

제 2 교시

## 수학 영역(가형)

## 5지선다형

1.  ${}_8P_2$ 의 값은? [2점]

- ① 32      ② 40      ③ 48      ④ 56      ⑤ 64

2.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+12x)}{3x}$ 의 값은? [2점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

3. 함수  $f(x) = e^{3x-2}$ 에 대하여  $f'(1)$ 의 값은? [2점]

- ①  $e$       ②  $2e$       ③  $3e$       ④  $4e$       ⑤  $5e$

4. 두 사건  $A, B$ 에 대하여

$$P(A) = \frac{2}{3}, \quad P(A \cap B) = \frac{1}{4}$$

일 때,  $P(A^C \cup B)$ 의 값은? (단,  $A^C$ 은  $A$ 의 여사건이다.) [3점]

- ①  $\frac{1}{2}$       ②  $\frac{7}{12}$       ③  $\frac{2}{3}$       ④  $\frac{3}{4}$       ⑤  $\frac{5}{6}$

## 2

## 수학 영역(가형)

5. 쌍곡선  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{36} = 1$  의 두 초점 사이의 거리가  $6\sqrt{6}$  일 때,

$a^2$ 의 값은? (단,  $a$ 는 상수이다.) [3점]

- ① 14    ② 16    ③ 18    ④ 20    ⑤ 22

7. 부등식  $\frac{27}{9^x} \geq 3^{x-9}$  을 만족시키는 모든 자연수  $x$ 의 개수는?

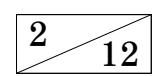
[3점]

- ① 1    ② 2    ③ 3    ④ 4    ⑤ 5

6. 함수  $f(x) = \tan 2x + 3 \sin x$ 에 대하여

$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(\pi+h) - f(\pi-h)}{h}$ 의 값은? [3점]

- ① -2    ② -4    ③ -6    ④ -8    ⑤ -10



# 수학 영역(가형)

3

8. 곡선  $y = |\sin 2x| + 1$ 과  $x$  축 및 두 직선  $x = \frac{\pi}{4}$ ,  $x = \frac{5\pi}{4}$ 로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

- ①  $\pi + 1$     ②  $\pi + \frac{3}{2}$     ③  $\pi + 2$     ④  $\pi + \frac{5}{2}$     ⑤  $\pi + 3$

10. 어느 지구대에서는 학생들의 안전한 통학을 위한 귀가도우미 프로그램에 참여하기로 하였다. 이 지구대의 경찰관은 모두 9명이고, 각 경찰관은 두 개의 근무조 A, B 중 한 조에 속해 있다. 이 지구대의 근무조 A는 5명, 근무조 B는 4명의 경찰관으로 구성되어 있다. 이 지구대의 경찰관 9명 중에서 임의로 3명을 동시에 귀가도우미로 선택할 때, 근무조 A와 근무조 B에서 적어도 1명씩 선택될 확률은? [3점]

- ①  $\frac{1}{2}$     ②  $\frac{7}{12}$     ③  $\frac{2}{3}$     ④  $\frac{3}{4}$     ⑤  $\frac{5}{6}$

9. 곡선  $e^x - e^y = y$  위의 점  $(a, b)$ 에서의 접선의 기울기가 1 일 때,  $a+b$ 의 값은? [3점]

- ①  $1 + \ln(e+1)$     ②  $2 + \ln(e^2+2)$     ③  $3 + \ln(e^3+3)$   
④  $4 + \ln(e^4+4)$     ⑤  $5 + \ln(e^5+5)$



## 4

## 수학 영역(가형)

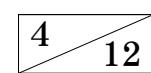
11.  $\int_1^{\sqrt{2}} x^3 \sqrt{x^2 - 1} dx$  의 값은? [3점]

- ①  $\frac{7}{15}$     ②  $\frac{8}{15}$     ③  $\frac{3}{5}$     ④  $\frac{2}{3}$     ⑤  $\frac{11}{15}$

12.  $x = 0$ 에서  $x = \ln 2$  까지의 곡선  $y = \frac{1}{8}e^{2x} + \frac{1}{2}e^{-2x}$  의

길이는? [3점]

- ①  $\frac{1}{2}$     ②  $\frac{9}{16}$     ③  $\frac{5}{8}$     ④  $\frac{11}{16}$     ⑤  $\frac{3}{4}$



# 수학 영역(가형)

5

13. 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각  $t$  ( $0 < t < \pi$ )에서의 위치  $P(x, y)$ 가

$$x = 2t - \cos t, y = 4 - \sin t$$

이다. 시각  $t = \alpha$  ( $0 < \alpha < \pi$ )에서의 점 P의 속도  $\vec{v}$ 와 가속도  $\vec{a}$ 가  $\vec{v} \cdot \vec{a} = 1$ 을 만족시킬 때,  $\alpha$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{\pi}{6}$       ②  $\frac{\pi}{3}$       ③  $\frac{\pi}{2}$       ④  $\frac{2\pi}{3}$       ⑤  $\frac{5\pi}{6}$

14. 직선  $x = k$ 가 두 곡선  $y = \log_2 x$ ,  $y = -\log_2(8-x)$ 와 만나는 점을 각각 A, B라 하자.  $\overline{AB} = 2$ 가 되도록 하는 모든 실수  $k$ 의 값의 합은? (단,  $0 < k < 8$ ) [4점]

- ①  $\frac{1}{2}$       ② 1      ③  $\frac{3}{2}$       ④ 2      ⑤  $\frac{5}{2}$



## 6

## 수학 영역(가형)

15. 함수  $f(x) = a \cos(\pi x^2)$ 에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left\{ \frac{x^2 + 1}{x} \int_1^{x+1} f(t) dt \right\} = 3$$

일 때,  $f(a)$ 의 값은? (단,  $a$ 는 상수이다.) [4점]

- ① 1      ②  $\frac{3}{2}$       ③ 2      ④  $\frac{5}{2}$       ⑤ 3

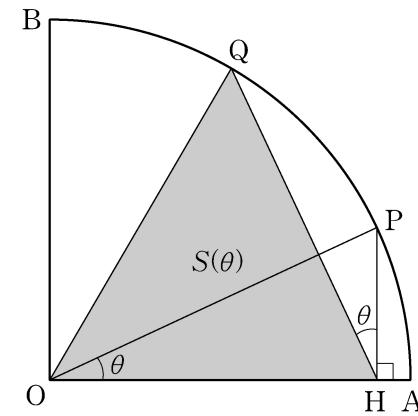
16. 그림과 같이 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가  $\frac{\pi}{2}$ 인

부채꼴 OAB가 있다. 호 AB 위의 점 P에서 선분 OA에 내린 수선의 발을 H라 하고, 호 BP 위에 점 Q를

$\angle POH = \angle PHQ$ 가 되도록 잡는다.  $\angle POH = \theta$  일 때,

삼각형 OHQ의 넓이를  $S(\theta)$ 라 하자.  $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{\theta}$ 의 값은?

(단,  $0 < \theta < \frac{\pi}{6}$ ) [4점]

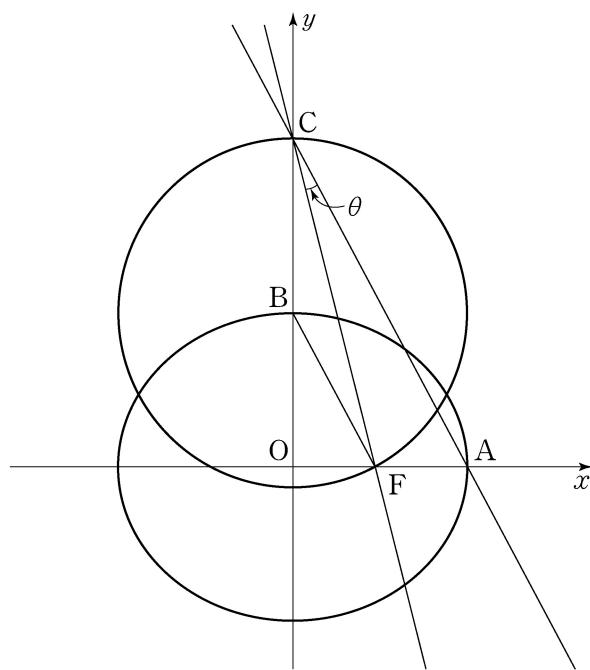


- ①  $\frac{1+\sqrt{2}}{2}$       ②  $\frac{2+\sqrt{2}}{2}$       ③  $\frac{3+\sqrt{2}}{2}$   
 ④  $\frac{4+\sqrt{2}}{2}$       ⑤  $\frac{5+\sqrt{2}}{2}$

# 수학 영역(가형)

7

17. 그림과 같이 한 초점이  $F(c, 0)$ 인 타원  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  과  
두 점  $A(a, 0)$ ,  $B(0, b)$ 가 있다. 점  $B$ 를 중심으로 하고 점  
 $F$ 를 지나는 원이  $y$ 축과 만나는 점 중에서  $y$ 좌표가 양수인  
점을  $C$ 라 할 때, 직선  $CF$ 와 직선  $CA$ 가 이루는 예각의  
크기를  $\theta$ 라 하자.  $\tan(\angle CFB) = \frac{1}{4}$  일 때,  $\tan\theta$ 의 값은?  
(단,  $a, b, c$ 는 양수이다.) [4점]



- ①  $\frac{36}{145}$     ②  $\frac{41}{145}$     ③  $\frac{46}{145}$     ④  $\frac{51}{145}$     ⑤  $\frac{56}{145}$

18. 좌표평면 위에 두 점  $A(0, 4)$ ,  $B(0, -4)$ 가 있다. 한 개의  
주사위를 두 번 던질 때 나오는 눈의 수를 차례로  $m, n$ 이라  
하자. 점  $C\left(m\cos\frac{n\pi}{3}, m\sin\frac{n\pi}{3}\right)$ 에 대하여 삼각형  $ABC$ 의  
넓이가 12보다 작을 확률은? [4점]

- ①  $\frac{1}{2}$     ②  $\frac{5}{9}$     ③  $\frac{11}{18}$     ④  $\frac{2}{3}$     ⑤  $\frac{13}{18}$

## 8

## 수학 영역(가형)

19. 0이 아닌 실수  $p$ 에 대하여 좌표평면 위의 두 포물선

$x^2 = 2y$  와  $\left(y + \frac{1}{2}\right)^2 = 4px$  에 동시에 접하는 직선의 개수를  $f(p)$ 라 하자.  $\lim_{p \rightarrow k^+} f(p) > f(k)$  를 만족시키는 실수  $k$ 의 값을?

[4점]

- |                         |                          |                         |
|-------------------------|--------------------------|-------------------------|
| ① $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ | ② $-\frac{2\sqrt{3}}{9}$ | ③ $-\frac{\sqrt{3}}{9}$ |
| ④ $\frac{2\sqrt{3}}{9}$ | ⑤ $\frac{\sqrt{3}}{3}$   |                         |

20. 자연수  $n$ 에 대하여  $2a+2b+c+d=2n$  을 만족시키는 음이 아닌 정수  $a, b, c, d$  의 모든 순서쌍  $(a, b, c, d)$  의 개수를  $a_n$ 이라 하자. 다음은  $\sum_{n=1}^8 a_n$  의 값을 구하는 과정이다.

음이 아닌 정수  $a, b, c, d$  가  $2a+2b+c+d=2n$  을 만족시키려면 음이 아닌 정수  $k$ 에 대하여  $c+d=2k$  이어야 한다.

$c+d=2k$  인 경우는 (1) 음이 아닌 정수  $k_1, k_2$ 에 대하여  $c=2k_1, d=2k_2$  인 경우거나 (2) 음이 아닌 정수  $k_3, k_4$ 에 대하여  $c=2k_3+1, d=2k_4+1$  인 경우이다.

(1)  $c=2k_1, d=2k_2$  인 경우:

$2a+2b+c+d=2n$  을 만족시키는 음이 아닌 정수  $a, b, c, d$  의 모든 순서쌍  $(a, b, c, d)$  의 개수는 (가) 이다.

(2)  $c=2k_3+1, d=2k_4+1$  인 경우:

$2a+2b+c+d=2n$  을 만족시키는 음이 아닌 정수  $a, b, c, d$  의 모든 순서쌍  $(a, b, c, d)$  의 개수는 (나) 이다.

(1), (2)에 의하여  $2a+2b+c+d=2n$  을 만족시키는 음이 아닌 정수  $a, b, c, d$  의 모든 순서쌍  $(a, b, c, d)$  의 개수  $a_n$  은

$$a_n = \boxed{(가)} + \boxed{(나)}$$

이다. 자연수  $m$ 에 대하여

$$\sum_{n=1}^m \boxed{(나)} = {}_{m+3}C_4$$

이므로

$$\sum_{n=1}^8 a_n = \boxed{(다)}$$

이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각  $f(n), g(n)$  이라 하고, (다)에 알맞은 수를  $r$  라 할 때,  $f(6)+g(5)+r$  의 값을? [4점]

- ① 893      ② 918      ③ 943      ④ 968      ⑤ 993

# 수학 영역(가형)

9

21. 열린 구간  $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right)$ 에서 정의된 함수

$$f(x) = \begin{cases} 2\sin^3 x & \left(-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{4}\right) \\ \cos x & \left(\frac{\pi}{4} \leq x < \frac{3\pi}{2}\right) \end{cases}$$

가 있다. 실수  $t$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 모든 실수  $k$ 의 개수를  $g(t)$ 라 하자.

(가)  $-\frac{\pi}{2} < k < \frac{3\pi}{2}$

(나) 함수  $\sqrt{|f(x)-t|}$ 는  $x=k$ 에서 미분가능하지 않다.

함수  $g(t)$ 에 대하여 합성함수  $(h \circ g)(t)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 최고차항의 계수가 1인 사차함수  $h(x)$ 가 있다.  $g\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = a$ ,  $g(0) = b$ ,  $g(-1) = c$ 라 할 때,  $h(a+5) - h(b+3) + c$ 의 값은? [4점]

- ① 96      ② 97      ③ 98      ④ 99      ⑤ 100

단답형

22. 두 벡터  $\vec{a} = (2, 4)$ ,  $\vec{b} = (1, 3)$ 에 대하여 벡터  $\vec{a} + 2\vec{b}$ 의 모든 성분의 합을 구하시오. [3점]

23.  $\cos \theta = \frac{1}{7}$  일 때,  $\sec^2 \theta$ 의 값을 구하시오. [3점]

9  
12

## 10

## 수학 영역(가형)

24. 자연수 11을 홀수인 자연수로 분할할 때, 자연수 3의 두 개 이상 포함되도록 분할하는 방법의 수를 구하시오. [3점]

25. 함수  $f(x) = 3e^{5x} + x + \sin x$  의 역함수를  $g(x)$  라 할 때,  
곡선  $y = g(x)$  는 점  $(3, 0)$  을 지난다.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{g(x)-g(3)}$  의 값을  
구하시오. [3점]

26. 좌표평면에서 점  $(2, a)$  가 곡선  $y = \frac{2}{x^2 + b}$  ( $b > 0$ ) 의  
변곡점일 때,  $\frac{b}{a}$  의 값을 구하시오. (단,  $a, b$  는 상수이다.)

[4점]

# 수학 영역(가형)

11

27. 세 문자  $a, b, c$  중에서 중복을 허락하여 4개를 택해 일렬로 나열할 때, 문자  $a$ 가 두 번 이상 나오는 경우의 수를 구하시오. [4점]

28. 자연수  $n (n \geq 3)$ 에 대하여 집합  $A$ 를

$$A = \{(x, y) \mid 1 \leq x \leq y \leq n, x \text{와 } y \text{는 자연수}\}$$

라 하자. 집합  $A$ 에서 임의로 선택된 한 개의 원소  $(a, b)$ 에 대하여  $b$ 가 3의 배수일 때,  $a=b$ 일 확률이  $\frac{1}{9}$ 이 되도록 하는 모든 자연수  $n$ 의 값의 합을 구하시오. [4점]

# 12

## 수학 영역(가형)

29. 좌표평면 위에  $\overline{AB} = 5$ 인 두 점 A, B를 각각 중심으로 하고 반지름의 길이가 5인 두 원을 각각  $O_1$ ,  $O_2$ 라 하자. 원  $O_1$  위의 점 C와 원  $O_2$  위의 점 D가 다음 조건을 만족시킨다.

(가)  $\cos(\angle CAB) = \frac{3}{5}$

(나)  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = 30^\circ$ 이고  $|\overrightarrow{CD}| < 9^\circ$ 이다.

선분 CD를 지름으로 하는 원 위의 점 P에 대하여  $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB}$ 의 최댓값이  $a + b\sqrt{74}$ 이다.  $a+b$ 의 값을 구하시오.  
(단,  $a$ ,  $b$ 는 유리수이다.) [4점]

30. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수  $f(x)$ 에 대하여 곡선  $y=f(x)$  위의 점  $(t, f(t))$ 에서의 접선의  $y$ 절편을  $g(t)$ 라 하자. 모든 실수  $t$ 에 대하여

$$(1+t^2) \{g(t+1)-g(t)\} = 2t$$

이고,  $\int_0^1 f(x)dx = -\frac{\ln 10}{4}$ ,  $f(1) = 4 + \frac{\ln 17}{8}$  일 때,

$2\{f(4)+f(-4)\} - \int_{-4}^4 f(x)dx$ 의 값을 구하시오. [4점]

\* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인 하시오.