

第一章 网络优化理论

Definition 1.0.1. 网络

$G(\text{图}) = (V(\text{节点}), E(\text{弧}))$

Definition 1.0.2. 次

$d(v)$: 以顶点 v 为端点的边的个数

Definition 1.0.3. 树是一个连通无圈无向的图

树 $T = (V, E)$, $|V| = n, |E| = m$, 则下列说法等价:

- (1) T 是一个树
- (2) T 无圈, 且 $m = n - 1$
- (3) T 连通, 且 $m = n - 1$
- (4) T 无圈, 但每加一个新边, 可得唯一的圈
- (5) T 连通, 但每舍去一条边即不连通
- (6) T 中任意两点, 有唯一的链相连

实际上可以管这个叫最小生成树, 因为你找不出更小一个连通无圈无向的图了。对于一个图的最小生成树, 我们可以采用破圈法。

Definition 1.0.4. 生成子图: 给定图 $G = (V, E)$, 其生成子图 $G' = (V', E')$ 满足以下条件:

- $V' \subseteq V$: 子图的顶点集合是原图顶点集合的子集;
- $E' \subseteq E$: 子图的边集合是原图边集合的子集;
- E' 仅包含连接 V' 中顶点的边。

Remark. 几个概念的辨析

1. 链:无方向要求, 可以反向链接
2. 道路:有方向要求, 不能反向链接
3. 圈:顾名思义, 但是可以反向链接
4. 回路:有方向要求的圈, 不能反向链接

1. 对于所有权值都非负的图, 最短路可用dijkstra算法求解
2. 对于含负权值的图, 最短路可用逐次逼近法求解
3. 对于任意两点最短距离, 可以使用Floyd算法求解

何老师的问题:对于逐次逼近法, 最多需要几次迭代。

如果不能提早收敛的话, 得要 $n-1$ 次 (n 是节点个数)