

Materi Matematika SMA Kelas 12: Turunan Fungsi

Turunan (derivatif) merupakan salah satu konsep penting dalam kalkulus. Turunan digunakan untuk mengetahui laju perubahan suatu fungsi terhadap variabelnya. Konsep ini sering diaplikasikan untuk menentukan gradien garis singgung, kecepatan, percepatan, dan optimasi fungsi.

Rumus Dasar Turunan:

Jika $f(x) = x^n$, maka $f'(x) = n \cdot x^{n-1}$

Turunan dari konstanta: $(k)' = 0$

Turunan dari fungsi penjumlahan: $(u \pm v)' = u' \pm v'$

Turunan dari hasil kali: $(uv)' = u'v + uv'$

Turunan dari hasil bagi: $(u/v)' = (u'v - uv') / v^2$

Contoh 1:

Tentukan turunan dari $f(x) = 3x^2 + 5x - 7$

Penyelesaian:

$$f'(x) = 6x + 5$$

Contoh 2:

Tentukan turunan dari $f(x) = (2x^3 - 4x)(x^2 + 1)$

Gunakan aturan hasil kali:

$$f'(x) = (6x^2 - 4)(x^2 + 1) + (2x^3 - 4x)(2x)$$

$$f'(x) = 6x^2 + 6x^2 - 4x^2 - 4 + 4x^4 - 8x^2$$

$$f'(x) = 10x^2 - 6x^2 - 4$$

Contoh Aplikasi Turunan:

Sebuah benda bergerak dengan posisi $s(t) = 4t^2 + 2t$ (meter). Kecepatan benda adalah turunan dari fungsi posisi terhadap waktu:

$$v(t) = s'(t) = 8t + 2.$$

Jadi, pada $t = 3$ detik, kecepatan benda $v(3) = 8(3) + 2 = 26$ m/s.

Turunan fungsi juga digunakan dalam menentukan nilai maksimum dan minimum dari suatu fungsi, yang banyak digunakan dalam ekonomi, fisika, dan teknik.