

# 9002 — Aula 27

## Algoritmos e Programação de Computadores

Instituto de Engenharia – UFMT

Segundo Semestre de 2014

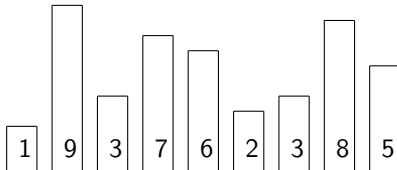
26 de janeiro de 2015

# Roteiro

1 Introdução

2 Divisão e conquista novamente

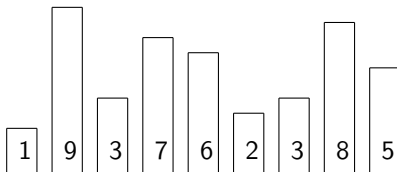
# Introdução



## Problema 1

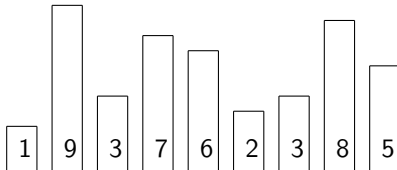
Suponha que temos um vetor desordenado com 10 números. Como fazer com que números *pequenos* (menores que 5) fiquem antes dos números *grandes* (maiores que 5)?

## Considere a função

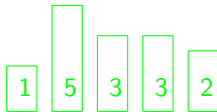


- `int particionar(int vetor[], int ini, int fim)`

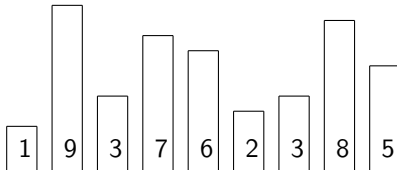
## Considere a função



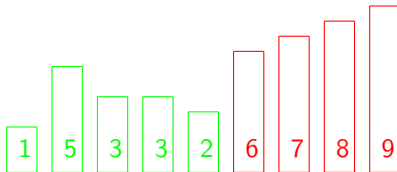
- `int particionar(int vetor[], int ini, int fim)`
  - ▶ a primeira parte do vetor contém elementos **“pequenos”**  
a segunda parte do vetor contém elementos **“grandes”**



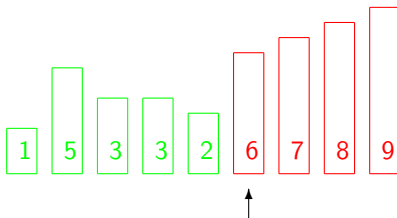
## Considere a função



- `int particionar(int vetor[], int ini, int fim)`
  - ▶ a primeira parte do vetor contém elementos **“pequenos”**
  - ▶ a segunda parte do vetor contém elementos **“grandes”**



# Combinando



## Problema 2

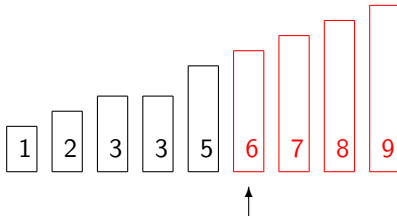
Suponha que o subvetor

- da posição **pos** a **fim**: contenha apenas elementos grandes
- da posição **ini** a **pos - 1**: contenha apenas elementos pequenos

Como ordenar?

- Ordenamos recursivamente o primeiro subvetor
- Depois o segundo subvetor

# Combinando



## Problema 2

Suponha que o subvetor

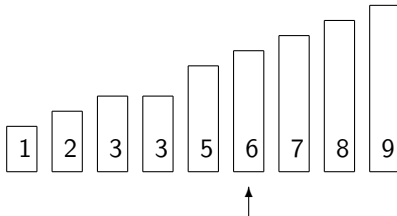
- da posição **pos** a **fim**: contenha apenas elementos grandes
- da posição **ini** a **pos - 1**: contenha apenas elementos pequenos

Como ordenar?

- Ordenamos recursivamente o **primeiro subvetor**
- Depois o **segundo subvetor**



# Combinando



## Problema 2

Suponha que o subvetor

- da posição **pos** a **fim**: contenha apenas elementos grandes
- da posição **ini** a **pos - 1**: contenha apenas elementos pequenos

Como ordenar?

- Ordenamos recursivamente o **primeiro subvetor**
- Depois o **segundo subvetor**

# Divisão e conquista novamente

## Quick Sort

- **Divisão:** Separamos elementos pequenos e grandes
- **Conquista:** Ordenamos cada subvetor

## QuickSort

```
void quick_sort(int vetor[], int ini, int fim) {  
    int pos;  
  
    if (ini < fim){  
        pos = particionar(vetor, ini, fim);  
  
        quick_sort(vetor, ini, pos - 1);  
        quick_sort(vetor, pos, fim);  
    }  
}
```

# Divisão e conquista novamente

## Quick Sort

- **Divisão:** Separamos elementos pequenos e grandes
- **Conquista:** Ordenamos cada subvetor

## QuickSort

```
void quick_sort(int vetor[], int ini, int fim) {  
    int pos;  
  
    if (ini < fim){  
        pos = particionar(vetor, ini, fim);  
  
        quick_sort(vetor, ini, pos - 1);  
        quick_sort(vetor, pos, fim);  
    }  
}
```

# Divisão e conquista novamente

## Quick Sort

- **Divisão:** Separamos elementos pequenos e grandes
- **Conquista:** Ordenamos cada subvetor

## QuickSort

```
void quick_sort(int vetor[], int ini, int fim) {  
    int pos;  
  
    if (ini < fim){  
        pos = particionar(vetor, ini, fim);  
  
        quick_sort(vetor, ini, pos - 1);  
        quick_sort(vetor, pos, fim);  
    }  
}
```

# Divisão e conquista novamente

## Quick Sort

- **Divisão:** Separamos elementos pequenos e grandes
- **Conquista:** Ordenamos cada subvetor

## QuickSort

```
void quick_sort(int vetor[], int ini, int fim) {  
    int pos;  
  
    if (ini < fim){  
        pos = particionar(vetor, ini, fim);  
  
        quick_sort(vetor, ini, pos - 1);  
        quick_sort(vetor, pos, fim);  
    }  
}
```

# Como particionar um vetor?

## Ideia

- Escolhemos um valor **pivô**
- Separamos o vetor em duas partes:
  - 1 **primeira**: apenas elementos menores ou iguais ao pivô
  - 2 **segunda**: apenas elementos maiores que o pivô

## Algoritmo

- 1 Obtemos o valor do pivô:
  - ▶ escolhemos sempre o valor do último elemento
- 2 Procuramos elementos fora de ordem:
  - ▶ **do início ao fim**: em busca de elementos maiores que o pivô
  - ▶ **do fim ao início**: em busca de elementos menores ou iguais ao pivô
- 3 Trocamos os elementos em posições erradas

# Como particionar um vetor?

## Ideia

- Escolhemos um valor **pivô**
- Separamos o vetor em duas partes:
  - 1 **primeira**: apenas elementos menores ou iguais ao pivô
  - 2 **segunda**: apenas elementos maiores que o pivô

## Algoritmo

- 1 Obtemos o valor do pivô:
  - ▶ escolhemos sempre o valor do último elemento
- 2 Procuramos elementos fora de ordem:
  - ▶ **do início ao fim**: em busca de elementos maiores que o pivô
  - ▶ **do fim ao início**: em busca de elementos menores ou iguais ao pivô
- 3 Trocamos os elementos em posições erradas

# Como particionar um vetor?

## Ideia

- Escolhemos um valor **pivô**
- Separamos o vetor em duas partes:
  - 1 **primeira**: apenas elementos menores ou iguais ao pivô
  - 2 **segunda**: apenas elementos maiores que o pivô

## Algoritmo

- 1 Obtemos o valor do pivô:
  - ▶ escolhemos sempre o valor do último elemento
- 2 Procuramos elementos fora de ordem:
  - ▶ **do início ao fim**: em busca de elementos maiores que o pivô
  - ▶ **do fim ao início**: em busca de elementos menores ou iguais ao pivô
- 3 Trocamos os elementos em posições erradas



# Como particionar um vetor?

## Ideia

- Escolhemos um valor **pivô**
- Separamos o vetor em duas partes:
  - 1 **primeira**: apenas elementos menores ou iguais ao pivô
  - 2 **segunda**: apenas elementos maiores que o pivô

## Algoritmo

- 1 Obtemos o valor do pivô:  
escolhemos sempre o valor do último elemento
- 2 Procuramos elementos fora de ordem:  
do início ao fim: em busca de elementos **maiores** que o pivô  
do fim ao início: em busca de elementos **menores ou iguais** ao pivô
- 3 Trocamos os elementos em posições erradas

# Como particionar um vetor?

## Ideia

- Escolhemos um valor **pivô**
- Separamos o vetor em duas partes:
  - 1 **primeira**: apenas elementos menores ou iguais ao pivô
  - 2 **segunda**: apenas elementos maiores que o pivô

## Algoritmo

- 1 Obtemos o valor do pivô:
  - ▶ escolhemos sempre o valor do último elemento
- 2 Procuramos elementos fora de ordem:
  - do início ao fim: em busca de elementos **maiores** que o pivô
  - do fim ao início: em busca de elementos **menores ou iguais** ao pivô
- 3 Trocamos os elementos em posições erradas

# Como particionar um vetor?

## Ideia

- Escolhemos um valor **pivô**
- Separamos o vetor em duas partes:
  - 1 **primeira**: apenas elementos menores ou iguais ao pivô
  - 2 **segunda**: apenas elementos maiores que o pivô

## Algoritmo

- 1 Obtemos o valor do pivô:
  - ▶ escolhemos sempre o valor do último elemento
- 2 Procuramos elementos fora de ordem:
  - ▶ **do início ao fim**: em busca de elementos **maiores** que o pivô
  - ▶ **do fim ao início**: em busca de elementos **menores ou iguais** ao pivô
- 3 Trocamos os elementos em posições erradas

# Como particionar um vetor?

## Ideia

- Escolhemos um valor **pivô**
- Separamos o vetor em duas partes:
  - 1 **primeira**: apenas elementos menores ou iguais ao pivô
  - 2 **segunda**: apenas elementos maiores que o pivô

## Algoritmo

- 1 Obtemos o valor do pivô:
  - ▶ escolhemos sempre o valor do último elemento
- 2 Procuramos elementos fora de ordem:
  - ▶ **do início ao fim**: em busca de elementos **maiores** que o pivô
  - ▶ **do fim ao início**: em busca de elementos **menores ou iguais** ao pivô
- 3 Trocamos os elementos em posições erradas

# Algoritmo de particionamento

## Particionar vetor

```
int particionar(int vetor[], int ini, int fim) {
    int pivo;

    pivo = vetor[fim];

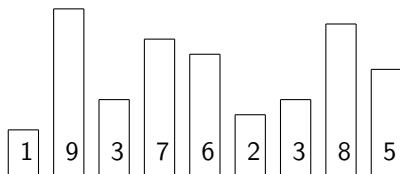
    while (ini < fim) {
        while (ini < fim && vetor[ini] <= pivo)
            ini++;

        while (ini < fim && vetor[fim] > pivo)
            fim--;

        troca(&vetor[ini], &vetor[fim]);
    }

    return ini; // ini é a posição do primeiro elemento grande
}
```

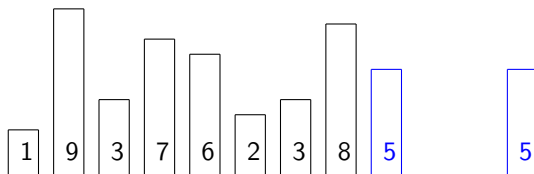
# Particionamento



## Algoritmo

- 1 Obtemos o valor do pivô:
- 2 Procuramos elementos fora de ordem:
- 3 Trocamos os elementos em posições erradas
- 4 Continuamos passo 2 até índices se encontrarem

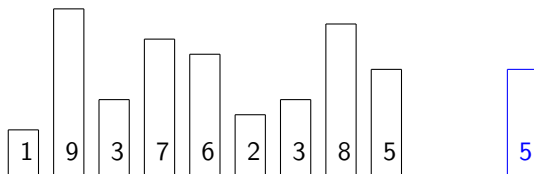
# Particionamento



## Algoritmo

- 1 Obtemos o valor do pivô:
- 2 Procuramos elementos fora de ordem:
- 3 Trocamos os elementos em posições erradas
- 4 Continuamos passo 2 até índices se encontrarem

# Particionamento

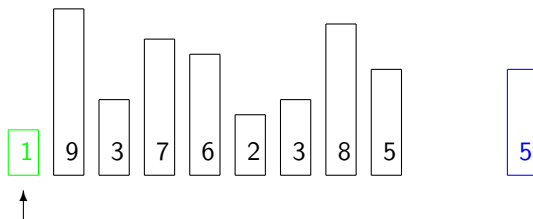


## Algoritmo

- 1 Obtemos o valor do pivô:
- 2 Procuramos elementos fora de ordem:
  - do início ao fim: em busca de elementos **maiores** que o pivô
  - do fim ao início: em busca de elementos **menores ou iguais** ao pivô
- 3 Trocamos os elementos em posições erradas
- 4 Continuamos passo 2 até índices se encontrarem



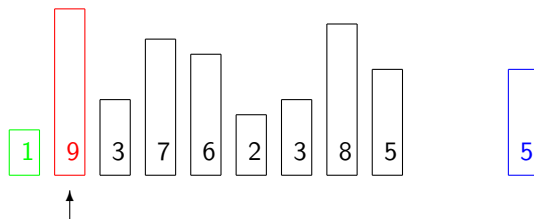
# Particionamento



## Algoritmo

- ❶ Obtemos o valor do pivô:
- ❷ Procuramos elementos fora de ordem:
  - ▶ **do início ao fim:** em busca de elementos **maiores** que o pivô
  - ▶ **do fim ao início:** em busca de elementos **menores ou iguais** ao pivô
- ❸ Trocamos os elementos em posições erradas
- ❹ Continuamos passo 2 até índices se encontrarem

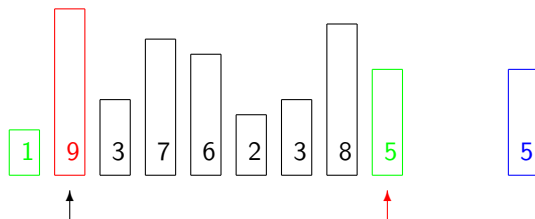
# Particionamento



## Algoritmo

- 1 Obtemos o valor do pivô:
- 2 Procuramos elementos fora de ordem:
  - ▶ **do início ao fim:** em busca de elementos **maiores** que o pivô
  - ▶ **do fim ao início:** em busca de elementos **menores ou iguais** ao pivô
- 3 Trocamos os elementos em posições erradas
- 4 Continuamos passo 2 até índices se encontrarem

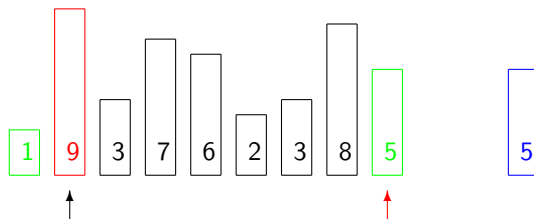
# Particionamento



## Algoritmo

- ❶ Obtemos o valor do pivô:
- ❷ Procuramos elementos fora de ordem:
  - ▶ **do início ao fim**: em busca de elementos **maiores** que o pivô
  - ▶ **do fim ao início**: em busca de elementos **menores ou iguais** ao pivô
- ❸ Trocamos os elementos em posições erradas
- ❹ Continuamos passo 2 até índices se encontrarem

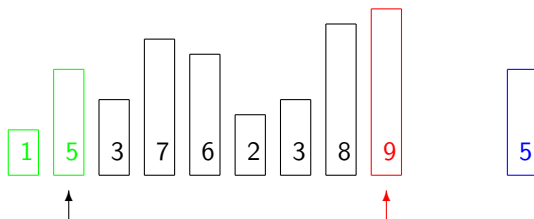
# Particionamento



## Algoritmo

- 1 Obtemos o valor do pivô:
- 2 Procuramos elementos fora de ordem:
  - ▶ **do início ao fim**: em busca de elementos **maiores** que o pivô
  - ▶ **do fim ao início**: em busca de elementos **menores ou iguais** ao pivô
- 3 Trocamos os elementos em posições erradas
- 4 Continuamos passo 2 até índices se encontrarem

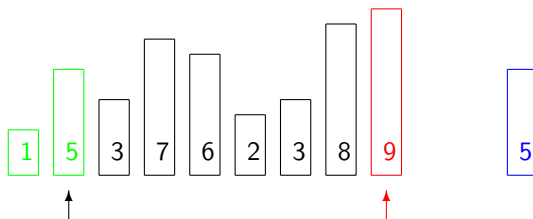
# Particionamento



## Algoritmo

- ❶ Obtemos o valor do pivô:
- ❷ Procuramos elementos fora de ordem:
  - ▶ **do início ao fim**: em busca de elementos **maiores** que o pivô
  - ▶ **do fim ao início**: em busca de elementos **menores ou iguais** ao pivô
- ❸ Trocamos os elementos em posições erradas
- ❹ Continuamos passo 2 até índices se encontrarem

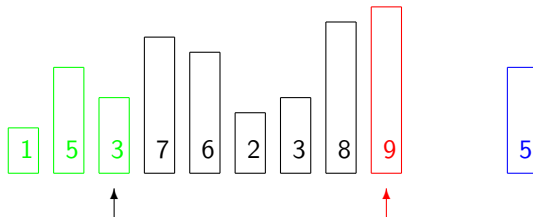
# Particionamento



## Algoritmo

- 1 Obtemos o valor do pivô:
- 2 Procuramos elementos fora de ordem:
  - ▶ **do início ao fim**: em busca de elementos **maiores** que o pivô
  - ▶ **do fim ao início**: em busca de elementos **menores ou iguais** ao pivô
- 3 Trocamos os elementos em posições erradas
- 4 Continuamos passo 2 até índices se encontrarem

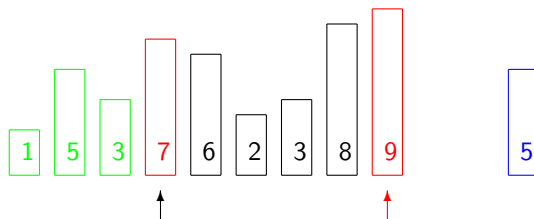
# Particionamento



## Algoritmo

- 1 Obtemos o valor do pivô:
- 2 Procuramos elementos fora de ordem:
  - ▶ **do início ao fim**: em busca de elementos **maiores** que o pivô
  - ▶ **do fim ao início**: em busca de elementos **menores ou iguais** ao pivô
- 3 Trocamos os elementos em posições erradas
- 4 Continuamos passo 2 até índices se encontrarem

# Particionamento

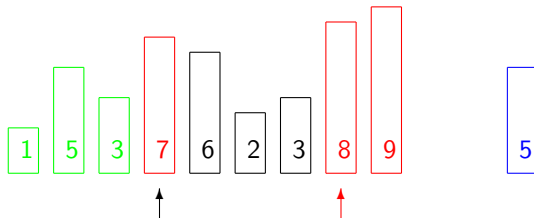


## Algoritmo

- ❶ Obtemos o valor do pivô:
- ❷ Procuramos elementos fora de ordem:
  - ▶ **do início ao fim**: em busca de elementos **maiores** que o pivô
  - ▶ **do fim ao início**: em busca de elementos **menores ou iguais** ao pivô
- ❸ Trocamos os elementos em posições erradas
- ❹ Continuamos passo 2 até índices se encontrarem



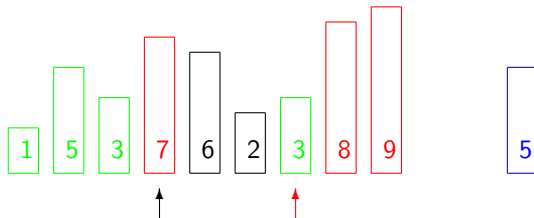
# Particionamento



## Algoritmo

- 1 Obtemos o valor do pivô:
- 2 Procuramos elementos fora de ordem:
  - ▶ **do início ao fim**: em busca de elementos **maiores** que o pivô
  - ▶ **do fim ao início**: em busca de elementos **menores ou iguais** ao pivô
- 3 Trocamos os elementos em posições erradas
- 4 Continuamos passo 2 até índices se encontrarem

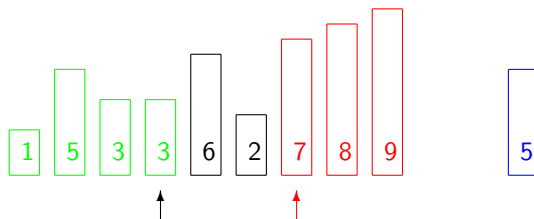
# Particionamento



## Algoritmo

- 1 Obtemos o valor do pivô:
- 2 Procuramos elementos fora de ordem:
  - ▶ **do início ao fim**: em busca de elementos **maiores** que o pivô
  - ▶ **do fim ao início**: em busca de elementos **menores ou iguais** ao pivô
- 3 Trocamos os elementos em posições erradas
- 4 Continuamos passo 2 até índices se encontrarem

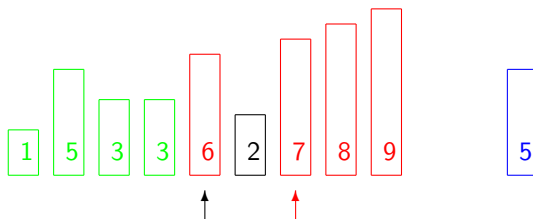
# Particionamento



## Algoritmo

- 1 Obtemos o valor do pivô:
- 2 Procuramos elementos fora de ordem:
  - ▶ **do início ao fim**: em busca de elementos **maiores** que o pivô
  - ▶ **do fim ao início**: em busca de elementos **menores ou iguais** ao pivô
- 3 Trocamos os elementos em posições erradas
- 4 Continuamos passo 2 até índices se encontrarem

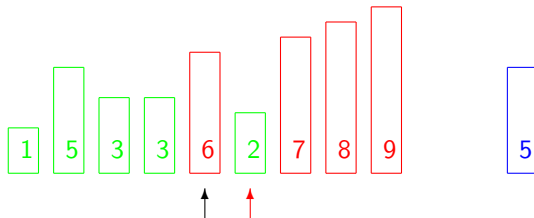
# Particionamento



## Algoritmo

- 1 Obtemos o valor do pivô:
- 2 Procuramos elementos fora de ordem:
  - ▶ **do início ao fim**: em busca de elementos **maiores** que o pivô
  - ▶ **do fim ao início**: em busca de elementos **menores ou iguais** ao pivô
- 3 Trocamos os elementos em posições erradas
- 4 Continuamos passo 2 até índices se encontrarem

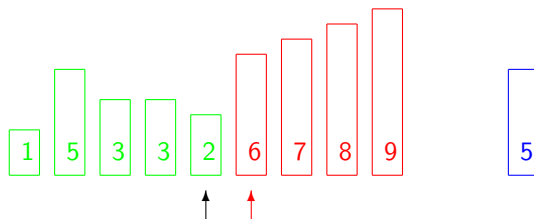
# Particionamento



## Algoritmo

- ❶ Obtemos o valor do pivô:
- ❷ Procuramos elementos fora de ordem:
  - ▶ **do início ao fim**: em busca de elementos **maiores** que o pivô
  - ▶ **do fim ao início**: em busca de elementos **menores ou iguais** ao pivô
- ❸ Trocamos os elementos em posições erradas
- ❹ Continuamos passo 2 até índices se encontrarem

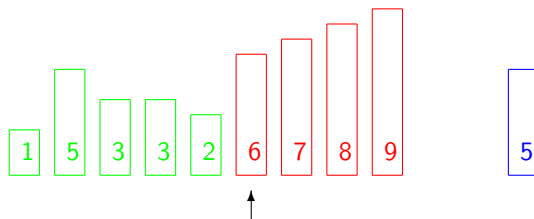
# Particionamento



## Algoritmo

- ❶ Obtemos o valor do pivô:
- ❷ Procuramos elementos fora de ordem:
  - ▶ **do início ao fim**: em busca de elementos **maiores** que o pivô
  - ▶ **do fim ao início**: em busca de elementos **menores ou iguais** ao pivô
- ❸ Trocamos os elementos em posições erradas
- ❹ Continuamos passo 2 até índices se encontrarem

# Particionamento



## Algoritmo

- ❶ Obtemos o valor do pivô:
- ❷ Procuramos elementos fora de ordem:
  - ▶ **do início ao fim**: em busca de elementos **maiores** que o pivô
  - ▶ **do fim ao início**: em busca de elementos **menores ou iguais** ao pivô
- ❸ Trocamos os elementos em posições erradas
- ❹ Continuamos passo 2 **até índices se encontrarem**

# Exercício

- 1 Aplique o algoritmo de particionamento sobre o vetor (13, 19, 9, 5, 12, 21, 7, 4, 11, 2, 6, 6) com pivô igual a 6.
- 2 Modifique o algoritmo QuickSort para ordenar vetores em ordem decrescente.