Teorie Efficaci Olografiche: Un caso di studio

Riccardo Antonelli

7 Dicembre 2016

QFT fortemente accoppiate

Problema fondamentale:

Data teoria di campo quantistica fortemente accoppiata,
$\longrightarrow$ **teoria efficace di bassa energia**

Teoria delle stringhe: equivalenze teorie di gauge 4d $\leftrightarrow$ background di stringa 10d (olografia)

Sfruttabili per teoria efficace?[1]

$\downarrow$

Teorie Efficaci Olografiche

[1] Martucci e Zaffaroni, "Holographic Effective Field Theories".

Superstringhe IIB

Teoria di gravità quantistica in 10d.

- Stringhe: oggetti perturbativi 1-dimensionali
- Dp-brane: oggetti non perturbativi p-dimensionali; p dispari (D1,D3,D5,...)

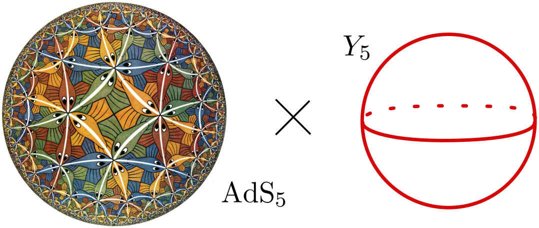
A basse energie, le stringhe IIB $\sim$ **supergravità IIB** (SUGRA). Teoria di campo, include:

- gravitone $g_{\mu\nu}$, assio-dilatone τ $\qquad (g_s = \langle \mathrm{Im}\,\tau \rangle^{-1})$
- k-forme: B_2, C_2, C_4 $\qquad$ ($B_2 = \frac{1}{2} B_{\mu\nu} dx^\mu \wedge dx^\nu$, etc)
- $+$ fermioni ...

Olografia

Equivalenza fra:

- Teoria di **gauge** in 4 dimensioni **conforme**
- Teoria delle stringhe IIB (include gravità) su $\mathrm{AdS}_5 \times Y^5$



AdS (Anti-de Sitter): spaziotempo iperbolico

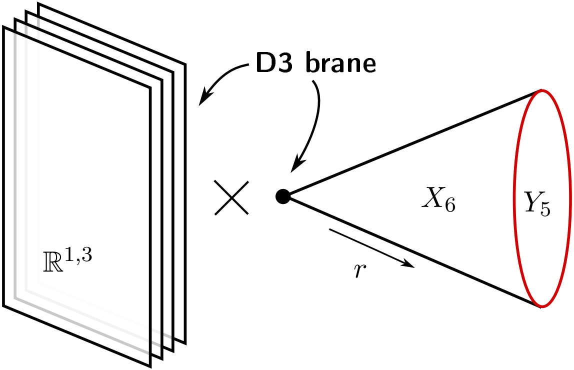
Y_5: varietà compatta 5d

Costruire dualità

Si dispongono N D3-brane coincidenti in un background[2]

$$\mathbb{R}^{1,3} \times X_6$$

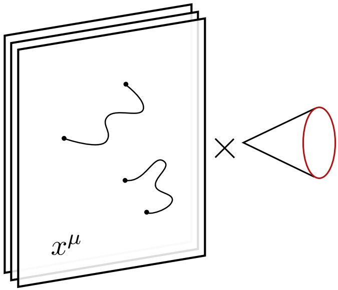
X_6: cono con base Y_5: $ds^2_X = dr^2 + r^2 ds^2_Y$

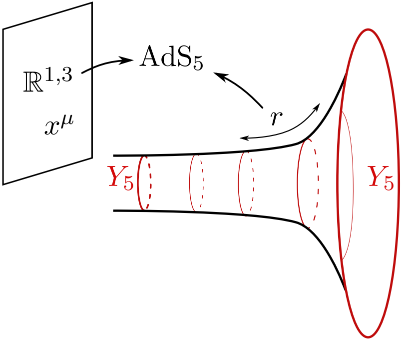


[2] Maldacena, "The Large N limit of superconformal field theories and supergravity".

Costruire dualità (2)

Due visuali equivalenti di questo sistema:





Stringhe aperte attaccate alle D3:
Teoria di **gauge** 4d
$G = SU(N) \times SU(N) \times \ldots$

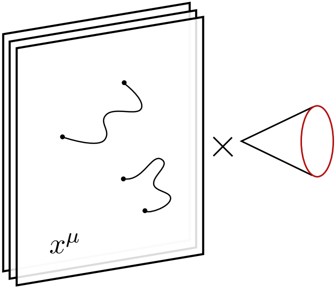
$$S = -\frac{1}{4}\int d^4x \, \mathrm{Tr}\, F^2 + \ldots$$

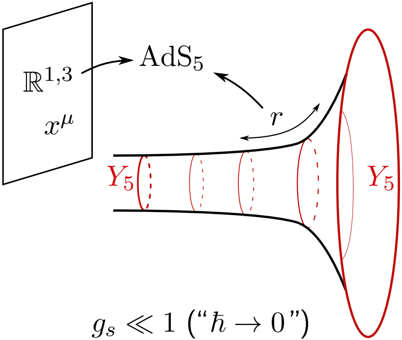
Massa D3 curva spaziotempo:

$$\mathbb{R}^{1,3} \times X_6 \longrightarrow \mathrm{AdS}_5 \times Y_5\,,$$

$$S = -\int d^{10}x \sqrt{-g} R + \ldots$$

Large N, strong-coupling





$$N \gg 1,$$

$$g_s \ll 1 \text{ (“}\hbar \to 0\text{”)}$$

$$\lambda := N g_{YM}^2 \gg \infty\,.$$

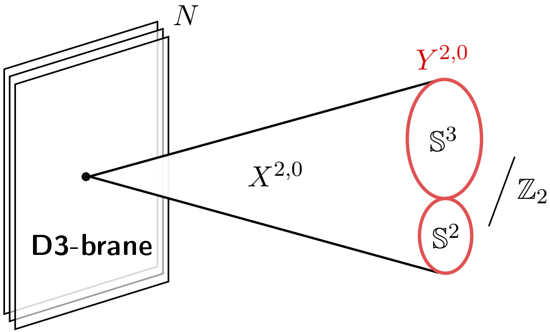
$$E \ll 1/l_s$$

Teoria quantistica fort. acc.

stringhe $\to$ SUGRA IIB **classica**

La teoria $Y^{2,0}$

Cono $X^{2,0}$ sulla base[3] $Y^{2,0} \sim \mathbb{S}^2 \times \mathbb{S}^3/\mathbb{Z}_2$



$X^{2,0}$ è Calabi-Yau $\Longrightarrow$ teoria superconforme (SCFT) con $\mathcal{N} = 1$

Supersimmetria **minimale** (senza la singolarità conica, $\mathcal{N} = 4$): teorie meno rigide e più realistiche, dinamica poco studiata

[3] Morrison e Plesser, "Nonspherical horizons. 1."

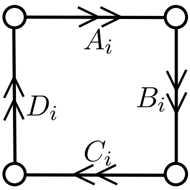
La teoria $Y^{2,0}$

Gruppo di gauge:

$$SU(N)_1 \times SU(N)_2 \times SU(N)_3 \times SU(N)_4$$

Campi di materia: $A_1, A_2, B_1, B_2, C_1, C_2, D_1, D_2$

Teoria di quiver:



$A_i \in (\mathbf{N}, \overline{\mathbf{N}}, \mathbf{1}, \mathbf{1}) \quad B_i \in (\mathbf{1}, \mathbf{N}, \overline{\mathbf{N}}, \mathbf{1})$
$C_i \in (\mathbf{1}, \mathbf{1}, \mathbf{N}, \overline{\mathbf{N}}) \quad D_i \in (\overline{\mathbf{N}}, \mathbf{1}, \mathbf{1}, \mathbf{N})$

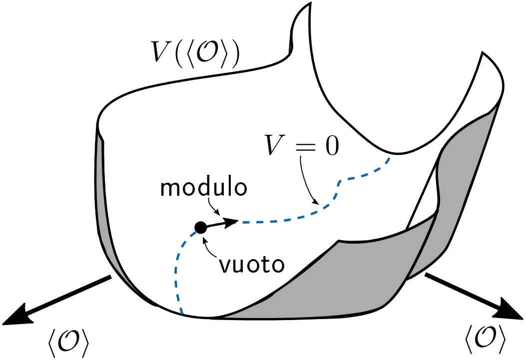
+ superpotenziale (interazione fra i campi):

$$W = \lambda \varepsilon^{ij} \varepsilon^{kl} \, \mathrm{Tr}(A_i B_k C_j D_l)$$

UV $\xrightarrow[\text{RG-flow}]{}$ IR $\bullet$ $\leftarrow$ SCFT ($\beta = 0$)

Fortemente accoppiata

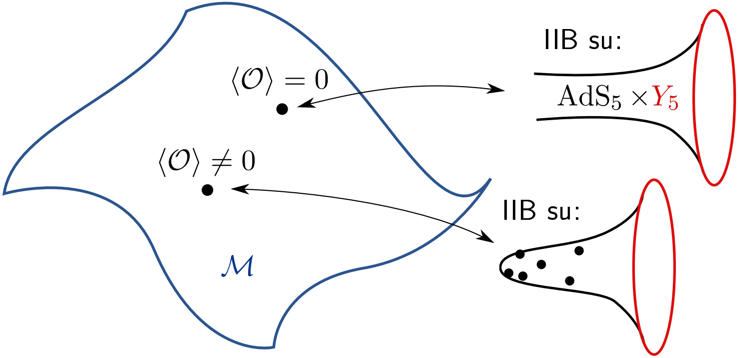
Deve esistere una descrizione **efficace** a bassa energia, in termini di pochi campi dinamici. Come identificarla?



Varietà di vuoti (minimi del potenziale): spazio dei moduli $\mathcal{M}$. Le direzioni lungo $\mathcal{M}$ sono parametrizzate da **moduli**.

Moduli = campi della teoria efficace

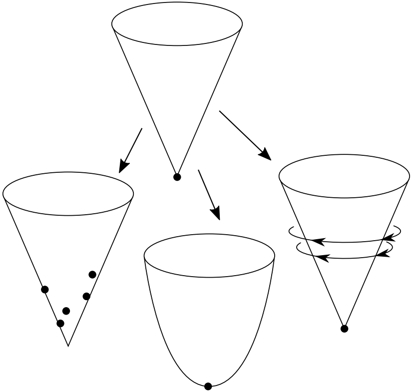
$\mathrm{AdS}_5 \times Y^{2,0}$



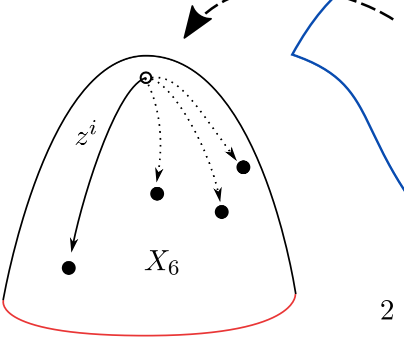
Moduli teoria di campo $\leftrightarrow$ moduli SUGRA IIB

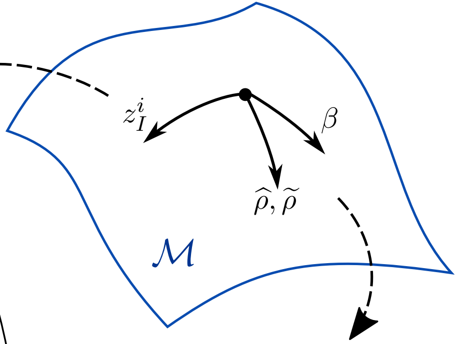
Teoria classica $\Rightarrow$ è possibile estrarre la dinamica dei moduli

Moduli SUGRA



- Spostare le D3-brane sul cono
- Deformare la metrica (struttura Kähler) del cono
- Accendere altri campi di SUGRA (τ, B_2, C_2, C_4)





2 moduli $\widehat{\rho}$, $\widetilde{\rho}$ deformazioni della metrica

$3N$ moduli z^i_I, $\left({\scriptstyle i=1,2,3;\, I=1,\dots,N}\right)$

1 modulo β per C_2, B_2

VEV di **mesoni**:

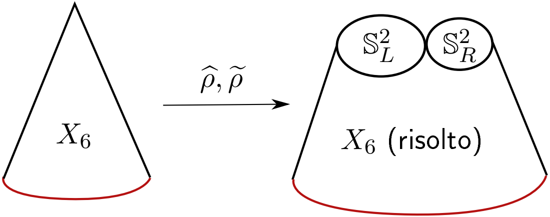
VEV di **barioni**:

$$\langle \mathrm{Tr}\,(A_i B_j C_k D_l)\rangle \neq 0$$

$$\langle \varepsilon_{a_1 \dots a_N} \varepsilon^{b_1 \dots b_N} \underbrace{A^{a_1}_{\ b_1} \dots A^{a_N}_{\ b_N}}_{N} \rangle \neq 0$$

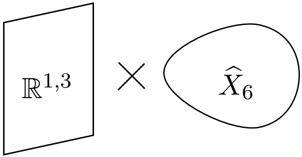
- 2 moduli metrica (struttura Kähler): la singolarità conica si può "risolvere" in due sfere $\mathbb{S}^2_L \times \mathbb{S}^2_R$

- 1 modulo per 2-forme B_2, C_2



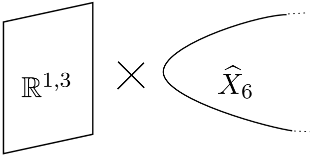
$$\begin{aligned} \widehat{\rho} &\sim \mathrm{vol}\, \mathbb{S}^2_L + \mathrm{vol}\, \mathbb{S}^2_R \\ \widetilde{\rho} &\sim \mathrm{vol}\, \mathbb{S}^2_L - \mathrm{vol}\, \mathbb{S}^2_R \end{aligned}$$

$$\beta \sim \int_{\mathbb{S}^2_L + \mathbb{S}^2_R} B_2 - \tau C_2$$



Compattificazione di SUGRA IIB su $\mathbb{R}^{1,3} \times \widehat{X}_6$, $\mathcal{L}_{\text{eff}}$ nota

"Decompattifichiamo":[4] $(\operatorname{vol} X_6 \to \infty)$



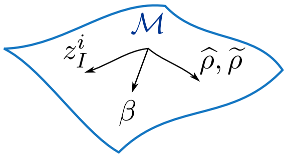
Limite rigido: $M_P^2 \sim \operatorname{vol} X_6 \to \infty$. Rimangono solo i moduli come campi dinamici.

---

[4] Martucci e Zaffaroni, "Holographic Effective Field Theories".

Teoria efficace

$3N+3$ campi $\varphi^m = (z_I^i, \widehat{\rho}, \widetilde{\rho}, \beta)$



Calcoliamo $\mathcal{L}_{\text{eff}}$:

$$\mathcal{L}_{\text{eff}}(\varphi) = -\pi \mathcal{G}^{ab} \nabla_\mu \rho_a \nabla^\mu \bar{\rho}_b - 2\pi \sum_{I \in \text{D3}} g_{i\bar{\jmath}}\, \partial_\mu z_I^i \partial^\mu \bar{z}_I^{\bar{\jmath}} - \frac{\pi \mathcal{M}}{\operatorname{Im} \tau} \partial_\mu \beta\, \partial^\mu \bar{\beta}$$
$$+ (\text{fermioni} \ldots)$$

- Necessaria $g_{i\bar{\jmath}}$ esplicita (metrica del cono risolto).
- $\mathcal{G}^{ab}, \nabla_\mu, g_{i\bar{\jmath}}, \mathcal{M}$ funzioni complicate di $(\widehat{\rho}, \widetilde{\rho}, \beta) \Longrightarrow$ forte non-linearità

$$g_{2\bar{2}} = \chi \cosh\left(\frac{1}{3}\cosh^{-1}\left(\chi^{-3}\left(4t + \frac{\sigma(3\chi^2 - \sigma^2)}{2}\right)\right)\right)(1+|y^L|^2)^{-2}$$

$$t := |\zeta|^2 e^{k^L(y^L)+k^R(y^R)}$$

Simmetrie

Check nontriviale: simmetrie della teoria di campo devono ricomparire nella teoria efficace.

- Gruppo superconforme: spontaneamente rotto in generale, verifichiamo l'invarianza di $\mathcal{L}_{\text{eff}}$ sotto un'implementazione nonlineare.
- La SCFT ha una simmetria di flavour $SU(2) \times SU(2)$. Implementato nella HEFT.
- Tre simmetrie $U(1)$, di cui due anomale. Presenti nella HEFT, le anomale rotte non perturbativamente.

$U(1)$

- $U(1)_{\text{trace}} = U(1)_1 + U(1)_2 + U(1)_3 + U(1)_4$ è disaccoppiato da tutto.
- $U(1)_B = U(1)_1 + U(1)_3$ non anomalo. **Numero barionico**. Nella HEFT:

$$\operatorname{Im}\widetilde{\rho} \to \operatorname{Im}\widetilde{\rho} + \alpha$$

- Ne rimangono due. Sono:

$$\begin{array}{ccc} U(1)_1 - U(1)_3 & \leftrightarrow & \operatorname{Im}\widehat{\rho} \to \operatorname{Im}\widehat{\rho} + \alpha \\ U(1)_4 - U(1)_2 & \leftrightarrow & \operatorname{Im}\beta \to \operatorname{Im}\beta + \alpha \end{array}$$

  Simmetrie classiche della CFT e della $\mathcal{L}_{\text{eff}}$, ma **anomale**. Interpretazione olografica: rotte da effetti nonperturbativi $\sim \exp(-N) \sim \exp(-1/g_s)$ dovuti a istantoni di teoria delle stringhe accoppiati ad $\operatorname{Im}\widehat{\rho}$, $\operatorname{Im}\beta$.

Conclusioni

Abbiamo dunque costruito la teoria efficace esplicita per un modello **fortemente accoppiato** e con supersimmetria **minimale** (intrattabile a livello della teoria di campo).

Possibili sviluppi:

- Generalizzare $Y^{2,0} \to Y^{p,q}$
- Espansione perturbativa nei moduli
- Analisi contributi nonperturbativi di stringa
- Studio SCFT spontaneamente rotte

Grazie per l'attenzione.