

Diplôme Inter-Universitaire

Projet Sudoku

Raoul HATTERER & Jean-Luc COSSALTER

29 août 2019

Table des matières

1	Introduction	2
2	Première version	2
2.1	L'interface homme-machine	2
2.1.1	Au démarrage	2
2.1.2	Nouvelle partie	2
2.1.3	Début de partie	3
2.1.4	Placer un symbole sur la grille	3
2.1.5	Effacer un symbole de la grille	3
2.1.6	Menus	5
2.1.7	Aides	5
2.2	Le code	8
2.2.1	Documentation	8
2.2.2	Multiplateforme	10
2.3	La démarche	10
2.3.1	Réflexion initiale	10
2.3.2	Tirage d'une grille	12
2.3.3	Solveur	12
3	Deuxième version	15
3.1	L'interface homme-machine	15
3.1.1	Partie affichage : Grille, barre des chiffres et gomme	15
3.1.2	Partie menu : boutons	15
3.2	Explications sur les fonctions utilisées	15
3.2.1	Intersection	15
3.2.2	Tests sur les listes	16
3.2.3	Les tests de remplissage	17
3.2.4	Tests pour la résolution	18
3.2.5	Fonctions pour la création des grilles (grilles simples par soustraction)	19
3.3	Les fonctions de résolution	23
3.3.1	Première fonction de résolution : <code>ou_le_nombre_peut_etre</code>	25
3.3.2	Groupes nus et cachés	27
3.3.3	Groupes nus	27
3.3.4	Groupes cachés	28
3.3.5	X-WING	30
3.3.6	Sword-fish	31

3.3.7	Cas où un choix s'impose	32
3.4	La résolution	34
3.4.1	Version 1 : la fonction <code>resolution_</code> (listing 35)	34
3.4.2	Version 2 : la fonction <code>resolution</code>	34
3.5	Épilogue	34

4 Troisième version 34

1 Introduction

Nous avons réalisé trois versions du jeu de Sudoku. La première utilise une pile et remplit la grille au fur et à mesure en s'assurant que les symboles déjà placés autorisent le placement. La seconde utilise les méthodes de résolution classiques comme singleton nu, singleton caché, élimination indirecte, XWING, SWORD-fish, etc. Enfin, la troisième version est une version web qui permet de jouer et de vérifier la grille en utilisant Javascript.

2 Première version

2.1 L'interface homme-machine

2.1.1 Au démarrage

Au démarrage (figure 1) la grille de Sudoku apparaît vide au centre de la fenêtre. Sur la gauche, la jauge de remplissage est vide. La pioche, au bas de la fenêtre, indique que neuf symboles de chaque sorte restent à placer sur la grille.

Sur la droite, un bouton **Nouvelle partie** de couleur distinctive permet d'amorcer une nouvelle partie.

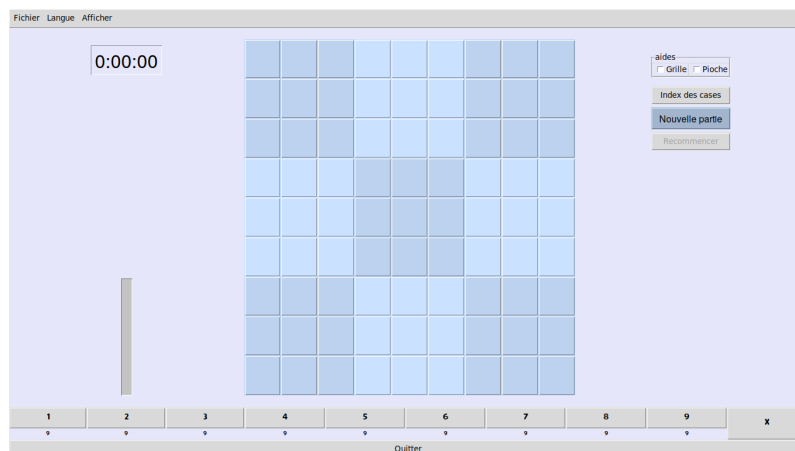


FIGURE 1 – au démarrage

2.1.2 Nouvelle partie

La grille est tirée de façon aléatoire et secrète. La pioche, au bas de la fenêtre (figure 2) est vide : elle indique que tous les symboles ont été placés sur la grille. Sur la gauche, la jauge de remplissage est pleine. Sur la droite, un curseur est apparu, il permet de choisir le niveau de difficulté. Un bouton **Commencer** de couleur distinctive permet au joueur de commencer la partie.

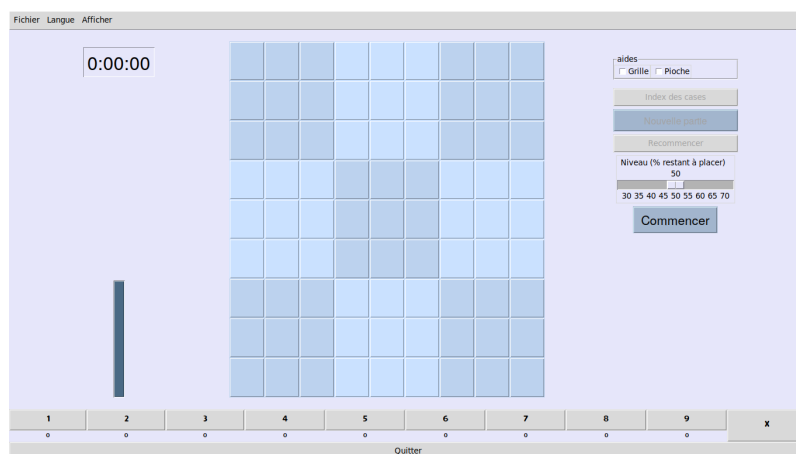


FIGURE 2 – choix du niveau

2.1.3 Début de partie

La grille pleine est vidée aléatoirement jusqu'à atteindre le niveau souhaité par le joueur. La jauge de remplissage et la pioche se retrouvent partiellement remplies. La grille est révélée au joueur et les cases dors et déjà remplies sont gelées : le joueur ne peut plus ni les effacer ni les modifier. Sur la gauche, le chronomètre est mis en marche et décompte le temps qui s'écoule.

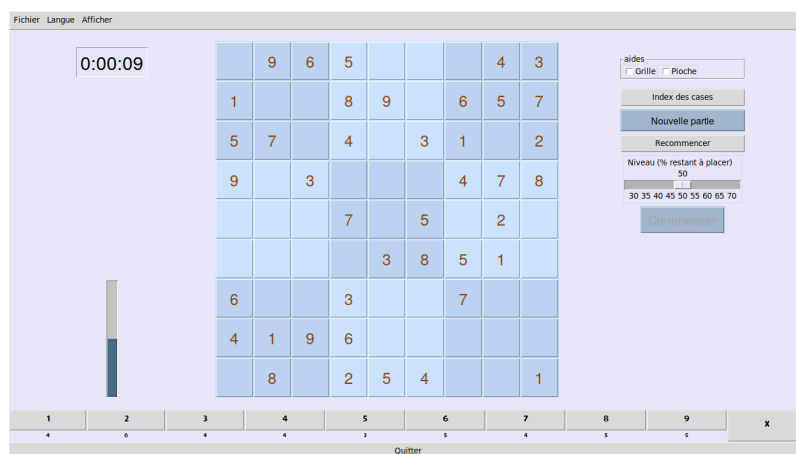


FIGURE 3 – début de partie

2.1.4 Placer un symbole sur la grille

Pour placer un symbole sur la grille, le joueur commence par sélectionner le symbole qu'il souhaite placer soit en le choisissant sur la grille, soit en le choisissant dans la pioche. Le symbole sélectionné apparaît alors d'une couleur distinctive (figure 4).

Le joueur clique alors sur une case vide pour y placer le symbole. Si la case est susceptible d'accepter le symbole celui est placé (figure 5). La pioche et la jauge de remplissage évoluent en conséquence.

2.1.5 Effacer un symbole de la grille

Pour effacer un symbole, le joueur sélectionne le bouton d'effacement **X** à droite de la pioche. Ce bouton apparaît alors en rouge (figure 6). Ce bouton agit en bascule : si le joueur clique dessus une nouvelle fois, on sort du mode effacement. On peut aussi en sortir en sélectionnant un autre symbole.

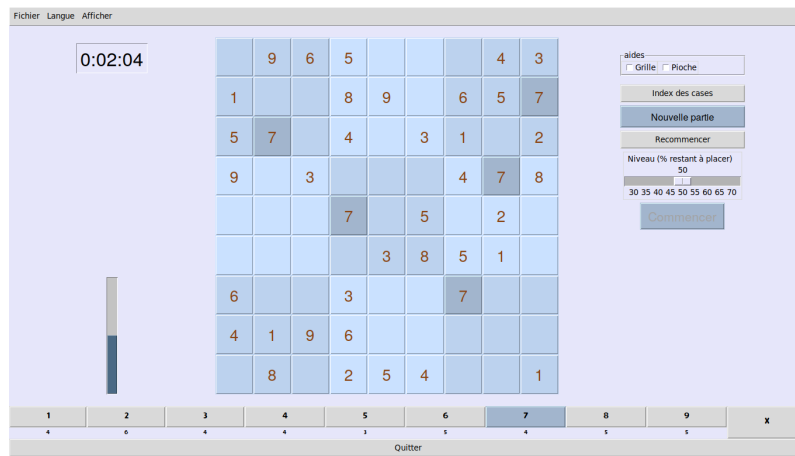


FIGURE 4 – sélectionner un symbole

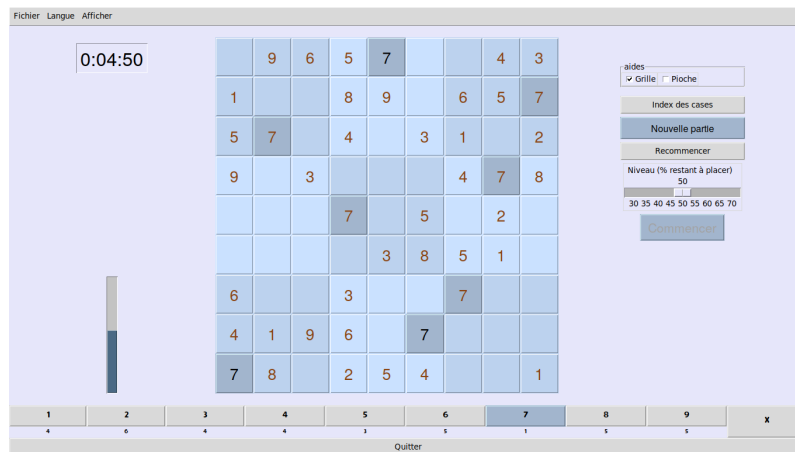


FIGURE 5 – placer un symbole

Quand le mode effacement est actif, à chaque fois que le joueur clique sur une case pleine de la grille, celle-ci est effacée. La pioche et la jauge de remplissage évoluent en conséquence.

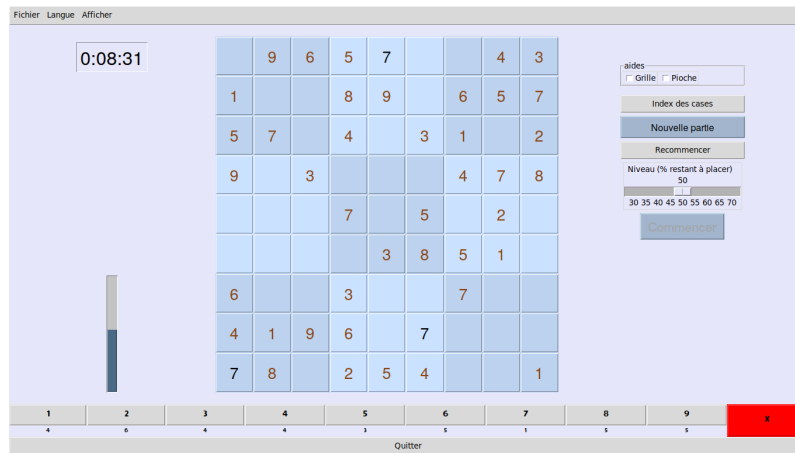


FIGURE 6 – effacer un symbole

2.1.6 Menus

En haut de la fenêtre se trouve la barre de menu qui comporte :

- le menu fichier (figure 7) qui permet notamment d’ouvrir un fichier (figure 8). Le format **sdk** n’est pas encore implémenté, il faut donc utiliser le format **csv**.

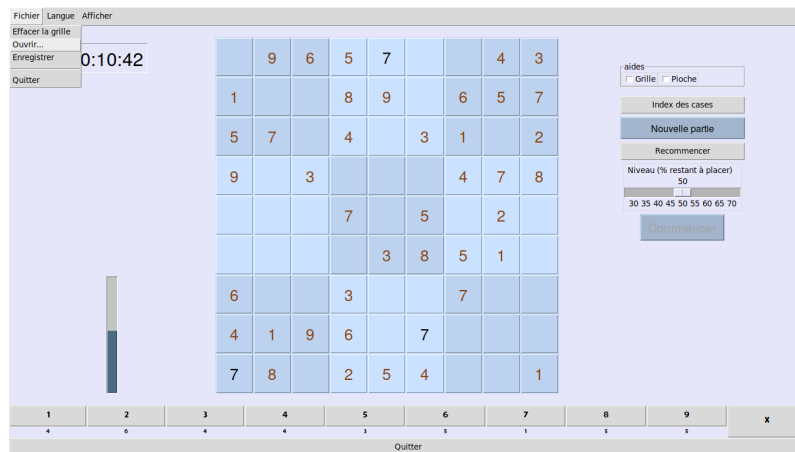


FIGURE 7 – menu fichier

- le menu langue (figure 9) permet de choisir la langue de l’interface parmi français, anglais (figure 10) et grec.
- le menu afficher (figure 11) qui permet d’afficher les **outils développeur** (figure 12), le **chronomètre** et une fenêtre **À propos**.

Si le joueur renonce à remplir la grille, il peut recourir au solveur. S’il a déjà placé des symboles sur la grille, il doit cliquer sur **Recommencer** puis sur **Solveur**.

2.1.7 Aides

Le joueur peut activer des aides en cochant les cases aides qui sont situées en haut, à droite de la grille.

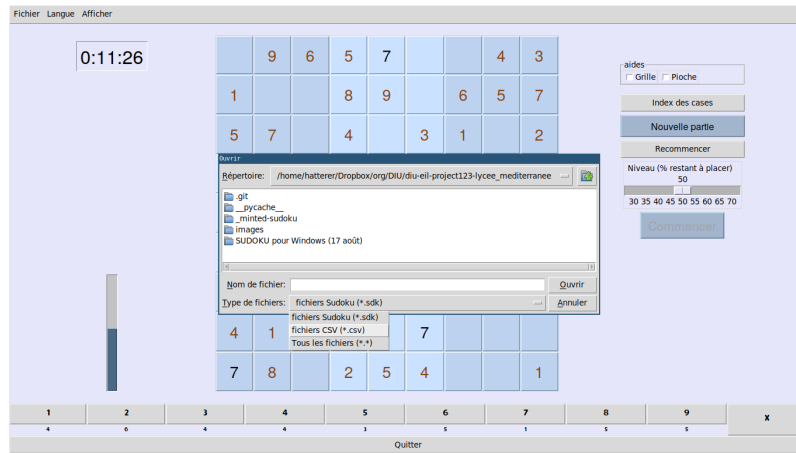


FIGURE 8 – ouvrir un fichier

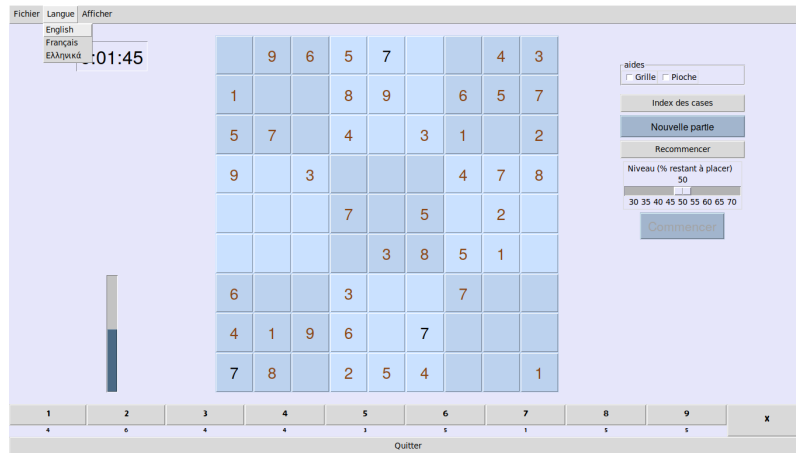


FIGURE 9 – choix de la langue

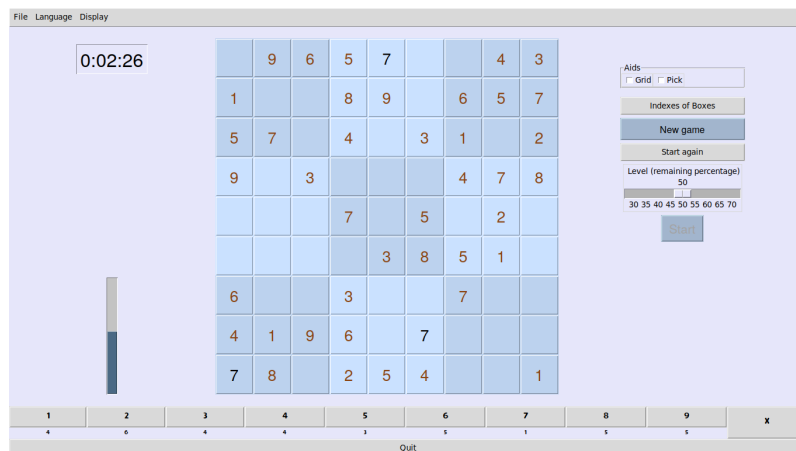


FIGURE 10 – interface en anglais

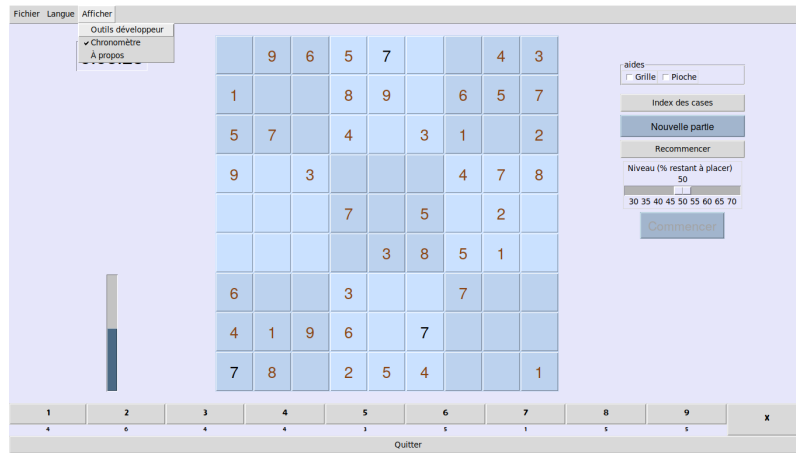


FIGURE 11 – menu afficher

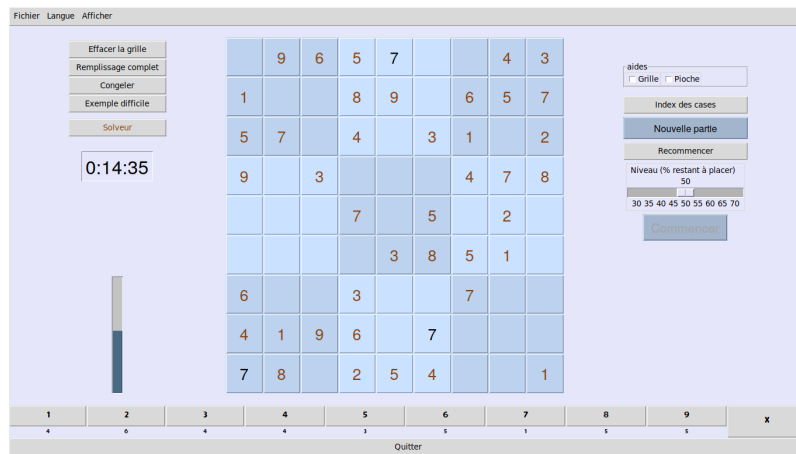


FIGURE 12 – les outils sont affichés au dessus du chronomètre

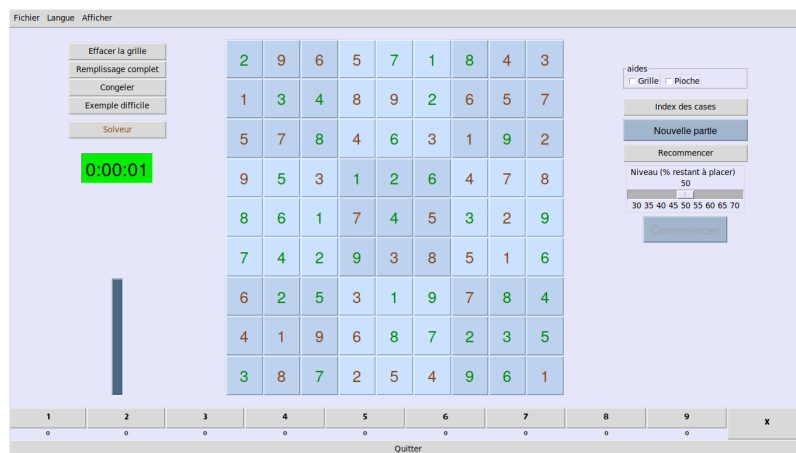


FIGURE 13 – victoire

- l'aide **Grille** permet d'afficher (en haut à droite) les prétendants au survol des cases (figure 14). Au départ, toutes les cases admettent les neuf symboles comme prétendants. Puis, au fur et à mesure du remplissage, les symboles présents dans les cases cousines de la même ligne, colonne ou bloc 3x3 sont déduites de la liste des prétendants.

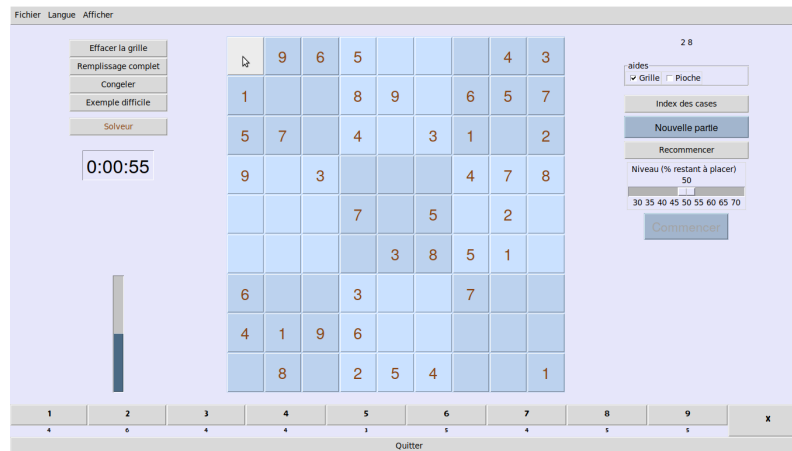


FIGURE 14 – prétendants

- l'aide **Pioche** permet d'indiquer (figure 15 à gauche du **X**) les destinations envisageables pour les symboles de la pioche si l'on survole le cardinal de la pioche quand un symbole est sélectionné. Le bouton **Index cases** permet de révéler de façon transitoire les index des cases tant que le bouton de la souris est maintenu enfoncé.

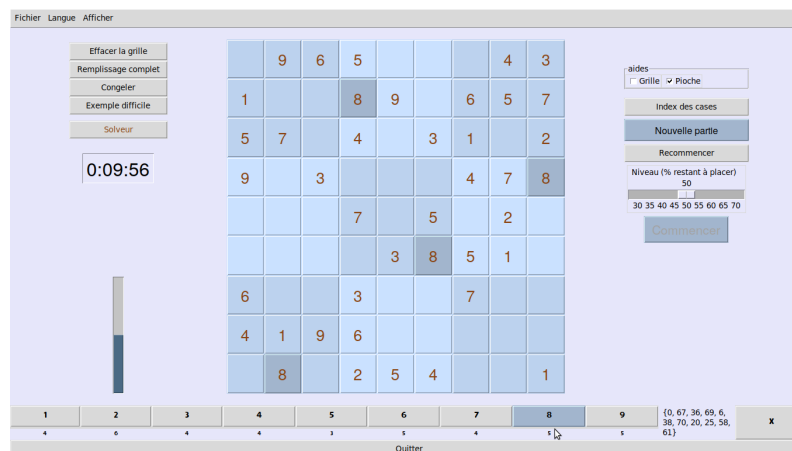


FIGURE 15 – destinations

2.2 Le code

2.2.1 Documentation

Le code est documenté par *docstring* python. Cela procure une documentation accessible depuis la console. Par exemple, la classe **Case** (listing 1) à une documentation intégrée accessible en tapant `help(Case)` dans la console python.

Il en va de même pour toutes les classes utilisées dans le programme :

- la classe **Case**


```

30 class Case(Button):
31     """
32     Classe représentant une case de la grille de Sudoku.
33
34     Héritage : Une case se configure comme une bouton.
35     mais possède des attributs et des méthodes supplémentaires.
36
37     attributs:
38     -----
39     index : Chaque case a un index compris entre 0 et 80 qui indique
40     sa position dans la grille.
41
42     contenu : Une case non vide a un `contenu`, le symbole qui est affiché
43     quand on tape le nom de la case dans l'interpréteur.
44
45     pretendants : Une case vide à des prétendants (symboles qu'il est possible
46     de mettre cette case).
47
48     index_cousines : Une case a des cases cousines qui sont soit dans la même
49     ligne, soit dans la même colonne soit dans le même carré (3 x 3). Une case
50     conserve les index de ses cousines.
51
52     exemple :
53     -----
54     >>> root = Tk()
55     >>> index_cousines = list()
56     >>> ma_case = Case(root, 0, index_cousines, text="une case")
57     >>> ma_case.pack()
58     >>> ma_case.pretendants
59     ['1', '2', '3', '4', '5', '6', '7', '8', '9']
60     >>> ma_case
61     0
62     """

```

Listing 1 : la classe Case comporte énormément de documentation

- la classe `Grille` qui utilise la classe `Case` (listing 2) tout en disposant d’attributs et de méthodes propres (listing 3).
- la classe `Watchdog` utilisée lors du tirage
- la classe `Sac`. Un sac contient des symboles identiques.
- la classe `Pioche`. Classe utilisant 9 sacs contenant chacun des symboles identiques tous différents (1 sac avec que des "1", un autre avec que des "2", etc.)

```

208 # Disposition du conteneur cadre qui contient la grille de sudoku
209 for row in range(self.LARGEUR_GRILLE):
210     cadre.rowconfigure(row, weight=1)
211 for column in range(self.LARGEUR_GRILLE):
212     cadre.columnconfigure(column, weight=1)
213 # Affichage de la grille de sudoku
214 index = 0
215 for j in range(self.LARGEUR_GRILLE):
216     for i in range(self.LARGEUR_GRILLE):
217         Case(cadre,
218             index,
219             self.get_index_cousines(index),
220             name='{}'.format(index),
221             font=self.police_case,
222             text=' ', # cases vides à l'initialisation
223             disabledforeground='saddle brown',
224             # background pour linux et windows
225             background=self.get_couleur_case(
226                 index, ' '),
227             # highlightbackground pour mac osx
228             highlightbackground=self.get_couleur_case(
229                 index, ' ')).grid(row=j,
230                                   column=i,
231                                   sticky="nsew")
232         index += 1

```

Listing 2 : la classe `Grille` fait appel à la classe `Case`

Il en va de même pour toutes les fonctions utilisées dans le programme : elles sont, elles aussi, documentées par *docstring*.

2.2.2 Multiplateforme

Python et tkinter sont théoriquement multiplateformes mais l’apparence est différente suivant la plateforme utilisée. Globalement tkinter fonctionne mieux sous Linux que sous Windows (on perd le changement d’aspect du bouton au survol de la souris) ou sous mac OSX (idem, de plus le **background** des boutons doit être obtenu de façon détournée et les fenêtre Toplevel sont mal gérées).

2.3 La démarche

2.3.1 Réflexion initiale

- Ne pas consulter de documentation sur les méthodes de résolution pour essayer d’établir une méthode personnelle.

```

123  méthodes :
124  -----
125  - cacher_jauge_parcours_combinaisons
126  - monter_jauge_parcours_combinaisons
127  - get_couleur_case
128  - get_case
129  - get_index_cousines
130  - get_index_cousines_en_bloc
131  - get_index_cousines_en_colonne
132  - get_index_cousines_en_ligne
133  - __getitem__
134  - __setitem__
135  - __len__
136  - __repr__
137  - basculer_le_bouton_effacerX
138  - activer_le_symbole
139  - rafraichir_affichage
140  - afficher_les_index
141  - effacer_grille
142  - effacer_case
143  - diminuer_jauge_de_remplissage
144  - restaurer_pretendants
145  - remplir_case
146  - augmenter_jauge_de_remplissage
147  - reduire_pretendants_des_cousines_de_la_case
148  - get_colonne
149  - get_ligne
150  - get_bloc
151  - solveur
152  - remplissage
153  - placer_pioche_sur_grille
154  - placement_est_possible
155  - combinaison_existe
156  - purger
157  - grille_export
158  - grille_export_csv
159  - grille_import
160  - recalculer_les_destinations_envisageables
161  - congeler
162  - file_load
163  - file_save

```

Listing 3 : attributs et méthodes de la classe Grille

- Chaque case vide à des prétendants (symboles que l'on peut envisager de placer dans la case). La liste des prétendants se réduit au fur et à mesure que la grille se remplit car il faut retirer les symboles placés dans les cases cousines (cases de même ligne, colonne ou bloc). Je me propose donc de gérer les prétendants pour chacune des cases de la grille (d'où le menu d'aide **Grille** qui fait apparaître les prétendants).
- Les symboles sont prélevés dans une pioche qui comporte 9 sacs contenant chacun des symboles identiques. Au départ, il y a 81 destinations possibles pour le premier symbole à placer. Le nombre de destinations possibles pour le second symbole à placer n'est pas forcément de 80 car, si le second symbole est le même que le premier, il ne peut pas être placé dans une case cousine du premier. Je me propose donc de gérer les destinations pour chacun des neuf symboles au cours de la partie (d'où le menu d'aide **Pioche** qui fait apparaître les destinations).

2.3.2 Tirage d'une grille

- aléatoirement, je place le premier '1' dans une des 81 cases, puis le deuxième '1' aléatoirement dans une des destinations restantes, etc. Chaque placement est stocké dans une pile. Si l'on arrive à une impasse (case sans contenu ni prétendants) on remonte dans la pile et on choisit aléatoirement une autre destination envisageable parmi les destinations non testées.
- Pour gagner en efficacité, je rajoute un watchdog. Si l'on remonte plus de 4 niveaux dans la pile, le watchdog se déclenche et provoque l'effacement des '1' car placés en premier avec plein de destinations à leur disposition, ils ont peut-être adopté une configuration problématique pour le placement des autres symboles. Les '1' sont renvoyés en fin de liste des symboles à placer. Si le watchdog se déclenche à nouveau, les '2' sont à leur tour renvoyés en fin de liste, etc. Pour éviter de rentrer dans un cercle vicieux qui consisterait à renvoyer les symboles en fin de liste les uns après les autres, la profondeur de déclenchement du watchdog augmente au cours des déclenchements.
- Réglage du niveau : on part d'une grille pleine obtenue par tirage. Puis on réalise la suppression aléatoire des symboles de la grille qui sont remplacés dans la pioche jusqu'à parvenir au taux de remplissage souhaité par le joueur. Cette méthode ne garantit pas l'unicité de la solution mais, peu importe, car si le joueur parvient à placer tous les symboles sur la grille la victoire lui est accordée (même si la grille pleine tirée au départ était différente).

2.3.3 Solveur

- Pas indispensable par pouvoir avoir un jeu fonctionnel (sauf si l'on tient à s'assurer de l'unicité) mais réalisé tout de même.
- Première tentative : utiliser le mécanisme du tireur sans watchdog... fonctionne en théorie mais la résolution est beaucoup mais alors beaucoup trop longue car des permutations équivalentes sont testées comme étant des propositions différentes.
- Solution : s'inspirer du tireur mais utiliser des ensembles de symboles plutôt que de placer un symbole après l'autre.
- Par exemple, sur la figure 15 à gauche du **X** on peut voir que les cinq symboles '8' de la pioche peuvent être placés sur onze cases dont les index sont connus. Grâce à la fonction `nCr(n, r)` qui retourne le nombre de combinaisons de n objets pris r à r , on calcule le nombre de combinaisons de 5 symboles '8' parmi 11 destinations. Il y en a 462.
- On fait de même pour les autres symboles de la pioche. Cela nous permet de déterminer dans quel ordre on va placer les symboles. En commençant par placer ceux qui ont le plus petit nombre de combinaisons cela va diminuer le nombre de destinations possibles pour les autres et donc limiter le nombre de combinaisons possibles pour eux.
- On détermine les combinaisons grâce à la fonction `combinations` du module `itertools` (listing 4) puis on purge la liste en conservant celles qui sont possibles (listing 5). La purge est drastique :

pour un nombre de combinaisons allant typiquement de quelques centaines à quelques milliers on se retrouve avec un nombre de combinaisons valables se comptant sur les doigts d'une seule main.

```

1173 def get_combinaisons(self):
1174     """
1175     Génère puis retourne l'ensemble des combinaisons de destinations
1176     envisageables
1177     """
1178     return set(combinations(self.destinations_envisageables,
1179                             self.cardinal))

```

Listing 4 : détermination des combinaisons (classe Sac)

- Aléatoirement, on place le premier ensemble de symboles dans une des destinations valables et parallèlement on sauvegarde cela dans une pile. On passe ensuite à l'ensemble suivant et on fait de même, etc. Quand on arrive à une impasse (car l'ensemble suivant se retrouve sans destinations valables) on remonte dans la pile et on choisit aléatoirement un autre ensemble parmi l'ensemble des destinations valables.
- Ce mécanisme fonctionne parfaitement bien et fini toujours par trouver une solution si celle-ci existe.
- Commentaires :
 - Si plusieurs solutions existe la première solution rencontrée est retenue.
 - Si le solveur est relancé pour résoudre la même grille, il déterminera la solution dans un temps différent à chaque tentative car le parcours des destinations valables se fait de façon aléatoire.
 - Pour la même raison, si plusieurs solutions existent, le solveur ne tombera pas forcément sur la même à chaque fois.
- Pour gagner en efficacité, le solveur par pile est précédé d'un traitement des single-tons. Tant que la grille possède des cases admettant un seul prétendant, elles sont remplies puis on passe au traitement par pile.
- Lorsque le traitement par pile est mis en oeuvre, une jauge de parcours des combinaisons est affichée sous la grille.

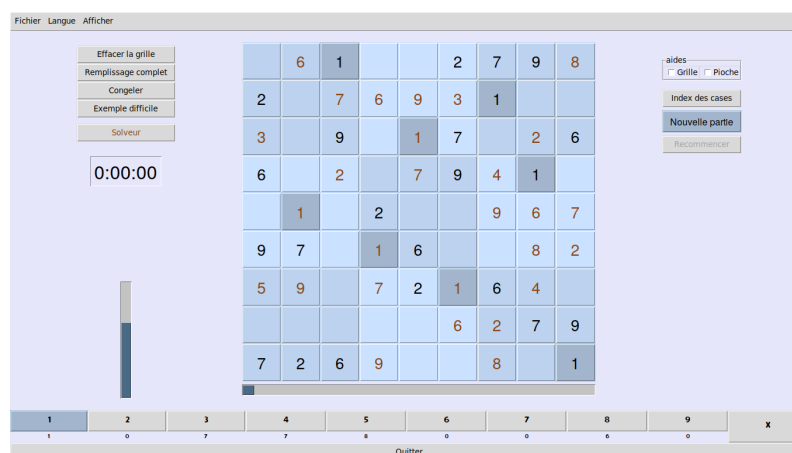


FIGURE 16 – jauge de parcours sous la grille

```

815 def determine_combinaisons(self, symbole):
816     """
817     Génère l'ensemble des combinaisons de destinations envisageables.
818
819
820     Interroge la pioche puis purge la liste des combinaisons
821     dont le placement est impossible.
822     """
823     combinaisons = self.pioche[symbole].get_combinaisons()
824     combinaisons_valables = set()
825     for combinaison in combinaisons :
826         if self.placement_est_possible(
827             self.destinations_en_place[symbole],
828             list(combinaison)):
829             combinaisons_valables.add(combinaison)
830     return combinaisons_valables
831
832 def placement_est_possible(self, en_place, autres):
833     """
834     Retourne True si les 9 lignes, les 9 colonnes et les 9 blocs 3x3
835     sont présents parmi les candidats.
836     Retourne False dans le cas contraire.
837     """
838     lignes_requises = set()
839     colonnes_requises = set()
840     blocs_requis = set()
841     destinations = en_place.copy()
842     destinations.extend(autres.copy())
843     for destination in destinations :
844         lignes_requises.add(self.get_ligne(destination))
845         colonnes_requises.add(self.get_colonne(destination))
846         blocs_requis.add(self.get_bloc(destination))
847     return (len(lignes_requises) == 9) and (
848         len(colonnes_requises) == 9) and (len(blocs_requis) == 9)

```

Listing 5 : détermination des combinaisons (classe Grille)

3 Deuxième version

3.1 L'interface homme-machine

Cette interface a été réalisée à l'aide de la librairie TKinter. Elle permet :

- La visualisation de la grille. Les chiffres de départ sont en noir, ceux placés sont en vert.
- De choisir un chiffre (barre verte) pour ensuite pouvoir le placer dans la grille.
- D'effacer un chiffre (gomme).
- D'effacer tous les chiffres placés (bouton **Recommencer**).
- De résoudre la grille (bouton **Résoudre**).
- De créer une nouvelle grille avec un niveau de difficulté allant de 0 à 20 (bouton Nouveau).
- De charger une partie ou de la sauvegarder au format csv (boutons Charger et Enregistrer)
- De quitter le jeu (bouton **Quitter**).

3.1.1 Partie affichage : Grille, barre des chiffres et gomme

Cette partie est gérée par la fonction `Clic`

Elle analyse la position X,Y du clic pour pouvoir agir en conséquence :

- Clic sur la barre verte : le chiffre correspondant est enregistré (dans la variable `chiffre`)
- Clic sur la gomme `chiffre` est mis à 0 ce qui correspond à une case vide.
- Clic sur la grille : si `chiffre` est entre 0 et 9 et que l'on clique sur une case vide, cette case prend la valeur de `chiffre`. `chiffre` est ensuite mis à 10 pour éviter la répétition.

3.1.2 Partie menu : boutons

Nous avons utilisé des widgets boutons auxquels nous avons associé des fonctions qui sont exécutées lorsque le bouton est cliqué : Résoudre, Recommencer, Charger ...

Associé au bouton **Nouveau**, il y a un widget `Spinbox` qui permet de sélectionner un niveau de difficulté de 0 à 20. Cette valeur passe en paramètre pour la fonction `création_aléatoire`.

Pour les bas niveaux on ne supprime que les des cases que l'on peut retrouver (1 seul prétendant), seul le nombre varie en fonction du niveau.

Puis plus on sélectionne un niveau élevé, plus il y a de cases vides, et plus les méthodes pour trouver les chiffres sont complexes. Ceci jusqu'au niveau 19.

À niveau 20, on ne génère que des grilles avec 17 cases remplies au départ.

Partie Charger Enregistrer : En plus des boutons, on a utilisé un widget `Entry` qui permet de sélectionner le fichier. Il est inutile de spécifier l'extension .csv qui est rajoutée automatiquement.

La fonction Enregistrer enregistre 2 grilles au format .csv : la grille de départ et la grille dans son état actuel. Ceci pour reprendre une partie par exemple.

La fonction charger charge la grille initiale si elle est seule ou la grille enregistrée si celle-ci existe.

3.2 Explications sur les fonctions utilisées

3.2.1 Intersection

On passe à la fonction `intersection_2_listes` (listing 6) deux paramètres qui sont des listes (L1 et L2).

- Si une des deux liste est vide (on teste si la longueur d'une des liste est nulle) alors l'intersection est vide et l'on renvoie une liste vide
- Sinon on compare tous les éléments de la première avec tous ceux de la deuxième et si l'on trouve un élément commun on le rajoute à la liste résultat à condition que l'on ne l'ai pas déjà rajouté. Une fois les comparaisons terminées, on renvoie la liste des éléments communs.

```

14 def intersection_2_listes(L1=[], L2=[]):
15     result = []
16     if len(L1)==0 or len(L2)==0 :
17         return []
18     for n in L1 :
19         for x in L2 :
20             if n == x and n not in result :
21                 result.append(n)
22     result.sort()
23
24     return result

```

Listing 6 : intersection de deux listes

3.2.2 Tests sur les listes

```

27 #----- pour savoir si les 9 chiffres sont presents dans une liste de 9
28 def est_complet(a_tester=[1,2,3,4,5,6,7,8,9]):
29     liste=[1,2,3,4,5,6,7,8,9]
30     index=0
31     while index<9 :
32         if a_tester[index] in liste :
33             liste.remove(a_tester[index])
34         else :
35             return False
36         index=index+1
37     return True

```

Listing 7 : présence des 9 chiffres

La fonction `est_complet` (listing 7) est utilisée pour savoir si dans une liste on a bien tous les nombres de 1 à 9 une fois. Cette fonction renvoie `True` ou `False`.

On passe à cette fonction un paramètre qui est la liste : `a_tester`. Pour tous les éléments de la liste, obtenus en faisant varier `index` de 0 à 8 on teste si les éléments de la liste `a_tester` sont dans la liste de départ : `liste`. S'ils le sont on enlève l'élément de la liste de départ `liste`, sinon on renvoie `False`. À la fin, si aucun élément ne manque on renvoie `True`.

```

40 #----- pour savoir les chiffres qui restent -----
41 def reste(liste_a_tester):
42     liste=[1,2,3,4,5,6,7,8,9]
43     for index in range(9):
44         if liste_a_tester[index] in liste :
45             liste.remove(liste_a_tester[index])
46     return liste

```

Listing 8 : pour savoir les chiffres qui restent

La fonction `reste` (listing 8) est utilisée pour savoir quels sont les éléments qui restent par rapport à la liste des nombres de 1 à 9. Pour la grille de sudoku, cette fonction est utile pour connaître les possibilités qui restent dans une case en éliminant peu à peu tous les éléments qui sont impossibles.

On passe à cette fonction un paramètre : la liste : `liste_a_tester` et la fonction renvoie les éléments restants. On passe en revue tous les éléments de la `liste_a_tester` et s'ils sont dans la liste on les retire de celle-ci. À la fin la fonction renvoie ce qui reste de la liste.

3.2.3 Les tests de remplissage

```
49 # -----teste si les 9 chiffres sont presents dans toutes les lignes
50 def teste_ligne(grille_a_tester):
51     j=0
52     while j<9 :
53         mot_a_tester=[]
54         for i in range(9) :
55             mot_a_tester.append(grille_a_tester[j][i])
56             if not est_complet(mot_a_tester):
57                 return False
58         j=j+1
59     return True
```

Listing 9 : teste si les 9 chiffres sont presents dans toutes les lignes

La fonction `teste_ligne` (listing 9) est utilisée pour savoir si les 9 chiffres sont présents dans les 9 lignes de la grille.

On passe en paramètre la grille à tester et la fonction retourne `True` si les 9 chiffres sont présents dans toutes les lignes ; elle retourne `False` sinon. Cette fonction fait appel à la fonction `est_complet` décrite précédemment. Pour chaque ligne de la grille à tester, on crée une liste (`mot_a_tester`) et on teste si cette liste est complète ou non.

Une fonction équivalente appelée `teste_colonne` est utilisée pour savoir si les 9 chiffres sont présents dans les 9 colonnes de la grille.

```
75 # -----teste si les 9 chiffres sont presents dans tous les carres
76 def teste_carrlpe(grille_a_tester) :
77     carre=0
78     while carre<9 :
79         mot_a_tester=[]
80         for i in range(9) :
81             mot_a_tester.append(
82                 grille_a_tester[i % 3 + 3 * (carre % 3)][i // 3 + 3 * (carre // 3)])
83             if not est_complet(mot_a_tester):
84                 return False
85             carre= carre + 1
86     return True
```

Listing 10 : teste si les 9 chiffres sont présents dans tous les carrés

La fonction `teste_carre` (listing 10) est utilisée pour savoir si les 9 chiffres sont présents dans les 9 carrés de la grille.

`[i % 3 + 3 * (carre % 3)][i // 3 + 3 * (carre // 3)]`, permet d'obtenir la position [ligne][colonne] d'un élément de la grille en fonction du numéro du carré et de la position `i` de l'élément.

```

88  # -----teste si les 9 chiffres sont presents LCC
89
90  def test_complet(grille_a_tester):
91      if not teste_ligne(grille_a_tester):
92          return False
93      elif not teste_colonne(grille_a_tester):
94          return False
95      elif not teste_carre(grille_a_tester):
96          return False
97      else :
98          return True

```

Listing 11 : teste si les 9 chiffres sont presents LCC

La fonction `test_complet` (listing 11) utilise les 3 fonctions précédentes. On lui passe en paramètre la grille à tester. Elle retourne `True` si tous les chiffres sont présents dans toutes les lignes, toutes les colonnes et tous les carrés. Sinon elle retourne `False`.

Cette fonction permet de savoir si la grille de sudoku est bien remplie.

3.2.4 Tests pour la résolution

```

101 # -----quels sont les chiffres qui restent a mettre dans une colonne
102 def reste_colonne(grille_a_tester,colonne):
103     mot_a_tester=[]
104     for i in range(9) :
105         mot_a_tester.append(grille_a_tester[i][colonne])
106     return reste(mot_a_tester)

```

Listing 12 : quels sont les chiffres qui restent à mettre dans une colonne

La fonction `reste_colonne` (listing 12) va fournir la liste des éléments qui rentent à placer dans une colonne.

On lui passe en paramètre la grille à tester et un numéro de colonne. Cette fonction crée une liste constituée des éléments de la colonne spécifiée : `mot_a_tester`, elle retourne la liste des éléments non encore placés en utilisant la fonction `reste` vue précédemment.

```

116 # -----quels sont les chiffres qui restent a mettre dans le carre
117 def reste_carre(grille_a_tester,ligne,colonne):
118     mot_a_tester=[]
119     position_carre=3*(ligne//3)+colonne//3
120     for index in range(9) :
121         mot_a_tester.append(
122             grille_a_tester[index//3+3*(position_carre//3)][index%3+3*(position_carre % 3)])
123     return reste(mot_a_tester)

```

Listing 13 : quels sont les chiffres qui restent à mettre dans un carré

De façon similaire, on réalise la fonctions `reste-ligne` et la fonction `reste_carré` (listing 13) qui respectivement vont fournir la liste des éléments qui restent à placer dans une ligne et la liste des éléments qui rentent à placer dans un carré.

`position_carre=3*(ligne//3)+colonne//3` permet de déterminer la position du carré en fonction de la ligne et de la colonne.

Pour tous les éléments du carré trouvé, on ajoute à la liste `mot_a_tester` tous les éléments du carré. On renvoie le reste en utilisant la fonction `reste` (listing 8).

```
126 # ----- finalement aux coordonnees donnees que reste-t-il comme chiffre possible
127
128 def reste_possible(grille_a_tester,ligne,colonne):
129     if (grille_a_tester[ligne][colonne]>0) :
130         return []
131     reste1=reste_ligne(grille_a_tester,ligne)
132     reste2=reste_colonne(grille_a_tester,colonne)
133     reste3=reste_carre(grille_a_tester,ligne,colonne)
134     reste4 = intersection_2_listes(reste1,reste2)
135     reste=intersection_2_listes(reste4,reste3)
136     return reste
```

Listing 14 : finalement aux coordonnées données que reste-t-il comme chiffre possible ?

La fonction `reste_possible` (listing 14) va déterminer pour une case du sudoku quels sont les candidats possibles.

On passe en paramètre :

- la grille à tester
- la ligne d'un élément
- la colonne de l'élément.

On détermine quels sont les candidats possibles pour une case de la grille (dans la ligne, dans la colonne et dans le carré). On fait ensuite l'intersection de ces 3 ensembles pour pouvoir retourner le reste des candidats possibles.

Si la case est déjà remplie (valeur non nulle), on retourne une liste vide.

3.2.5 Fonctions pour la création des grilles (grilles simples par soustraction)

```
140 def reste_possible_creation(grille_a_tester,ligne,colonne):
141
142     reste1=reste_ligne(grille_a_tester,ligne)
143     reste2=reste_colonne(grille_a_tester,colonne)
144     reste3=reste_carre(grille_a_tester,ligne,colonne)
145     reste4 = intersection_2_listes(reste1,reste2)
146     reste=intersection_2_listes(reste4,reste3)
147     return reste
```

Listing 15 : reste possible pour la création des grilles

La fonction `reste_possible_creation` (listing 15) est la même fonction que la précédente, mais qui ne renvoie pas une liste vide lorsque l'élément est présent.

La fonction `inverser_nombres_grille` (listing 16) sert à inverser 2 chiffres d'une grille. Ceci permet de créer une grille différente de celle d'origine.

On passe en paramètre :

- le nom de la grille (`tab`)
- les deux chiffres à échanger

```

154 def inverser_nombres_grille(tab,nombre1,nombre2):
155     for i in range(9):
156         for j in range(9):
157             fait=False
158             if tab[i][j]==nombre1 and not fait :
159                 tab[i][j]=nombre2
160                 fait=True
161             if tab[i][j]==nombre2 and not fait :
162                 tab[i][j]=nombre1
163                 fait=True
164     return tab

```

Listing 16 : inverser 2 chiffres d'une grille

La fonction renvoie la grille avec les deux chiffres échangés. Dans la grille, on passe en revue toutes les lignes (indice `i`) et toutes les colonnes (indice `j`). Si dans une case on trouve un des deux chiffres on l'échange avec l'autre. La variable `fait` est mise à `False` au départ et elle passe à `True` dès que l'échange a été fait, ceci pour ne pas échanger deux fois le contenu de la case lorsque l'on tombe sur `nombre1`.

Cette fonction n'est plus utilisée car la fonction `melange_nombre_grille` (listing 18) permet de mélanger tous les nombres d'un seul coup.

```

178 #-----inverser 2 lignes -----
179
180
181 def inverser_lignes(tab,ligne1,ligne2):
182     if ligne1//3==ligne2//3 :
183         for i in range(9):
184             temp=tab[ligne1][i]
185             tab[ligne1][i]=tab[ligne2][i]
186             tab[ligne2][i]=temp
187     return tab

```

Listing 17 : inverser 2 lignes

Des fonctions `inverser_colonnes` et `inverser_lignes` (listing 17) permettent d'inverser 2 colonnes ou 2 lignes d'une grille. Ceci permet de créer une grille différente de celle d'origine.

On passe en paramètre :

- le nom de la grille (`tab`)
- les deux lignes ou colonnes à échanger

La fonction renvoie la grille avec les deux lignes (ou colonnes) échangées.

La ligne : `if ligne1//3==ligne2//3` permet de vérifier que l'échange se fait dans les mêmes carrés, sinon on créerait une grille fausse.

Pour le reste on fait simplement un échange en passant par une variable temporaire `temp`.

La fonction `melange_nombre_grille` (listing 18) permet de mélanger aléatoirement les nombres d'une grille ce qui permet de créer des grilles différentes à partir d'une grille de départ.

On part d'une liste `chiffres_melanges` : `[1,2,3,4,5,6,7,8,9]` que l'on mélange aléatoirement avec la fonction `shuffle`, son ordre est donc quelconque. On passe en revue à l'aide de 2 boucles `for` imbriquées (indices `i` et `j`) tous les éléments de la grille `tab` et on remplace le chiffre de départ si celui-ci est positif (le zéro correspond à une case vide) par le contenu du tableau `chiffres_melanges` dont le rang est le chiffre de départ -1 (pour commencer les indices à 0).

```

140 def reste_possible_creation(grille_a_tester,ligne,colonne):
141
142     reste1=reste_ligne(grille_a_tester,ligne)
143     reste2=reste_colonne(grille_a_tester,colonne)
144     reste3=reste_carre(grille_a_tester,ligne,colonne)
145     reste4 = intersection_2_listes(reste1,reste2)
146     reste=intersection_2_listes(reste4,reste3)
147     return reste

```

Listing 18 : mélange aléatoire des nombres d'une grille

```

204 #_____melange aleatoire 3 grandes colonnes_____
205
206 def change_3_col(tableau):
207     a = range(3)
208     b = [0,1,2]
209     shuffle(b)
210     tab_temp=[]
211
212     for lign in range(9):
213         tab_temp.append(tableau[lign][:])
214
215     for colon in range(9):
216         for lign in range(9):
217             tableau[lign][colon]=tab_temp[lign][(b[colon//3]-a[colon//3])*3+colon]
218
219     return tableau

```

Listing 19 : mélange aléatoire 3 grandes colonnes

La fonction `change_3_col` (listing 19) permet de mélanger aléatoirement 3 grandes colonnes ce qui permet de créer des grilles différentes à partir d'une grille de départ.

On part d'un tableau (grille de sudoku), on crée 2 listes contenant 0, 1, 2 :

— `a` dans l'ordre

— `b` dans un ordre aléatoire après l'utilisation de la fonction `shuffle`.

On recopie le tableau dans un tableau temporaire : `tab_temp` Puis on recopie ce tableau temporaire dans le tableau de départ en mélangeant les 3 grandes colonnes. `[(b[colon//3]-a[colon//3])*3+colon]` va permettre de mélanger les colonnes par groupes de 3 : on pourra par exemple obtenir 345012678 ce qui va permettre d'échanger les colonnes 012 avec les 345 la colonne 678 restant en place. Il y a $3! = 6$ combinaisons possibles.

De même, une fonction `change_3_lign` permet de mélanger aléatoirement 3 grandes lignes ce qui permet de créer des grilles différentes à partir d'une grille de départ. C'est la même fonction que la précédente, mais appliquée aux lignes à la place des colonnes.

```
245 def change_3_petites_col(tableau):
246     b = [0,1,2]
247
248     tab_temp=[]
249     for lign in range(9):
250         tab_temp.append(tableau[lign][:])
251
252     shuffle(b)
253     for colon in range(3):
254         for lign in range(9):
255             tableau[lign][colon]=tab_temp[lign][b[colon]]
256
257     shuffle(b)
258     for colon in range(3,6):
259         for lign in range(9):
260             tableau[lign][colon]=tab_temp[lign][b[colon-3]+3]
261
262     shuffle(b)
263     for colon in range(6,9):
264         for lign in range(9):
265             tableau[lign][colon]=tab_temp[lign][b[colon-6]+6]
266
267
268     return tableau
```

Listing 20 : mélange aléatoire de 3 petites colonnes

La fonction `change_3_petites_col` (listing 20) permet d'échanger aléatoirement les 3 petites colonnes des 3 grandes colonnes d'une grille. Ceci permet de créer des grilles différentes à partir d'une grille de départ.

On commence par copier le tableau (`grille`) dans un tableau temporaire. On mélange `b` avec la fonction `shuffle`. On recopie les 3 premières colonnes en changeant l'ordre de celles-ci (on remplace le numéro de colonne par la valeur de `b` d'indice le numéro en question).

Idem avec les 3 colonnes suivantes et les 3 dernières.

De même on réalise une fonction `change_3_petites_lignes` qui mélange 3 petites lignes.

Les fonctions `supprimer_nombre_simple` et `supprimer_nombre` (21) peuvent être utilisées pour la

```

297 # -----_pour la creation : supprime la valeur d'une case aleatoirement
298
299 def supprimer_nombre_simple(tableau):
300     lign=randint(0,8)
301     colon=randint(0,8)
302
303     if (tableau[lign][colon] !=0) and len(reste_possible_creation(tableau,lign,colon))==0 :
304         tableau[lign][colon]=0
305     return tableau
306
307 def supprimer_nombre(tableau):
308     lign=randint(0,8)
309     colon=randint(0,8)
310     copie=[[0]*9 for i in range(9)]
311     for i in range(9):
312         copie[i]=tableau[i][:]
313     copie[lign][colon]=0
314     if teste_ligne(resolution(copie)):
315         tableau[lign][colon]=0
316     return tableau

```

Listing 21 : supprime la valeur d'une case aléatoirement

création de grilles nouvelles.

On leur passe en paramètre une grille complète ou partiellement complète elles renvoient cette même grille avec éventuellement une case mise à 0.

La fonction `supprimer_nombre_simple` :

- Tire 2 coordonnées (ligne, colonne) aléatoirement entre 0 et 8

- Si à ces coordonnées il y a une valeur que l'on peut trouver directement, on la supprime de la grille. Cette fonction permet de générer des grilles pour débutants.

La fonction `supprimer_nombre` :

- Tire 2 coordonnées (ligne, colonne) aléatoirement entre 0 et 8

- On crée une copie de la grille

- On supprime la valeur de la case tirée aléatoirement sur la copie

- On essaie de résoudre (par les fonctions de résolution) cette copie de grille.

- Si on a pu résoudre, on enlève la valeur de la grille et on la retourne.

La fonction `creation_aleatoire` (listing 22) permet de créer une grille aléatoirement :

- On part d'une grille quelconque (pleine ou partiellement remplie)

- On utilise les fonctions de mélange (chiffres, colonnes, lignes, petites colonnes et petites lignes) pour créer une grille différente.

- On supprime ensuite (avec fonction `supprimer_nombre`) des valeurs de la grille

- On recopie la grille créée pour avoir la grille de départ.

- Et l'on renvoie ensuite ces 2 mêmes grilles. La grille de départ aura une couleur d'affichage différente et ne pourra pas être effacée.

3.3 Les fonctions de résolution

La fonction `grille_des_possibles` (listing 23) en elle-même ne résout rien, mais elle crée un tableau `gdp` image de la grille de départ qui au lieu de contenir les valeurs contient la liste des prétendants.

```

323 def creation_aleatoire(grille_s, grille_d, difficulte) :
324     grille_s = melange_nombre_grille(grille_s)
325     grille_s = change_3_col(grille_s)
326     grille_s = change_3_lign(grille_s)
327     grille_s = change_3_petites_col(grille_s)
328     grille_s = change_3_petites_lignes(grille_s)
329     if difficulte < 5 :
330         for i in range(10+8*difficulte):
331             supprimer_nombre_simple(grille_s)
332     elif difficulte < 10 :
333         for i in range(20):
334             supprimer_nombre_simple(grille_s)
335         for j in range(difficulte*5):
336             supprimer_nombre(grille_s)
337     elif difficulte < 18 :
338         for i in range(30+difficulte*3):
339             supprimer_nombre(grille_s)
340     elif difficulte < 20 :
341         for i in range(30+difficulte*3):
342             supprimer_nombre(grille_s)
343         for i in range(9):
344             for j in range(9):
345                 if grille_s[i][j] != 0 :
346                     copie = [[0]*9 for i in range(9)]
347                     for i in range(9):
348                         copie[i] = grille_s[i][:]
349                     copie[i][j] = 0
350                     if teste_ligne(resolution(copie)):
351                         grille_s[i][j] = 0
352     else :
353         grille17 = [[1,0,0,0,0,0,5,2,0],
354                    [0,0,0,0,7,8,0,0,0],
355                    [0,0,0,0,0,0,6,0,0],
356                    [0,9,0,0,4,0,0,0,0],
357                    [0,0,0,5,0,0,1,0,0],
358                    [0,7,0,0,0,0,0,0,0],
359                    [0,0,6,2,0,0,0,0,0],
360                    [0,4,0,0,0,0,0,7,8],
361                    [0,0,0,0,0,0,0,0,3]]
362         for i in range(9):
363             for j in range(9):
364                 grille_s[i][j] = grille17[i][j]
365         grille_s = melange_nombre_grille(grille_s)
366         grille_s = change_3_col(grille_s)
367         grille_s = change_3_lign(grille_s)
368         grille_s = change_3_petites_col(grille_s)
369         grille_s = change_3_petites_lignes(grille_s)
370     for i in range(9) :
371         for j in range(9):
372             grille_d[i][j] = grille_s[i][j]
373     return grille_s, grille_d

```



```

395 def grille_des_possibles(tab):
396     gdp=[]
397     for ligne in range(9):
398         ldp=[]
399         for colonne in range(9):
400             ldp.append(reste_possible(tab,ligne,colonne))
401         gdp.append(ldp)
402     return gdp

```

Listing 23 : grille des possibles

Pour chaque ligne de la grille, on crée une ligne des possibles (`ldp`) contenant tous les restes possibles de la ligne et on l’ajoute à la grilles des possibles (`gdp`). Lorsque celle-ci est pleine, la fonction la retourne.

3.3.1 Première fonction de résolution : `ou_le_nombre_peut_etre`

La fonction `ou_le_nombre_peut_etre` (listing 24) va rechercher dans quelles cases un nombre peut être placé. On crée pour cela un tableau `possible` de même dimension que la grille qui contiendra 0 si le nombre ne peut pas être à la position et 1 si le nombre peut être à la position. Au départ toutes les cases sont possibles et l’on place la valeur 1 dans toutes les cases. Ensuite au fur et à mesure on va éliminer les possibilités en plaçant des 0.

1. Recherche d’un singleton caché On étudie une à une les cases de la grille (une boucle `for` pour les lignes : `i`, une boucle `for` pour les colonnes : `j`)
 - Si la grille contient déjà une valeur (`if tab[i][j]!=0`), la valeur ne peut être dans la case et donc elle est notée comme impossible : `possible[i][j]=0`
 - Si la grille contient le nombre que l’on teste :

```

for k in range(9):
    possible[i][k] = 0           # on met toute la ligne à 0
    possible[k][j] = 0           # on met toute la colonne à 0
    possible[3*(carre//3)+k//3][3*(carre%3)+k%3] = 0 # et tout le carré

```

Ainsi s’il ne reste plus qu’un seul 1 dans une région (ligne, colonne ou carré) ce sera la valeur.

2. Élimination indirecte

Le 1 de la ligne D impose un 1 dans la colonne g dans le rectangle milieu droit.

Le 1 du rectangle inférieur droit ne peut donc pas être colonne g ni lignes H et J donc la seule possibilité est G, j. C’est cela que nous allons rechercher.

J’ai numéroté les grands carrés de 0 à 8 le 0 correspondant à celui en haut à gauche, le 8 en bas à droite.

On passe en revue tous les carrés. Dans un carré si on rencontre une case possible pour notre valeur :

- On enregistre la position de sa colonne dans `debut_colonne` si c’est la première valeur rencontrée (on a alors `debut_colonne = 10`)
- Si c’est une des suivantes, on enregistre sa position dans `fin_colonne`.
On connaît alors la colonne de la première possibilité et celle de la dernière.
Si elles ont sur la même colonne, cela veut dire que la valeur cherchée ne se retrouvera pas dans cette colonne dans un autre carré.
On met donc toute cette colonne à 0 sauf dans le carré concerné.
On recommence l’opération pour les lignes. Le raisonnement est identique. On aurait pu transposer la grille et refaire d=strictement le même programme.

```

405 def ou_le_nombre_peut_etre(tab,nombre):
406     possible = [[1]*9 for i in range(9)]
407
408     #remplissage matrice des possibles
409     #----- singleton cache -----
410     for i in range(9):
411         for j in range(9) :
412             if tab[i][j] !=0 :
413                 possible[i][j]=0
414             if tab[i][j]==nombre :
415                 carre=3*(i//3)+j//3
416                 for k in range(9):
417                     possible[i][k]=0
418                     possible[k][j]=0
419                     possible[3*(carre//3)+k//3][3*(carre%3)+k%3]=0
420
421     #----- singleton cache fin -----
422
423
424     #-----Elimination indirecte-----
425     for carre in range(9):
426         debut_ligne=10
427         fin_ligne=11
428         for i in range(3) :
429             for j in range(3):
430                 if possible[3*(carre//3) +i][3*(carre%3)+j]==1 and debut_ligne==10 :
431                     debut_ligne = 3*(carre//3) +i
432                 elif possible[3*(carre//3) +i][3*(carre%3)+j]==1 :
433                     fin_ligne = 3*(carre//3) +i
434             if debut_ligne==fin_ligne :
435                 for j in range(9):
436                     if j !=3*(carre%3) and j !=3*(carre%3)+1 and j !=3*(carre%3)+2 :
437                         possible[debut_ligne][j]=0
438
439
440     for carre in range(9):
441         debut_colonne=10
442         fin_colonne=11
443         for j in range(3) :
444             for i in range(3):
445                 if possible[3*(carre//3) +i][3*(carre%3)+j]==1 and debut_colonne==10 :
446                     debut_colonne = 3*(carre%3) +j
447                 elif possible[3*(carre//3) +i][3*(carre%3)+j]==1 :
448                     fin_colonne = 3*(carre%3) +j
449             if debut_colonne==fin_colonne :
450                 for i in range(9):
451                     if i !=3*(carre//3) and i !=3*(carre//3)+1 and i !=3*(carre//3)+2 :
452                         possible[i][debut_colonne]=0
453
454     #Elimination indirecte fin -----

```

Listing 24 : Première fonction de résolution (singleton et élimination indirecte)

3. Analyse des lignes et des colonnes

```
457 #analyse des lignes
458     for lign in range(9):
459         resultat=[]
460         nombre_de_1=0
461         for colon in range(9):
462             if possible[lign][colon]==1 :
463                 resultat.append([lign,colon])
464                 nombre_de_1+=1
465         if nombre_de_1==1 :
466             return resultat
```

Listing 25 : Analyse des lignes

On analyse ensuite les différentes lignes de la grille (listing 25) à la recherche d'un 1 isolé sur la ligne :

- Si on rencontre un 1, on enregistre ses coordonnées (ligne,colonne) dans un tableau de résultats.
- Si sur la ligne on a trouvé un seul 1, on renvoie ses coordonnées.

On fait ensuite la même chose pour l'analyse des colonnes.

4. Analyse des carrés 3x3 Même chose avec les carrés.

```
485 #analyse des carres 3X3
486
487     for carre in range(9):
488         resultat=[]
489         nombre_de_1=0
490         for k in range(9):
491             if possible[3*(carre//3)+k//3][3*(carre%3)+k%3]==1 :
492                 resultat.append([3*(carre//3)+k//3,3*(carre%3)+k%3])
493                 nombre_de_1+=1
494         if nombre_de_1==1 :
495             return resultat
496     return resultat
```

Listing 26 : Analyse des carrés

3.3.2 Groupes nus et cachés

À partir de ce niveau de difficulté, j'ai abandonné le tableau des 1 indiquant où il était possible de trouver une valeur au profit d'un tableau des possibles, indiquant pour chaque case une liste des prétendants et une liste vide si la case a une valeur trouvée.

3.3.3 Groupes nus

Lorsque l'on rencontre dans une même région une paire de (comme ici 7-8) en 2 endroits sur la même colonne, on est sûr que les 2 valeurs seront dans l'une des 2 cases et que par conséquent elles ne seront pas ailleurs dans la région. On pourra donc éliminer cette paire de tous les prétendants de la région excepté dans les 2 endroits où on les a trouvés.

J'ai dans un premier temps créé une fonction retrouvant les paires puis une autre les triplets, car le raisonnement est le même avec 3 triplets identiques dans une même région. (Voir FonctionsEnPlus)

Je me suis ensuite rendu compte qu'un groupe abc pouvait être incomplet :

Si on a abc puis abc puis ab, sans qu'il y ait égalité des groupes, on pouvait quand même éliminer des candidats de la région. De plus on pouvait faire 4 groupes de 4 ou 5 groupes de 5... et il aurait fallu faire autant de fonctions différentes. Je me suis donc consacré à la recherche des groupes nus quel que soit leur taille.

```
502 def groupes_nus_ligne(grille_pos, ligne):
503     for colonne in range(9):
504         liste_index=[]
505         liste=grille_pos[ligne][colonne]
506         for index in range(9):
507             if intersection_2_listes(liste, grille_pos[ligne][index]) == \
508                 grille_pos[ligne][index] \
509                 and len(liste) > 1 \
510                 and len(grille_pos[ligne][index]) > 1 :
511                 liste_index.append(index)
512         if len(liste) == len(liste_index) :
513             for index in range(9) :
514                 if index not in liste_index :
515                     for element in liste :
516                         if element in grille_pos[ligne][index] :
517                             grille_pos[ligne][index].remove(element)
518     return grille_pos
```

Listing 27 : groupes nus ligne

La fonction `groupes_nus_ligne` (listing 27) recherche de groupes nus dans une ligne.

Les paramètres passés sont la grille des possibles et la ligne. La fonction modifie la grille des possibles.

On teste toutes les colonnes, pour chaque colonne :

- La liste est définie comme les candidats de la case de la ligne et de la colonne
- On crée une liste d'index vide
- On teste tous les éléments de la ligne (y compris ceux de la colonne considérée) : Si les candidats de la case sont inclus dans ceux de la liste et la case non vide et la liste non vide, on rajoute l'index (n° de la colonne) à la liste des index.
- Si la liste contient autant d'éléments que l'on a trouvé de colonne, on a mis à jour un groupe nu, les éléments de cette liste sont donc dans la liste des index : `liste_index`. Ils ne sont donc pas dans les autres cases de la ligne.

On élimine donc tous les éléments de la liste des autres cases de la ligne de la grille des possibles.

Idem pour les colonnes avec la fonction `groupes_nus_colonne`.

Idem pour les carrés avec la fonction `groupes_nus_carre` (listing 28) .

3.3.4 Groupes cachés

On cherche cette fois des groupes de prétendants qui sont cachés parmi d'autres prétendants.

Comme ici le groupe 124 que l'on retrouve 2 fois entier et une fois partiellement.

Ces 3 éléments sont donc forcément dans les 3 cases et par conséquent les autres prétendants n'y sont pas.

L'idée pour trouver ces groupes : créer une liste des positions de chaque élément et comparer les éléments de la liste.

On teste une à une toutes les lignes de la grille (listing 29). Pour chaque ligne :

```

538 def groupes_nus_carre(grille_pos,carre):
539     for position in range(9):
540         liste_inclus=[]
541         liste=grille_pos[3*(carre//3)+position//3][3*(carre%3)+position%3]
542         for index in range(9):
543             if intersection_2_listes(liste,\
544                                     grille_pos[3*(carre//3)+index//3][3*(carre%3)+index%3])!=\
545                                     grille_pos[3*(carre//3)+index//3][3*(carre%3)+index%3]\
546             and len(liste)>1\
547             and len(grille_pos[3*(carre//3)+index//3][3*(carre%3)+index%3])>1 :
548                 liste_inclus.append(index)
549         if len(liste)==len(liste_inclus) :
550             for index in range(9) :
551                 if index not in liste_inclus :
552                     for element in liste :
553                         if element in grille_pos[3*(carre//3)+index//3][3*(carre%3)+index%3]:
554                             grille_pos[3*(carre//3)+index//3]\
555                                 [3*(carre%3)+index%3].remove(element)
556     return grille_pos

```

Listing 28 : groupes nus carré

```

563 def groupes_caches_ligne(grille_pos):
564     for ligne in range(9):
565         liste_positions =[]
566         for chiffre in range(1,10) :
567             positions=[]
568             for colonne in range(9) :
569                 if chiffre in grille_pos[ligne][colonne] :
570                     positions.append(colonne)
571             liste_positions.append(positions)
572         for colonne in range(9):
573             liste_index=[]
574             liste=liste_positions[colonne]
575             for index in range(9):
576                 if intersection_2_listes(liste,liste_positions[index])!=\
577                 liste_positions[index] and len(liste)>1\
578                 and len(liste_positions[index])>1 :
579                     liste_index.append(index)
580             if len(liste_positions[colonne])==len(liste_index) and len(liste_index)>0 :
581                 valeurs=[]
582                 for j in range(len(liste_index)) : valeurs.append(liste_index[j]+1)
583                 for k in liste_positions[colonne] :
584                     for val in range(1,10) :
585                         if val in grille_pos[ligne][k] and val not in valeurs :
586                             grille_pos[ligne][k].remove(val)
587     return grille_pos

```

Listing 29 : groupes cachés ligne

On crée la liste de toutes les positions possibles pour chacune des valeurs de 1 à 9 : `liste_position`

On va ensuite comparer les listes de position aux autres et si l'on en trouve une incluse dans la référence, on va enregistrer sa valeur (index) dans la liste des index. L'index correspond à 1 près à la valeur du candidat.

S'il y a autant de groupes que de candidats dans la liste :

— On va créer la liste des valeurs en décalant de 1 les index de la liste des index

— Pour tout `k` de la liste des positions : Pour toutes les valeurs `val` qui ne sont pas dans la liste des valeurs, on va les ôter de la liste des possibles.

Idem pour les carrés avec la fonction `groupes_caches_carre`.

Idem pour les colonnes avec la fonction `groupes_caches_colonne`.

3.3.5 X-WING

Si sur 2 lignes, on retrouve un même candidat sur 2 mêmes colonnes uniquement, dans les colonnes des sommets, cette valeur peut être éliminée de tous les prétendants des colonnes des sommets sauf celles des lignes des sommets.

```
657 def x_wing_ligne(grille_pos,k):
658     liste=[]
659     for ligne in range(9):
660         colonnes_de_k=[]
661         for colonne in range(9) :
662             if k in grille_pos[ligne][colonne]:
663                 colonnes_de_k.append(colonne)
664             if len(colonnes_de_k)==2 :
665                 liste.append([ligne,colonnes_de_k[0],colonnes_de_k[1]])
666     if len(liste)<2 :
667         return grille_pos
668     for index1 in range(len(liste)-1):
669         for index2 in range(index1+1,len(liste)):
670             if liste[index1][1]==liste[index2][1] and liste[index1][2]==liste[index2][2]:
671                 for i in range(9) :
672                     if k in grille_pos[i][liste[index1][1]]\
673                         and i != liste[index1][0]\
674                         and i != liste[index2][0]:
675                         grille_pos[i][liste[index1][1]].remove(k)
676
677                 for i in range(9) :
678                     if k in grille_pos[i][liste[index1][2]]\
679                         and i != liste[index1][0]\
680                         and i != liste[index2][0]:
681                         grille_pos[i][liste[index1][2]].remove(k)
682     return grille_pos
```

Listing 30 : x-wing ligne

Pour une valeur `k` donnée, on va enregistrer pour chaque ligne chaque fois que l'on a trouvé 2 fois la valeur : la ligne, la première position, la seconde position.

À l'aide de deux index (`index1` et `index2`) on va tester toutes les lignes 2 à 2.

Si on retrouve deux listes ayant les 2 mêmes colonnes, on a un X-wing, alors :

- Pour tous les éléments de la colonne de gauche qui ne sont pas sur la première ligne, si k est présent, on le retire de la liste des possibles.
- Pour tous les éléments de la colonne de droite qui ne sont pas sur la première ligne, si k est présent, on le retire de la liste des possibles.

On retourne la liste des possibles modifiée.

Idem pour les colonnes avec la fonction `x_wing_colonne`.

3.3.6 Sword-fish

C'est une extension du X-wing : si sur trois lignes différentes, un candidat n'apparaît que sur trois colonnes (voir exemples ci-contre), alors on supprime ce candidat sur les trois colonnes sauf sur les trois lignes de la grille des possibles.

Pour cela j'ai créé 3 fonctions :

- `liste_des_sommets` (listing 31) qui enregistre toutes les paires de sommets

```

740 def liste_des_sommets(grille_pos,valeur) :
741     liste_des_sommets=[]
742     for lign in range(9) :
743         liste_sommets_ligne = []
744         for colon in range(9) :
745             if valeur in grille_pos[lign][colon]:
746                 liste_sommets_ligne.append([lign,colon])
747         if len(liste_sommets_ligne)==2 :
748             liste_des_sommets += liste_sommets_ligne[0]
749             liste_des_sommets += liste_sommets_ligne[1]
750     return liste_des_sommets

```

Listing 31 : liste des sommets

Pour chacune des lignes, on ajoute à la `liste_sommets_ligne` la ligne et la colonne où se trouve la valeur. Si dans `liste_sommets_ligne`, il y a 2 éléments, on rajoute ces 2 éléments à `liste_des_sommets`.

- `groupes_de_3` (listing 32) qui vérifie que dans la liste des sommets on peut en trouver 3 alignés

```

752 def groupes_de_3 (grille_pos,liste_des_sommets,valeur):
753     liste =range(len(liste_des_sommets)//2)
754     if len(liste)>2 :
755         for i in liste[:len(liste)-2] :
756             for j in liste[i+1 :len(liste)-1] :
757                 for k in liste[j+1 :len(liste)] :
758                     liste_des_sommets_a_tester = [liste_des_sommets[2*i],\
759                                                     liste_des_sommets[2*i+1],\
760                                                     liste_des_sommets[2*j],\
761                                                     liste_des_sommets[2*j+1],\
762                                                     liste_des_sommets[2*k],\
763                                                     liste_des_sommets[2*k+1]]
764                     sword_fish(liste_des_sommets_a_tester,grille_pos,valeur)
765     return grille_pos

```

Listing 32 : groupes de trois sommets alignés

On passe en paramètre : une grille des possibles, la liste des sommets trouvés avec la fonction précédente, la valeur recherchée. La fonction retourne la grille des possibles modifiée. La `liste_des_sommets` est rangée sous la forme `[ligne1, colonne1, ligne2, colonne2...]`. On commence par créer une liste `[0, 1, 2...]` comportant autant de valeurs qu'il y a de sommets. On va créer ensuite toutes les combinaisons possibles de 3 éléments des valeurs de la liste qui serviront d'indice pour tester les combinaisons des différents sommets avec la fonction `sword_fish` suivante.

— `sword_fish` (listing 33) qui va supprimer sur les colonnes la valeur aux bons endroits.

```

715 def sword_fish(liste_des_sommets, grille_pos, valeur) :
716     colonnes_trouvees=[]
717     for indice in range(6) :
718         if liste_des_sommets[indice][1] not in colonnes_trouvees :
719             colonnes_trouvees.append(liste_des_sommets[indice][1])
720     if len(colonnes_trouvees) != 3 :
721         return grille_pos
722     elif [liste_des_sommets[0][1], liste_des_sommets[1][1]] != \
723          [liste_des_sommets[2][1], liste_des_sommets[3][1]] \
724     and [liste_des_sommets[0][1], liste_des_sommets[1][1]] != \
725          [liste_des_sommets[4][1], liste_des_sommets[5][1]] \
726     and [liste_des_sommets[2][1], liste_des_sommets[3][1]] != \
727          [liste_des_sommets[4][1], liste_des_sommets[5][1]] :
728         for colon in colonnes_trouvees :
729             for lign in range(9) :
730                 if lign not in [liste_des_sommets[0][0], \
731                                liste_des_sommets[2][0], \
732                                liste_des_sommets[4][0]] and valeur in grille_pos[lign][colon] :
733                     grille_pos[lign][colon].remove(valeur)
734             return grille_pos
735     else :
736         return grille_pos

```

Listing 33 : sword-fish

On fait la liste des `colonnes_trouvees` en rajoutant pour tous les sommets la colonne où il se trouve à condition que cette colonne n'ait pas déjà été enregistrée. Si le nombre de `colonnes_trouvees` n'est pas égal à 3 on ne peut pas faire de sword-fish et la `grille_des_possibles` n'est pas modifiée. Sinon on vérifie que l'on a pas 2 listes de sommets identiques et là, on est sûr d'être dans le cas du sword-fish et l'on élimine de la grille des possibles ce candidat sur les trois colonnes sauf sur les trois lignes.

Des fonctions équivalentes sont créées pour un sword-fish sur les colonnes :

- `sword_fish_c`
- `liste_des_sommets_c`
- `groupes_de_3_c`.

3.3.7 Cas où un choix s'impose

Lorsque qu'aucune des méthodes précédentes n'arrive à se sortir d'une impasse, il arrive que l'on soit obligé de faire une hypothèse pour une case (listing 34). C'est le cas si sur une ligne et une colonne on a les 2 mêmes prétendants en 2 cases différentes.

La fonction `essai_erreur` reçoit comme paramètres : la grille des possibles, la grille de sudoku traitée et le choix (0 ou 1) que l'on va faire quand à l'hypothèse à prendre.


```

827 def essai_erreur(grille_pos, grille_s, choix):
828     for ligne in range(9):
829         position=[]
830         for colonne in range(9):
831             if len(grille_pos[ligne][colonne])==2 :
832                 liste=grille_pos[ligne][colonne]
833                 position=[ligne,colonne]
834                 for li in range(9):
835                     if li!=ligne :
836                         if grille_pos[li][colonne]==liste :
837                             for co in range(9):
838                                 if co!=colonne :
839                                     if grille_pos[ligne][co]==liste :
840                                         grille_pos[ligne][colonne]=[]
841                                         grille_s[ligne][colonne]=liste[choix]
842
843 def essai_erreur2(grille_pos, grille_s, choix):
844     for ligne in range(9):
845         for colonne in range(9) :
846             if len(grille_pos[ligne][colonne])==2 :
847                 memo = grille_pos[ligne][colonne]
848                 suivant=colonne+1
849                 if colonne<9 :
850                     liste_ligne=grille_pos[ligne][suivant :]
851                     if memo in liste_ligne :
852                         grille_pos[ligne][colonne]=[]
853                         grille_s[ligne][colonne]=memo[choix]
854                         return "ligne"
855
856                 col=[]
857                 for i in range(9):
858                     col.append(grille_pos[i][colonne])
859                 if ligne<9 :
860                     if memo in col[ligne+1 :]:
861                         grille_pos[ligne][colonne]=[]
862                         grille_s[ligne][colonne]=memo[choix]
863                         return "colonne"
864
865                 carre =3*ligne//3 + colonne//3
866                 liste_carre =[]
867                 for index in range(9):
868                     if (3*(carre//3)+index//3) != ligne or (3*(carre%3)+index%3) != colonne :
869                         liste_carre.append(\
870                             grille_pos[(3*(carre//3))+index//3][(3*(carre%3))+index%3])
871                 if memo in liste_carre :
872                     grille_pos[ligne][colonne]=[]
873                     grille_s[ligne][colonne]=memo[choix]
874                     return "carre"

```

Listing 34 : traitement des hypothèses

On recherche dans tout le tableau de la `grille_des_possibles` un couple de candidats. On cherche si ce couple est présent sur la même ligne et sur la même colonne. Si c'est le cas on modifie la `grille_de_sudoku` et la `grille_des_possibles` avec le choix 0 ou 1 et l'on renvoie ces nouvelles grilles comme hypothèse de départ. Bien entendu si le premier choix ne mène pas à la solution finale, il faudra tester le deuxième cas.

Une deuxième variante de recherche est assurée par la fonction `essai_erreur2` en cas de blocage avec recherche de 2 cases contenant les mêmes prétendants sur une même ligne, une même grande colonne ou un carré de 9.

3.4 La résolution

3.4.1 Version 1 : la fonction `resolution_` (listing 35)

On fait subir aux grilles toutes les fonctions les unes après les autres (sauf la fonction `essai_erreur`).

Les deux premières bouclant jusqu'à ce qu'elles ne trouvent plus de solution (ce sont des fonctions simples qui remplissent beaucoup de cases sans consommer trop de puissance de calcul).

On crée 2 tableaux `memogrille` et `memopossible` au cas où on ait besoin de faire la fonction `essai_erreur`.

On boucle sur la fonction de résolution précédente jusqu'à ce que le tableau soit rempli ou un nombre d'essais donné, pour éviter de rester coincé dans la boucle.

Si la grille n'est pas résolue, on mémorise les 2 grilles (sudoku et possibles) on teste avec la fonction `essai_erreur` et le choix 0 si l'on peut résoudre.

Si l'on n'a pas résolu on teste avec la fonction `essai_erreur` et le choix 1 si l'on peut résoudre.

3.4.2 Version 2 : la fonction `resolution`

Après avoir mémorisé l'état de la grille, on teste une des valeurs puis l'autre avec la première version de la fonction `essai_erreur` (listing 36). Si on n'a pas réussi, on revient à la grille mémorisée et l'on teste la deuxième version `essai_erreur2`.

3.5 Épilogue

On doit pouvoir trouver des grilles qui ne peuvent pas être résolues.

En particulier, je pense que la méthode sword-fish peut être étendue à des carrés imbriqués plus complexes.

Je n'ai pas non plus implémenté la théorie des chaînes.

Et la fonction `essai_erreur` pourrait être étendue à des choix plus multiples.

Mais ces fonctions arrivent à résoudre les sudokus les plus difficiles que j'ai pu trouver (diaboliques) et même ceux à 17 cases remplies.

4 Troisième version

```

881 def resolution_(grille_s):
882     global grille_possibles
883     fait=True
884     while fait == True :
885         fait=False
886         for i in range (1,10):
887             if len(ou_le_nombre_peut_etre(grille_s,i))==1 :
888                 grille_s[ou_le_nombre_peut_etre(grille_s,i)[0][0]]\
889                     [ou_le_nombre_peut_etre(grille_s,i)[0][1]]=i
890                 fait=True
891     fait=True
892     while fait == True :
893         fait=False
894         for i in range (9):
895             for j in range(9):
896                 if len(reste_possible(grille_s,i,j))==1 :
897                     fait=True
898                     temp=reste_possible(grille_s,i,j)[0]
899                     grille_s[i][j]=temp
900     grille_possibles=grille_des_possibles(grille_s)
901     for lignes in range(9):
902         grille_possibles=groupe_nus_ligne(grille_possibles,lignes)
903     for colonne in range(9):
904         grille_possibles=groupe_nus_colonne(grille_possibles,colonne)
905     for carre in range(9):
906         grille_possibles=groupe_nus_carre(grille_possibles,carre)
907     grille_possibles=groupe_caches_ligne(grille_possibles)
908     grille_possibles=groupe_caches_colonne(grille_possibles)
909     grille_possibles=groupe_caches_carre(grille_possibles)
910     for valeur in range(1,10):
911         grille_possibles=x_wing_ligne(grille_possibles,valeur)
912     for valeur in range(1,10):
913         grille_possibles=x_wing_colonne(grille_possibles,valeur)
914     for valeur in range(9) :
915         grille_possibles=groupe_de_3(grille_possibles,\
916                                     liste_des_sommets(grille_possibles,valeur),\
917                                     valeur)
918     for valeur in range(9) :
919         grille_possibles=groupe_de_3_c(grille_possibles,\
920                                     liste_des_sommets_c(grille_possibles,valeur),\
921                                     valeur)
922     for ligne in range(9) :
923         for colonne in range(9):
924             if len(grille_possibles[ligne][colonne])==1 :
925                 grille_s[ligne][colonne]=grille_possibles[ligne][colonne][0]
926     return grille_s

```

Listing 35 : la résolution V1

```

929 def resolution(grille_s):
930     global grille_possibles
931     memogrille=[]
932     memopossible=[]
933     for i in range(9):
934         memogrille.append([0,0,0,0,0,0,0,0,0])
935         memopossible.append([0,0,0,0,0,0,0,0,0])
936     essais=0
937     while not teste_ligne(grille_s) and essais !=3 :
938         resolution_(grille_s)
939         essais+=1
940     essais=0
941     ##--memorisation
942     if not teste_ligne(grille_s):
943         for i in range(9):
944             for j in range(9):
945                 memogrille[i][j]=grille_s[i][j]
946                 memopossible[i][j] = grille_possibles[i][j]
947     #-----essai erreur
948     essai_erreur(grille_possibles,grille_s,0)
949     while not teste_ligne(grille_s) and essais !=3 :
950         resolution_(grille_s)
951         essais+=1
952     essais=0
953     if not teste_ligne(grille_s):
954         for i in range(9):
955             for j in range(9):
956                 grille_s[i][j]=memogrille[i][j]
957                 grille_possibles[i][j]=memopossible[i][j]
958     essai_erreur(grille_possibles,grille_s,1)
959     while not teste_ligne(grille_s) and essais !=3 :
960         resolution_(grille_s)
961         essais+=1
962     if not teste_ligne(grille_s):
963         for i in range(9):
964             for j in range(9):
965                 grille_s[i][j]=memogrille[i][j]
966                 grille_possibles[i][j]=memopossible[i][j]
967     # ----- fin essai erreur

```

Listing 36 : la résolution V2 (début)

```

968  --memorisation 2
969      if not teste_ligne(grille_s):
970          for i in range(9):
971              for j in range(9):
972                  memogrille[i][j]=grille_s[i][j]
973                  memopossible[i][j] = grille_possibles[i][j]
974  #-----essai erreur 2
975      essai_erreur2(grille_possibles,grille_s,0)
976      while not teste_ligne(grille_s) and essais!=3 :
977          resolution_(grille_s)
978          essais+=1
979      essais=0
980      if not teste_ligne(grille_s):
981          for i in range(9):
982              for j in range(9):
983                  grille_s[i][j]=memogrille[i][j]
984                  grille_possibles[i][j]=memopossible[i][j]
985      essai_erreur2(grille_possibles,grille_s,1)
986      while not teste_ligne(grille_s) and essais!=3 :
987          resolution_(grille_s)
988          essais+=1
989      if not teste_ligne(grille_s):
990          for i in range(9):
991              for j in range(9):
992                  grille_s[i][j]=memogrille[i][j]
993                  grille_possibles[i][j]=memopossible[i][j]
994  # ----- fin essai erreur
995      return grille_s

```

Listing 37 : la résolution V2 (fin)