第一章　地震作用

地震按其产生的原因，可分为

- 火山地震：火山活动（爆发或爆发前夕）引起
- 陷落地震：地下空洞（岩洞、矿井等）突然塌陷而引起
- 构造地震：地质运动引起（占世界地总数90%以上,也是破坏力最大的）

地幔热对流是引起地质运动的最主要原因，其他原因包括地球的自转与公转、月球和太阳的引力影响等。地质运动使地壳岩层变形而产生应力，岩层变形不断累积会使应力增大，当岩层应力大于岩石强度时，岩层会突然破裂，岩层破裂后将以震动的方式释放能量并产生地震波，地震波到达观测点地面引起地面运动，形成“地震”。

地震术语:

1. 震源：即发震点，是指岩层断裂处
2. 震中：指震源正上方的地面地点
3. 震源深度：指震中至震源的距离
4. 震中距：指地面某处到震中的距离

Remark. 震源深度:

浅源地震（$h \leq 60km$）

中源地震（$60km \leq h \leq 300km$）

深源地震（$h \geq 300km$）

板块构造学说:

板块与板块间可认为是大陆的断层，而断层处抵抗应力的能力通常较低，因此地震多发生于板块边缘(其中环太平洋地震带和欧亚地震带)。

Theorem 1.0.1. 震级：衡量地震规模大小的数量等级。一次地震只有一个震级。
里氏震级：$M = \lg A \quad$ (其中A是距离震中100km地面最大位移)

Remark. 这里A的单位是μm显然只能用来定义比较小震级的地震(具体指6级以下)
6级以上需要通过其他方法定义

Definition 1.0.1. 地震能E与震级M之间的关系：

$$\lg E = 11.8 + 1.5M$$

E的单位是尔格（1尔格=10^{-7}J）

震级增加1级，地震能增大31.6倍。

$$\frac{E_2}{E_1} = \left[10^{11.8+1.5(M+1)}\right] / \left(10^{11.8+1.5M}\right) = 10^{1.5} = 31.6$$

Definition 1.0.2. 烈度
某一特定地区遭受一次地震影响的强弱程度。同一场地震会有不同的烈度。

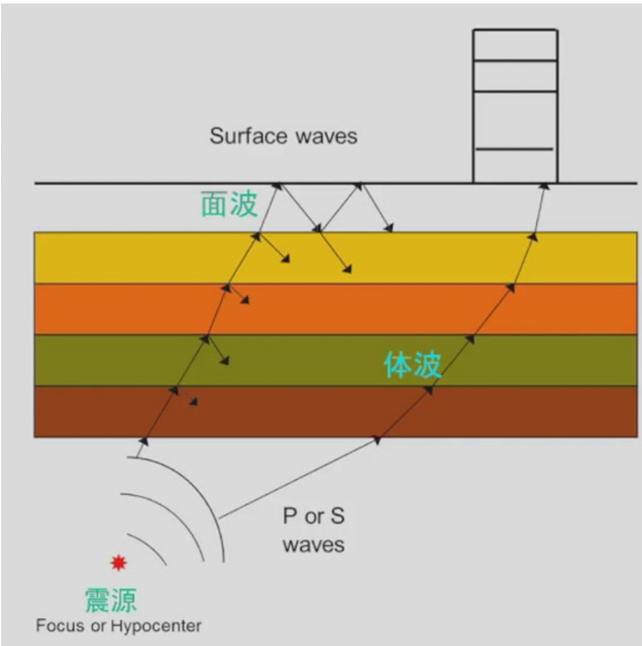


图 1.1: 面波和体波

Remark. 一般认为，面波是体波经地层界面多次反射、折射所形成的次生波。

如果把地球看作匀质球体，先到的波通常为纵波或P波；后到的波通常为横波或S波。

纵波（P波）：使建筑物产生上下颠簸

横波（S波）：使建筑物产生水平摇晃

面波也有两种，一种为瑞雷波（R波），一种为洛夫波（L波）。

1. 瑞雷波传播时，质点在与地面成垂直的平面内沿波的前进方向作椭圆运动。
2. 洛夫波传播时，质点在地平面内作与波行进方向相垂直的振动。

Remark. 地震地面运动的竖向运动由P波和R波引起(随堂小测)。

各种波特点	体波		面波
	P波	S波	R波和L波
波速	快	较快	慢
周期	短	较短	长
振幅	小	较小	大
运动方向	上下运动	前后、左右运动	R波：上下、前后运动；L波：左右运动

表 1.1: 各种波的特性比较

影响地面运动频谱的两个因素: 场地条件:(1)土层软硬程度(2)土层覆盖层厚度

震中距:周期短的波在有阻尼介质中传播较易衰减，随着震中距的增加，短周期成分占比减小，长周期成分占比增加特定周期的波可能引发共振

1.1 单质点体系运动方程

Definition 1.1.1. 反应谱理论:

$$F = k\beta G$$

G — 重力荷载代表值；

k — 地震系数（反映震级等的影响）；

β — 动力系数（反映结构的特性，如周期、阻尼等的影响）。

反应谱理论的成功之处在于，不仅考虑了地震的强度影响，还考虑了结构的抗震影响，但是没有考虑地震时间长度的影响。

为分别考虑地面运动幅值和频谱对地震反应谱影响，将 $F = m \cdot S_a$ 表达式改写为：

$$F = mS_a = mg\left(\frac{|\ddot{x}_g|_{\max}}{g}\right)\left(\frac{S_a}{|\ddot{x}_g|_{\max}}\right) = Gk\beta$$

$$S_a = |\ddot{x}_g + \ddot{x}|_{\max}$$

式中：k 为地震系数

β 为动力系数

$G = mg$ 为结构重量

$|\ddot{x}_g|_{\max}$ 为地面运动最大加速度

Remark. 地震影响系数: $\alpha = k\beta$

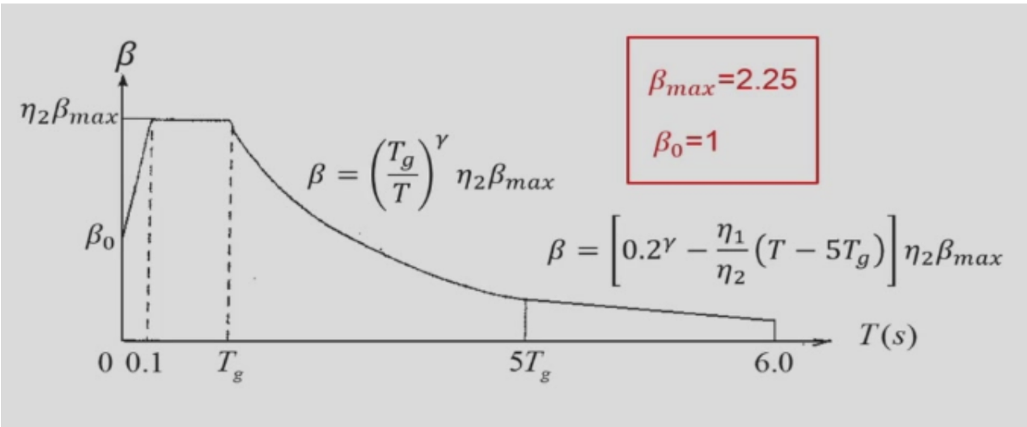


图 1.2: 地震系数

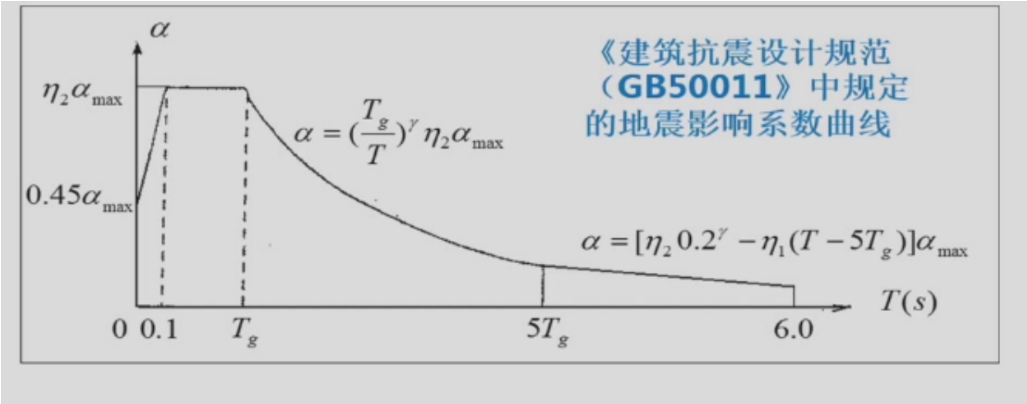
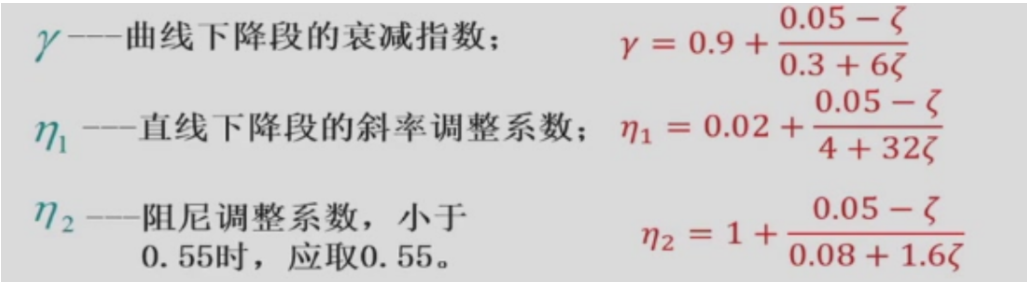


图 1.3: 地震影响系数



γ——曲线下降段的衰减指数；$\gamma=0.9+\frac{0.05-\zeta}{0.3+6\zeta}$

η_1——直线下降段的斜率调整系数；$\eta_1=0.02+\frac{0.05-\zeta}{4+32\zeta}$

η_2——阻尼调整系数，小于0.55时，应取0.55。$\eta_2=1+\frac{0.05-\zeta}{0.08+1.6\zeta}$

图 1.4: 相关参数

Remark. 知道了地震影响系数，根据两个图，可以分别计算出地震系数和动力系数，比如说曲线下降段的k=1。

Remark. 地震作用是一种间接作用&偶然作用&动态作用

1.2 多质点体系运动方程

当结构的质量不集中于一个确定位置时，如多高层房屋、烟囱等，应将结构处理成多质点体系进行地震反应分析，才能得到切合实际的解答。

以下关于振型分解反应谱法的内容不是那么重要，沈老师强调了重点考虑底部剪力法

通俗的理解下，振型分解反应谱法（因为我也看的不是很懂）:

对于一个多质点体系，每个节点，都可以列一个和单质点体系类似的方程，简写为矩阵的形式:

$$[M]\{\ddot{x}\}+[C]\{\dot{x}\}+[K]\{x\}=-\ddot{x}_g[M]\{1\}$$

类似的写出特征方程:

$$([K]-\omega^2[M])\{\phi\}=0$$

从线性代数角度来说，这个方程的特征向量线性无关，所以通解可以表示为特征向量的线性组合形式。

$$\mathbf{x}(t)=\sum_{r=1}^{n}\phi_r q_r(t)$$

这里的$q_r(t)$就是以振型为基底的新坐标(相当于线性变换了) 同时这里刚度矩阵K和M为对称矩阵，ω^2也是对称矩阵，因此振型是相互正交的。

Remark. 对称矩阵的特征向量相互正交。

同新坐标系下的$\mathbf{x}(t)$带入原方程,进行求解

$$\ddot{q}_j+2\omega_j\zeta_j\dot{q}_j+\omega_j^2 q_j=-\gamma_j\ddot{x}_g$$

得到反应谱的定义:

$$F_{ji}=m_i\gamma_j\phi_{ji}S_a(T_j)=\gamma_j\phi_{ji}G_i\alpha(T_j)$$

考虑到各阶振型不在同一时刻发生，各振型最大效应直接相加结果会偏大，因此需要采取合理的振型组合，常用方法“平方和开方”法

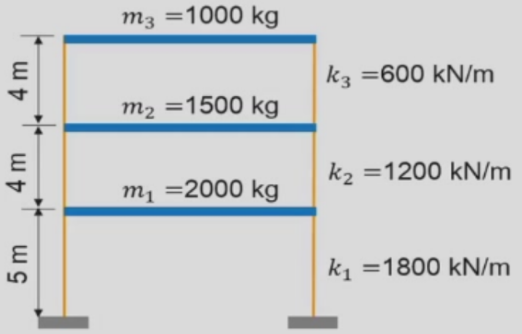
$$S=\sqrt{\sum S_j^2}$$

S——水平地震作用效应;

S_j——j振型水平地震作用产生的作用效应，包括内力和变形。

一般，各阶振型在地震总效应中的贡献随其频率的增加而迅速减少，频率最低的几个振型控制着结构的最大地震效应。实际计算中，一般采用前几个振型即可。

已知一个三层剪切型结构，如图所示。已知该结构的各阶周期和振型，见下表。与设计反应谱的有关参数为T_g=0.2s，ζ=0.05，$\alpha_{max}=0.16$。试采用振型分解反应谱法求该结构在地震作用下的底部最大剪力和顶部最大位移。



T_1	0.433 s	$\{\phi_1\}$	$\begin{Bmatrix}0.301\\0.648\\1.000\end{Bmatrix}$
T_2	0.202 s	$\{\phi_2\}$	$\begin{Bmatrix}-0.676\\-0.601\\1.000\end{Bmatrix}$
T_3	0.136 s	$\{\phi_3\}$	$\begin{Bmatrix}2.47\\-2.57\\1.00\end{Bmatrix}$

图 1.5: 振型分解计算例题

Remark.

$$\gamma_j = \frac{\{\phi_j\}^T[M]\{1\}}{\{\phi_j\}^T[M]\{\phi_j\}}$$

$$F_{ij} = G_i\gamma_i\phi_{ij}\alpha_i$$

（2）各阶振型地震作用

第一阶振型地震作用

$$F_{11} = G_1\gamma_1\phi_{11}\alpha_1 = 2\times 9.8\times 1.421\times 0.301\times 0.0798 = 0.669\ kN$$

$$F_{12} = G_1\gamma_1\phi_{12}\alpha_1 = 1.5\times 9.8\times 1.421\times 0.648\times 0.0798 = 1.080\ kN$$

$$F_{13} = G_1\gamma_1\phi_{13}\alpha_1 = 1.0\times 9.8\times 1.421\times 1.000\times 0.0798 = 1.111\ kN$$

第二阶振型地震作用

$F_{21} = 1.074\ kN$ $F_{22} = 0.716\ kN$ $F_{23} = -0.795\ kN$

第三阶振型地震作用

$F_{31} = 0.697\ kN$ $F_{32} = -0.529\ kN$ $F_{33} = 0.141\ kN$

图 1.6: 计算作用力

（3）求最大底部剪力

各振型地震作用产生的底部剪力为：

$$V_{11} = F_{11} + F_{12} + F_{13} = 2.860\ kN$$
$$V_{21} = F_{21} + F_{22} + F_{23} = 0.995\ kN$$
$$V_{31} = F_{31} + F_{32} + F_{33} = 0.309\ kN$$

通过振型组合求最大底部剪力：

$$V_1 = \sqrt{V_{11}^2 + V_{21}^2 + V_{31}^2} = 3.043\ kN$$

若只取前两阶振型反应组合，可得

$$V'_1 = \sqrt{V_{11}^2 + V_{21}^2} = 3.028\ kN \approx V_1$$

图 1.7: 计算剪力

求最大顶部位移

各振型地震作用产生的顶部位移为：

$$u_{13} = \frac{F_{11} + F_{12} + F_{13}}{k_1} + \frac{F_{12} + F_{13}}{k_2} + \frac{F_{13}}{k_3} = \frac{2.860}{1800} + \frac{1.080 + 1.111}{1200} + \frac{1.111}{600} = 5.266 \times 10^{-3}\ m$$

$$u_{23} = \frac{F_{21} + F_{22} + F_{23}}{k_1} + \frac{F_{22} + F_{23}}{k_2} + \frac{F_{23}}{k_3} = -0.838 \times 10^{-3}\ m$$

$$u_{33} = \frac{F_{31} + F_{32} + F_{33}}{k_1} + \frac{F_{32} + F_{33}}{k_2} + \frac{F_{33}}{k_3} = 0.083 \times 10^{-3}\ m$$

图 1.8: 计算位移

底部剪力法是把地震作用当作等效静力作用在结构上，以此计算结构的最大地震反应。因该方法首先计算地震产生的结构底部最大剪力，然后将该剪力分配到结构各质点上作为地震作用，而得此名。

Remark. 底部剪力法只考虑第一振型的地震作用，因此在计算时只需要计算体系的基本周期和第一振型。（×计算的时候不用第一振型只用基本周期）

同时底部剪力法和振型分解反应谱法都是静力学方法，所以只适用弹性(非塑形)计算。

计算假定:

1. 地震作用下以第一振型反应为主，忽略其他振型反应
2. 结构第一振型为线性倒三角形分布，任一质点的振型坐标与该质点离地面的分布假设高度成正比

底部剪力法适用条件：

1. 房屋结构的质量和刚度沿高度分布比较均匀
2. 房屋高度不超过40m
3. 房屋结构在地震作用下的变形以剪切变形为主
4. 房屋结构在地震作用下的扭转效应可忽略不计

Theorem 1.2.1. 第一振型的水平地震作用为:

$$F_i = \alpha_1 \phi_{1i} \gamma_1 G_i = \alpha_1 \phi_{1i} \frac{\sum G_j \phi_{1j}}{\sum G_j \phi_{1j}^2} G_i$$

$$\phi_{1i} = cH_i \quad \Longrightarrow$$

$$F_i = \alpha_1 \frac{\sum G_j H_j}{\sum G_j H_j^2} H_i G_i \quad \text{这条式子告诉我们}F_i\text{按}G_j H_j\text{分配}$$

$$F_i = \frac{G_i H_i}{\sum_{j=1}^{n} G_j H_j} F_{Ek}$$

$$F_{EK} = \alpha_1 \chi G_E$$

其中:

$$\chi = \frac{(\sum G_j H_j)^2}{(\sum G_j H_j^2)(\sum G_i)} = \frac{3(n+1)}{2(2n+1)}$$

$$G_E = \sum G_i$$

Remark. γ_j被称为振型参与系数，表示各个振型被激发的"强度"。

n=1，可以取χ为1，大于1时，近似取为0.85

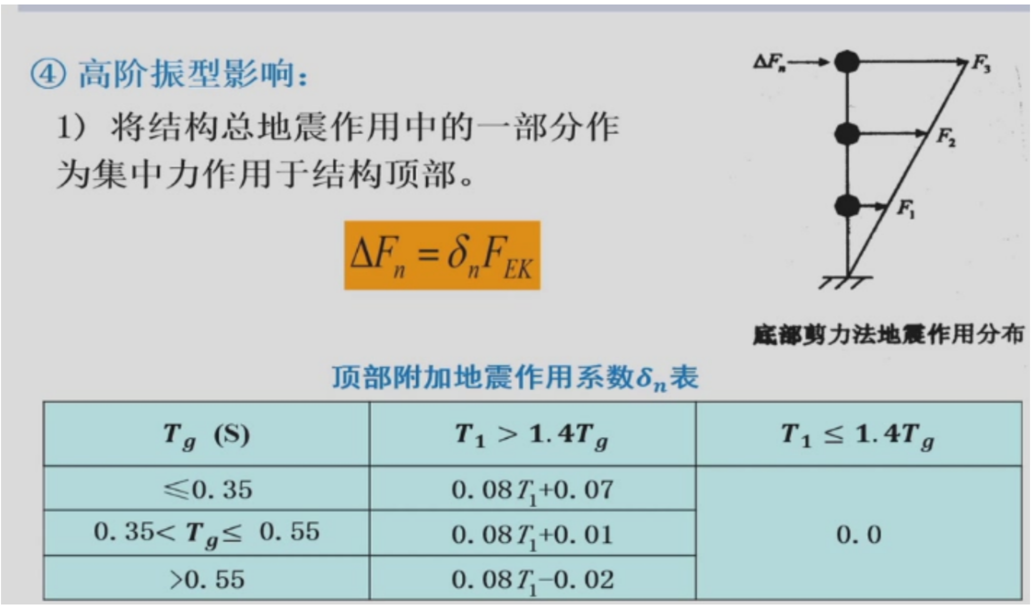
Remark. 适用于基本周期：$T_1 \leq 1.4T_g$

当 $T_1 > 1.4T_g$ 时，需考虑高振型的影响，否则计算所得的结构顶部地震作用偏小

Remark.

$$\phi_{1i} = cH_i$$

这条关系式的含义是由于第一振型是一个倒三角型，这在计算假定里



T_g (S)	$T_1 > 1.4T_g$	$T_1 \leq 1.4T_g$
≤0.35	$0.08T_1+0.07$	0.0
$0.35< T_g \leq 0.55$	$0.08T_1+0.01$	
>0.55	$0.08T_1-0.02$	

图 1.9: 高阶振型的影响

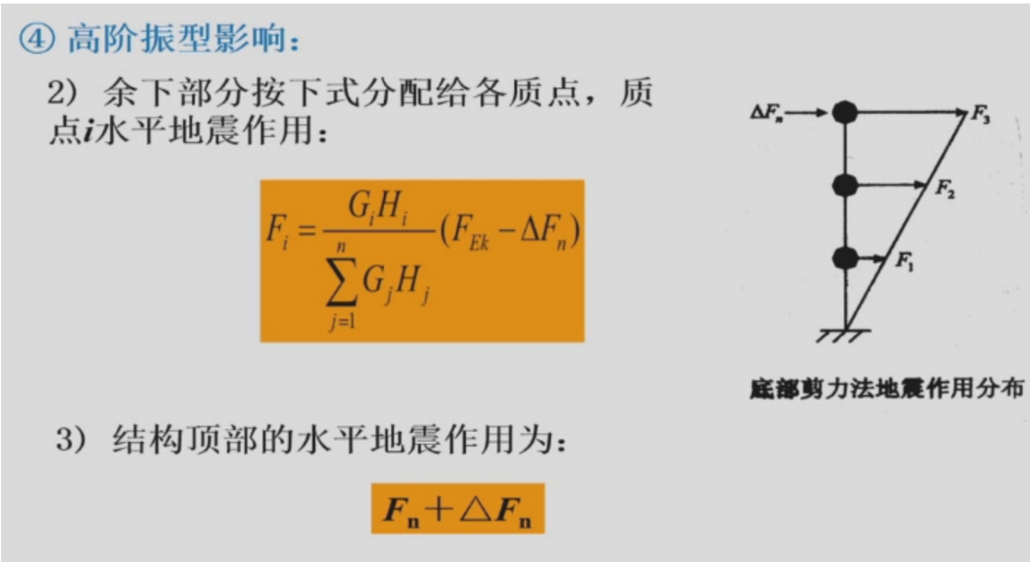


图 1.10: 高阶振型对其余节点的影响

Example 1.2.1. 还是刚才那道题目

求底部剪力

地震影响系数：$\alpha_1 = \left(\frac{T_g}{T_1}\right)^{0.9} \quad \alpha_{\max} = \left(\frac{0.2}{0.433}\right)^{0.9} \times 0.16 = 0.0798$

结构总重力荷载：$G_E = (1.0 + 1.5 + 2.0) \times 9.8 = 44.1\,kN$

因结构质点数 $n = 3 > 1$，近似取 $\chi = 0.85$，则底部剪力：

$$F_{E_k} = \chi\alpha_1 G_E = 0.85 \times 0.0798 \times 44.1 = 2.991\,kN$$

与通过振型分解反应谱法求得的结果接近（3.043 kN）。

如不考虑高阶振型影响，则：

$$F_1 = \frac{G_1H_1}{\sum G_jH_j} F_{Ek} = \frac{2\times 5}{2\times 5+1.5\times 9+1.0\times 13}\times 2.991 = 0.819\,kN$$

$$F_2 = \frac{1.5\times 9}{2\times 5+1.5\times 9+1.0\times 13}\times 2.991 = 1.106\,kN$$

$$F_3 = \frac{1.0\times 13}{2\times 5+1.5\times 9+1.0\times 13}\times 2.991 = 1.065\,kN$$

顶部位移

$$u_3 = \frac{F_{Ek}}{k_1} + \frac{F_2+F_3}{k_2} + \frac{F_3}{k_3} = \frac{2.991}{1800} + \frac{1.065+1.106}{1200} + \frac{1.065}{600} = 5.246\times 10^{-3}\,m$$

与上例通过振型分解反应谱法求得的结果也很接近（5.333 $\times 10^{-3}$ m）。**根据周期检查是否需要考虑高阶振型:**

$T_1(=0.433\,s) > 1.4T_g(=0.28\,s)$，需考虑高阶振型影响。

查表：

$$\delta_n = 0.08T_1 + 0.07 = 0.08\times 0.433 + 0.07 = 0.105$$

$$\Delta F_3 = \delta_n F_{EK} = 0.105\times 2.991 = 0.314\,\mathrm{kN}$$

则：

$$F_1 = \frac{G_1H_1}{\sum G_jH_j}(F_{Ek}-\Delta F_3) = \frac{2\times 5}{2\times 5+1.5\times 9+1.0\times 13}\times(2.991-0.314) = 0.733\,\mathrm{kN}$$

$$F_2 = 0.990\,\mathrm{kN}$$

$$F_3 = 0.953\,\mathrm{kN}$$

$$F_3 + \Delta F_3 = 1.267\,\mathrm{kN}$$

顶部位移

$$u_3 = \frac{F_{Ek}}{k_1} + \frac{F_2+F_3+\Delta F_3}{k_2} + \frac{F_3+\Delta F_3}{k_3} = \frac{2.991}{1800} + \frac{2.257}{1200} + \frac{1.267}{600}$$
$$= 5.654\times 10^{-3}\,\mathrm{m}$$

与通过振型分解反应谱法求得的结果接近（5.333 $\times 10^{-3}$ m）。

Remark. 相比于原来反应谱方法，首先不论是剪力还是位移，都只要考虑一阶振型，简化了计算，同时精度在可控范围。

Example 1.2.2. 简述地震反应谱的实质。

自振圆频率为 ω，阻尼比为 ξ 的单质点体系在确定的地震地面运动下最大的加速度反应。

Example 1.2.3. 某三层钢筋混凝土框架结构，设计地震基本烈度为8度区，场地为Ⅳ类，设计地震分组为第二组，结构所在场地特征周期值 $T_g = 0.75s$，结构层高和各层重力荷载代表值如图5-26所示，结构基本自振周期为0.50s。重力加速度 $g = 9.8m/s^2$。试采用底部剪力法，求：

(1) 结构的底部总剪力；

(2) 作用在各层楼板上的地震作用；

(3) 结构顶部最大位移。

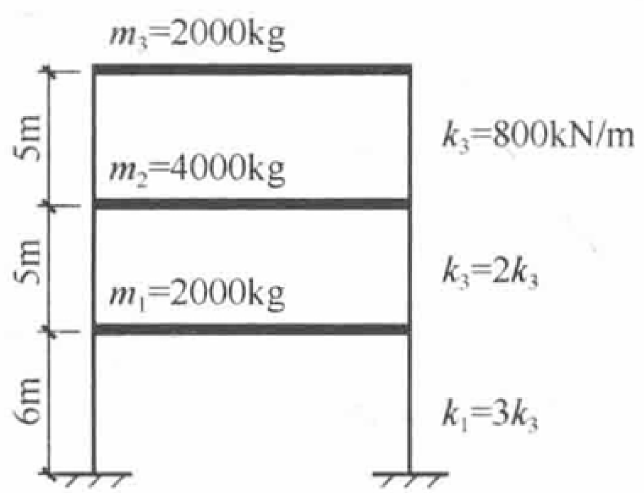


图 5-26　习题 5-6 框架立面图

$\delta_n = 0$　查表可知，可以忽略地震的顶部作用。

$$(1)\quad F_{E_k} = a_{\max}\times\chi\times G = a_{\max}\times\chi\times\sum G_j = 0.16\times0.85\times(2000+4000+2000)\times9.8 = 10.66\,\text{kN}$$

$$(2)\quad F_1 = \frac{6\times2}{6\times2+11\times4+16\times2}\times F_{E_k} = 1.45\,\text{kN}$$

$$F_2 = 5.33\,\mathrm{kN}$$

$$F_3 = 3.87\,\mathrm{kN}$$

(3) $$\sum U = U_1 + U_2 + U_3 = \frac{F_1 + F_2 + F_3}{k_1} + \frac{F_2 + F_3}{k_2} + \frac{F_3}{k_3} = 1.2 \times 10^{-2}\,\mathrm{m}$$