자.  $\angle BAC = \theta$ 라 할 때, 삼각형 APQ의 넓이를  $S(\theta)$ 라 하자.
- $$\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{\theta}$$
- 의 값은? (단,
- $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$
- ) [4점]



- ①  $\frac{16}{27}$     ②  $\frac{17}{27}$     ③  $\frac{2}{3}$     ④  $\frac{19}{27}$     ⑤  $\frac{20}{27}$

단답형

22. 방정식  $\left(\frac{1}{5}\right)^{5-x} = 25$ 를 만족시키는 실수 x의 값을 구하시오. [3점]

23.  ${}_3H_n = 21$  일 때, 자연수 n의 값을 구하시오. [3점]

24. 함수  $f(x) = \log_6(x-a)+b$ 의 그래프의 점근선이 직선  $x=5$ 이고,  $f(11)=9$ 이다. 상수  $a$ ,  $b$ 에 대하여  $a+b$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 서로 다른 인형 5개를 3개의 가방 A, B, C에 남김없이 넣으려고 할 때, 각 가방에 인형을 적어도 1개 이상 넣는 경우의 수를 구하시오. [4점]



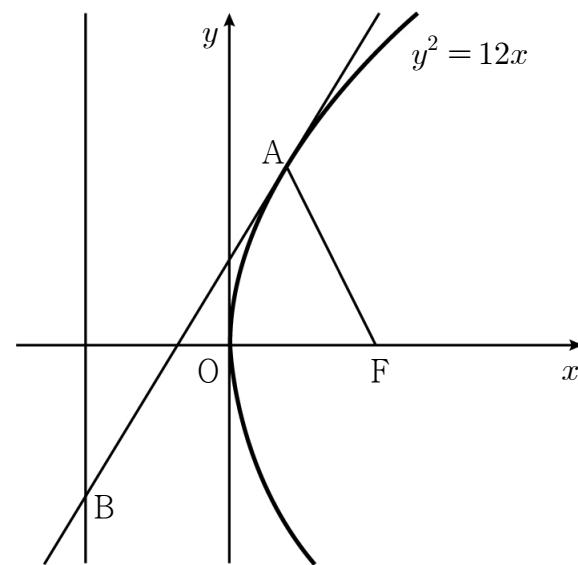
25. 두 함수  $f(x) = kx^2 - 2x$ ,  $g(x) = e^{3x} + 1$  있다. 함수  $h(x) = (f \circ g)(x)$ 에 대하여  $h'(0) = 42$ 일 때, 상수  $k$ 의 값을 구하시오. [3점]

27. 함수  $f(x)$  가

$$f(x) = e^x + \int_0^1 t f(t) dt$$

를 만족시킬 때,  $f(\ln 10)$  의 값을 구하시오. [4점]

28. 그림과 같이 초점이 F인 포물선  $y^2 = 12x$  가 있다. 포물선 위에 있고 제1사분면에 있는 점 A에서의 접선과 포물선의 준선이 만나는 점을 B 라 하자.  $\overline{AB} = 2\overline{AF}$  일 때,  $\overline{AB} \times \overline{AF}$  의 값을 구하시오. [4점]



29. 평면 위에 반지름의 길이가 13인 원  $C$ 가 있다. 원  $C$  위의 두 점  $A, B$ 에 대하여  $\overline{AB} = 24$ 이고, 이 평면 위의 점  $P$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가)  $|\overrightarrow{AP}| = 5$

(나)  $\overrightarrow{AB}$  와  $\overrightarrow{AP}$  가 이루는 각의 크기를  $\theta$  라 할 때,  
 $5\cos\theta$  는 자연수이다.

원  $C$  위의 점  $Q$ 에 대하여  $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{AQ}$  의 최댓값을 구하시오.  
[4점]

30. 상수항을 포함한 모든 항의 계수가 유리수인 이차함수  $f(x)$ 가 있다. 함수  $g(x)$  가

$$g(x) = |f'(x)| e^{f(x)}$$

일 때, 함수  $g(x)$  는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수  $g(x)$  는  $x = 2$ 에서 극솟값을 갖는다.

(나) 함수  $g(x)$  의 최댓값은  $4\sqrt{e}$  이다.

(다) 방정식  $g(x) = 4\sqrt{e}$  의 근은 모두 유리수이다.

$|f(-1)|$  의 값을 구하시오. [4점]

\* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인 하시오.