Wiskunde voor KI - deel I

§3.2 Set definitions

$A \subseteq B$ ... $\forall x(x \in A \rightarrow x \in B)$
laat $Y = \{1, 2\}$ ... $1 \in Y$
$\{1\} \subseteq Y$ ... $1 \in \{1\} \rightarrow 1 \in Y$
$A \nsubseteq B$ ... $\exists x(x \in A \rightarrow x \notin B)$
$A = B$ ... $\forall A \forall B(A \subseteq B \wedge B \subseteq A)$
$\mathscr{P}(A)$ ... $\{X \mid X \subseteq A\}$
$a \in \mathscr{P}(A)$ ... $\iff a \subseteq A$
$a \in A$ ... $\neq a \subseteq A$
$\mathscr{P}(A)$ ... 2^i elementen voor $A = \{n_1, ..., n_i\}$
$\mathscr{P}(\{a, b\})$ ... $\{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}\}$

§3.3 Set operations

$A \cup B$ (union) ... $\{x \mid x \in A \text{ of } x \in B\}$
$A \cap B$ (intersection) ... $\{x \mid x \in A \text{ en } x \in B\}$
A en B zijn disjoint ... wanneer $A \cap B = \emptyset$
set difference A–B (of $\setminus$) ... $\{x \mid x \in A \text{ en } x \notin B\}$
Cartesian product $A \times B$ ... $\{(a, b) \mid a \in A \text{ en } b \in B$
$\{a, b\} \times \{1, 2\}$ ... $\{(a, 1), (a, 2), (b, 1), (b, 2)\}$
$A \times \emptyset$ ... is gelijk aan $\emptyset$

§3.4 Families of Sets

$\bigcup_{i=0}^{\infty} A_i$ ... $\{x \mid x \in A_n \text{ for some } n \in \mathbb{N}\}$
$\bigcap_{i=0}^{\infty} A_i$ ... $\{x \mid x \in A_n \text{ for all } n \in \mathbb{N}\}$
geen volgorde in $\bigcup$ ... daarom ook goed: $\bigcup_{i \in \mathbb{N}}$
$B_i = \{1, 2, .., 3i\}$ ... $\bigcup_{i \in \mathbb{N}} B_i = \mathbb{N}$, $\bigcap_{i \in \mathbb{N}} B_i = \{1, 2, 3\}$
family of sets $\mathcal{A}$ ... $\forall X(X \in \mathcal{A} \rightarrow X \text{ is een set})$
$\mathcal{A}$ is indexed by I ... $\mathcal{A} = \{A_i\}_{i \in I}$
$\bigcup_{X \in \mathcal{A}} X$ ... $\{x \mid x \in A \text{ for some } A \in \mathcal{A}\}$
$\bigcap_{X \in \mathcal{A}} X$ ... $\{x \mid x \in A \text{ for all } A \in \mathcal{A}\}$
als $\mathcal{A} = \emptyset$ ... dan $\bigcup_{X \in \mathcal{A}} X = \emptyset$
als $\mathcal{A} = \emptyset$ ... dan is $\bigcap_{X \in \mathcal{A}} X$ ongedefinieerd

§4 Functies

Een functie (map) f van A naar B, $f\colon A \rightarrow B$, is een subset $F \subseteq A \times B$ zodat voor elke $a \in A$ één paar $(a, b) \in F$ bestaat. A is het domein, B het codomein.

range van $f\colon A \rightarrow B$ ... $\{b \in B \mid \exists a \in A(f(a) = b)\}$
$f\colon A \rightarrow B$ ... $f(x) \in B$
union of disjoint subsets ... $\begin{cases} x, \text{if } x \geq 0 \\ -1, \text{if } x < 0 \end{cases}$
not disjoint, but well-defined ... $\begin{cases} x^2, \text{if } x \geq 3 \\ x + 6, \text{if } x \leq 3 \end{cases}$
well-defined ... potential problems don't occur
equal functions ... (A, B, F) zijn gelijk
constante $f : A \rightarrow B$ ... $\exists(b \in B)\forall(a \in A)(f(a) = b)$
identiteit(1_x) $f : A \rightarrow A$ ... $\forall a(a \in A \rightarrow f(a) = a)$
inclusie $f : A \rightarrow B$ ... $\forall(a \in A)(A \subseteq B \wedge f(a) = a)$
gegeven $f : A \rightarrow B$ en $C \subseteq A$:
restrictie $f\mid_C\colon C \rightarrow B$ ... $\forall(c \in C)(f\mid_C (a) = f(a)$
gegeven $f : A \rightarrow B$ en $C \supseteq A$:
extensie $g : C \rightarrow B$ van f ... $\forall(a \in A)(g(a) = f(a)$
projectie $\pi_1\colon A \times B \rightarrow A$ ... $\pi_1(a, b) = a$
projectie $\pi_2\colon A \times B \rightarrow B$ ... $\pi_2(a, b) = b$

§4.2 Inverse Image

Laat functie $f\colon A \rightarrow B$, subsets $P \subseteq A$ en $Q \subseteq B$
image set P:$f(P)$ .. $\{b \in B \mid b = f(p) \text{ for some } p \in P\}$
inverse set Q: $f^{-1}(Q)$ ... $\{a \in A \mid f(a) \in Q\}$
$f^{-1}(Q)$ ... a subset of A
inverse set: $f^{-1}(Q)$ ... always defined for $Q \subseteq B$
inverse function: f^{-1} ... doesn't always exist
g inverse voor f ... $f(g(x)) = 1_B \wedge g(f(x)) = 1_A$
if f^{-1} exists ... $f^{-1} : B \rightarrow A$ (not subset of A)

§4.4 ...jective functions

injectie ... iedereen heeft een eigen stoel
injectie ... $\forall(x, y \in A)(x \neq y \rightarrow f(x) \neq f(y))$
injectie ... $\forall(x, y \in A)(f(x) = f(y) \rightarrow x = y$
surjectie ... alle stoelen zijn gevuld
surjectie ... $\forall(b \in B)\exists(a \in A)(f(a) = b)$
bijectie ... zowel injective als surjective
bijectie$f\colon A \rightarrow B$ ... A en B evenveel elementen
als f bijectie ... dan f^{-1} bijectie
$f : X \rightarrow Y$ een bijectie desda ... f^{-1} bestaat

§5.1 Relations

relation R from A to B ... $\bar{R} \subseteq A \times B$
aRb ... if $(a, b) \in R$
Laat R en S relaties van A naar B zijn:
$R = S$ ... $\forall(a \in A, b \in B)(aRb \iff aSb)$
$R[x]$ ... $\{y \in B \mid xRy\}$
reflexive ... $\forall(x \in A)(xRx)$
symmetric ... $\forall(x, y \in A)(xRy \rightarrow yRx)$
transitive ... $\forall(x, y, z \in A)(xRy \wedge yRz \rightarrow xRz)$

§5.2 Equivalence

equivalence ... reflexive, symmetric and transitive
quotient set $A/\sim$ ... $\{[x] \mid x \in A\}$
partition ... punten van een taart

A partition of A is a family $\mathcal{D}$ of non-empty subsets of A such that:
partition #1 ... $(P, Q \in \mathcal{D} \wedge P \neq Q \rightarrow P \cap Q = \emptyset)$
partition #2 ... $\bigcup_{P \in \mathcal{D}} P = A$

§6 Infinity

1:basisstap ... bewijs $P(0)$
2:inductiestap ... bewijs $\forall(n \in \mathbb{N})(P(n) \rightarrow P(n + 1))$
zelfde kardinaliteit $X \sim Y$ ... als $f\colon X \rightarrow Y$ bijectie
$\mathbb{N} \sim$ ... $\mathbb{N}_{>0} \sim \mathbb{Z} \sim \mathbb{Q} \sim \mathbb{N} \times \mathbb{N}$
$f : \mathbb{N} \cup \{\{0\}\} \rightarrow \mathbb{N}$ ... $\begin{cases} f(\{0\}) = 0 \\ n \in \mathbb{N} : f(n) = n + 1 \end{cases}$
als $A \sim B$ ... dan $B \sim A$
als $A \sim B$ en $B \sim C$ ... dan $A \sim C$
X heet finite ... $\exists(n \in \mathbb{N})(X \sim \{1, 2, ..., n\})$
A is finite ... $B \subseteq A \rightarrow B$ is finite
X heet infinite ... als $X \neq$finite
countably infinite ... $\sim \mathbb{N}$
countable ... finite of $\sim \mathbb{N}$
uncountable ... not countable
$\mathbb{N} \sim \mathbb{Z}$ voor $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{N}$ ... $f(n) = \begin{cases} 2n - 1, \text{als } n > 0 \\ -2n, \text{als } n \leq 0 \end{cases}$
$f : \{1, 2, ..., n\} \rightarrow \mathbb{N}$ ... $\exists q \forall i(f(q) \geq f(i)$

Een subset van de set colleges Wiskunde voor KI 2017-2018 door Benjamin Rin. Verzameld door R. Grouls.
Notatie: vanwege ruimtegebruik gebruik ik soms $\forall(a \in A)(...)$ in plaats van $\forall a(a \in A...)$.