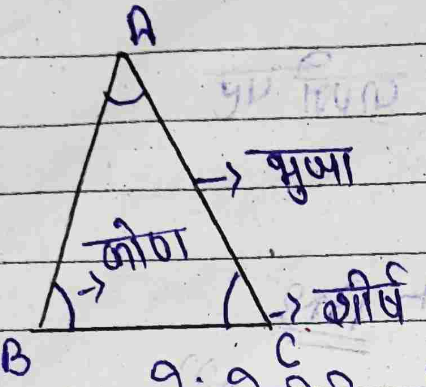
पाठ-6 त्रिभुज (Triangle)



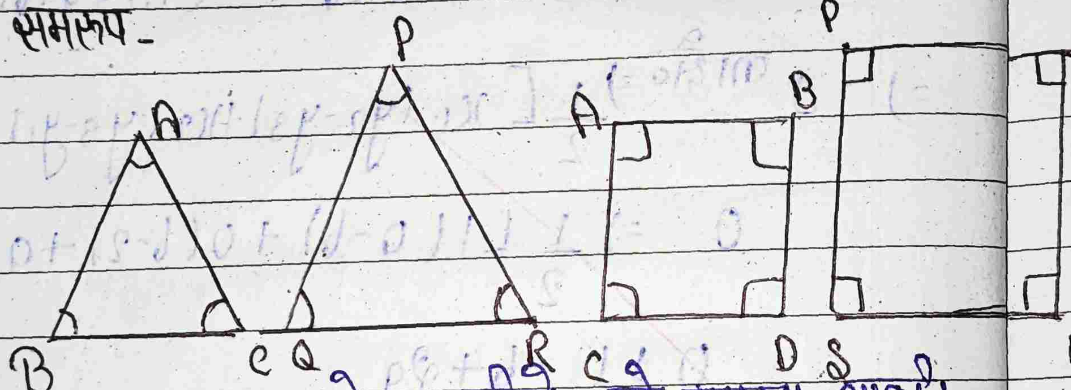
भुजा :> AB, BC, CA

कोण → $\angle A, \angle B, \angle C$

शीर्ष → A, B, C

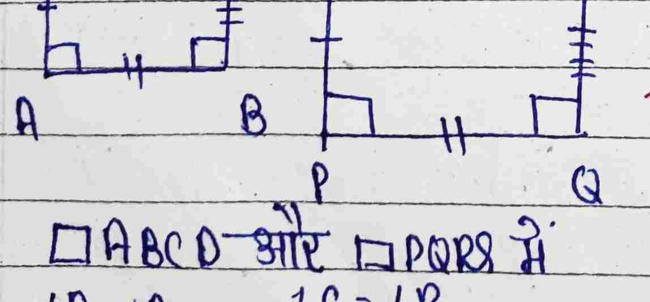
3 भुजाओं से घिरी हुई बन्द आकृति को त्रिभुज कहते हैं। त्रिभुज में तीन भुजाएँ, तीन कोण, तीन शीर्ष होते हैं। इस प्रकार त्रिभुज के कुल 9 अंग है।

समरूप -



समान आकार वाले आकृतियों को समरूप आकृति कहते हैं। विशेष रूप से समान आकार वाले त्रिभुजों को समरूप त्रिभुज कहते हैं।

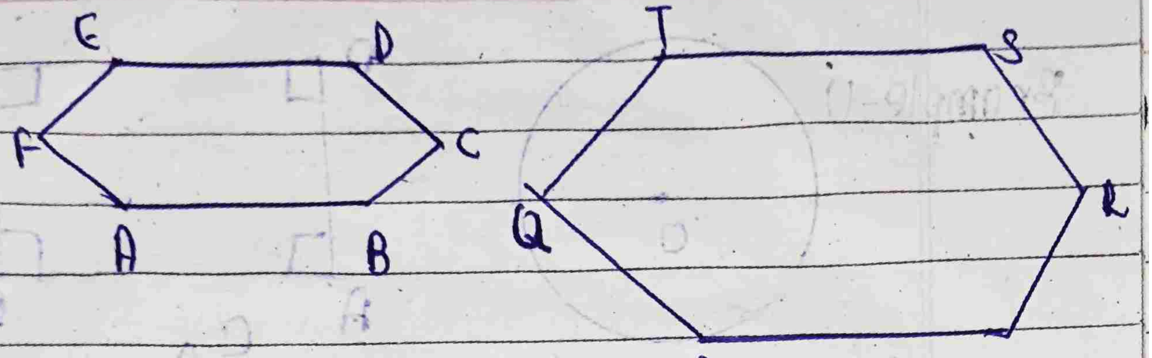
समरूप बहुभुज (similar polygons):-



□ABCD और □PQRS में

$\angle A = \angle P$ $\angle C = \angle R$

$\angle B = \angle Q$ $\angle S = \angle D$



$$\frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR} = \frac{CD}{RS} = \frac{DA}{PS}$$

$\square ABCD \sim \square PQRS$

दो बहुभुज समरूप कहे जाते हैं यदि -

(i) इनके संगत कोण बराबर हो।

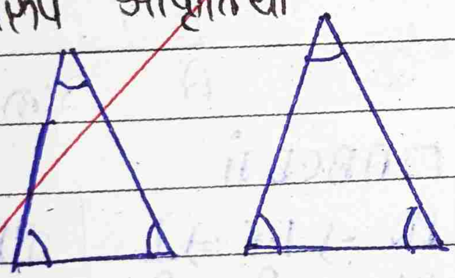
Q (ii) इनकी संगत भुजाएँ आनुपातिक हो।

प्रश्नावली 6(A)

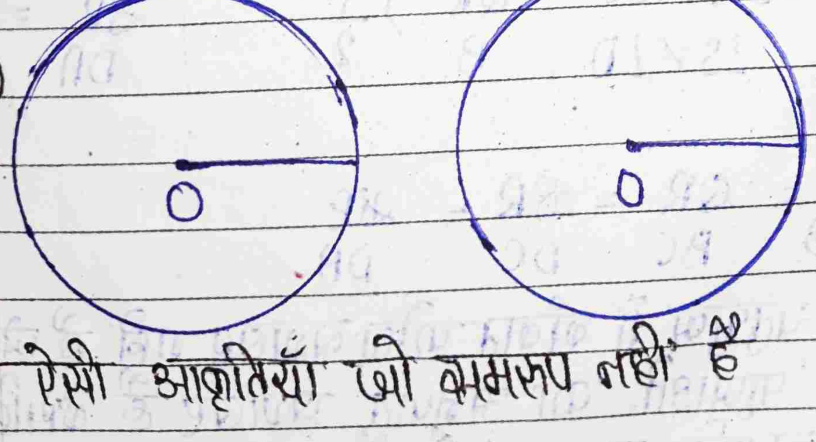
(1) निम्नलिखित युग्मों के दो भिन्न-भिन्न उदाहरण दीजिए

R (i) समरूप आकृतियाँ

Ex-1)

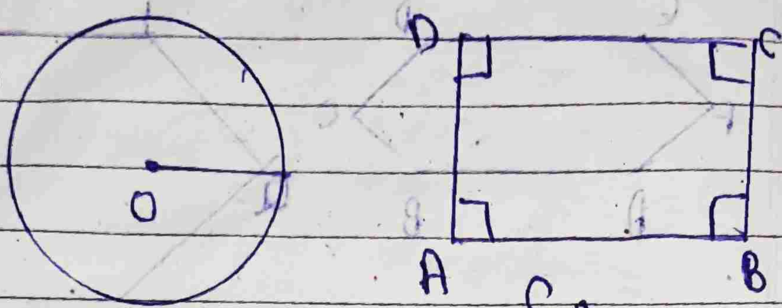


Ex-2)

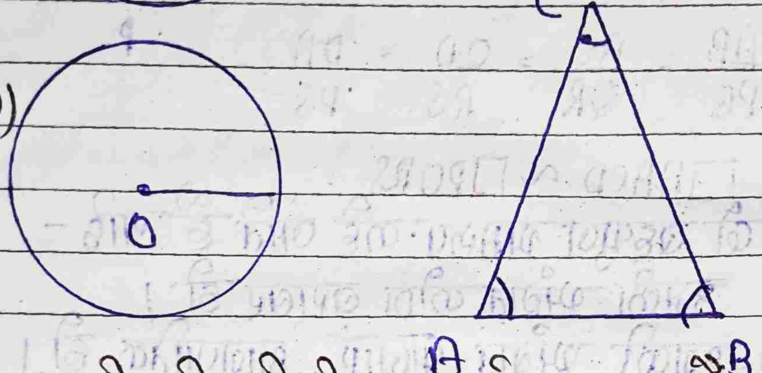


(ii) ऐसी आकृतियाँ जो समरूप नहीं हैं

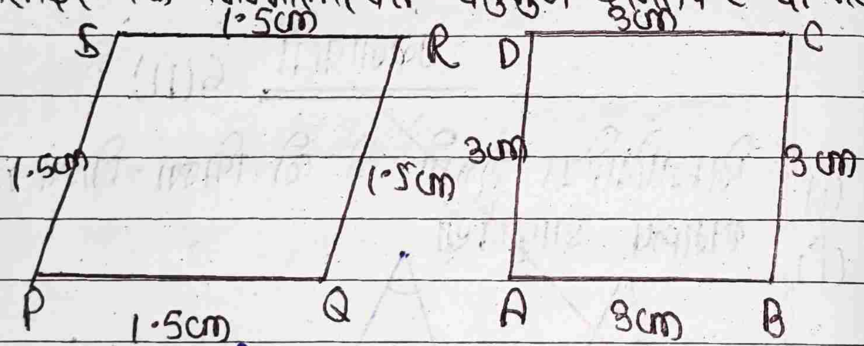
Example-1)



Example-2)



(2) बताइए कि निम्नलिखित चतुर्भुज समरूप है या नहीं



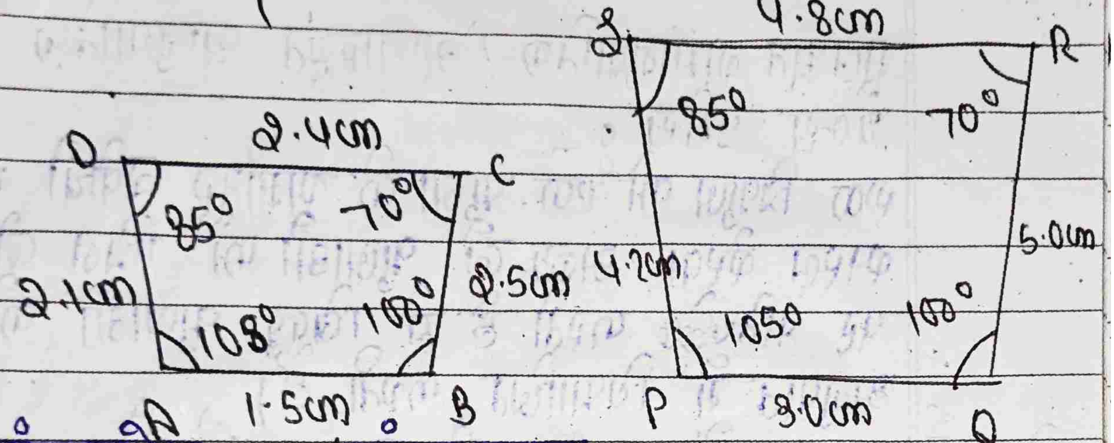
□PQRS और □ABCD में

$\angle A \neq \angle P$ $\angle Q \neq \angle B$	$\frac{PQ}{AB} \Rightarrow \frac{1.5}{3} \Rightarrow \frac{1}{2}$	$\frac{SR}{DC} = \frac{1}{2}$
$\angle R \neq \angle C$ $\angle S \neq \angle D$	$\frac{QR}{B} \Rightarrow \frac{1}{2}$	$\frac{SP}{DA} = \frac{1}{2}$

$$\frac{PQ}{AB} = \frac{QR}{BC} = \frac{SR}{DC} = \frac{SP}{DA}$$

दोनों चतुर्भुज में संगत कोण बराबर नहीं है लेकिन संगत भुजाओं का अनुपात बराबर है इसलिए दोनों चतुर्भुज समरूप नहीं है।

(8) बताइए की निम्नलिखित □ABCD और □PQRS समरूप है या नहीं।

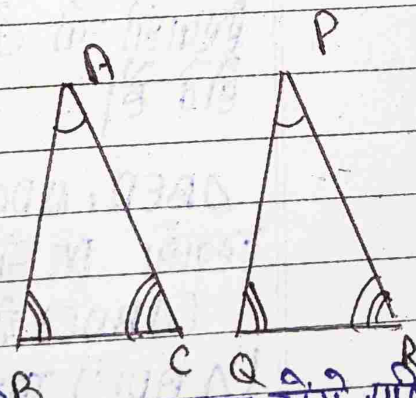


संगत कोण	संगत भुजा	
$\angle A = \angle P = 105^\circ$	$\frac{AB}{PQ} = \frac{1.5}{3} = \frac{1}{2}$	$\frac{CD}{SR} = \frac{2.4}{4.8} = \frac{1}{2}$
$\angle B = \angle Q = 100^\circ$		
$\angle C = \angle R = 70^\circ$	$\frac{BC}{QR} = \frac{2.5}{5} = \frac{1}{2}$	$\frac{DA}{SP} = \frac{2.1}{4.2} = \frac{1}{2}$
$\angle D = \angle S = 85^\circ$		

$\frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR} = \frac{CD}{SR} = \frac{DA}{SP} = \frac{1}{2}$ (संगत कोण और संगत भुजाएँ बराबर है)

$\square ABCD \sim \square PQRS$

त्रिभुजों की समरूपता :-



ΔABC और ΔPQR में

$\angle A = \angle R$

$\angle B = \angle P$

$\angle C = \angle Q$

$\frac{AB}{RP} = \frac{BC}{PQ} = \frac{AC}{RQ}$

$\Delta ABC \sim \Delta PQR$

दो त्रिभुज समरूप होंगे यदि

(i) उनके संगत कोण समान हो

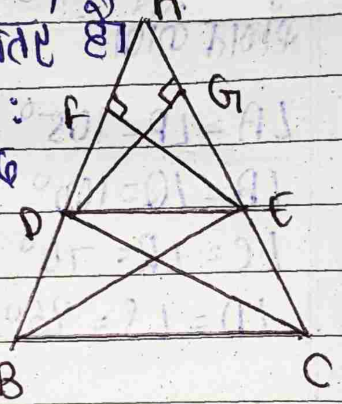
(ii) उनके संगत भुजाएँ अनुपातिक हो

PAGE NO.:
DATE: / /

प्रमेय - 1

मूलभूत समानुपातिक / आधारभूत आनुपातिक प्रमेय / थेल्स प्रमेय :-

एक त्रिभुज की एक भुजा के समांतर खींची गयी सरल रेखा अन्य दो भुजाओं को भिन्न दो बिंदुओं पर प्रतिच्छेद करती है वे बिंदु भुजाओं को समान अनुपात में विभाजित करती है।



दिया है- $\triangle ABC$ में DE, BC के समान्तर है और वह AB, AC को क्रमशः बिंदु D और E पर प्रतिच्छेद करती है।

सिद्ध करना है :- $\frac{AD}{BD} = \frac{AE}{EC}$

रचना- BE और DC को मिलाया $EF \perp AB$ व $DG \perp AC$ खींचा।

उपपत्ति :- हम जानते है की एक ही आधार और एक ही समांतर रेखाओं के बीच स्थित दो त्रिभुज के क्षेत्रफल बराबर होते है।

$\triangle BED$, $\triangle DCE$, DE पर बने है और एक ही समांतर रेखाओं DE और BC के बीच स्थित है।

$(\triangle BDE)$ क्षे० $= (\triangle DCE)$ क्षे० —— (i)

$(\triangle ADE)$ का क्षे० $= \frac{1}{2} \times$ आधार $\times$ ऊँचाई

$= \frac{1}{2} \times AD \times EF$ —— (ii)

PAGE NO.:
DATE: / /

$क्षे० (\Delta BDE) = \frac{1}{2} \times BD \times EF$ —— (iii)

समी० (ii) में (iii) से भाग देने पर

$$\frac{क्षे० (\Delta ADE)}{क्षे० (\Delta BDE)} = \frac{\cancel{1/2} \times AD \times \cancel{EF}}{\cancel{1/2} \times BD \times \cancel{EF}}$$

$$\frac{क्षे० (\Delta ADE)}{क्षे० (\Delta BDE)} = \frac{AD}{BD} \quad —— (IV)$$

इसी प्रकार हम सिद्ध कर सकते है कि $\frac{क्षे० (\Delta ADE)}{क्षे० (\Delta CDE)} = \frac{AE}{EC}$ (6)

समीकरण (IV) में (1) से

$$\frac{क्षे० (\Delta ADE)}{क्षे० (\Delta CDE)} = \frac{AD}{BD} \quad —— (VI)$$

समी० (5) & (6) से

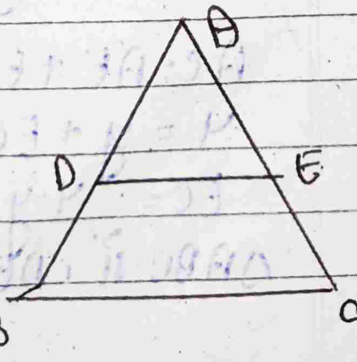
$$\frac{AD}{BD} = \frac{AE}{EC}$$ Proved

प्रमेय - 2 (विलोम)

यदि कोई रेखा किसी त्रिभुज की दो भुजाओं को समान अनुपात में विभाजित करती हो, तो यह रेखा तीसरी भुजा के समांतर होगी।

$\Rightarrow \frac{AD}{BD} = \frac{AE}{EC}$

सिद्ध करना है - $DE \parallel BC$



ΔABC में रेखा DE भुजा AB और AC को दो बिंदु D व E पर प्रतिच्छेद करती है।
इस प्रकार
DE || BC
Proved

प्रश्नावली 6(B)

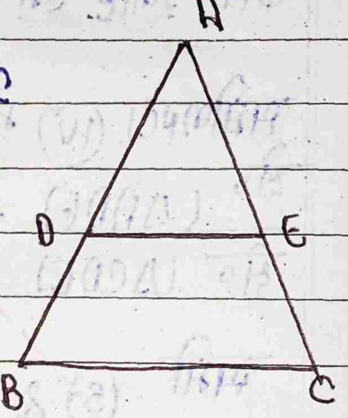
(1) ΔABC में रेखा DE आधार BC के समान्तर है। AD:AB = 1:3 है। यदि AC = 4 हो, तो AE का मान ज्ञात कीजिए।

दिया है- ΔABC में, $DE \parallel BC$

$AD : AB = 1 : 3$

$AC = 4$

ज्ञात करना है- AE का मान



हल-: माना $AD = x$

$AB = 3x$

$AB = AD + BD$

$3x = x + BD$

$BD = 3x - x$

$BD = 2x$

माना $AE = y$

$AC = AE + EC$

$4 = y + EC$

$EC = 4 - y$

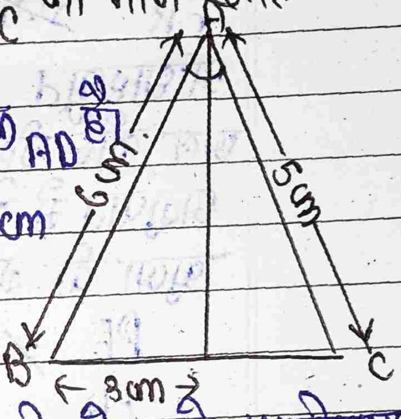
ΔABC में, $DE \parallel BC$ थेल्स प्रमेय से

$\Rightarrow \dfrac{AD}{BD} = \dfrac{AE}{EC} \Rightarrow \dfrac{x}{2x} = \dfrac{y}{4-y} \Rightarrow \dfrac{1}{2} = \dfrac{y}{4-y}$

$\Rightarrow 4-y = 2y \Rightarrow 4 = 2y+y \Rightarrow 4 = 3y \Rightarrow y = \dfrac{4}{3}$

$\Rightarrow \boxed{AE = \dfrac{4}{3}}$ Answer

(2) चित्र में AD, ∠BAC को समद्विभाजक है तथा AB = 6cm, AC = 5cm तथा BD = 3cm तो DC का मान ज्ञात कीजिए।



दिया है ⇒ ∠BAC का समद्विभाजक AD है।

AB = 6cm, AC = 5cm, BD = 3cm

ज्ञात करना है ⇒ DC का मान

हल :- हम जानते हैं कि किसी कोण के समद्विभाजक उस कोण को बनाने वाली भुजाओं के अनुपात में सम्मुख भुजा को विभाजित करता है।

$\Rightarrow \dfrac{AB}{AC} = \dfrac{BD}{DC} \Rightarrow \dfrac{6}{5} = \dfrac{3}{x} \Rightarrow 6x = 15 \Rightarrow x = \cancel{\dfrac{15}{6}}$

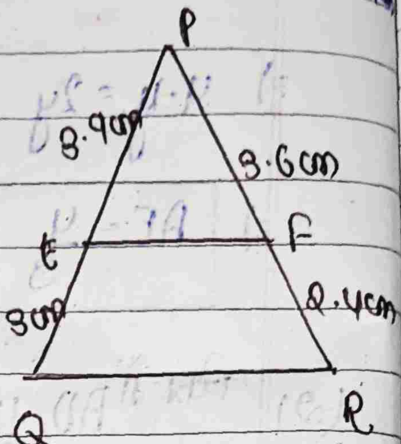
$\Rightarrow x = 2.5\,cm$ Ans

(3) किसी ΔPQR की भुजाओं PQ और PR पर क्रमशः बिंदु E और F स्थित हैं। निम्नलिखित में से प्रत्येक के लिए बताइए कि क्या EF || QR है:

(i) PE = 3.9cm, EQ = 3cm, PF = 3.6cm, FR = 2.4cm

(i) दिया है - ΔPQR में
$PE = 3.9cm$, $EQ = 3cm$, $PF = 3.6cm$ $FR = 2.4cm$

सिद्ध करना है - $EF \parallel QR$



उपपत्ति :-

$$\frac{PE}{EQ} = \frac{3.9}{3} = \frac{\cancel{39}}{\cancel{30}} = \frac{13}{10}$$

$$\frac{PF}{FR} = \frac{\cancel{3.6}}{\cancel{2.4}} = \frac{3}{2}$$

आधारभूत अनुपातिक प्रमेय के विलोम से
जब कोई रेखा किसी Δ की दो भुजाओं को समान अनुपात में विभाजित करती है तो वह रेखा तिसरी भुजा के समान्तर होती है।

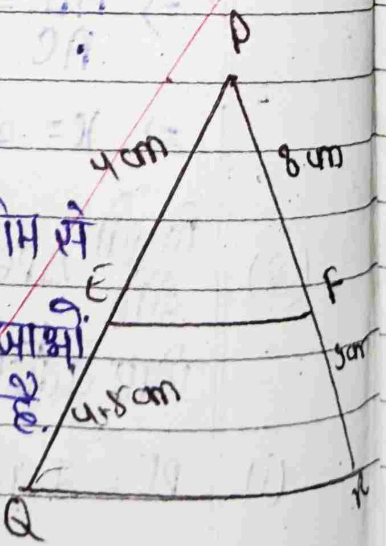
$$\frac{PE}{EQ} \neq \frac{PF}{FR}$$

अतः EF, QR के समान्तर नहीं है।

(ii) $PE = 4cm$, $QE = 4.5cm$, $PF = 8cm$, $FR = 9cm$

$$\frac{PE}{EQ} = \frac{4}{4.5} = \frac{\cancel{40}}{\cancel{45}} = \frac{8}{9}$$

$$\frac{PF}{FR} = \frac{8}{9}$$



आधारभूत अनुपातिक प्रमेय के विलोम से

जब कोई रेखा किसी त्रिभुज के दो भुजाओं को समान अनुपात में विभाजित करती है तो वह रेखा तिसरी भुजा के समांतर होती है।

$\because EF \parallel QR$ है।

(iii) $PQ = 1.28cm$, $PR = 2.56cm$, $PE = 0.18cm$, $PF = 0.36cm$

$PQ = PE + EQ$ $\quad\quad$ $PR = PF + FR$

$1.28 = 0.18 + EQ$ $\quad\quad$ $2.56 = 0.36 + FR$

$EQ = 1.28 - 0.18$ $\quad\quad$ $FR = 2.56 - 0.36$

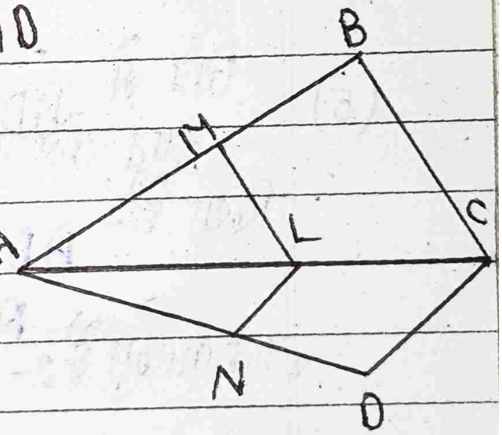
$EQ = 1.10$ $\quad\quad$ $FR = 2.20$

$$\frac{PE}{EQ} = \frac{0.18}{1.10} = \frac{\cancel{18}}{\cancel{110}} = \frac{9}{55}$$

$$\frac{PF}{FR} = \frac{0.36}{2.20} = \frac{\cancel{36}}{\cancel{220}} = \frac{\cancel{18}}{\cancel{110}} = \frac{9}{55}$$

हाँ $EF \parallel QR$ है।

(4) दी हुई आकृति में यदि $LM \parallel CB$ और $LN \parallel CD$ हो तो सिद्ध कीजिए कि $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AD}$ है।



दिया है:- $LM \parallel CB$, $LN \parallel CD$

सिद्ध करना है:- $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AD}$

उपपत्ति:- ΔABC में $LM \parallel BC$

थेल्स प्रमेय से -

$$\frac{AM}{MB} = \frac{AL}{LC} \quad \text{—— (1)}$$

ΔADC में, $LN \parallel DC$ थेल्स प्रमेय से,

$$\frac{AN}{ND} = \frac{AL}{LC}$$

समी ① & ② से

$$\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{ND}$$

व्युत्क्रम करने पर

$$\frac{MB}{AM} = \frac{ND}{AN}$$

दोनो पक्षो में 1 जोड़ने पर

$$\frac{MB}{AM} + 1 = \frac{ND}{AN} + 1, \quad \frac{MB+AM}{AM} = \frac{ND+AN}{AN}$$

$$\frac{AB}{AM} = \frac{AD}{AN}$$

व्युत्क्रम करने पर

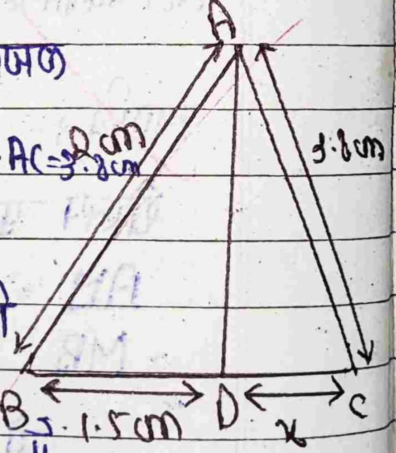
$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AD}$$ Proved

(5) चित्र में AD, ∠BAC की समद्विभाजक है, तो x का मान ज्ञात कीजिए।

दिया है- AD, ∠BAC का समद्विभाजक

AB = 2cm, BD = 1.5cm, AC = 3.8cm

ज्ञात करना है:- x का मान



हल:- हम जानते है की △ के किसी कोण के समद्विभाजक उसी कोण को बनाने वाली भुजाओं की अनुपात में सम्मुख भुजा को विभाजित करता है।

$$\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC} \Rightarrow \frac{2}{3.8} = \frac{1.5}{x} \Rightarrow 2x = 3.8 \times 1.5$$

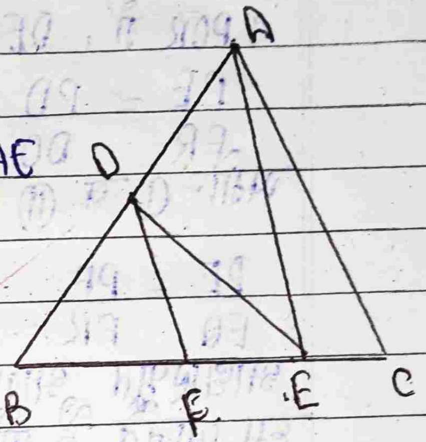
PAGE NO.:
DATE: / /

$$x = \frac{8.8 \times 1.5}{2}$$

$x = 1.9 \times 1.5$

$x = 2.85$ cm Ans

(6). दी हुई आकृति में, $DE \parallel AC$ और $DF \parallel AE$ है सिद्ध कीजिए कि $\frac{BF}{FE} = \frac{BE}{EC}$ है।



दिया है:- $DE \parallel AC$, $DF \parallel AE$

सिद्ध करना है:- $\frac{BF}{FE} = \frac{BE}{EC}$

उपपत्ति:- $\triangle ABC$ में, $DE \parallel AC$

थेल्स प्रमेय से -

$\frac{AD}{BD} = \frac{EC}{BE}$ —— (i)

$\triangle ABE$ में, $DF \parallel AE$ थेल्स प्रमेय से

$\frac{AD}{BD} = \frac{FE}{BF}$ —— (ii)

समी. (i) व (ii) से

$\frac{EC}{BE} = \frac{FE}{BF}$

दोनों पक्षों का व्युत्क्रम करने पर

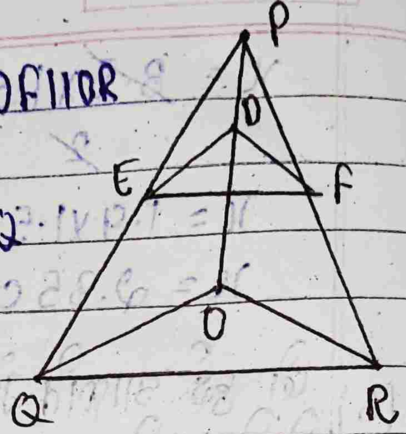
$\frac{BE}{EC} = \frac{BF}{FE}$ या $\frac{BF}{FE} = \frac{BE}{EC}$ Proved

(7) दी हुई आकृति में, $DE \parallel OQ$ और $DF \parallel OR$ है। दर्शाइए की $EF \parallel QR$ है।

PAGE NO.:
DATE: / /

दिया है- $DE \parallel OQ$, $DF \parallel OR$

सिद्ध करना है:- $EF \parallel QR$



उपपत्ति- ΔPOQ में, $DE \parallel OQ$

थेल्स प्रमेय से-

$$\frac{PE}{EQ} = \frac{PD}{DO} \quad \text{—— (i)}$$

ΔPOR में, $DF \parallel OR$ थेल्स प्रमेय से

$$\frac{PF}{FR} = \frac{PD}{DO} \quad \text{—— (ii)}$$

समी॰ (i) व (ii) से

$$\frac{PE}{EQ} = \frac{PF}{FR}$$

आधारभूत आनुपातिक के विलोम से-
हम जानते है जो जब कोई किसी त्रिभुज की दो भुजाओं को समान अनुपात मे विभाजित करती है तो यह रेखा तिसरी भुजा के समान्तर होती है।

अर्थात् रेखा EF त्रिभुज के दोनो भुजाओं PQ और PR को समान अनुपात मे विभाजित करती है।
इस प्रकार यह सिद्ध होता है की

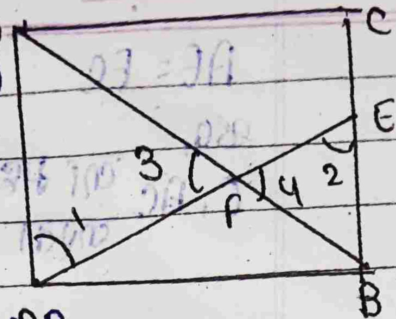
$EF \parallel QR$ Proved

(8) किसी समान्तर $\square ABCD$ का विकर्ण BD रेखा AE को बिन्दु F पर प्रतिच्छेद करता है, जहाँ बिन्दु E, भुजा BC पर स्थित है, तो सिद्ध कीजिए की

$DF \times EF = FB \times FA$.

PAGE NO.:
DATE: / /

दिया है- $\square ABCD$ का विकर्ण BD है, AE बिन्दु F पर प्रतिच्छेद करता है।



सिद्ध करना है:- $DF \times EF = FB \times FA$

उपपत्ति - ΔAFD और ΔBFE में

$\square ABCD$ में $AD \parallel BC$ है इसलिए एकान्तर कोण से-

$\angle 1 = \angle 2$

$\angle 3 = \angle 4$ [शीर्षाभिमुख कोण]

$\Delta AFD \sim \Delta BFE$

$$\frac{DF}{FA} = \frac{BF}{FE}$$

$$DF \times FE = FB \times FA$$

Proved

(9) थेल्स प्रमेय का प्रयोग करके सिद्ध कीजिए की त्रिभुज की एक भुजा के मध्य बिन्दु से एक अन्य भुजा के समांतर खींची गई रेखा तीसरी भुजा को समद्विभाजित करती है।

दिया है:- ΔABC मे D, AB का मध्य बिन्दु है।

सिद्ध करना है:- E, AC का मध्य बिन्दु है।

उपपत्ति:- $DE \parallel BC$ थेल्स प्रमेय से,

$$\frac{AD}{BD} = \frac{AE}{EC} \text{ ——— (I)}$$

D, AB का मध्य बिंदु है-

$$AD = BD \text{ ——— (II)}$$

समी॰ (II) की सहायता से (I) मे मान रखने पर

$$\frac{\cancel{BD}}{\cancel{BD}} = \frac{AE}{EC} \Rightarrow 1 = \frac{AE}{EC}$$

$AE = EC$

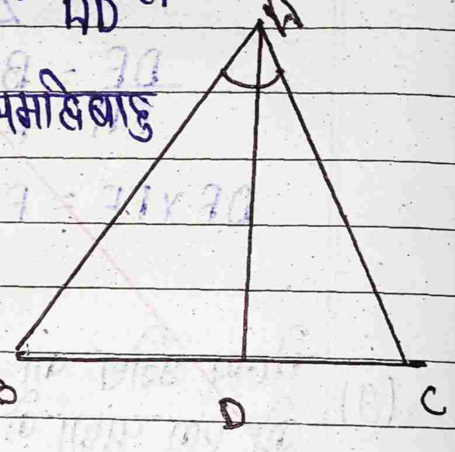
So,

E, AC का मध्य बिन्दु है। DE, AC को समद्विभाजित करता है।

Proved

(12) ~~दिया है:~~- यदि किसी त्रिभुज के एक कोण का समद्विभाजक सम्मुख भुजा को समद्विभाजित करता है, तो सिद्ध कीजिए की त्रिभुज समद्विबाहु त्रिभुज है।

दिया है- $\triangle ABC$ में $\angle A$ का अर्द्धक AD है।



सिद्ध करना है:- $\triangle ABC$ एक समद्विबाहु है।

उपपत्ति- $\triangle ABC$ में $\angle A$ का समद्विभाजक है।

AD, BC को समद्विभाजित करता है

$BD = DC$ —— (i)

हम जानते है की $\triangle$ के किसी कोण का समद्विभाजक उस कोण को बनाने वाले भुजाओ के अनुपात में सम्मुख भुजा को विभाजित करता है।

$$\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC} \text{ —— (ii)}$$

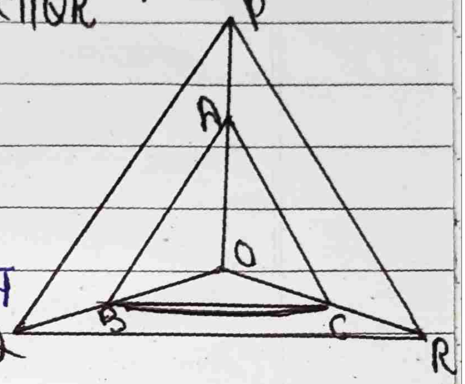
समी॰ (ii) में (i) की सहायता से BD का मान रखने पर

$$\frac{AB}{AC} = \frac{\cancel{DC}}{\cancel{DC}} \quad \frac{AB}{AC} = 1$$

$AB = AC$

इसी प्रकार $\triangle ABC$ एक समद्विबाहु $\triangle$ है। Proved

(16) निम्न आकृति में क्रमशः OP, OQ और OR पर स्थित बिन्दु A, B और C इस प्रकार हैं कि $AB \parallel PQ$ और $AC \parallel PR$ है। दर्शाइए कि $BC \parallel QR$ है।



दिया है:- $AB \parallel PQ$, $AC \parallel PR$

सिद्ध करना:- $BC \parallel QR$

उपपत्ति:- $\triangle POQ$ में $AB \parallel PQ$ थेल्स प्रमेय

$$\frac{OA}{AP} = \frac{OB}{BQ} \quad \text{—— (1)}$$

$\triangle POR$ में, $AC \parallel PR$, थेल्स प्रमेय से,

$$\frac{OA}{AP} = \frac{OC}{RC} \quad \text{—— (II)}$$

समी. (1) & (2) से

$$\frac{OB}{BQ} = \frac{OC}{RC} \quad \text{—— (III)}$$

हम जानते है की थेल्स प्रमेय के विलोम से जब कोई रेखा किसी $\triangle$ की दो भुजाओं को समान अनुपात में विभाजित करती है तो यह रेखा तीसरी भुजा के समान होती है।

$\triangle QOR$ में रेखा BC भुजा OQ और OR को समान अनुपात मे विभाजित करती है

इस प्रकार $BC \parallel QR$

$$\frac{OB}{BQ} = \frac{OC}{CR}$$

Proved

त्रिभुजों के समरूपता के लिए नियम 3 -

नियम - 1 (कोण-कोण-कोण समरूपता)

यदि दो त्रिभुजों के संगत कोण बराबर अर्थात दो Δ समान कोणिक हो तो Δ समरूप होते है।

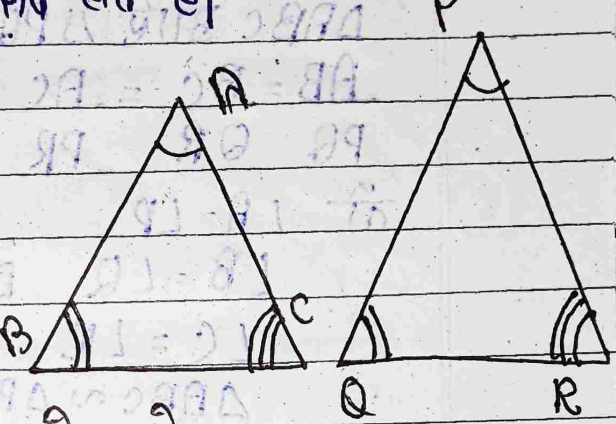
ΔABC और ΔPQR मे

$\angle A = \angle P$

$\angle B = \angle Q$

$\angle C = \angle R$

$\Delta ABC \sim \Delta PQR$



नियम - 2 (कोण-कोण समरूपता)

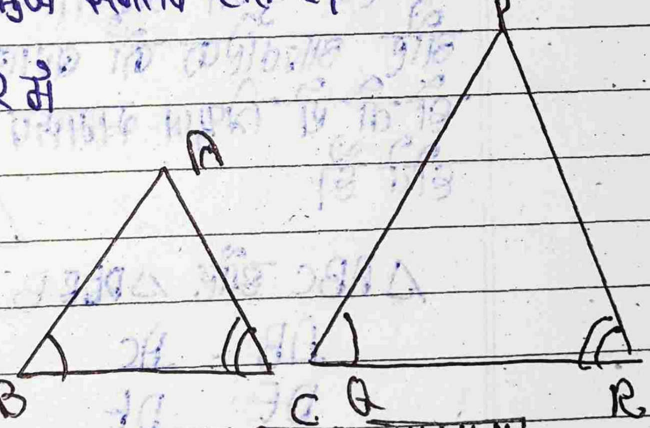
यदि एक Δ के दो कोण दूसरे Δ के दो कोण क्रमशः बराबर हो तो ये दो त्रिभुज समरूप होते है।

ΔABC और ΔPQR मे

$\angle B = \angle Q$

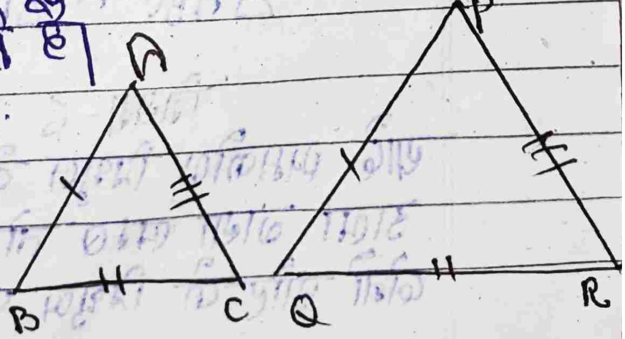
$\angle C = \angle R$

$\Delta ABC \sim \Delta PQR$



नियम - 3 (भुजा-भुजा-भुजा समरूपता)

यदि दो Δ की संगत भुजाएं अनुपातिक हो तो वे त्रिभुज समरूप होते है।



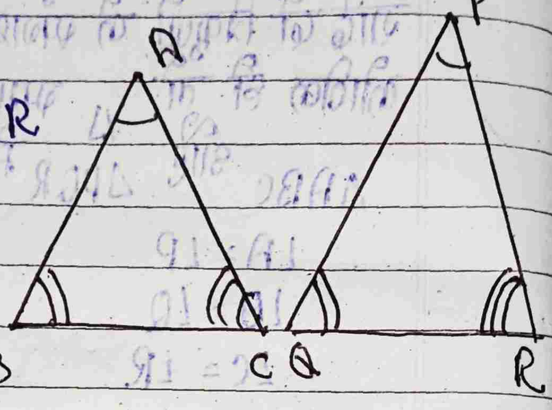
ΔABC और ΔPQR मे

$$\frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR} = \frac{AC}{PR}$$

$\Delta ABC \sim \Delta PQR$

(नियम - 4)

यदि दो त्रिभुजो की संगत भुजाएं अनुपातिक हो तो वे त्रिभुज समान कोणिक होते है।



$\triangle ABC$ और $\triangle PQR$

$\frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR} = \frac{AC}{PR}$

तो $\angle A = \angle P$

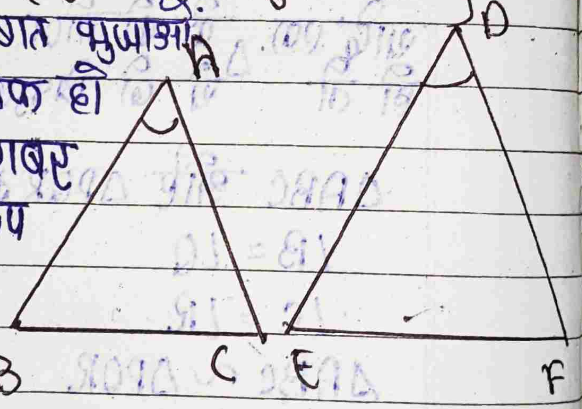
$\angle B = \angle Q$

$\angle C = \angle R$

$\triangle ABC \sim \triangle PQR$

नियम - 5 (भुजा - कोण - भुजा समरूपता)

यदि दो त्रिभुजों में संगत भुजाओं का एक युग्म अनुपातिक हो और आन्तरिक कोण बराबर हो तो ये त्रिभुज समरूप होते है।



$\triangle ABC$ और $\triangle DEF$

$\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF}$

$\angle A = \angle D$

$\triangle ABC \sim \triangle DEF$

नियम - 6

यदि समकोण त्रिभुज के समकोण वाले शीर्ष से कर्ण पर डाला गया लम्ब तो सिद्ध कीजिए लम्ब रेखा के दोनो ओर के त्रिभुज परस्पर मूल त्रिभुज के समरूप होते है।

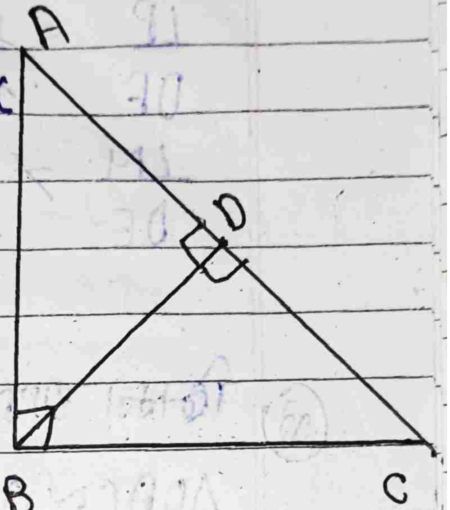
यह भी सिद्ध कीजिए की लम्ब का वर्ग कर्ण के दो भागों के लम्बाइयों के गुणनफल के बराबर होता है

सिद्ध करना है – (i) $\Delta ABD \sim \Delta BDC$

(ii) $\Delta ABD \sim \Delta ABC$

(iii) $\Delta BDC \sim \Delta ABC$

(iv) $BD^2 = AD \times DC$



प्रश्नावली 6.(C)

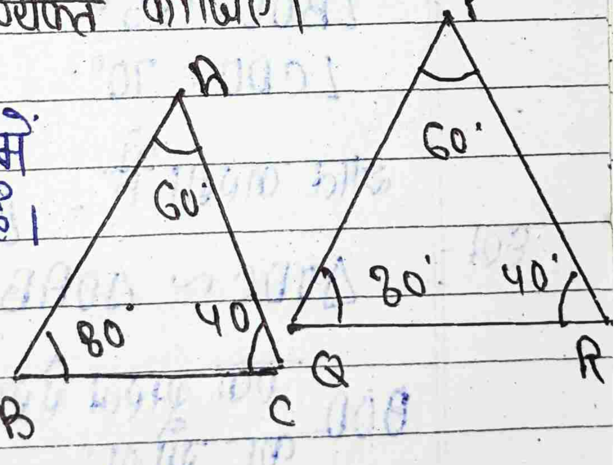
(2) बताइए कि निम्न आकृतियों में दिये त्रिभुजों के युग्मों में कौन-कौन से युग्म समरूप है। इस समरूपता कसौटी को लिखिए जिसका प्रयोग आपने उत्तर देने में किया है तथा साथ ही समरूप त्रिभुजों को सांकेतिक रूप में व्यक्त कीजिए।

(i) ΔABC और ΔPQR में संगत कोण बराबर है।

$\angle A = \angle P = 60^\circ$

$\angle B = \angle Q = 80^\circ$

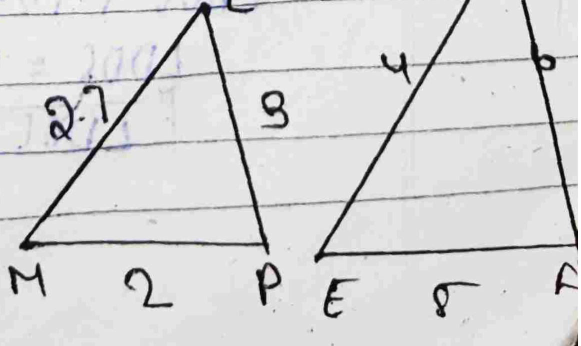
$\angle C = \angle R = 40^\circ$



$\Delta ABC \sim \Delta PQR$ (कोण - कोण - कोण)

(ii) ΔLMP और ΔDEF में

$\frac{LM}{DE} = \frac{2.7}{4} = \frac{27}{40}$



$\frac{MP}{EF} = \frac{2}{5}$

$\frac{LP}{DF} = \frac{\cancel{3}}{\cancel{6}} = \frac{1}{2}$

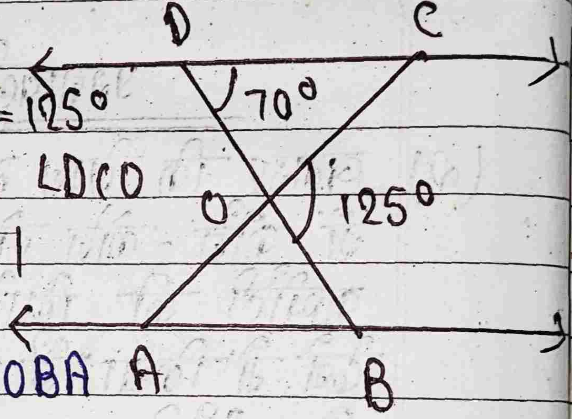
$\frac{LM}{DE} \neq \frac{MP}{EF} \neq \frac{LP}{DF}$ (संगत भुजा आनुपातिक नहीं है)

$\Delta LMP \not\sim \Delta DEF$

(8) निम्न आकृति में

$\Delta ODC \sim \Delta OBA$, $\angle BOC = 125°$

$\angle CDO = 70°$ है। $\angle DOC$, $\angle DCO$ और $\angle OAB$ ज्ञात करो।



दिया है - $\Delta ODC \sim \Delta OBA$

$\angle BOC = 125°$

$\angle CDO = 70°$

ज्ञात करना है = $\angle DOC$, $\angle DCO$, $\angle OAB$

हल - $\Delta ODC \sim \Delta OAB$

BOD एक सरल रेखा है सरल रेखा पर बने कोण का योग = 180

$\angle DOC + \angle BOC = 180°$

$\angle DOC + 125 = 180°$

$\angle DOC = 180° - 125°$

$\boxed{\angle DOC = 55°}$

Δ के तीनों कोणों का योगफल $180°$ होता है।

$70° + 55° + \angle DCO = 180°$

$\angle DCO + 125 = 180°$

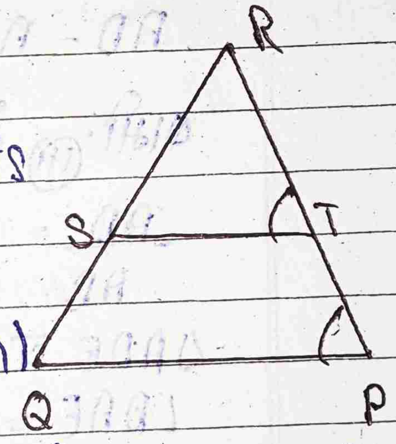
$\angle DCO = 180° - 125°$

$\boxed{\angle DCO = 55°}$

$\angle DCO = \angle OAD = 55°$ (एकान्तर कोण)

$\boxed{\angle OAB = 55°}$

(4) ΔPQR की भुजाओं PR और QR पर क्रमशः बिन्दु S और T इस प्रकार स्थित हैं कि $\angle P = \angle RTS$ है। दर्शाइए की $\Delta RPQ \sim \Delta RTS$ है



दिया है - $\angle P = \angle RTS$

सिद्ध करना है - $\Delta RPQ \sim \Delta RTS$

उपपत्ति - ΔRPQ और ΔRTS

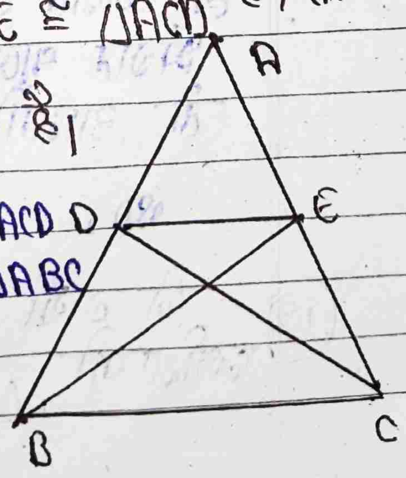
$\angle P = \angle RTS$ (दिया है)

$\angle QRP = \angle SRT$ (common)

$\Delta RPQ \sim \Delta RTS$

(कोण - कोण समरूपता)

(5) निम्न आकृति में यदि $\Delta ABE \cong \Delta ACD$ है, तो दर्शाइए कि $\Delta ADE \sim \Delta ABC$ है।



दिया है - $\Delta ABE \cong \Delta ACD$

सिद्ध करना है - $\Delta ADE \sim \Delta ABC$

उपपत्ति - $\Delta ABE \cong \Delta ACD$

हमे पता है की जब दो Δ सर्वांगसम होते है तो इनके संगत कोण और संगत भुजाएं बराबर होते है।

संगत कोण -

$\angle BAE = \angle CAD$

$\angle ABE = \angle ACD$

$\angle AEB = \angle ADC$

संगत भुजा -

$AB = AC$ —— (i)

$DC = BE$ —— (ii)

$AD = AE$ —— (iii)

अभी (iii) में (i) से भाग देने पर

$$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$$

ΔADE व ΔABC मे

$\angle DAE = \angle BAC$ (common)

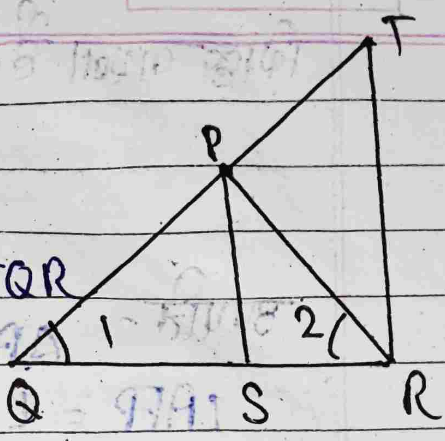
$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$ (eq- (iv))

हम जानते है की भुजा-कोण-भुजा समरुपता से संगत भुजाओं का एक युग्म अनुपातिक हो तो आन्तरिक कोण बराबर होते है।

so, $\Delta ADE \sim \Delta ABC$ (SAS)

(12) दी गयी आकृति में $\frac{QR}{QS} = \frac{QT}{PR}$ तथा $\angle 1 = \angle 2$ है। दर्शाइए की $\Delta PQS \sim \Delta TQR$

दिया है - $\frac{QR}{QS} = \frac{QT}{PR}$



और $\angle 1 = \angle 2$

सिद्ध करना है - $\Delta PQS \sim \Delta TQR$

$\frac{QR}{QS} = \frac{QT}{PR}$ —— (I)

$\angle PQR$ में $\angle 1 = \angle 2$

हम जानते है की जब किसी Δ के दो कोण बराबर हो तो उसके सम्मुख भुजा बराबर होते है।

$PQ = PR$ या $PR = PQ$ —— (II)

अभी (I) में दो की सहायता से मान रखने पर

$\frac{QR}{QS} = \frac{QT}{PQ}$ या $\frac{QS}{QR} = \frac{PQ}{QT}$ —— (III)

ΔPQS और ΔQTR मे

$\angle PQS = \angle TQR$ (common)

$\frac{QS}{QR} = \frac{PQ}{QT}$ (eq- (3))

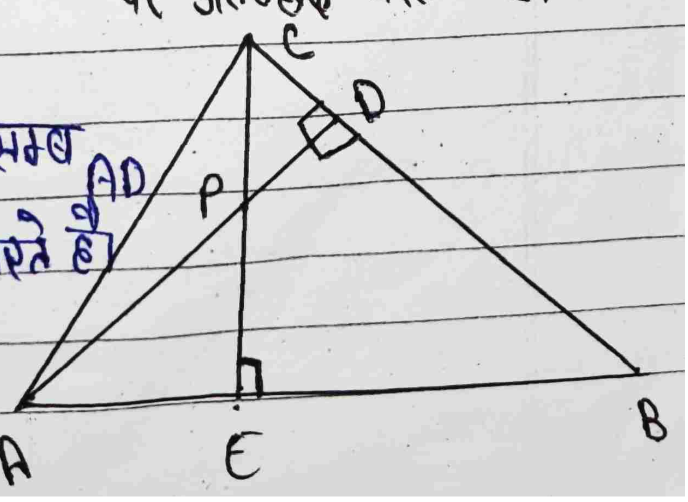
$\Delta PQS \sim \Delta QTR$ (SAS)

Proved

(13) दी गयी आकृति मे, ΔABC को शीर्षलम्ब AD और CE परस्पर बिंदु P पर प्रतिच्छेद करते हो। दर्शाइए की :

दिया है - ΔABC में लम्ब AD

CE, P पर प्रतिच्छेद करते है



सिद्ध करना है:- (i) $\Delta AEP \sim \Delta CDP$
(ii) $\Delta ABD \sim \Delta CBE$
(iii) $\Delta AEP \sim \Delta ADB$
(iv) $\Delta PDC \sim \Delta BEC$.

उपपत्ति - ΔAEP और ΔCDP में.

$\angle AEP = \angle CDP$ (प्रत्येक कोण $90°$, $AD \perp BC$, $CE \perp AB$)

$\angle APE = \angle CPD$ (शीर्षाभिमुख कोण)

$\Delta AEP \sim \Delta CDP$ (कोण-कोण समरूपता)

(ii) ΔABD और ΔCBE में

$\angle ADB = \angle CEB = 90°$ ($AD \perp BC$, $CE \perp AB$)

$\angle ABD = \angle CBE$ (common)

$\Delta ABD \sim \Delta CBE$ (A·A)

(iii) $\Delta AEP \sim \Delta ADB$

$\angle AEP = \angle ADB$ ($CE \perp AB$, $AD \perp BC$)