

ROBÓTICA E AUTOMAÇÃO

Raphael Barros Parreira

1 Controle Cinemático de Manipuladores

O exercício tem como objetivo o **controle cinemático** da posição do punho do manipulador, sem se preocupar com a orientação, nesse primeiro momento. Para isso, o manipulador escolhido foi um 7R, com a tabela de Denavit-Hartenberg (tabela 1) e a posição inicial (q_0 representada na figura 1) dadas.

Além disso, o enunciado define 3 trajetórias distintas, define os controles a serem implementados e insere restrições.

Como o objetivo é apenas controlar a posição do manipulador, pode-se ignorar as 3 últimas juntas, já que, pela tabela de DH, elas apenas influenciam na orientação do manipulador. Essa decisão implicará numa série de simplificações feitas no sistema, começando por sempre definir a posição e a velocidade dessas 3 juntas como *zero*.

$$\theta_5 = \theta_6 = \theta_7 = 0$$

$$\dot{\theta}_5 = \dot{\theta}_6 = \dot{\theta}_7 = 0$$

$$q_0 = [0, 0, 0, \pi/2]$$

$$\dot{\theta}_{max} = 3rad/s \Rightarrow \|u_i\| \leq 3(i = 1, 2, 3)$$

Table 1: Tabela de Denavit-Hartenberg do Manipulador Antropomórfico.

Junta	$\alpha(rad)$	$A(m)$	$\theta(rad)$	$D(m)$	$Offset(rad)$
1	$\pi/2$	0	0	0	0
2	$\pi/2$	0	0	0	π
3	$\pi/2$	0	0	-0.4208	π
4	$\pi/2$	0	0	0	π
5	$\pi/2$	0	0	-0.3143	π
6	$\pi/2$	0	0	0	π
7	π	0	0	0	π

1.1 Controle

No controle cinemático assume-se que a velocidade do manipulador é a variável manipulada e que a **dinâmica** do manipulador pode ser **desprezada**. Além disso, considera-se que a

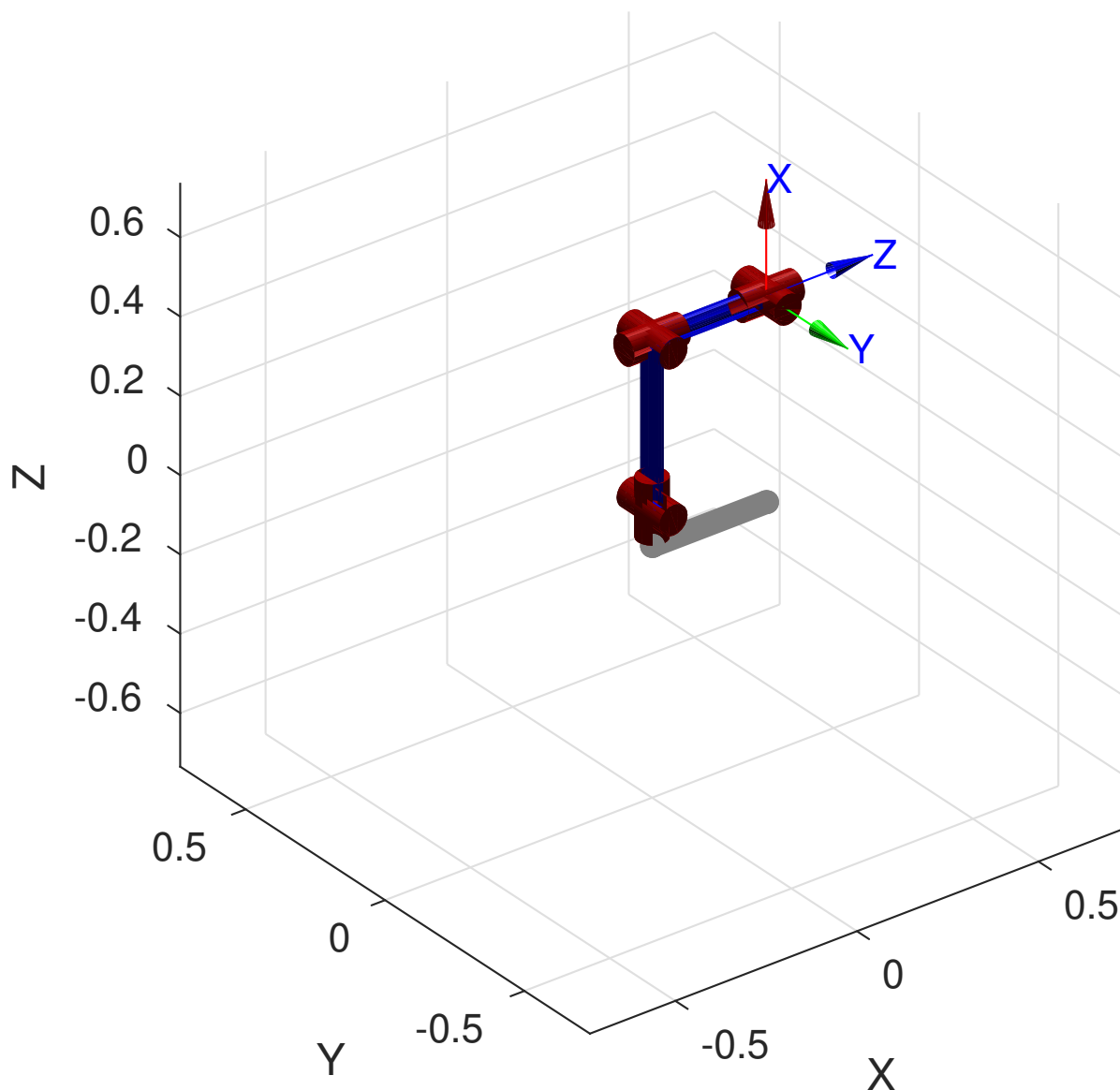


Figure 1: Manipulador Antropomórfico na posição inicial

velocidade das juntas responde instantaneamente ao sinal de entrada do motor da mesma, implicando na condição de $u \approx \dot{\theta}$

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \vec{v} \\ \vec{\omega} \end{bmatrix} &= J(\theta) \dot{\theta} \quad \Rightarrow \quad \begin{bmatrix} \vec{v} \\ \vec{\omega} \end{bmatrix} = J(\theta) u \\ u &= \dot{\theta} \quad \Rightarrow \quad \dot{x} = J(\theta) u \\ x(t) &\longrightarrow x_d(t) \\ e &= x - x_d \end{aligned}$$

O objetivo de controle é que o manipulador siga uma trajetória pré-determinada. Portanto, já que se conhece a trajetória, por conseguinte, também se conhece a sua derivada. O que permite adicionar informações no sistema de controle (ação *feed-forward*, tornando possível a

liminação do erro em estado estacionário ao seguir uma trajetória.

Para que os cálculos sejam feitos, é necessário escolher uma base para expressar os vetores e calcular o Jacobiano. Já que a trajetória dada está expressa na base do sistema inercial, uma boa escolha é usar essa mesma base.

Uma boa ideia para a lei de controle é eliminar as não-linearidades do sistema, incluindo-se a inversa do Jacobiano no sinal de controle.

$$\begin{aligned}\dot{x} &= J\bar{u} \\ \bar{u} &= J^{-1}[\dot{x}_d + K(x_d - x)] \\ \dot{x} &= JJ^{-1}[\dot{x}_d + K(x_d - x)] \\ \dot{x} - \dot{x}_d &= K(x_d - x) \\ \dot{e}(t) &= Ke(t) \\ e &\longrightarrow 0, \quad t \longrightarrow \infty\end{aligned}$$

Como no caso de um manipulador com 7 juntas, o Jacobiano não é uma matriz quadrada, ele não possui inversa. Sendo assim, se faz necessário o uso da **pseudo-inversa** (J^\dagger).

$$\begin{aligned}J^\dagger &= J^T(JJ^T)^{-1} \Rightarrow JJ^\dagger = I \\ \bar{u} &= J^\dagger[\dot{x}_d + K(x_d - x)]\end{aligned}$$

1.2 Trajetórias

O enunciado considera 3 trajetórias de referência distintas, com $w_n = 2\pi/10$. Além disso, não se pode usar derivadores puros. Logo, as derivadas das trajetórias foram calculadas como se segue:

a Trajetória a

$$\begin{aligned}x_d &= \begin{bmatrix} 0.075(\sin(w_nt) + \sin(4w_nt)) + 0.456 \\ 0 \\ 0.075(\cos(w_nt) + \cos(4w_nt)) + 0.069 \end{bmatrix} \\ \dot{x}_d &= \begin{bmatrix} 0.075w_n(\cos(w_nt) + 4\cos(4w_nt)) \\ 0 \\ -0.075w_n(\sin(w_nt) + 4\sin(4w_nt)) \end{bmatrix}\end{aligned}$$

1.4 Ganhos

Um ponto importante do trabalho é o ganho K do controlador. Isso se dá porque foi pedido o maior ganho possível atendendo à especificação de $\|u_i\| \leq 3 (i = 1, 2, 3)$.

Sendo assim, se faz necessário calcular a ordem de grandeza do ganho e depois se fazer o ajuste fino para cada um dos casos.

$$\begin{aligned} \|\bar{u}\| \leq 3 &\Rightarrow \|J^\dagger[\dot{x}_d + K(x_d - x)]\| \leq 3 \\ \|J^\dagger\|_{max} [\|\dot{x}_d\|_{max} + K_{base}\|e\|_{max}] &= 3 \\ K_{base} &= \frac{3}{\|J^\dagger\|_{max}} - \|\dot{x}_d\|_{max} \\ \|J^\dagger\|_{max} &= 4.277 \quad \|\dot{x}_d\|_{max} = 0.2356 \quad \|e\|_{max} = 0.1417 \\ K_{base} &\approx 3.3 \end{aligned}$$

Os valores $\|J^\dagger\|_{max}$, $\|\dot{x}_d\|_{max}$ e $\|e\|_{max}$ foram calculados graficamente na simulação, considerando o valor no instante inicial ($\theta(0)$), onde se mostrou ser o maior valor em todos os casos.

Após esse passo, foi feita a sintonia fina, chegando o mais próximo possível do valor máximo do sinal de controle em cada um dos casos. Os valores encontrados podem ser vistos na tabela 2.

Table 2: Ganhos para os controles com e sem Feed-forward em todas as 3 trajetórias.

Controles	FB	FF
Trajectoria 1	8.91	7.24
Trajectoria 2	8.91	8.57
Trajectoria 3	8.91	8.57

1.5 Resultados

Cada uma das trajetórias tem dois conjuntos de figuras representando os dois controles pedidos (com e sem feed-forward).

Desses conjuntos, a figura (a) exibe a trajetórias desejada (em vermelho) e a trajetória simulada (em azul). A figura (b), por sua vez, exibe o sinal do erro ($x_d - x$). Já a figura (c) representa o sinal de controle u para cada uma das 4 juntas controladas.

Como esperado, o controle sem feed-forward não é capaz de tirar o erro em regime de estado estacionário, mesmo sendo muito pequeno. Os sinais de controle atendem à restrição pedida, sempre se aproximando o máximo possível do valor máximo.

Pode-se observar na tabela 2 que os ganhos para o controle sem ação feed-forward são iguais para todas as trajetórias, sendo limitado apenas pela restrição do sinal de controle. Porém, mesmo aumentando o valor do ganho não seria possível eliminar o erro em EE.

No caso de não ser possível calcular a derivada da trajetória e, dependendo do caso de aplicação do manipulador, o controlador apenas com feed-back de posição pode ser suficiente, já que o erro em EE é pequeno comparado ao tamanho dos elos.

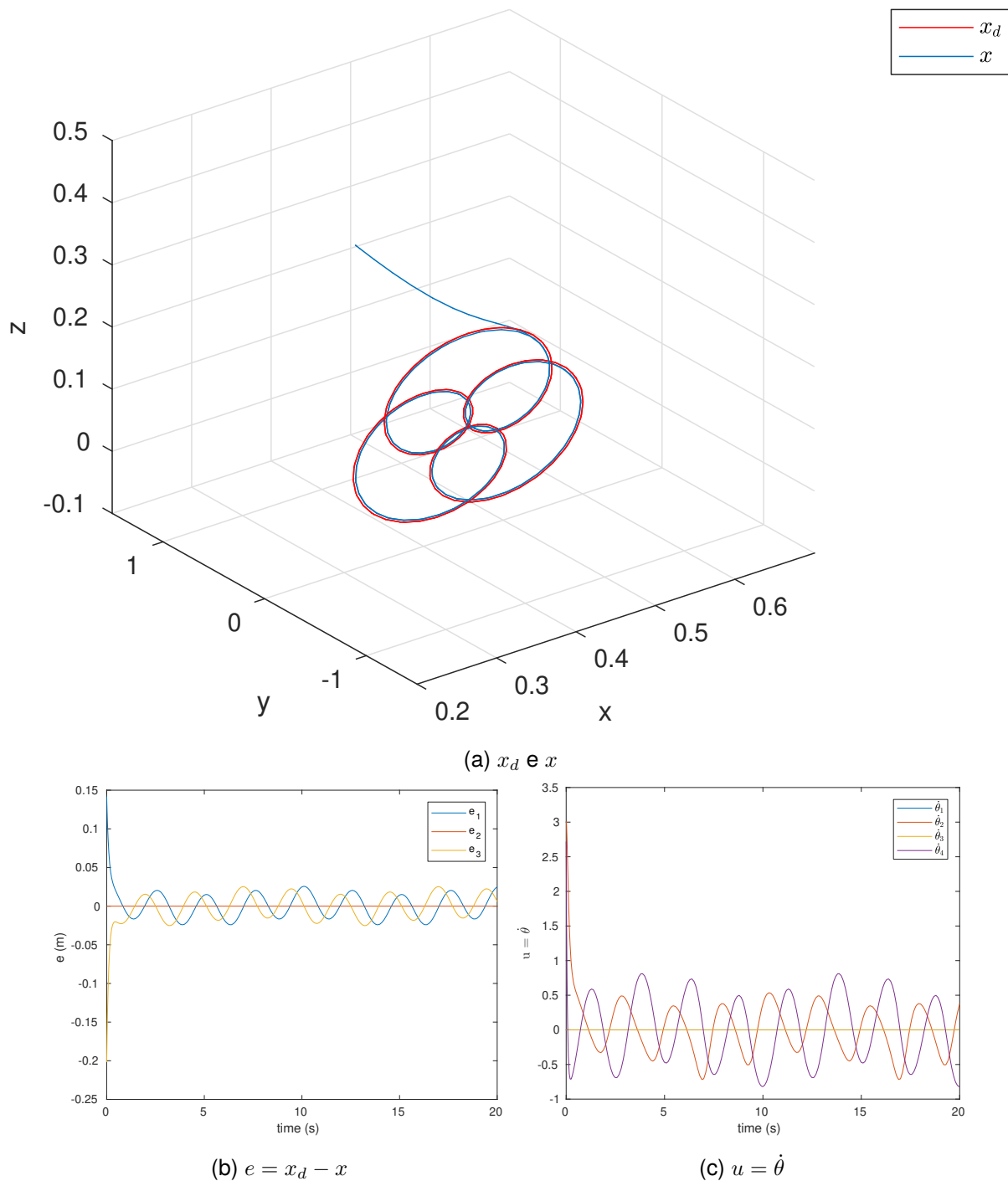
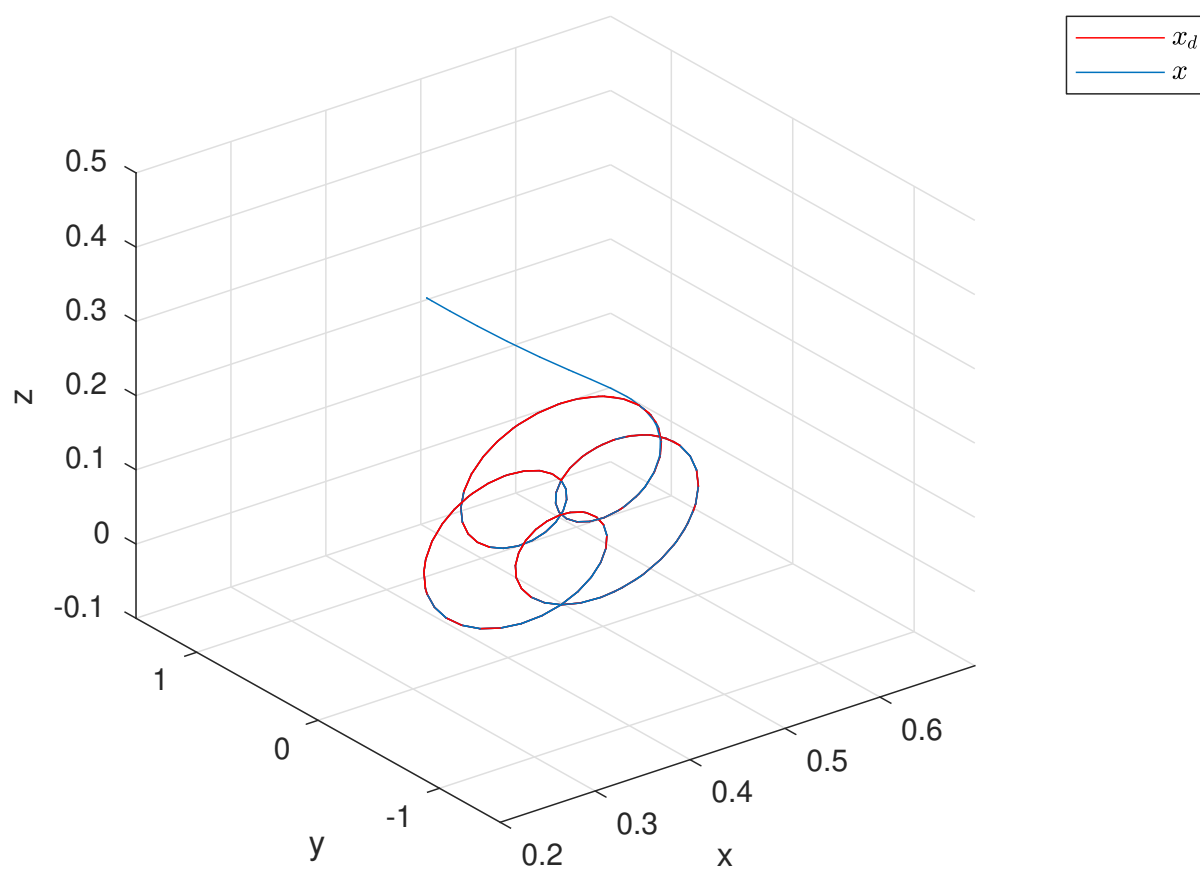
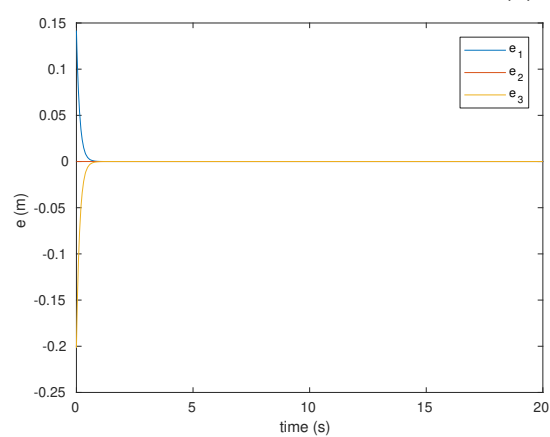
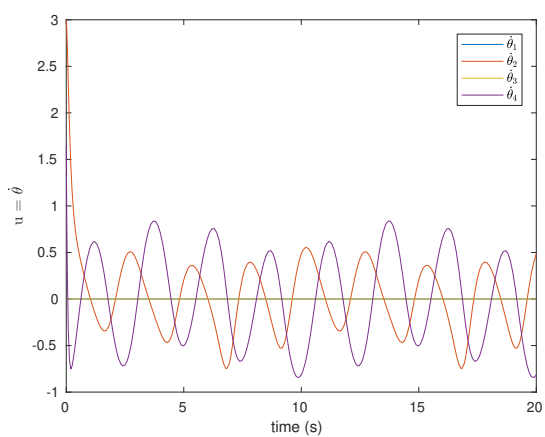
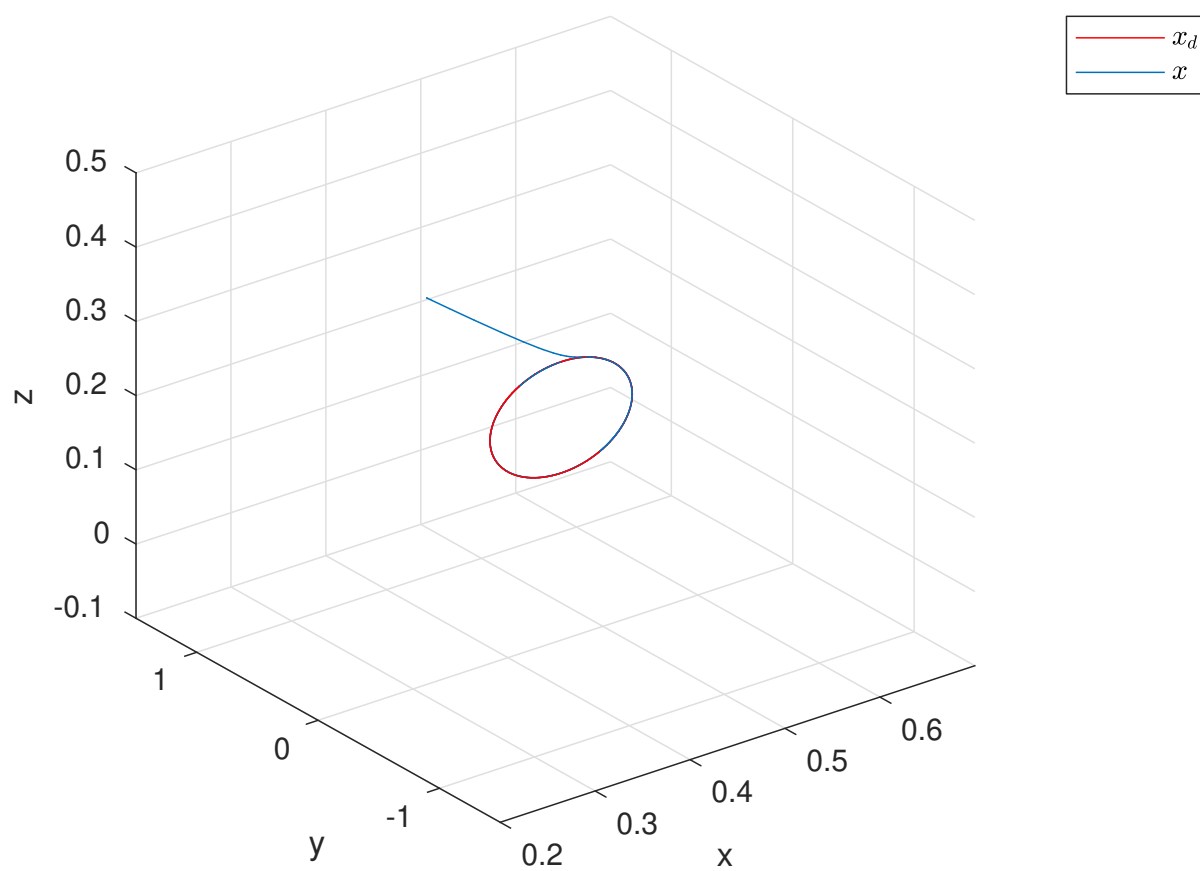
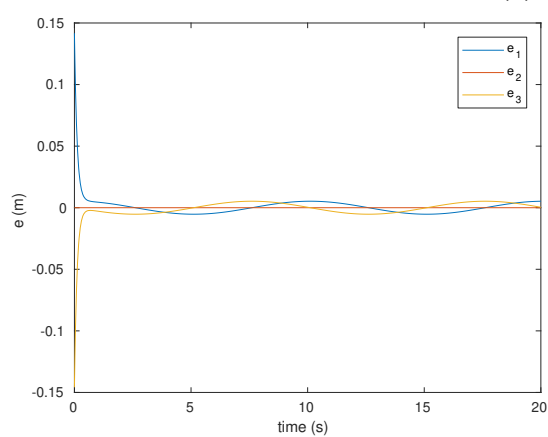
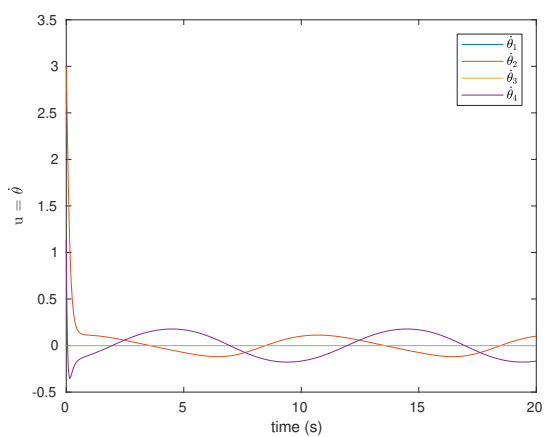
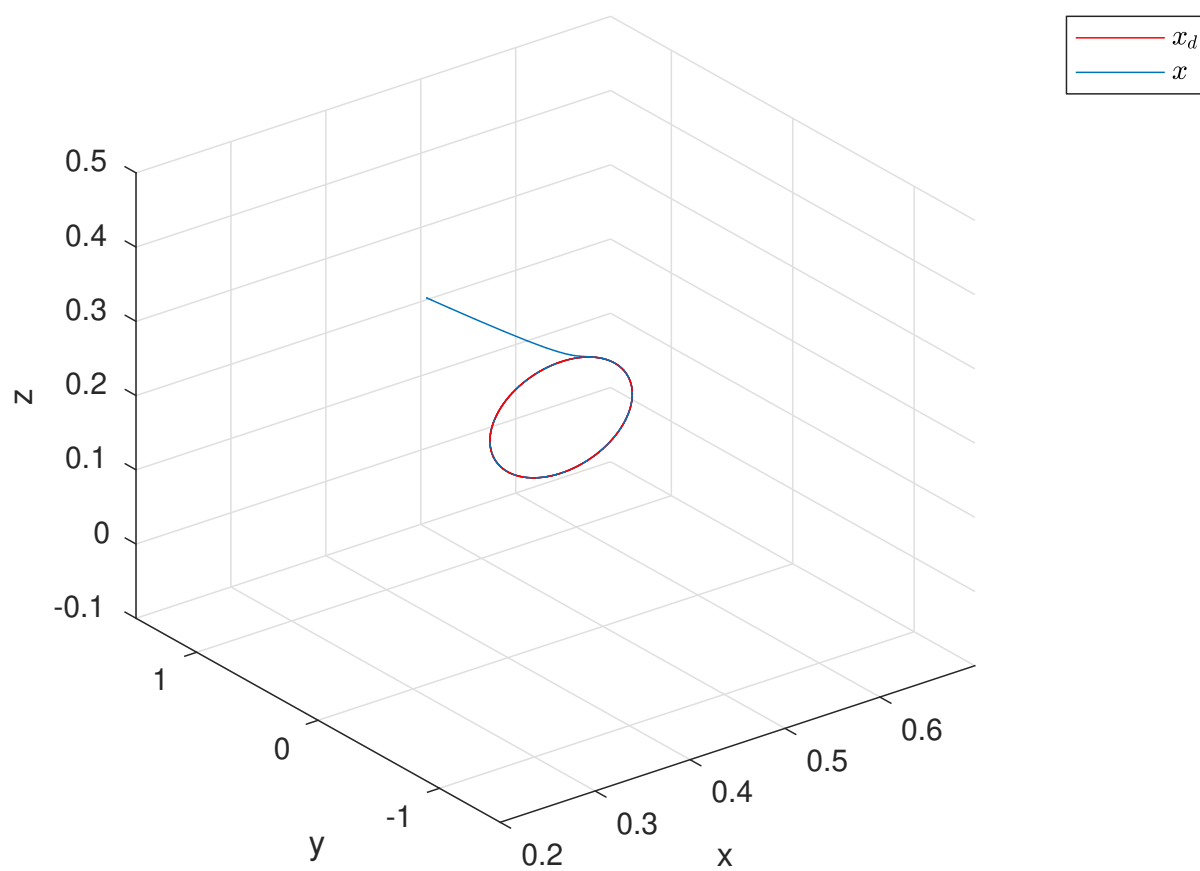
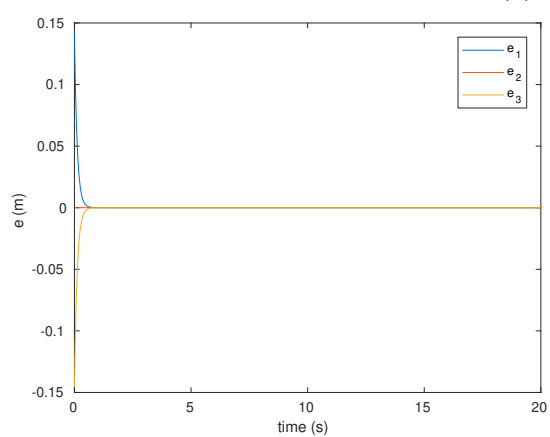
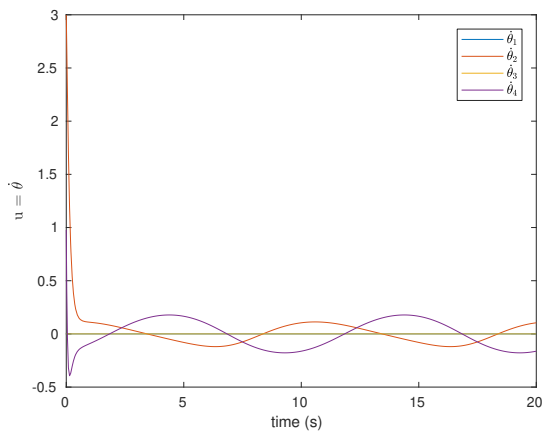
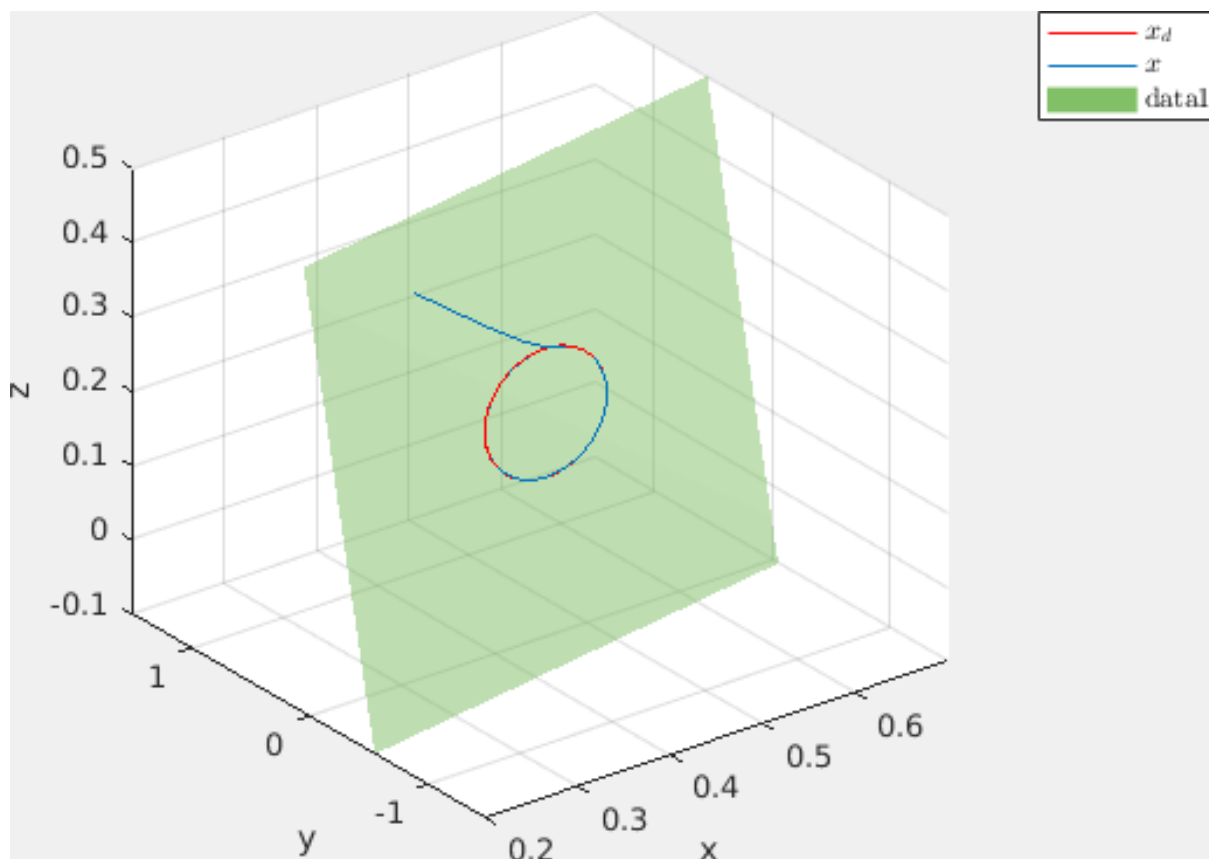
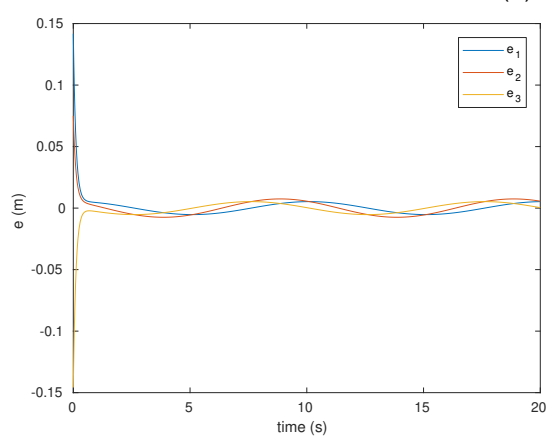
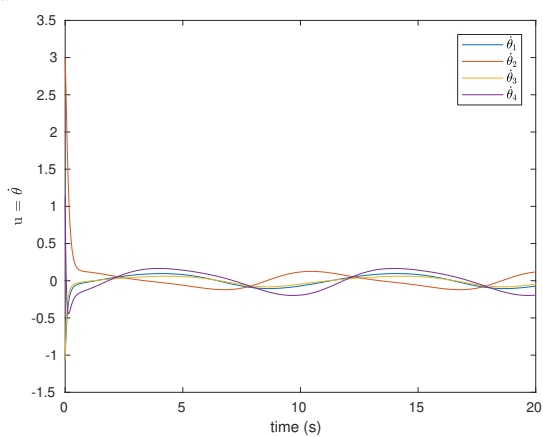


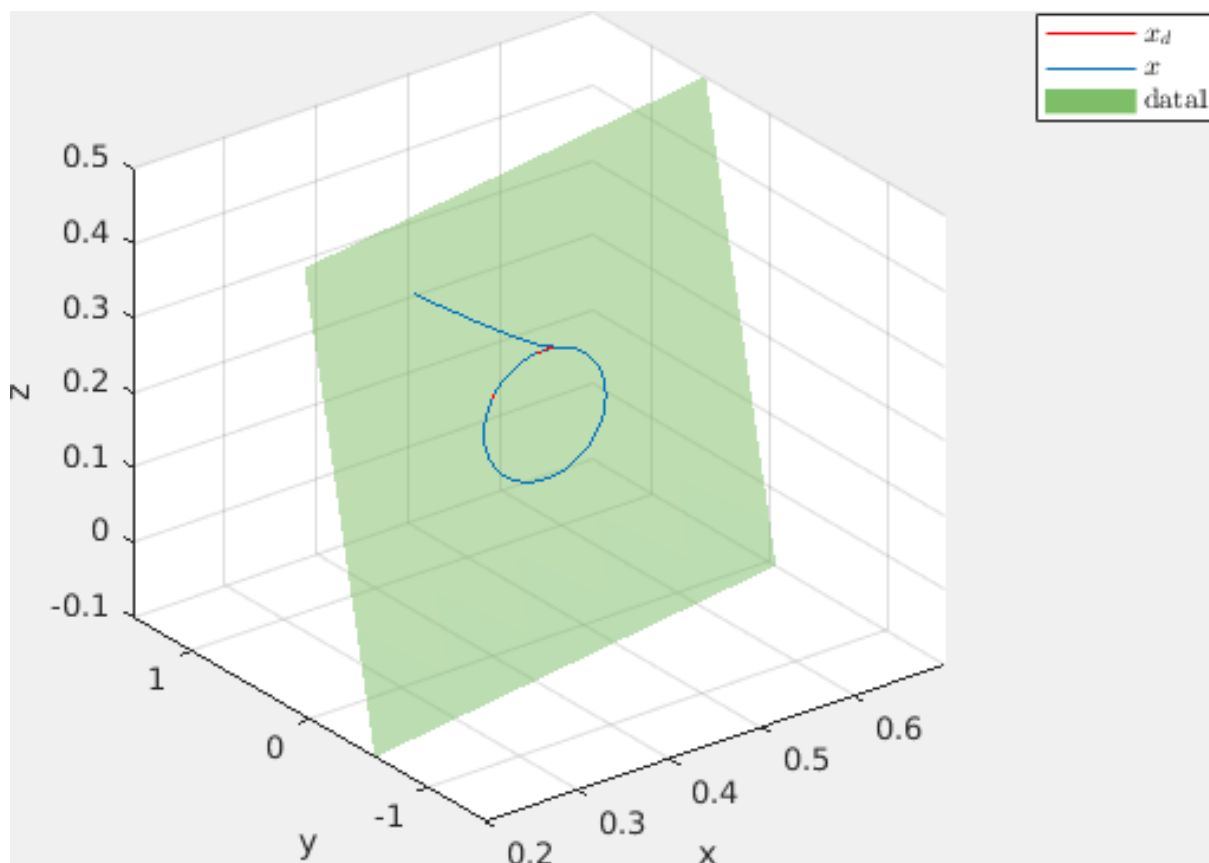
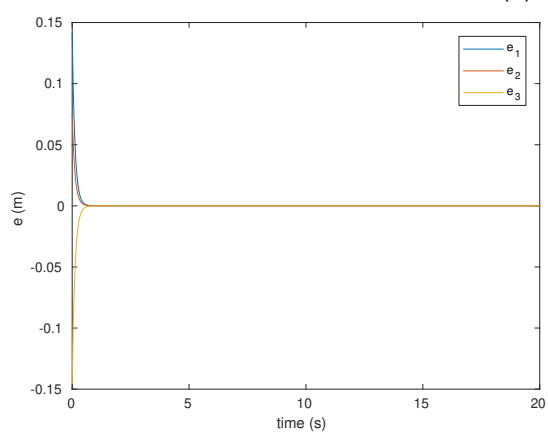
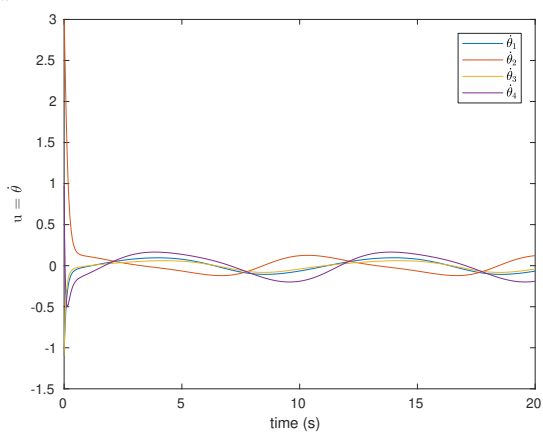
Figure 3: Ex 1: Trajetória a , controle sem FF.

(a) x_d e x (b) $e = x_d - x$ (c) $u = \dot{\theta}$ Figure 4: Ex 1: Trajetória a , controle com FF.

(a) x_d e x (b) $e = x_d - x$ (c) $u = \dot{\theta}$ Figure 5: Ex 1: Trajetória b , controle sem FF.

(a) x_d e x (b) $e = x_d - x$ (c) $u = \dot{\theta}$ Figure 6: Ex 1: Trajetória b , controle com FF.

(a) x_d e x (b) $e = x_d - x$ (c) $u = \dot{\theta}$ Figure 7: Ex 1: Trajetória c , controle sem FF.

(a) x_d e x (b) $e = x_d - x$ (c) $u = \dot{\theta}$ Figure 8: Ex 1: Trajetória c , controle com FF.