Teorie Efficaci Olografiche: Un caso di studio

Riccardo Antonelli

4 dicembre 2016

QFT fortemente accoppiate

Problema fondamentale:

Data teoria di campo quantistica fortemente accoppiata,
$\longrightarrow$ teoria efficace di bassa energia

Teoria delle stringhe: equivalenze teorie di gauge 4d $\leftrightarrow$ background di stringa 10d (olografia)

Sfruttabili per teoria efficace?

$\downarrow$

Teorie Efficaci Olografiche

Superstringhe IIB

Teoria di gravità quantistica in 10d.

- Stringhe: oggetti perturbativi 1-dimensionali
- Dp-brane: oggetti non perturbativi p-dimensionali; p dispari (D1,D3,D5,...)

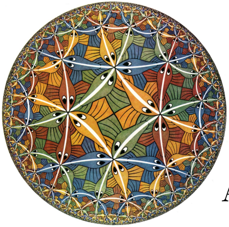
A basse energie, le stringhe IIB $\sim$ **supergravità IIB** (SUGRA). Teoria di campo, include:

- gravitone $g_{\mu\nu}$, assio-dilatone τ (complesso)
- k-forme: B_2, C_2, C_4 $\quad$ ($B_2 = \frac{1}{2} B_{\mu\nu} dx^\mu \wedge dx^\nu$, etc)
- $+$ fermioni ...

Olografia

Equivalenza fra:

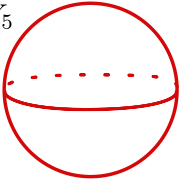
- Teoria di gauge in 4 dimensioni
- Teoria delle stringhe IIB (include gravità) su $\mathrm{AdS}_5 \times Y^5$



AdS_5

$\times$

Y_5



AdS (Anti-de Sitter): spaziotempo iperbolico

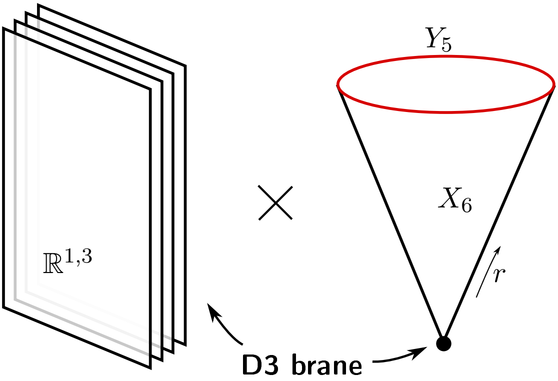
Y_5: varietà compatta 5d

Costruire dualità

Si dispongono N D3-brane coincidenti in un background

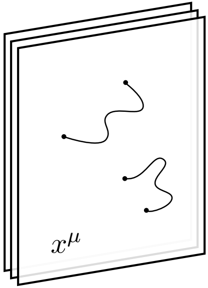
$$\mathbb{R}^{1,3} \times X_6$$

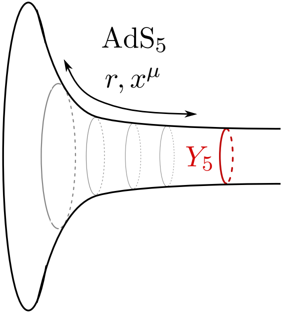
X_6: cono con base Y_5: $ds^2_X = dr^2 + r^2 ds^2_Y$



Costruire dualità (2)

Due visuali equivalenti di questo sistema:





Stringhe aperte attaccate alle D3:
Teoria di **gauge** 4d
$G = SU(N) \times SU(N) \times \dots$

$$S = -\frac{1}{4}\int d^4x \,\mathrm{Tr}\, F^2 + \dots$$

Massa D3 curva spaziotempo:

$$\mathbb{R}^{1,3} \times X_6 \longrightarrow \mathrm{AdS}_5 \times Y_5 \,,$$

$$S = -\int d^{10}x \sqrt{-g} R + \dots$$

Large N, strong-coupling

Si dimostra:

Quando in 4d $N \to \infty$, $\lambda \to \infty$,

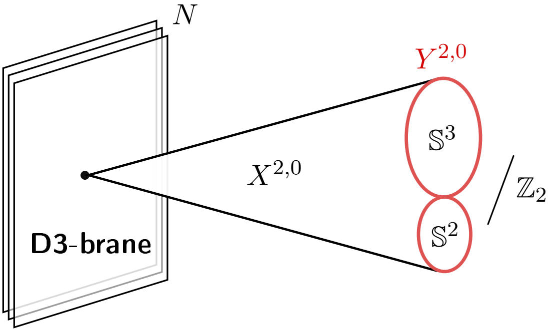
allora in 10d

Stringhe IIB $\to$ supergravità IIB **classica** $(\hbar \to 0)$

$$(\lambda := N^2 g)$$

La teoria $Y^{2,0}$

Cono $X^{2,0}$ sulla base $Y^{2,0} \sim \mathbb{S}^2 \times \mathbb{S}^3/\mathbb{Z}_2$



$X^{2,0}$ è Calabi-Yau $\Longrightarrow$ teoria superconforme (SCFT) con $\mathcal{N} = 1$

Supersimmetria **minimale** (senza la singolarità conica, $\mathcal{N} = 4$): teorie meno rigide e più realistiche, dinamica pochissimo studiata

La teoria $Y^{2,0}$

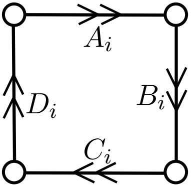
Gruppo di gauge:

$$SU(N)_1 \times SU(N)_2 \times SU(N)_3 \times SU(N)_4$$

Campi di materia: $A_1, A_2, B_1, B_2, C_1, C_2, D_1, D_2$.

$A_i \in \left(\mathbf{N}, \overline{\mathbf{N}}, \mathbf{1}, \mathbf{1}\right),\ B_i \in \left(\mathbf{1}, \mathbf{N}, \overline{\mathbf{N}}, \mathbf{1}\right), \dots$

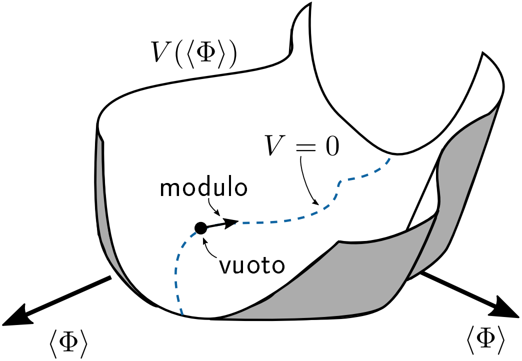
Teoria di quiver:



+ superpotenziale (interazione fra i campi di materia):

$$W = \lambda \varepsilon^{ij} \varepsilon^{kl} \,\mathrm{Tr}(A_i B_k C_j D_l)$$

Deve esistere una descrizione **efficace** a bassa energia, in termini di pochi campi dinamici. Come identificarla?



Varietà di vuoti (minimi del potenziale): spazio dei moduli $\mathcal{M}$. Le direzioni lungo $\mathcal{M}$ sono parametrizzate da **moduli**.

Moduli = campi della teoria efficace

$\mathrm{AdS}_5 \times Y^{2,0}$

$$\text{Vuoto Superconforme} \quad \xleftrightarrow{olografia} \quad \mathrm{AdS}_5 \times Y^{2,0}$$

$$\mathcal{M}_{QFT} \quad \xleftrightarrow{olografia} \quad \mathcal{M}_{\mathrm{AdS}_5 \times Y^{2,0}}$$

Moduli della CFT $Y^{2,0}$

$\updownarrow$

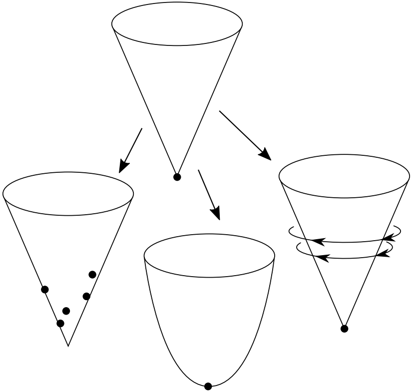
Moduli di SUGRA su $\mathrm{AdS}_5 \times {\color{red}Y^{2,0}}$

$\updownarrow$

campi dinamici della teoria efficace

$\Rightarrow$ è possibile estrarre la Lagrangiana efficace.

Moduli SUGRA

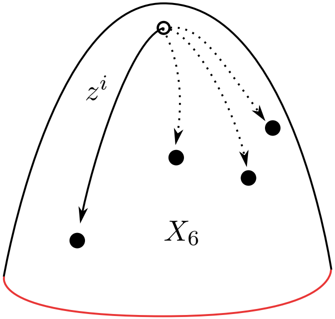


- Spostare le D3-brane sul cono
- Deformare la metrica (struttura Kähler) del cono
- Accendere altri campi di SUGRA (τ, B_2, C_2, C_4)

$3N$ moduli immediati:

$$z_I^i$$

$$i = 1, 2, 3,$$
$$I = 1, \ldots, N$$

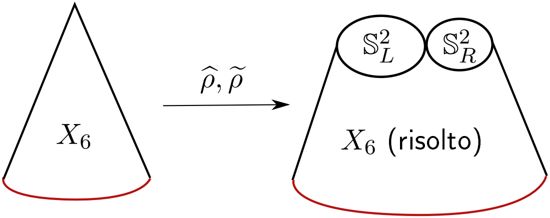


posizioni delle N D3-brane sul cono 6d $\rightarrow$ $3N$ campi complessi.

Legati a valori di aspettazione (VEV) di operatori del tipo:

$$\mathrm{Tr}\left(A_i B_j C_k D_l\right) \,, \; \leftarrow \textbf{mesoni}$$

- 2 moduli struttura Kähler (metrica): la singolarità conica si può "risolvere" in due sfere $\mathbb{S}^2_L \times \mathbb{S}^2_R$
- 1 modulo per 2-forme B_2, C_2



$$\begin{aligned} \widehat{\rho} &\sim \mathrm{vol}\,\mathbb{S}^2_L + \mathrm{vol}\,\mathbb{S}^2_R \\ \widetilde{\rho} &\sim \mathrm{vol}\,\mathbb{S}^2_L - \mathrm{vol}\,\mathbb{S}^2_R \end{aligned}$$

$$\beta \sim \int_{\mathbb{S}^2_L + \mathbb{S}^2_R} B_2 - \tau C_2$$

$\Longrightarrow$ 3 altri campi chirali $\widehat{\rho}$, $\widetilde{\rho}$, β nella teoria efficace. VEV di

$$\varepsilon_{abc\ldots}\varepsilon^{pqr\ldots}\underbrace{A^a_{\ p}A^b_{\ q}A^c_{\ r}\ldots}_{N} \leftarrow \textbf{barioni}$$

Teoria efficace

Ci sono $3N+3$ campi chirali $(z_I^i, \widehat{\rho}, \widetilde{\rho}, \beta)$. Calcoliamo la $\mathcal{L}_{\text{eff}}$ efficace:

$$\mathcal{L}_{\text{eff}} = -\pi \mathcal{G}^{ab} \nabla_\mu \rho_a \nabla^\mu \bar{\rho}_b - 2\pi \sum_I g_{i\bar{\jmath}} \partial_\mu z^i \partial^\mu \bar{z}^{\bar{\jmath}} - \frac{\pi \mathcal{M}}{\operatorname{Im} \tau} \partial_\mu \beta \, \partial^\mu \bar{\beta}$$

- Necessaria $g_{i\bar{\jmath}}$ in coordinate complesse.
- $\mathcal{G}^{ab}, \nabla_\mu, g_{i\bar{\jmath}}, \mathcal{M}$ funzioni complicate di $(\widehat{\rho}, \widetilde{\rho}, \beta) \Longrightarrow$ forte non-linearità
- $g_{i\bar{\jmath}}$: metrica (hermitiana) del cono risolto: σ-model delle D3-brane
- $\mathcal{L}_{\text{eff}}$ è in realtà la parte bosonica di una Lagrangiana supersimmetrica $\mathcal{N}=1$: scalari $\widehat{\rho}, \widetilde{\rho}, \beta$ accoppiati con superpartner spin-$1/2$.

Simmetrie

Check nontriviale: simmetrie della teoria di campo devono ricomparire nella teoria efficace.

- Gruppo superconforme: spontaneamente rotto in generale, verifichiamo l'invarianza di $\mathcal{L}_{\text{eff}}$ sotto un'implementazione nonlineare.
- La SCFT ha una simmetria di flavour $SU(2) \times SU(2)$. Nella HEFT: è il gruppo di isometria di $\mathbb{S}^2 \times \mathbb{S}^2$.
- Tre simmetrie $U(1)$, di cui due anomale. Presenti nella HEFT, le anomale rotte non perturbativamente.

$U(1)$

- $U(1)_{\text{trace}} = U(1)_1 + U(1)_2 + U(1)_3 + U(1)_4$ è disaccoppiato da tutto.
- $U(1)_B = U(1)_1 + U(1)_3$ non anomalo. **Numero barionico**. Nella HEFT:
$$\operatorname{Im} \widetilde{\rho} \to \operatorname{Im} \widetilde{\rho} + \alpha$$
- Ne rimangono due. Sono:
$$\begin{array}{ccc} U(1)_1 - U(1)_3 & \leftrightarrow & \operatorname{Im} \widehat{\rho} \to \operatorname{Im} \widehat{\rho} + \alpha \\ U(1)_4 - U(1)_2 & \leftrightarrow & \operatorname{Im} \beta \to \operatorname{Im} \beta + \alpha \end{array}$$
Simmetrie classiche della CFT e della $\mathcal{L}_{\text{eff}}$, ma **anomale**. Interpretazione olografica: rotte da effetti nonperturbativi $\sim \exp(-N) \sim \exp(-1/g_s)$ dovuti a istantoni di teoria delle stringhe accoppiati ad $\operatorname{Im} \widehat{\rho}$, $\operatorname{Im} \beta$.

Grazie per l'attenzione.