

# Teorie Efficaci Olografiche: Un caso di studio

Riccardo Antonelli

5 dicembre 2016

# QFT fortemente accoppiate

Problema fondamentale:

**Data teoria di campo quantistica fortemente accoppiata,  
→ teoria efficace di bassa energia**

Teoria delle stringhe: equivalenze teorie di gauge 4d  $\leftrightarrow$  background di stringa 10d (olografia)

Sfruttabili per teoria efficace?



**Teorie Efficaci Olografiche**

# Superstringhe IIB

Teoria di gravità quantistica in 10d.

- ▶ Stringhe: oggetti perturbativi 1-dimensionali
- ▶  $Dp$ -brane: oggetti non perturbativi  $p$ -dimensionali;  $p$  dispari (D1, D3, D5, ...)

A basse energie, le stringhe IIB  $\sim$  **supergravità IIB** (SUGRA).

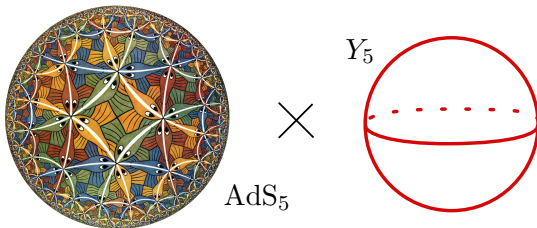
Teoria di campo, include:

- ▶ gravitone  $g_{\mu\nu}$ , assio-dilatone  $\tau$  ( $g_s = \langle \text{Im } \tau \rangle^{-1}$ )
- ▶  $k$ -forme:  $B_2, C_2, C_4$  ( $B_2 = \frac{1}{2} B_{\mu\nu} dx^\mu \wedge dx^\nu$ , etc)
- ▶ + fermioni ...

# Olografia

Equivalenza fra:

- ▶ Teoria di **gauge** in 4 dimensioni **conforme**
- ▶ Teoria delle stringhe IIB (include gravità) su  $\text{AdS}_5 \times Y^5$



$\text{AdS}$  (Anti-de Sitter):  
spaziotempo iperbolico

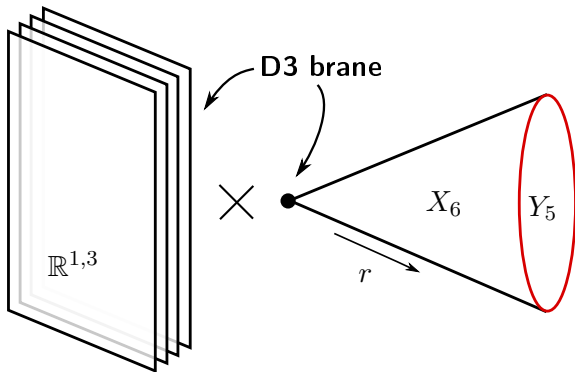
$Y^5$ : varietà compatta 5d

# Costruire dualità

Si dispongono  $N$  D3-brane coincidenti in un background

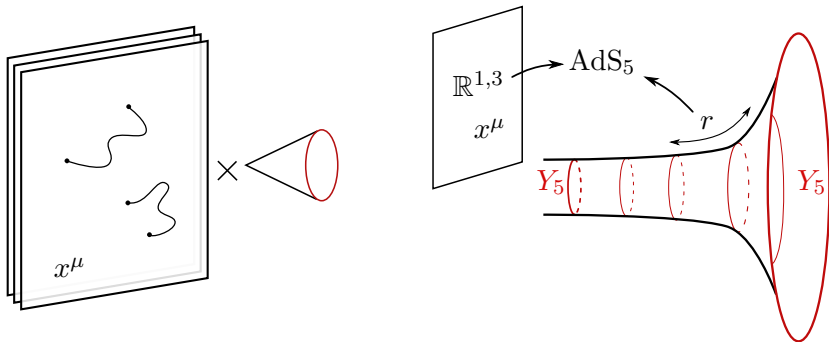
$$\mathbb{R}^{1,3} \times X_6$$

$X_6$ : cono con base  $Y_5$ :  $ds_X^2 = dr^2 + r^2 ds_Y^2$



# Costruire dualità (2)

Due visuali equivalenti di questo sistema:



Stringhe aperte attaccate alle D3:

Teoria di **gauge** 4d

$$G = SU(N) \times SU(N) \times \dots$$

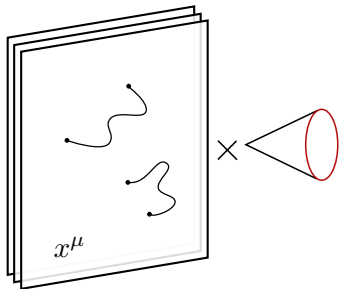
$$S = -\frac{1}{4} \int d^4x \operatorname{Tr} F^2 + \dots$$

Massa D3 curva spaziotempo:

$$\mathbb{R}^{1,3} \times X_6 \longrightarrow AdS_5 \times Y_5,$$

$$S = -\int d^{10}x \sqrt{-g} R + \dots$$

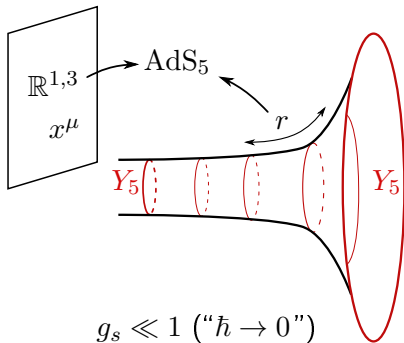
# Large $N$ , strong-coupling



$$N \rightarrow \infty,$$

$$\lambda := N g_{YM}^2 \rightarrow \infty.$$

Teoria quantistica fort. acc.



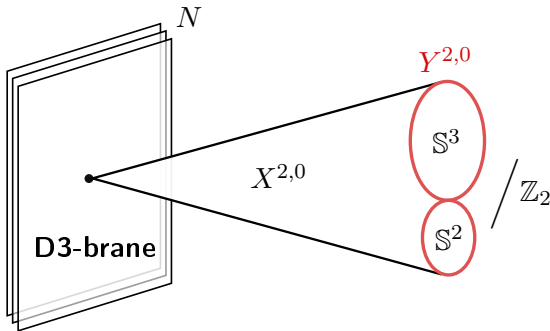
$$g_s \ll 1 \text{ ("}\hbar \rightarrow 0\text{")}$$

$$E \ll 1/l_s$$

stringhe  $\rightarrow$  SUGRA IIB classica

# La teoria $Y^{2,0}$

Cono  $X^{2,0}$  sulla base  $Y^{2,0} \sim \mathbb{S}^2 \times \mathbb{S}^3 / \mathbb{Z}_2$



$X^{2,0}$  è Calabi-Yau  $\implies$  teoria superconforme (SCFT) con  $\mathcal{N} = 1$

Supersimmetria **minimale** (senza la singolarità conica,  $\mathcal{N} = 4$ ):  
teorie meno rigide e più realistiche, dinamica pochissimo studiata



# La teoria $Y^{2,0}$

Gruppo di gauge:

$$SU(N)_1 \times SU(N)_2 \times SU(N)_3 \times SU(N)_4$$

Campi di materia:  $A_1, A_2, B_1, B_2, C_1, C_2, D_1, D_2$

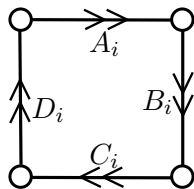
$$A_i \in (\mathbf{N}, \overline{\mathbf{N}}, \mathbf{1}, \mathbf{1}) \quad B_i \in (\mathbf{1}, \mathbf{N}, \overline{\mathbf{N}}, \mathbf{1})$$

$$C_i \in (\mathbf{1}, \mathbf{1}, \mathbf{N}, \overline{\mathbf{N}}) \quad D_i \in (\overline{\mathbf{N}}, \mathbf{1}, \mathbf{1}, \mathbf{N})$$

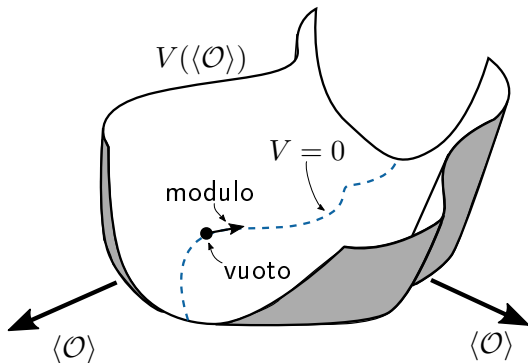
+ superpotenziale (interazione fra i campi):

$$W = \lambda \varepsilon^{ij} \varepsilon^{kl} \text{Tr}(A_i B_k C_j D_l)$$

Teoria di quiver:



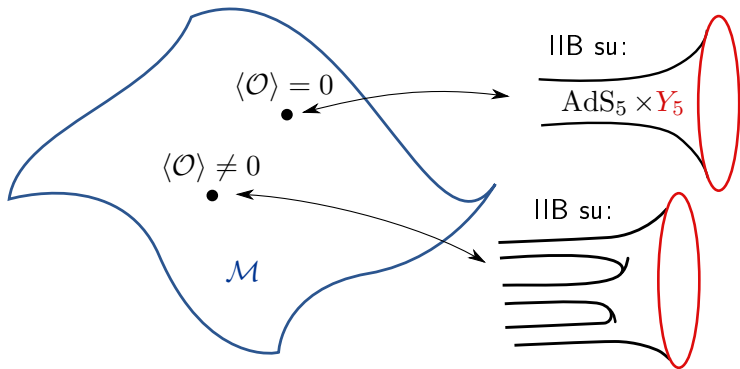
Deve esistere una descrizione **efficace** a bassa energia, in termini di pochi campi dinamici. Come identificarla?



Varietà di vuoti (minimi del potenziale): **spazio dei moduli**  $\mathcal{M}$ . Le direzioni lungo  $\mathcal{M}$  sono parametrizzate da **moduli**.

Moduli = campi della teoria efficace

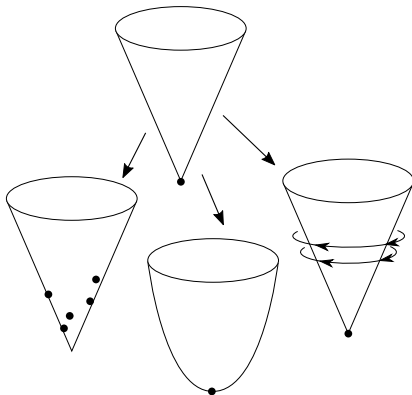
$$\text{AdS}_5 \times Y^{2,0}$$



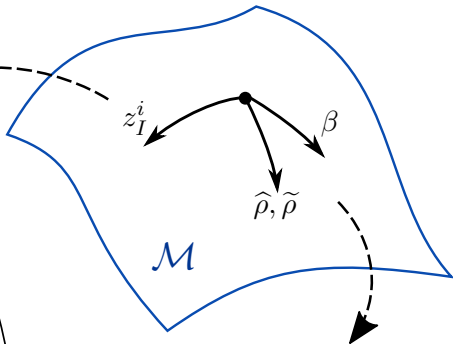
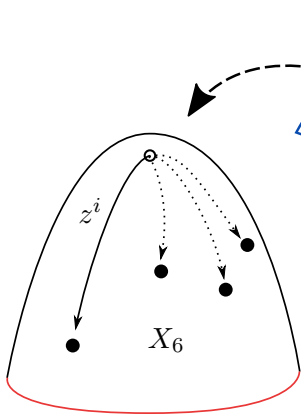
Moduli teoria di campo  $\leftrightarrow$  moduli SUGRA IIB

Teoria classica  $\Rightarrow$  è possibile estrarre la dinamica dei moduli

# Moduli SUGRA



- ▶ Spostare le D3-brane sul cono
- ▶ Deformare la metrica (struttura Kähler) del cono
- ▶ Accendere altri campi di SUGRA ( $\tau, B_2, C_2, C_4$ )



2 moduli  $\hat{\rho}, \tilde{\rho}$  deformazioni della metrica

$3N$  moduli  $z_I^i$ , ( $i=1,2,3; I=1,\dots,N$ )

1 modulo  $\beta$  per  $C_2, B_2$

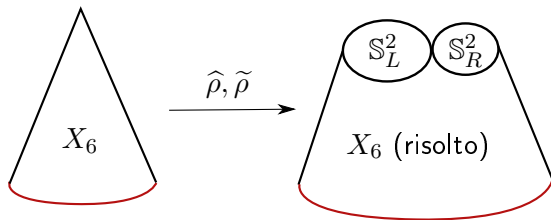
VEV di **mesoni**:

VEV di **barioni**:

$$\langle \text{Tr} (A_i B_j C_k D_l) \rangle$$

$$\langle \varepsilon_{a_1 a_2 \dots a_N} \varepsilon^{b_1 b_2 \dots b_N} \underbrace{A_{b_1}^{a_1} A_{b_2}^{a_2} \dots A_{b_N}^{a_N}}_N \rangle$$

- ▶ 2 moduli metrica (struttura Kähler): la singolarità conica si può “risolvere” in due sfere  $\mathbb{S}_L^2 \times \mathbb{S}_R^2$
- ▶ 1 modulo per 2-forme  $B_2, C_2$

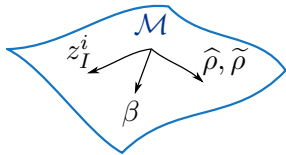


$$\begin{aligned}\hat{\rho} &\sim \text{vol } \mathbb{S}_L^2 + \text{vol } \mathbb{S}_R^2 \\ \tilde{\rho} &\sim \text{vol } \mathbb{S}_L^2 - \text{vol } \mathbb{S}_R^2\end{aligned}$$

$$\beta \sim \int_{\mathbb{S}_L^2 + \mathbb{S}_R^2} B_2 - \tau C_2$$

# Teoria efficace

$3N + 3$  campi  $\varphi^m = (z_I^i, \hat{\rho}, \tilde{\rho}, \beta)$



Calcoliamo  $\mathcal{L}_{\text{eff}}$ :

$$\mathcal{L}_{\text{eff}}(\varphi) = -\pi \mathcal{G}^{ab} \nabla_{\mu} \rho_a \nabla^{\mu} \bar{\rho}_b - 2\pi \sum_{I \in D3} g_{i\bar{j}} \partial_{\mu} z_I^i \partial^{\mu} \bar{z}_I^{\bar{j}} - \frac{\pi \mathcal{M}}{\text{Im } \tau} \partial_{\mu} \beta \partial^{\mu} \bar{\beta} \\ + (\text{fermioni} \dots)$$

- ▶ Necessaria  $g_{i\bar{j}}$  esplicita (metrica del cono risolto).
- ▶  $\mathcal{G}^{ab}, \nabla_{\mu}, g_{i\bar{j}}, \mathcal{M}$  funzioni complicate di  $(\hat{\rho}, \tilde{\rho}, \beta) \implies$  forte non-linearità

# Simmetrie

Check nontriviale: simmetrie della teoria di campo devono ricomparire nella teoria efficace.

- ▶ Gruppo superconforme: spontaneamente rotto in generale, verifichiamo l'invarianza di  $\mathcal{L}_{\text{eff}}$  sotto un'implementazione nonlineare.
- ▶ La SCFT ha una simmetria di flavour  $SU(2) \times SU(2)$ . Nella HEFT: è il gruppo di isometria di  $S^2 \times S^2$ .
- ▶ Tre simmetrie  $U(1)$ , di cui due anomale. Presenti nella HEFT, le anomale rotte non perturbativamente.



# $U(1)$

- ▶  $U(1)_{\text{trace}} = U(1)_1 + U(1)_2 + U(1)_3 + U(1)_4$  è disaccoppiato da tutto.
- ▶  $U(1)_B = U(1)_1 + U(1)_3$  non anomalo. **Numero barionico.**  
Nella HEFT:

$$\text{Im } \tilde{\rho} \rightarrow \text{Im } \tilde{\rho} + \alpha$$

- ▶ Ne rimangono due. Sono:

$$U(1)_1 - U(1)_3 \quad \leftrightarrow \quad \text{Im } \hat{\rho} \rightarrow \text{Im } \hat{\rho} + \alpha$$

$$U(1)_4 - U(1)_2 \quad \leftrightarrow \quad \text{Im } \beta \rightarrow \text{Im } \beta + \alpha$$

Simmetrie classiche della CFT e della  $\mathcal{L}_{\text{eff}}$ , ma **anomale**.  
Interpretazione olografica: rotte da effetti nonperturbativi  
 $\sim \exp(-N) \sim \exp(-1/g_s)$  dovuti a istantoni di teoria delle  
stringhe accoppiati ad  $\text{Im } \hat{\rho}$ ,  $\text{Im } \beta$ .

# Conclusioni

Abbiamo dunque costruito la teoria efficace esplicita per un modello **fortemente accoppiato** e con supersimmetria **minimale** (intrattabile a livello della teoria di campo).

Possibili sviluppi:

- ▶ Generalizzare  $Y^{2,0} \rightarrow Y^{p,q}$
- ▶ Espansione perturbativa nei moduli
- ▶ Analisi contributi nonperturbativi di stringa

Grazie per l'attenzione.