

Timing

Riccardo Antonelli, Federico Chiossi, Daniele Schiavi

23 maggio 2015

Obiettivi

- Misura dell'andamento del guadagno dei PMT in funzione della tensione applicata e determinazione del punto di lavoro ottimale
- determinazione della calibrazione in energia degli scintillatori organici e la risoluzione energetica dell'analisi dei Compton edge
- determinazione del ritardo esterno CFTD che ottimizza la risoluzione temporale del sistema
- determinazione dell'andamento della risoluzione temporale in funzione del range dinamico dei segnali analizzati dal CFTD

Fit del profilo Compton

Per la calibrazione dei rivelatori in energia dei raggi X e la stima della risoluzione energetica forniamo i risultati di due metodi: il primo (**SEMIGAUSS**), basato su i risultati di una simulazione Monte Carlo fatta dal professor Viesti, che utilizza i valori di un fit Gaussiano sui due profili Compton troncati. Il secondo (metodo **FIT**) è un modello semi-empirico da noi sviluppato basato su un fit esplicito di un profilo Compton.

Come profilo energetico "grezzo" (senza considerare la risoluzione dell'apparato) consideriamo la distribuzione di Klein-Nishina integrata. Definiamo $\text{edge}_{1,2} \approx 340 \text{ keV}, 1062 \text{ keV}$ gli edge Compton per i fotoni rispettivamente a 511 e 1275 keV. Se c è il canale, e (y, e_1, e_2, k) sono parametri che descrivono la distribuzione, definiamo E_0 la stima dell'energia al canale 0:

$$E_0 := \left(\text{edge}_1 - \frac{e_1}{e_2} \text{edge}_2 \right) / \left(1 - \frac{e_1}{e_2} \right)$$

I parametri e_i sono le posizioni in canali dei due Compton edge. Sia

$$E(c) := E_0 + \left(\frac{\text{edge}_1 - E_0}{e_1} \right) c$$

la stima dell'energia al canale c . Notare che abbiamo semplicemente effettuato la calibrazione tale per cui $E(e_i) = \text{edge}_i$.

A questo punto definiamo la distribuzione

$$A(c) := y \sum_i k_i \left(2 - 2 \frac{E}{\epsilon_i - E} + \frac{E^2}{(\epsilon_i - E)^2} + \frac{E^2}{\epsilon_i(\epsilon_i - E)} \right) \chi(c < e_i)$$

La somma è sui due picchi Compton; $k_1 = 1$ e $k_2 = k$, parametro che racchiude il rapporto in ampiezza fra i due picchi Compton. y è un fattore di scala globale sulle frequenze. ϵ_i sono le energie dei fotoni, ~ 1275 e 511 keV . χ è una funzione indicatrice che tronca il profilo in corrispondenza del picco Compton.

Per tenere conto della risoluzione dello strumento effettuiamo una convoluzione del profilo $A(c)$ con una gaussiana di integrale unitario. Questa nuova distribuzione ha un parametro addizionale, la deviazione standard della gaussiana σ :

$$B(c; y, e_1, e_2, k, \sigma) = A(c; y, e_1, e_2, k) * \text{gauss}(c'; \sigma)$$

Tuttavia questo modello non fitta bene i dati. Vogliamo qui suggerire una variante che trova un migliore riscontro coi dati sperimentali. Supponiamo che la FWHM generato da un fascio di raggi X di fissata energia sia proporzionale all'energia stessa del fascio, ovvero che la σ sia una funzione lineare del canale:

$$\sigma(c) = \gamma c$$

Con γ un parametro adimensionale. Per cui la distribuzione risultante è

$$B(c; y, e_1, e_2, k, \gamma) = A(c; y, e_1, e_2, k) * \text{gauss}(c'; \gamma c)$$

(la scrittura è formale, dal momento che non si tratta più di una convoluzione vera e propria.) Nel dettaglio il calcolo effettuato è stato

$$B(c) = \sum_j A(c + j) \text{gauss}(j; \gamma c)$$

con un range ragionevole per j .

La distribuzione finale è fittata ai dati mediante un metodo a forza bruta; lo spazio dei parametri è diviso in celle e queste sono esplorate per trovare il set che minimizza lo scarto quadratico totale. Si ripete la ricerca raffinando la griglia. Lo svantaggio di questo metodo è il costo computazionale: per avere tempi di esecuzione nell'ordine di alcuni minuti è necessario fornire al programma un range non eccessivo in cui far variare i parametri.

Un tipico esempio dell'utilizzo del programma è mostrato di seguito.

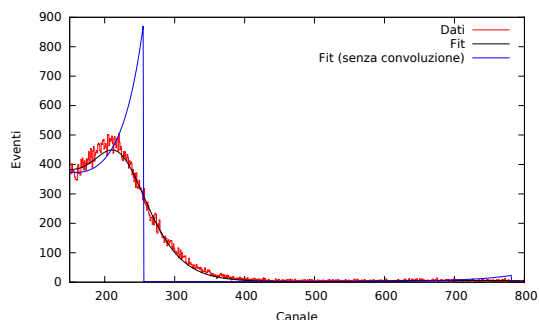


Figura 1: Esempio di fit (curva nera). La curva blu rappresenta il profilo Compton pre-convoluzione corrispondente ai parametri di fit ed evidenzia la stima della posizione originaria del Compton edge.

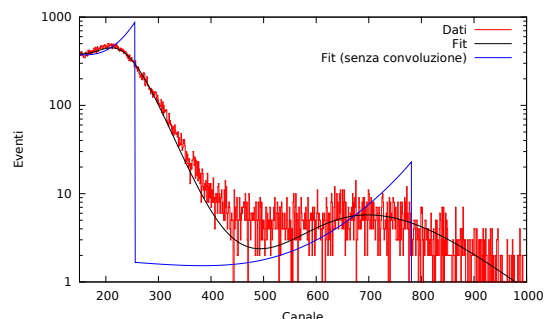


Figura 2: Grafico a fianco in scala logaritmica.

Si noti che il fit riesce ad approssimare bene anche il compton edge a 1275 keV.

Analisi

Guadagno - Voltaggio

Vogliamo studiare il comportamento dei PMT in funzione della differenza di potenziale dei dinodi. Chiaramente aumentando il voltaggio aumenta il guadagno, ma per i limiti dell'elettronica (dell'ADC in particolare) per i voltaggi di 1800 e 1900 V è necessario ridurre il guadagno dell'amplificatore da x100 a x40. Il risultato è che il valore ottimale di lavoro è di 1700 V.

Dal parametro σ/C (Rapporto adimensionale tra il centro e la σ del fit gaussiano eseguito in un intorno del compton edge) si ha una stima della risoluzione dell'apparato. Osserviamo dalle figure di seguito che tale parametro rimane pressochè lo stesso col variare del voltaggio. L'errore è stato ottenuto per propagazione tenendo conto della covarianza dei due valori.

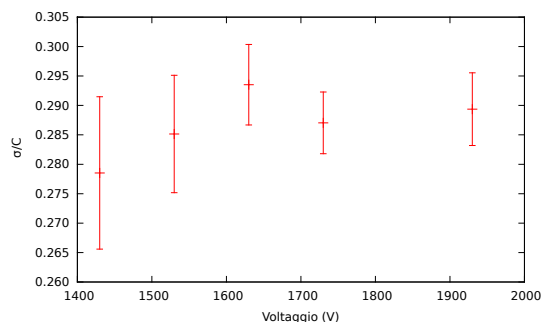


Figura 3: Risoluzione energetica in funzione del voltaggio, rivelatore 1

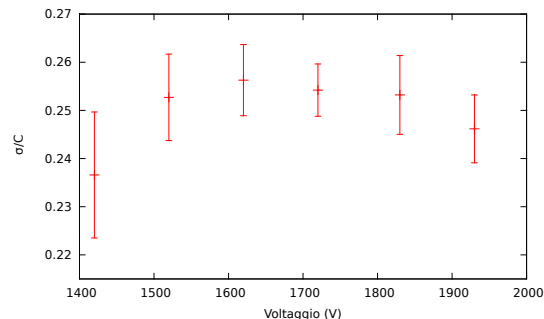


Figura 4: rivelatore 2

Usando il metodo (FIT) si trovano risultati analoghi.

Risoluzione energetica

Metodo SEMIGAUSS

Calcoliamo il parametro σ/C per il voltaggio di circa 1720 V per il rivelatore 1 e 2 sia per il Compton edge dei fotoni di 511 keV e che per quello di 1275 keV. Dai grafici sulle dispense fatti dal prof. Viesti possiamo stimare qualitativamente la risoluzione energetica e lo shift dal centroide misurato al vero valore del Compton edge.

Tabella 1: Calibrazione in energia per i rivelatori

	Energia fotone (keV)	σ/C	Risoluzione energetica (keV)	Shift (keV)
<i>R1</i>	511	0.287 ± 0.005	50 – 65	60 – 85
	1275	0.219 ± 0.013	35 – 50	40 – 80
<i>R2</i>	511	0.254 ± 0.006	45 – 60	50 – 75
	1275	0.255 ± 0.030	40 – 60	50 – 100

Per ognuno dei rivelatori possiamo dare una stima approssimativa della calibrazione in energia $\text{energia} = m \cdot \text{canale} + q$. Otteniamo rispettivamente per il rivelatore R1 e R2 $m = 1.91 \text{ keV/canale}$, $q = -175.7 \text{ keV}$ e $m = 1.77 \text{ keV/canale}$, $q = -108.8 \text{ keV}$.

Metodo FIT

Effettuiamo dei fit espliciti come descritto precedentemente. I parametri e_1 , e_2 , le posizioni dei Compton edge in canali, permettono di ricostruire immediatamente le calibrazioni in energia. σ/C non è altro che il parametro γ ; oltre a questo, in tabella riportiamo come valore nominale la risoluzione energetica al primo picco, $\gamma \cdot 511 \text{ keV}$.

Tabella 2: Calibrazione in energia per i rivelatori

Rivelatore	σ/C	Risoluzione a 511 keV	m	q
<i>R1</i>	0.15	76 keV	1.37 keV/canale	−11.4 keV
<i>R2</i>	0.14	72 keV	1.63 keV/canale	−33.7 keV

Calibrazione ritardo

La calibrazione temporale è stata effettuata acquisendo lo spettro temporale del TAC variando il delay utilizzando ritardi predefiniti. Dopodiché fittiamo una gaussiana su ogni spettro; infine fittiamo il ritardo noto con i centroidi ottenuti:

Risulta $t = (0.0247 \pm 0.0002) \text{ ns canali}^{-1} \cdot C + (0.53 \pm 0.16 \text{ ns})$.

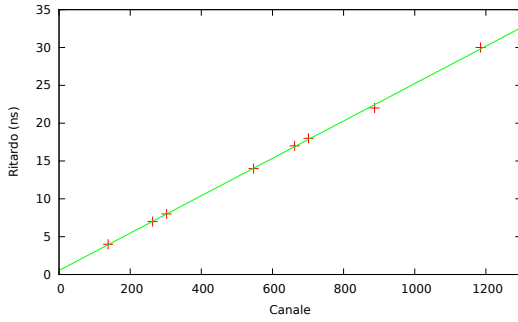


Figura 5: Calibrazione tempo-canale

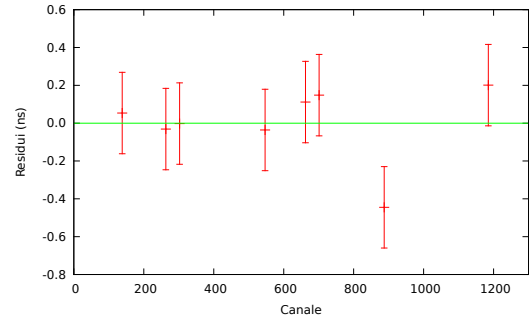


Figura 6: Residui della cal. tempo-canale

Tabella 3: Dati della calibrazione tempo-canale

Ritardo (ns)	Centroide	$\sqrt{\chi^2/\text{ndf}}$	Residui
4	138.20	0.22	0.06
7	263.09	0.22	−0.03
8	302.41	0.22	0.00
14	546.71	0.22	−0.03
17	662.20	0.22	0.11
18	701.20	0.22	0.15
22	887.17	0.22	−0.44
30	1184.93	0.22	0.20

È necessario stimare inoltre il ritardo corrispondente ai cavi LEMO. Fittiamo il ritardo misurato con la lunghezza totale di LEMO:

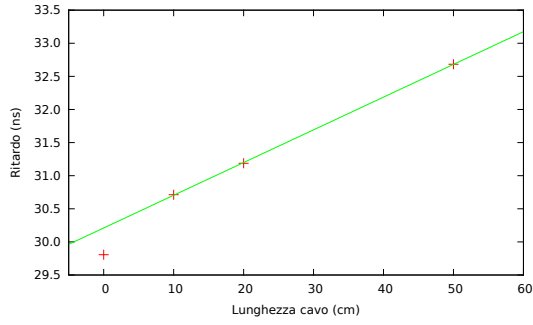


Figura 7: Stima ritardo per lunghezza dei cavi LEMO

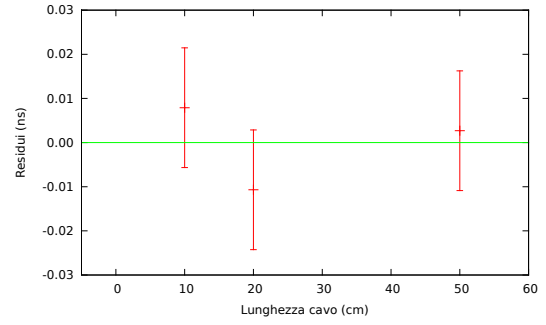


Figura 8: Residui ritardo per lunghezza dei cavi LEMO

Tabella 4: Dati della calibrazione tempo-canale

Lunghezza (cm)	Centroide	Ritardo (ns)	Residui	$\sqrt{\chi^2/\text{ndf}}$
0	1185.23	29.806	—	0.014
10	1221.91	30.712	0.008	0.014
20	1241.16	31.188	-0.010	0.014
50	1301.71	32.683	0.003	0.014

Dal fit lineare (escluso lunghezza = 0) risulta: ritardo = 0.0494 ± 0.0005 ns/cm · lunghezza + (30.211 ± 0.015) ns, in buon accordo con il dato teorico di 0.05 ns/cm. Rispetto al ritardo predefinito (30 ns) si sono aggiunti tramite una I, cavi da 10, 20 e 50 cm. Il ritardo anomalo per $l = 0$ è ascrivibile all'assenza del connettore ad I in quel caso. Possiamo stimare il ritardo dovuto alla I estrapolando dal fit il ritardo a 0 cm e sottraendo il ritardo predefinito ottenendo 0.405 ± 0.013 ns.

Risoluzione temporale

Vogliamo determinare il ritardo che ottimizza la risoluzione temporale dell'apparato. Riportiamo l'andamento della risoluzione temporale totale, ottenuta mediante fit gaussiano, in funzione del ritardo in cavi LEMO:

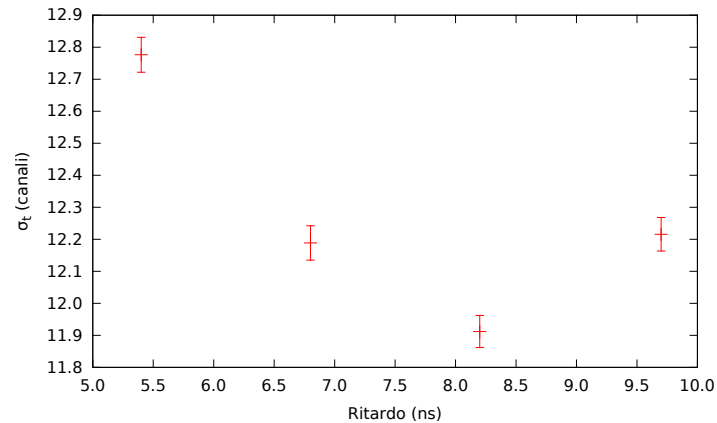


Figura 9: Risoluzione temporale in funzione del ritardo LEMO

Osserviamo la presenza di un ritardo ottimale intorno a ~ 8.5 ns. In tale configurazione acquisiamo uno spettro per circa 20 ore.

Da questa acquisizione, selezioniamo subset di eventi dapprima in base a bande energetiche di larghezza 50 keV e poi usando semirette $\{E > E_{\text{cutoff}}\}$. Per ogni subset stimiamo la risoluzione energetica dal fit gaussiano dell'istogramma temporale ristretto al subset. Nei grafici riportiamo la risoluzione in funzione rispettivamente dell'inizio banda e dell'energia di cutoff.

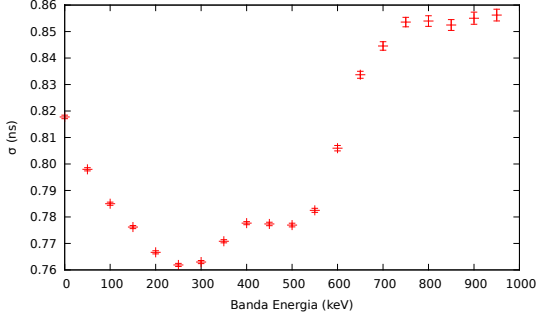


Figura 10: σ_t nelle bande energetiche

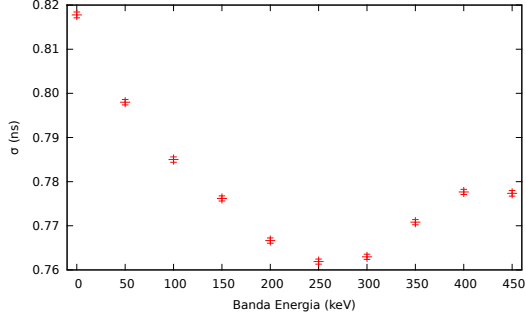


Figura 11: dettaglio grafico a fianco

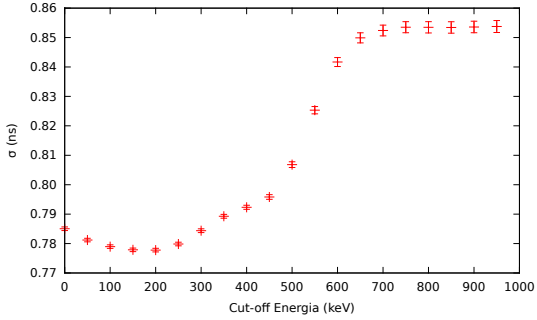


Figura 12: σ_t sopra il cutoff

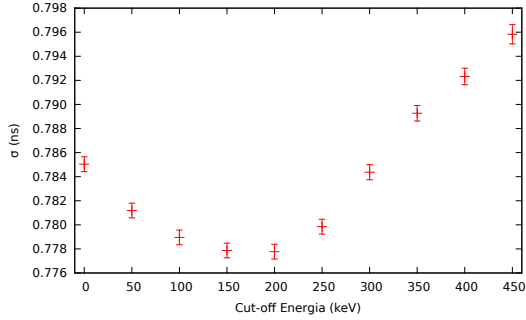


Figura 13: dettaglio grafico a fianco.

(Abbiamo riportato i dati fino a circa 1000 keV, ma è possibile che al di sopra di 500 – 600 keV i risultati siano affetti da scarsa accuratezza dovuta a bassa statistica). Si identifica immediatamente un minimo della risoluzione temporale in corrispondenza della banda energetica $\sim [200, 250]$ keV e della semiretta $\sim [250, \infty]$ keV.

Conclusioni

Abbiamo visto come il metodo FIT si configura come un'alternativa valida per la stima dei parametri di un profilo Compton.

Il voltaggio ottimale di lavoro, avendo verificato che la risoluzione energetica è sostanzialmente indipendente dalla tensione, si identifica con quello che massimizza l'ampiezza del segnale fissata l'amplificazione (circa 1700 V).

Prendiamo nota delle discrepanze nella calibrazione energetica fra i due metodi FIT e SEMI-GAUSS. Ascriviamo questa differenza alla bassa statistica nel secondo Compton edge, che genera

grandi incertezze nei parametri di calibrazione m e q .

È stato possibile determinare invece con grande accuratezza la calibrazione temporale. Inoltre si è ottenuta una ottima compatibilità col dato teorico del ritardo per cm dei cavetti LEMO a disposizione. Di conseguenza è stato possibile identificare con precisione il ritardo ottimale che minimizza σ_t . Tale ritardo, ~ 8.5 ns, si discosta significativamente dal valore previsto di 5 ns.

Messi in condizione di ritardo ottimale, si è osservato che in funzione dell'energia σ_t è minima intorno ai ~ 250 keV.