Raoni F. S. Teixeira

Aula 12 - Redes Convolucionais

## 1 Introdução

Redes Neurais Convolucionais (CNNs) possuem a mesma estrutura das redes neurais tradicionais. Elas usam neurônios com pesos ajustáveis, combinam operações lineares com ativações não lineares e seu treinamento depende de uma função de custo diferenciável.

A diferença é que as CNNs são construídas para processar sinais — dados estruturados espacialmente (e.g. imagem ou matriz 2D) ou no tempo (e.g. aúdio ou vetor). Como trabalham com matrizes ou vetores, as CNNs processam os sinais, explorando três princípios para maior eficiência:

- Conectividade local: Cada neurônio responde apenas a uma pequena região da entrada, reduzindo a complexidade.
- Compartilhamento de pesos: Os mesmos filtros são aplicados em diferentes posições, detectando padrões de forma consistente.
- Invariância translacional: Padrões são reconhecidos independentemente de sua posição no sinal.

### 2 Filtros

Um **filtro** é uma função que modifica um sinal, preservando componentes específicas (como certas frequências) e atenuando outras. O resultado é um sinal simplificado e mais limpo.

### Convolução 1D

A Figura 1 ilustra a ação do filtro F = (-1, +1) em um sinal binário unidimensional. O filtro (ou **núcleo convolucional**) desliza pelo sinal com um **passo (stride)** de 1, calculando o produto escalar em cada posição. O *stride* define o deslocamento do filtro a cada operação.

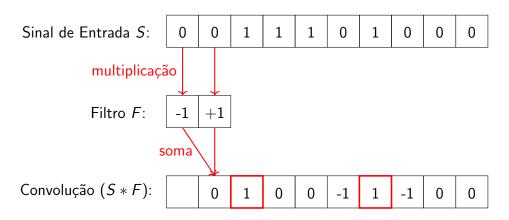


Figura 1: Convolução 1D para detectar as bordas esquerdas (células em destaque) de um sinal binário.

Para um sinal discreto S e um filtro F de tamanho M e stride s, a convolução unidimensional é definida por:

$$(S*F)[n] = \sum_{m=1}^{M} S[n \cdot s - m]F[m]$$
 (1)

### Convolução 2D

A Figura 2 mostra um filtro  $3 \times 3$  aplicado a um sinal binário 2D S em que as células pretas correspondem ao valor 1 e as brancas ao valor 0. O filtro compara cada região de S, procurando padrões horizontais de tamanho três. O *stride* igual à 1 faz com que o filtro deslize por toda imagem.

A fórmula para convolução 2D com filtro  $K \times K$  e *stride s* é:

$$(S*F)[i,j] = \sum_{m=0}^{K-1} \sum_{n=0}^{K-1} S[i \cdot s + m, j \cdot s + n] \cdot F[m,n]$$
 (2)

Aplicando essa fórmula, o processamento nas bordas é incompleto. Na posição (0,0), por exemplo, um filtro  $3 \times 3$  só opera sobre 4 células, faltando 5 vizinhos para completar o cálculo.

A solução é adicionar uma borda de zeros ao redor da imagem original — técnica conhecida como **padding**. Esse ajuste garante três benefícios. Primeiro, equaliza o processamento de todos os pixels, incluindo os das bordas. Segundo, permite controlar o tamanho da saída, mantendo as dimensões originais quando necessário. Terceiro, preserva informações espaciais.

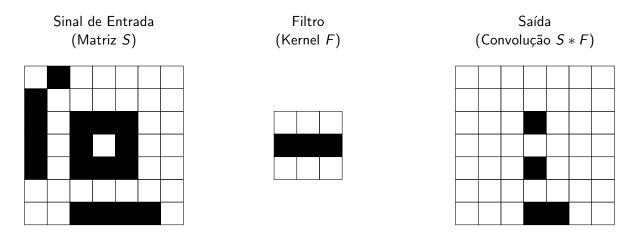


Figura 2: Convolução 2D com filtro  $3 \times 3$  e *stride* 1 que detecta padrões horizontais no sinal S.

## 3 Agrupamento (Pooling)

O agrupamento (pooling) é um filtro sem pesos que reduz a dimensionalidade preservando características do sinal. Um parâmetro é novamente o stride que indica os deslocamentos na aplicação do filtro. Quando stride é igual a dois, por exemplo, o filtro pula uma célula em cada dimensão.

A Figura 3 ilustra os dois tipos mais comuns de agrupamento a seguir para uma matriz de entrada e filtros  $2 \times 2$  com stride 2:

- 1. **Agrupamento Máximo (Max Pooling)**: que devolve o valor máximo em cada janela do filtro e cujo principal benefício é aumentar a invariância a pequenas translações (o padrão é reconhecido independentemente da posição exata no sinal).
- 2. **Agrupamento Médio (Average Pooling)**: que calcula a média dos valores na janela e é usado para suavizar o sinal.

## 4 Arquitetura de uma CNN

A Figura 4 mostra a arquitetura típica de uma Rede Neural Convolucional (CNN) para classificação de imagens, organizada em dois estágios principais:

- 1. Extração hierárquica de características:
  - Seguência de Blocos repetidos de:

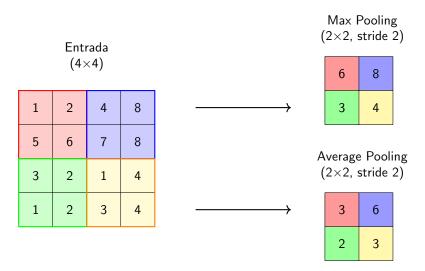


Figura 3: Operações de pooling usando filtro  $2 \times 2$ . As cores indicam janelas distintas. O Max Pooling extrai os valores máximos (6, 8, 3, 4) e Average Pooling as médias (3, 6, 2, 3) em cada janela.

- Camada convolucional + ReLU (retificação)
- Camada de max pooling (opcional)

#### 2. Classificação:

- Camadas totalmente conectadas no final
- Função de ativação final (ex: Softmax para classificação)

As camadas convolucionais processam volumes 3D de entrada ( $L_{in} \times A_{in} \times D_{in}$ ) através de bancos de filtros, gerando saídas com dimensões calculadas por:

$$L_{\text{out}} = \left\lfloor \frac{L_{\text{in}} - F + 2P}{S} \right\rfloor + 1,$$

$$A_{\text{out}} = \left\lfloor \frac{A_{\text{in}} - F + 2P}{S} \right\rfloor + 1,$$

$$D_{\text{out}} = K \quad \text{(número de filtros)}$$
(3)

em que F é o tamanho do filtro (ex.:  $3 \times 3$ ), K o número de filtros, S o stride, e P o padding. Na primeira camada, K filtros são aplicados à imagem original, cada um produzindo um **mapa de características** distinto. Esses mapas são empilhados em um volume 3D de saída (Figura 5), cujas dimensões espaciais ( $L_{\rm out} \times A_{\rm out}$ ) preservam a estrutura da imagem, enquanto a profundidade ( $D_{\rm out} = K$ ) codifica as características detectadas pelos filtros.

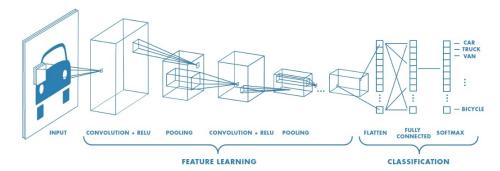


Figura 4: Arquitetura típica de CNN. As primeiras camadas detectam características locais (bordas, texturas), enquanto as profundas integram informações para reconhecimento de padrões complexos. Note o **efeito funil**: as dimensões espaciais (altura/largura) reduzem-se progressivamente, enquanto a profundidade (canais) aumenta, concentrando a informação relevante.

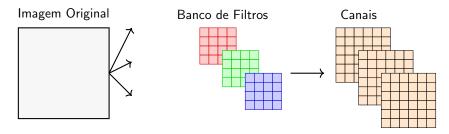


Figura 5: Processo de aplicação de múltiplos filtros: (1) Cada filtro gera um mapa de ativação distinto; (2) Os mapas são empilhados formando um volume 3D de características.

Conforme os dados fluem através das camadas da rede, sua estrutura sofre uma transformação. Nas primeiras etapas, operações de *pooling* e convoluções com *stride* maior que 1 (S>1) começam a reduzir as dimensões espaciais. Uma imagem de entrada de 224  $\times$  224 pixels, por exemplo, pode ser gradualmente reduzida a apenas  $7\times7$  na última camada convolucional - como uma fotografia que, vista de longe, perde detalhes mas revela a essência da cena.

Paralelamente, ocorre um fenômeno oposto nos canais de profundidade. Onde inicialmente tínhamos apenas 3 canais (RGB), a dimensão D se expande para 256 ou mais. Cada novo canal atua como um especialista, aprendendo a detectar padrões específicos - desde bordas simples até formas complexas e texturas.

O resultado final é um **efeito funil** computacional: a informação espacial bruta, inicialmente dispersa em milhares de pixels, condensa-se em representações cada vez mais compactas e semanticamente ricas - a essência do aprendizado hierárquico em redes convolucionais.

Camada	CONV	POOL	FC
Entrada	$I \times I \times C$	$I \times I \times C$	N <sub>in</sub>
Saída	$O \times O \times K$	$O \times O \times C$	N <sub>out</sub>
Parâmetros	$(F^2 \cdot C + 1) \cdot K$	0	$(N_{in}+1)N_{out}$

Tabela 1: Complexidade de parâmetros por tipo de camada

#### 4.1 Complexidade do Modelo

A Tabela 1 resume os parâmetros por tipo de camada:

## 5 Transferência de Aprendizado

O treinamento de redes neurais convolucionais a partir do zero é incomum na prática, principalmente devido à exigência de grandes conjuntos de dados. A solução amplamente adotada é a transferência de aprendizado, implementada de duas formas:

- Ajuste Fino (Fine-Tuning): Modifica pesos específicos de uma rede pré-treinada enquanto mantém sua arquitetura original. A técnica padrão congela as camadas iniciais

   responsáveis por detectar padrões visuais básicos e ajusta apenas as camadas finais, que contêm características específicas do domínio. Esse método exige atenção redobrada para prevenir overfitting, particularmente com conjuntos de dados limitados.
- CNN como Extrator de Características: Transforma redes pré-treinadas em extratores de features poderosos ao remover sua camada de classificação final. As ativações das camadas intermediárias, como os vetores 4096-D da penúltima camada da Alex-Net, servem como entrada para novos classificadores (SVMs ou modelos lineares). Essa abordagem preserva o conhecimento hierárquico aprendido enquanto se adapta a novas tarefas.

Essas estratégias aproveitam arquiteturas consolidadas e pesos otimizados disponíveis em repositórios como Hugging Face ou Pytorch Model Zoo. Além de poupar semanas de treinamento, essa prática oferece acesso imediato a modelos de alta performance como VGG, ResNet e EfficientNet com ajustes mínimos para novas aplicações.

## 6 Exercícios

 Projete uma arquitetura CNN para o dataset MNIST com 2 camadas convolucionais e uma densa.

2. Compare o número de parâmetros de sua rede com a rede neural tradicional das aulas 9 e 10.