

Teorie Efficaci Olografiche: Un caso di studio

Riccardo Antonelli

6 dicembre 2016

QFT fortemente accoppiate

Problema fondamentale:

**Data teoria di campo quantistica fortemente accoppiata,
→ teoria efficace di bassa energia**

Teoria delle stringhe: equivalenze teorie di gauge 4d \leftrightarrow background di stringa 10d (olografia)

Sfruttabili per teoria efficace?¹



Teorie Efficaci Olografiche

¹Martucci e Zaffaroni, “Holographic Effective Field Theories”.

Superstringhe IIB

Teoria di gravità quantistica in 10d.

- ▶ Stringhe: oggetti perturbativi 1-dimensionali
- ▶ Dp -brane: oggetti non perturbativi p -dimensionali; p dispari (D1, D3, D5, ...)

A basse energie, le stringhe IIB \sim **supergravità IIB** (SUGRA).

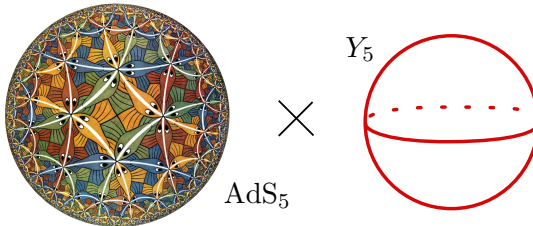
Teoria di campo, include:

- ▶ gravitone $g_{\mu\nu}$, assio-dilatone τ ($g_s = \langle \text{Im } \tau \rangle^{-1}$)
- ▶ k -forme: B_2, C_2, C_4 ($B_2 = \frac{1}{2} B_{\mu\nu} dx^\mu \wedge dx^\nu$, etc)
- ▶ + fermioni ...

Olografia

Equivalenza fra:

- ▶ Teoria di **gauge** in 4 dimensioni **conforme**
- ▶ Teoria delle stringhe IIB (include gravità) su $\text{AdS}_5 \times Y^5$



AdS (Anti-de Sitter):
spaziotempo iperbolico

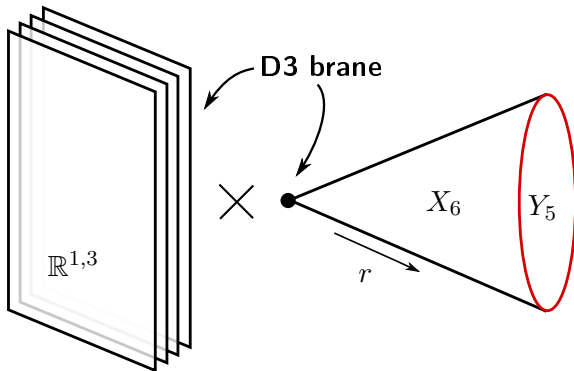
Y^5 : varietà compatta 5d

Costruire dualità

Si dispongono N D3-brane coincidenti in un background²

$$\mathbb{R}^{1,3} \times X_6$$

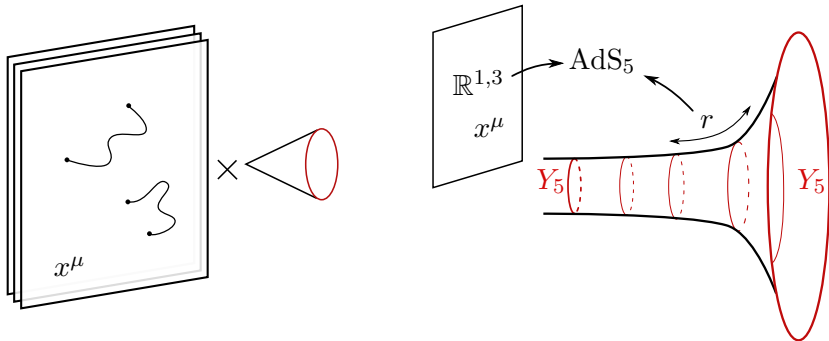
X_6 : cono con base Y_5 : $ds_X^2 = dr^2 + r^2 ds_Y^2$



²Maldacena, “The Large N limit of superconformal field theories and supergravity”.

Costruire dualità (2)

Due visuali equivalenti di questo sistema:



Stringhe aperte attaccate alle D3:

Teoria di **gauge** 4d

$$G = SU(N) \times SU(N) \times \dots$$

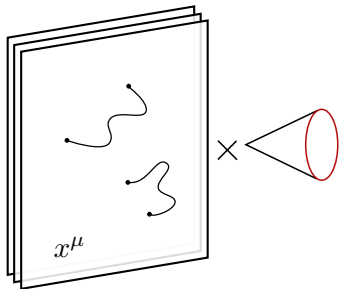
$$S = -\frac{1}{4} \int d^4x \operatorname{Tr} F^2 + \dots$$

Massa D3 curva spaziotempo:

$$\mathbb{R}^{1,3} \times X_6 \longrightarrow \operatorname{AdS}_5 \times Y_5,$$

$$S = -\int d^{10}x \sqrt{-g} R + \dots$$

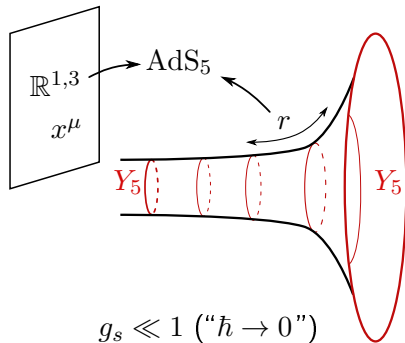
Large N , strong-coupling



$$N \gg 1,$$

$$\lambda := N g_{YM}^2 \gg \infty.$$

Teoria quantistica fort. acc.



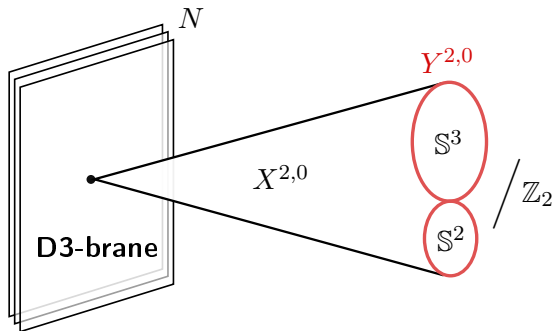
$$g_s \ll 1 \text{ ("}\hbar \rightarrow 0\text{")}$$

$$E \ll 1/l_s$$

stringhe \rightarrow SUGRA IIB classica

La teoria $Y^{2,0}$

Cono $X^{2,0}$ sulla base³ $Y^{2,0} \sim \mathbb{S}^2 \times \mathbb{S}^3 / \mathbb{Z}_2$



$X^{2,0}$ è Calabi-Yau \implies teoria superconforme (SCFT) con $\mathcal{N} = 1$

Supersimmetria **minimale** (senza la singolarità conica, $\mathcal{N} = 4$):
teorie meno rigide e più realistiche, dinamica poco studiata

³Morrison e Plesser, “Nonspherical horizons. 1.”

La teoria $Y^{2,0}$

Gruppo di gauge:

$$SU(N)_1 \times SU(N)_2 \times SU(N)_3 \times SU(N)_4$$

Campi di materia: $A_1, A_2, B_1, B_2, C_1, C_2, D_1, D_2$

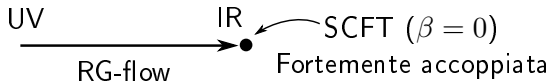
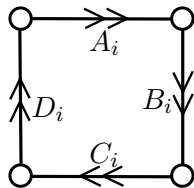
$$A_i \in (\mathbf{N}, \overline{\mathbf{N}}, \mathbf{1}, \mathbf{1}) \quad B_i \in (\mathbf{1}, \mathbf{N}, \overline{\mathbf{N}}, \mathbf{1})$$

$$C_i \in (\mathbf{1}, \mathbf{1}, \mathbf{N}, \overline{\mathbf{N}}) \quad D_i \in (\overline{\mathbf{N}}, \mathbf{1}, \mathbf{1}, \mathbf{N})$$

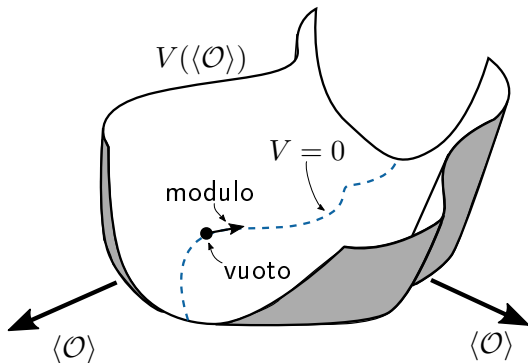
+ superpotenziale (interazione fra i campi):

$$W = \lambda \varepsilon^{ij} \varepsilon^{kl} \text{Tr}(A_i B_k C_j D_l)$$

Teoria di quiver:



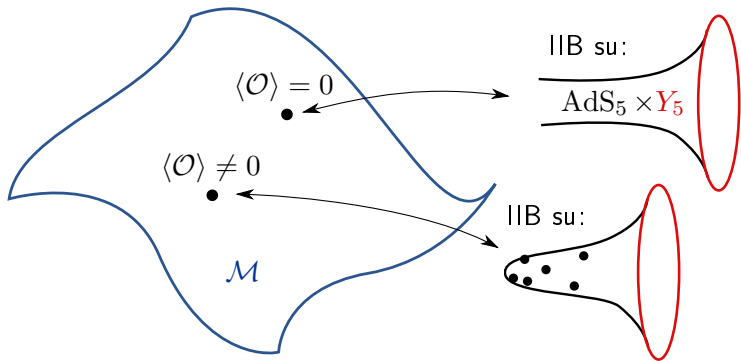
Deve esistere una descrizione **efficace** a bassa energia, in termini di pochi campi dinamici. Come identificarla?



Varietà di vuoti (minimi del potenziale): **spazio dei moduli** \mathcal{M} . Le direzioni lungo \mathcal{M} sono parametrizzate da **moduli**.

Moduli = campi della teoria efficace

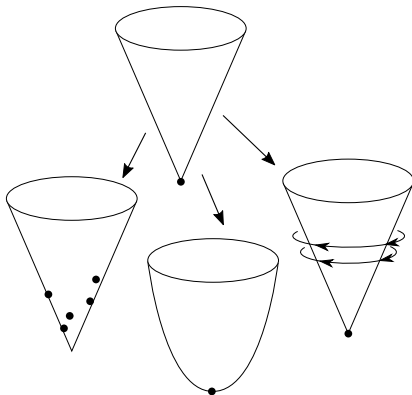
$$\text{AdS}_5 \times Y^{2,0}$$



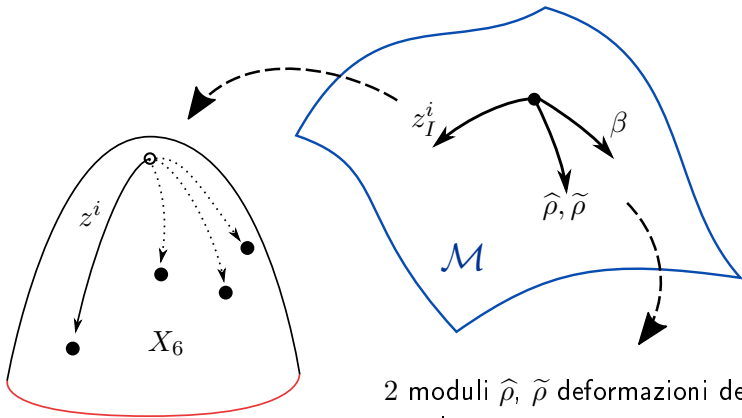
Moduli teoria di campo \leftrightarrow moduli SUGRA IIB

Teoria classica \Rightarrow è possibile estrarre la dinamica dei moduli

Moduli SUGRA



- Spostare le D3-brane sul cono
- Deformare la metrica (struttura Kähler) del cono
- Accendere altri campi di SUGRA (τ, B_2, C_2, C_4)



2 moduli $\hat{\rho}, \tilde{\rho}$ deformazioni della metrica

$3N$ moduli z_I^i , ($i=1,2,3; I=1,\dots,N$)

1 modulo β per C_2, B_2

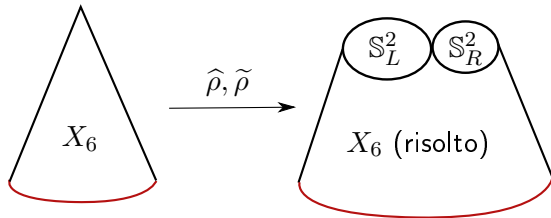
VEV di **mesoni**:

VEV di **barioni**:

$$\langle \text{Tr} (A_i B_j C_k D_l) \rangle \neq 0$$

$$\langle \varepsilon_{a_1 \dots a_N} \varepsilon^{b_1 \dots b_N} \underbrace{A_{b_1}^{a_1} \dots A_{b_N}^{a_N}}_N \rangle \neq 0$$

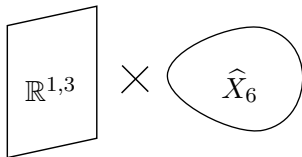
- ▶ 2 moduli metrica (struttura Kähler): la singolarità conica si può “risolvere” in due sfere $\mathbb{S}_L^2 \times \mathbb{S}_R^2$
- ▶ 1 modulo per 2-forme B_2, C_2



$$\hat{\rho} \sim \text{vol } \mathbb{S}_L^2 + \text{vol } \mathbb{S}_R^2$$

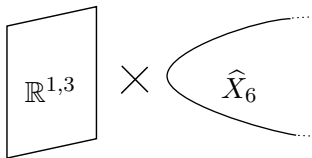
$$\tilde{\rho} \sim \text{vol } \mathbb{S}_L^2 - \text{vol } \mathbb{S}_R^2$$

$$\beta \sim \int_{\mathbb{S}_L^2 + \mathbb{S}_R^2} B_2 - \tau C_2$$



Compattificazione di SUGRA IIB su $\mathbb{R}^{1,3} \times \hat{X}_6$, \mathcal{L}_{eff} nota

“Decompattifichiamo”:⁴ $(\text{vol } X_6 \rightarrow \infty)$

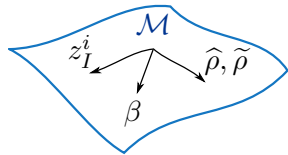


Limite rigido: $M_P^2 \sim \text{vol } X_6 \rightarrow \infty$. Rimangono solo i moduli come campi dinamici.

⁴Martucci e Zaffaroni, “Holographic Effective Field Theories”.

Teoria efficace

$3N + 3$ campi $\varphi^m = (z_I^i, \hat{\rho}, \tilde{\rho}, \beta)$



Calcoliamo \mathcal{L}_{eff} :

$$\mathcal{L}_{\text{eff}}(\varphi) = -\pi \mathcal{G}^{ab} \nabla_{\mu} \rho_a \nabla^{\mu} \bar{\rho}_b - 2\pi \sum_{I \in \text{D3}} g_{i\bar{j}} \partial_{\mu} z_I^i \partial^{\mu} \bar{z}_I^{\bar{j}} - \frac{\pi \mathcal{M}}{\text{Im } \tau} \partial_{\mu} \beta \partial^{\mu} \bar{\beta} \\ + (\text{fermioni} \dots)$$

- ▶ Necessaria $g_{i\bar{j}}$ esplicita (metrica del cono risolto).
- ▶ $\mathcal{G}^{ab}, \nabla_{\mu}, g_{i\bar{j}}, \mathcal{M}$ funzioni complicate di $(\hat{\rho}, \tilde{\rho}, \beta) \implies$ forte non-linearità

$$g_{2\bar{2}} = \chi \, \cosh \left(\frac{1}{3} \cosh^{-1} \left(\chi^{-3} \left(4t + \frac{\sigma(3\chi^2 - \sigma^2)}{2} \right) \right) \right) \, (1 + |y^L|^2)^{-2}$$

$$t:=|\zeta|^2e^{k^L(y^L)+k^R(y^R)}$$

Simmetrie

Check nontriviale: simmetrie della teoria di campo devono ricomparire nella teoria efficace.

- ▶ Gruppo superconforme: spontaneamente rotto in generale, verifichiamo l'invarianza di \mathcal{L}_{eff} sotto un'implementazione nonlineare.
- ▶ La SCFT ha una simmetria di flavour $SU(2) \times SU(2)$. Implementato nella HEFT.
- ▶ Tre simmetrie $U(1)$, di cui due anomale. Presenti nella HEFT, le anomale rotte non perturbativamente.

$U(1)$

- ▶ $U(1)_{\text{trace}} = U(1)_1 + U(1)_2 + U(1)_3 + U(1)_4$ è disaccoppiato da tutto.
- ▶ $U(1)_B = U(1)_1 + U(1)_3$ non anomalo. **Numero barionico.**
Nella HEFT:

$$\text{Im } \tilde{\rho} \rightarrow \text{Im } \tilde{\rho} + \alpha$$

- ▶ Ne rimangono due. Sono:

$$U(1)_1 - U(1)_3 \quad \leftrightarrow \quad \text{Im } \hat{\rho} \rightarrow \text{Im } \hat{\rho} + \alpha$$

$$U(1)_4 - U(1)_2 \quad \leftrightarrow \quad \text{Im } \beta \rightarrow \text{Im } \beta + \alpha$$

Simmetrie classiche della CFT e della \mathcal{L}_{eff} , ma **anomale**.
Interpretazione olografica: rotte da effetti nonperturbativi
 $\sim \exp(-N) \sim \exp(-1/g_s)$ dovuti a istantoni di teoria delle
stringhe accoppiati ad $\text{Im } \hat{\rho}$, $\text{Im } \beta$.

Conclusioni

Abbiamo dunque costruito la teoria efficace esplicita per un modello **fortemente accoppiato** e con supersimmetria **minimale** (intrattabile a livello della teoria di campo).

Possibili sviluppi:

- ▶ Generalizzare $Y^{2,0} \rightarrow Y^{p,q}$
- ▶ Espansione perturbativa nei moduli
- ▶ Analisi contributi nonperturbativi di stringa
- ▶ Studio SCFT spontaneamente rotte

Grazie per l'attenzione.